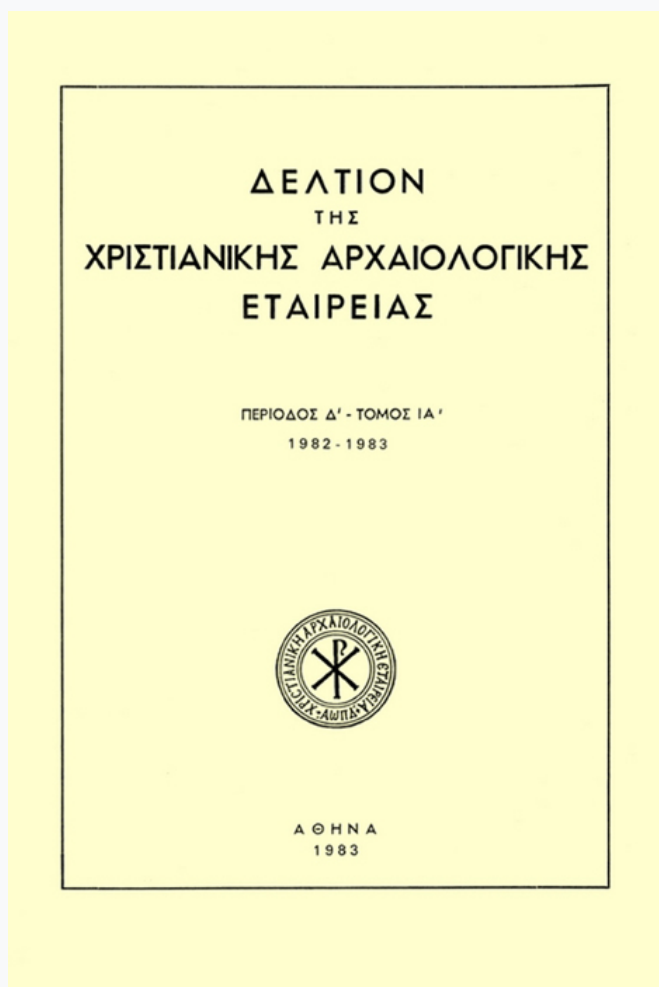


## Δελτίον της Χριστιανικής Αρχαιολογικής Εταιρείας

Τόμ. 11 (1983)

Δελτίον ΧΑΕ 11 (1982-1983), Περίοδος Δ'. Στη μνήμη του Αναστασίου Κ. Ορλάνδου (1887-1979)



Ταξινόμηση 34 παραστάσεων της Γέννησης της Παναγίας ή / και του Προδρόμου με μεθόδους «Παραγοντικής Ανάλυσης»

Δημήτριος ΔΙΑΛΕΤΗΣ, Μιχάλης ΜΕΪΜΑΡΗΣ

doi: [10.12681/dchae.932](https://doi.org/10.12681/dchae.932)

### Βιβλιογραφική αναφορά:

ΔΙΑΛΕΤΗΣ Δ., & ΜΕΪΜΑΡΗΣ Μ. (1983). Ταξινόμηση 34 παραστάσεων της Γέννησης της Παναγίας ή / και του Προδρόμου με μεθόδους «Παραγοντικής Ανάλυσης». *Δελτίον της Χριστιανικής Αρχαιολογικής Εταιρείας*, 11, 181-188. <https://doi.org/10.12681/dchae.932>



## ΔΕΛΤΙΟΝ ΤΗΣ ΧΡΙΣΤΙΑΝΙΚΗΣ ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Ταξινόμηση 34 παραστάσεων της Γέννησης της  
Παναγίας ή / και του Προδρόμου με μεθόδους  
«Παραγοντικής Ανάλυσης»

Δημήτριος ΔΙΑΛΕΤΗΣ, Μιχάλης ΜΕΪΜΑΡΗΣ

Δελτίον ΧΑΕ 11 (1982-1983), Περίοδος Δ'. Στη μνήμη του  
Αναστασίου Κ. Ορλάνδου (1887-1979) • Σελ. 181-188

ΑΘΗΝΑ 1983

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ 34 ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΤΗΣ ΓΕΝΝΗΣΗΣ  
ΤΗΣ ΠΑΝΑΓΙΑΣ Η/ΚΑΙ ΤΟΥ ΠΡΟΔΡΟΜΟΥ ΜΕ ΜΕΘΟΔΟΥΣ  
«ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ»\*

Στή μελέτη αυτή επιχειρείται μία ταξινόμηση 34 παραστάσεων με θέμα τή γέννηση της Παναγίας ή/καί του Προδρόμου (βλ. παραπάνω, σ. 127 κ.έ.) χρησιμοποιώντας στατιστικές μεθόδους παραγοντικής ανάλυσης. Ἡ ταξινόμηση αυτή βασίστηκε σέ ὁρισμένα μορφολογικά χαρακτηριστικά τους. Ἡ ἀνάλυση τοῦ πίνακα τῶν χαρακτηριστικῶν αὐτῶν μέ διαφορετικές μεθόδους ἐπιβεβαιώνει τή σταθερότητα τῶν ὁμαδοποιήσεων πού προτείνονται καί ἐπιτρέπει τόν προσδιορισμό τῶν χαρακτηριστικῶν, στά ὁποῖα κατά κύριο λόγο ὀφείλονται οἱ διαφοροποιήσεις μεταξύ τῶν ὁμάδων. Ἐτσι ἀποδεικνύεται ὅτι μία ἀποτελεσματική ταξινόμηση τῶν εἰκόνων μπορεῖ νά βασιστεῖ σέ περιορισμένο ἀριθμό χαρακτηριστικῶν.

#### 1. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ

Γιά τήν πραγματοποίηση τῆς μελέτης αὐτῆς χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι τῆς παραγοντικῆς ἀνάλυσης (analyse factorielle). Ἡ παραγοντική ἀνάλυση μαζί μέ τίς τεχνικές τῆς «αὐτόματης ταξινόμησης» (classification automatique) ἀποτελοῦν ἓνα σύνολο μεθόδων, πού στή γλώσσα τῆς στατιστικῆς εἶναι γνωστές μέ τήν ὀνομασία «ἀνάλυση δεδομένων» (analyse des données) (Benzécri, 1971) ἢ καί «πολυδιάστατη στατιστική ἀνάλυση» (analyse statistique multidimensionnelle).

Οἱ μέθοδοι αὐτές, πού χρησιμοποιοῦνται κυρίως γιά τήν ἐπεξεργασία μεγάλων συνόλων ἀριθμητικῶν δεδομένων καί ἐφαρμόζονται χάρη στή χρήση τῶν ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν, ἔχουν σκοπό τήν ἀνίχνευση τῆς πληροφορίας πού κρύβεται στά πολυπληθῆ αὐτά δεδομένα. Αὐτό ἐπιτυγχάνεται μέ τή δημιουργία νέων γεωμετρικῶν ἢ καί ἀριθμητικῶν συνθετικῶν καί εὐκόλα κατανοητῶν παραστάσεων τῆς ἀρχικῆς πληροφορίας (Blackith-Reyment, 1971).

Οἱ τρεῖς μέθοδοι τῆς παραγοντικῆς ἀνάλυσης πού χρησιμοποιήθηκαν ἐδῶ εἶναι ἡ «παραγοντική ἀνάλυση τῶν ἀντιστοιχιῶν» (analyse factorielle des correspondances), ἡ «ἀνάλυση ἑνός πίνακα ἀποστάσεων» (analyse d'un

\* Οἱ παραγοντικές ἀναλύσεις τῆς ἐργασίας αὐτῆς πραγματοποιήθηκαν μέ τό μικροῦπολογιστή τοῦ Ἑθνικοῦ Ἀστεροσκοπεῖου Ἀθηνῶν.

tableau des distances) και ή «διακριτική ανάλυση» (analyse discriminante). Και οί τρεῖς βασίζονται στό λεγόμενο «γεωμετρικό μοντέλο», όπου τό σύνολο τῶν παρατηρήσεων (ή μετρήσεων) πού πραγματοποιήθηκαν ἀποτελεῖ ἕνα νέφος σημείων σέ ἕνα χῶρο πολλῶν διαστάσεων. Κάθε παρατήρηση εἶναι ἕνα σημείο σέ ἕνα χῶρο τόσων διαστάσεων ὅσες εἶναι οἱ μεταβλητές πού μετρήθηκαν.

Ἡ «παραγοντική ανάλυση τῶν ἀντιστοιχιῶν» εἶναι μία μέθοδος πού ἐπιτρέπει τήν περιγραφή μεγάλων πινάκων δεδομένων διαφόρων τύπων. Ἐπειδή δέ διακρίνει τίς παρατηρήσεις ἀπό τίς μεταβλητές δρᾷ συμμετρικά ὡς πρός τίς γραμμές καί τίς στήλες τοῦ πίνακα καί δίνει ἔτσι τή δυνατότητα τῆς ταυτόχρονης μελέτης τους (Dialétiis - Meimaris, 1979). Αὐτό ἐπιτυγχάνεται μέ τήν εἰσαγωγή μιᾶς εἰδικῆς ἀπόστασης  $\chi^2$  στό χῶρο τῶν μετρήσεων.

Ἡ «ἀνάλυση ἑνός πίνακα ἀποστάσεων» εἶναι μία μέθοδος πού βασίζεται πάλι στό γεωμετρικό μοντέλο καί ἀποτελεῖ μία παραλλαγή τῆς γενικότερης μεθόδου τῆς «ἀνάλυσης σέ κύριες συνιστώσες» (analyse en composantes principales), μέ ἀντικειμενικό σκοπό τήν ἀνάλυση πινάκων μιᾶς εἰδικῆς μορφῆς ὅπου ἡ κάθε παρατήρηση συνδέεται μέ τίς ἄλλες μέ μιᾶ «ἀπόσταση» μέ τήν τυπολογική ἔννοια τοῦ ὅρου. Ὅσο πιο πολύ μοιάζουν δύο παρατηρήσεις, τόσο μικρότερη θά εἶναι αὐτή ἡ ἀπόσταση μεταξύ τους. Σκοπός τῆς μεθόδου εἶναι ἡ ἀναπαράσταση τῶν παρατηρήσεων σέ ἕνα σύστημα ἁξόνων μέ τέτοιο τρόπο, ὥστε νά διατηροῦνται κατὰ τόν καλύτερο δυνατό τρόπο οἱ ἀρχικές ἀποστάσεις.

Τέλος, ἡ «διακριτική ἀνάλυση» εἶναι πάλι μιᾶ γεωμετρική μέθοδος πού χρησιμοποιεῖται κυρίως σέ προβλήματα ταξινόμησης καί σέ προβλήματα λήψης ἀποφάσεων. Μελετᾷ τή σχέση πού ὑπάρχει μεταξύ μιᾶς ποιοτικῆς μεταβλητῆς καί πολλῶν ποσοτικῶν μεταβλητῶν. Οἱ τιμές τῆς ποιοτικῆς μεταβλητῆς ἀποτελοῦν τό κριτήριο ταξινόμησης. Σκοπός τῆς μεθόδου εἶναι νά προσδιορίσει τήν ποιότητα τῆς ταξινόμησης πού πραγματοποιεῖται μέ τή βοήθεια τῆς ποιοτικῆς μεταβλητῆς καθώς καί νά ἐντοπίσει ποιές ἀπό τίς ποσοτικές μεταβλητές δημιουργοῦν αὐτή τήν ταξινόμηση.

## 2. Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ὁ ἀρχικός πίνακας μέ τά χαρακτηριστικά τῶν παραστάσεων ἔχει 34 γραμμές (μία γιά κάθε παράσταση) καί 30 στήλες (μία γιά κάθε μορφολογικό χαρακτηριστικό). Περιέχει λοιπόν 1020 στοιχεῖα. (Λεπτομερειακή περιγραφή του βλ. παραπάνω, σ. 138, Πίν. Ι). Πρόκειται γιά ἕναν πίνακα δυαδικῆς μορφῆς, δηλαδή πίνακα πού ἔχει ὡς στοιχεῖα μόνο τοὺς ἀριθμούς 1 (γιά τήν παρουσία κάποιου χαρακτηριστικοῦ) καί 0 (γιά τήν ἀπουσία του).

Ἄν παραστήσουμε τό σύνολο τῶν 34 παραστάσεων μέ Ι καί τά στοι-

χεῖα του (παραστάσεις) μέ  $i$  ( $i=1, 2, \dots, 34$ ), καθώς και τό σύνολο τῶν 30 χαρακτηριστικῶν μέ  $J$  καί τά στοιχεῖα του (χαρακτηριστικά) μέ  $j$  ( $j=1, 2, \dots, 30$ ), τότε κάθε στοιχεῖο τοῦ ἀρχικοῦ πίνακα  $X$  πού βρίσκεται στήν τομή τῆς γραμμῆς  $i$  καί τῆς στήλης  $j$  συμβολίζεται μέ  $x_{i,j}$  ( $i=1, 2, \dots, 34$  καί  $j=1, 2, \dots, 30$ ). Ἐτσι γιά παράδειγμα ἂν  $x_{5,6}=1$  αὐτό σημαίνει ὅτι στήν πέμπτη παράσταση ἐμφανίζεται τό ἔκτο μορφολογικό χαρακτηριστικό. Ἐνῶ ἂν  $x_{21,3}=0$  αὐτό σημαίνει ὅτι στήν εἰκοστή πρώτη παράσταση δέν ἐμφανίζεται τό τρίτο μορφολογικό χαρακτηριστικό.

### 3. ΟΙ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ

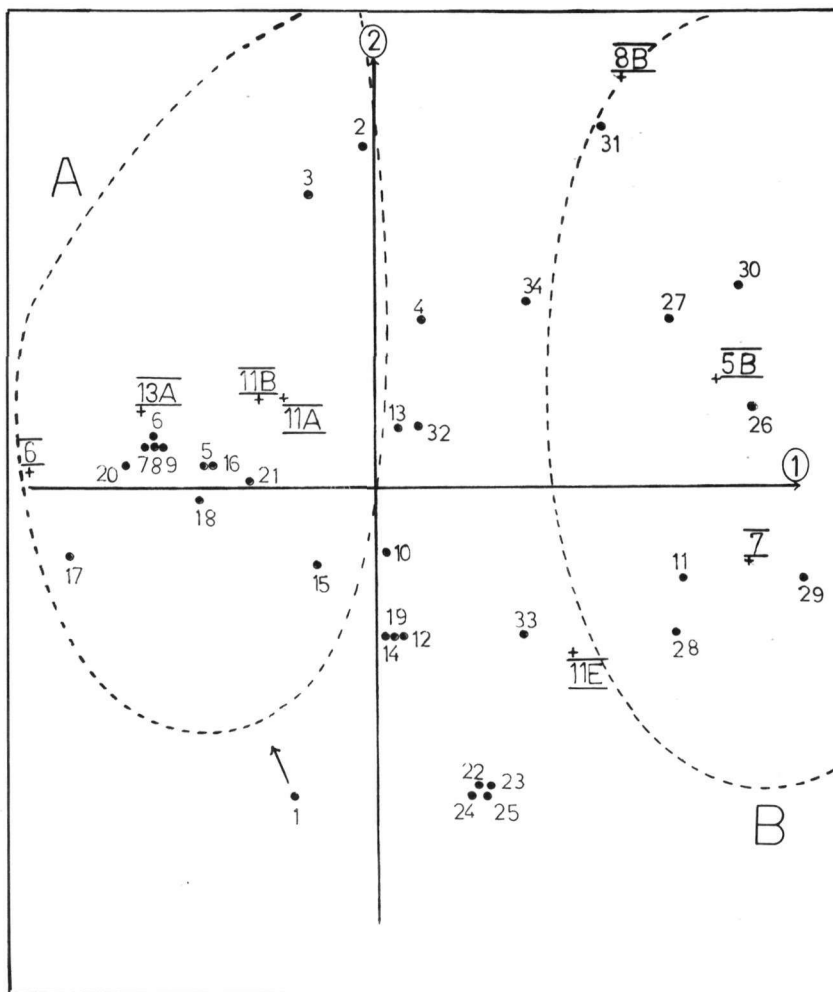
#### 3.1. Παραγοντική Ἀνάλυση τῶν Ἀντιστοιχιῶν (Π.Α.Α.)

Διαδοχικές ἀναλύσεις τοῦ ἀρχικοῦ πίνακα  $X$  μέ τήν Π.Α.Α. ἐπέτρεψαν τόν προσδιορισμό ὁκτώ χαρακτηριστικῶν, τά ὁποῖα παίζουν τόν ἀποφασιστικό ρόλο στίς διαφοροποιήσεις τῶν παραστάσεων στό σύνολο  $I$  καί στή δημιουργία ὁμάδων ἀπό αὐτές· δηλαδή τά ὁκτώ αὐτά μορφολογικά χαρακτηριστικά ἐπαρκοῦν γιά τήν ἀναπαράσταση τῶν ὁμαδοποιήσεων πού δημιουργοῦνται ἂν ληφθοῦν ὑπόψη καί τά 30 χαρακτηριστικά. Τά ὁκτώ αὐτά χαρακτηριστικά εἶναι τά παρακάτω:

- 1) Ἡ ὑπαρξη «μικρότερης θεραπαίνιδας μέ ριπίδιο» στήν παράσταση (χαρακτηριστικό 6).
- 2) Μιά δευτερεύουσα σκηνή πού παριστάνει τόν «Ἀσπασμό» στήν παράσταση (χαρακτηριστικό 13A).
- 3) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιὰ στή σύνθεση, τό ἕνα τύπου α΄» (χαρακτηριστικό 11A).
- 4) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιὰ στή σύνθεση, τό ἕνα τύπου β΄» (χαρακτηριστικό 11B).
- 5) Ἡ ὑπαρξη «λίκνου καί βρέφους στό πλάι (χαρακτηριστικό 8B).
- 6) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιὰ στή σύνθεση, ἄλλου τύπου» (χαρακτηριστικό 11E).
- 7) Τό χαρακτηριστικό «ἄλλη κοπέλα» (7).
- 8) Τό χαρακτηριστικό «δύο κοπέλες» (5B).

Ἡ τελική Π.Α.Α. γίνεται σέ ἕνα νέο πίνακα  $X'$  πού προέρχεται ἀπό τόν ἀρχικό  $X$  ἂν παραληφθοῦν ὅλα τά χαρακτηριστικά (στήλες) ἔκτός ἀπό τά 8 προηγούμενα. Πρόκειται λοιπόν γιά ἕναν πίνακα μέ 34 γραμμές καί 8 στήλες, πού σύμφωνα μέ αὐτά πού εἶπαμε παραπάνω περιέχει τήν ἴδια σχεδόν πληροφορία μέ τόν ἀρχικό  $X$  (δηλαδή τά 1020 στοιχεῖα τοῦ  $X$  «ἀντικαταστάθηκαν» ἀπό τά 272 τοῦ  $X'$ ).

Στήν Εἰκ. 1 παρουσιάζεται ἡ γεωμετρική παράσταση τῆς σύγχρονης



Είκ. 1. Προβολή στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις και τα 8 μορφολογικά χαρακτηριστικά (Παραγοντική Ανάλυση Αντιστοιχιών).

προβολής στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν τόσο στις 34 παραστάσεις όσο και στα 8 χαρακτηριστικά. Η παράσταση αυτή είναι η καλύτερη δυνατή «άποψη» που μπορεί να έχουμε για την πολυδιάστατη πραγματικότητα των στοιχείων του πίνακα Χ' σε ένα χώρο διαστάσεως 2 (επίπεδο).

Διακρίνουμε δύο κύριες ομάδες παραστάσεων Α και Β, κατανεμημένες

κυρίως κατά μήκος του άξονα 1. Η Α περιλαμβάνει τις παραστάσεις 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 15, 16, 17, 18, 20 και 21. Πρόκειται για παραστάσεις που προέρχονται από κοινό πρότυπο (N. Χατζηδάκη, 1983) και η ομαδοποίησή τους χαρακτηρίζεται κύρια από τις μεταβλητές 6 και 13Α και από τις 11Β και 11Α. Σ' αυτή την ομάδα κατατάσσεται και η εικόνα αρ. 1 που, λόγω ειδικών χαρακτηριστικών, απομακρύνεται στη διεύθυνση του δεύτερου παραγοντικού άξονα, πράγμα που είχε παρατηρηθεί και σε όλες τις προηγούμενες αναλύσεις, στις οποίες και είχε ληφθεί υπόψη το σύνολο των 30 χαρακτηριστικών. Στο δεξιό άκρο του άξονα 1 παρατηρούμε μία άλλη ομαδοποίηση (Β). Πρόκειται κυρίως για τοιχογραφίες του Αγίου Όρους, αρ. κατ. 26, 27, 28, 29, 30 καθώς και για την εικόνα αρ. κατ. 11. Η ομαδοποίησή τους χαρακτηρίζεται κύρια από τις μεταβλητές 5Β, 7 και 11Ε.

Μεταξύ των ομάδων Α και Β κατανέμονται οι αρ. κατ. 4, 10, 12, 13, 14, 22, 23, 24, 25, 33, 34 που εμφανίζουν χαρακτηριστικά και των δύο ομάδων συγχρόνως. Είναι αξιοσημείωτο ότι οι παραστάσεις αρ. κατ. 22, 23, 24, 25, που ανήκουν στον ίδιο ζωγράφο, προβάλλονται στο ίδιο σχεδόν σημείο.

### 3.2. 'Ανάλυση ενός Πίνακα 'Αποστάσεων (Α.Π.Α.)

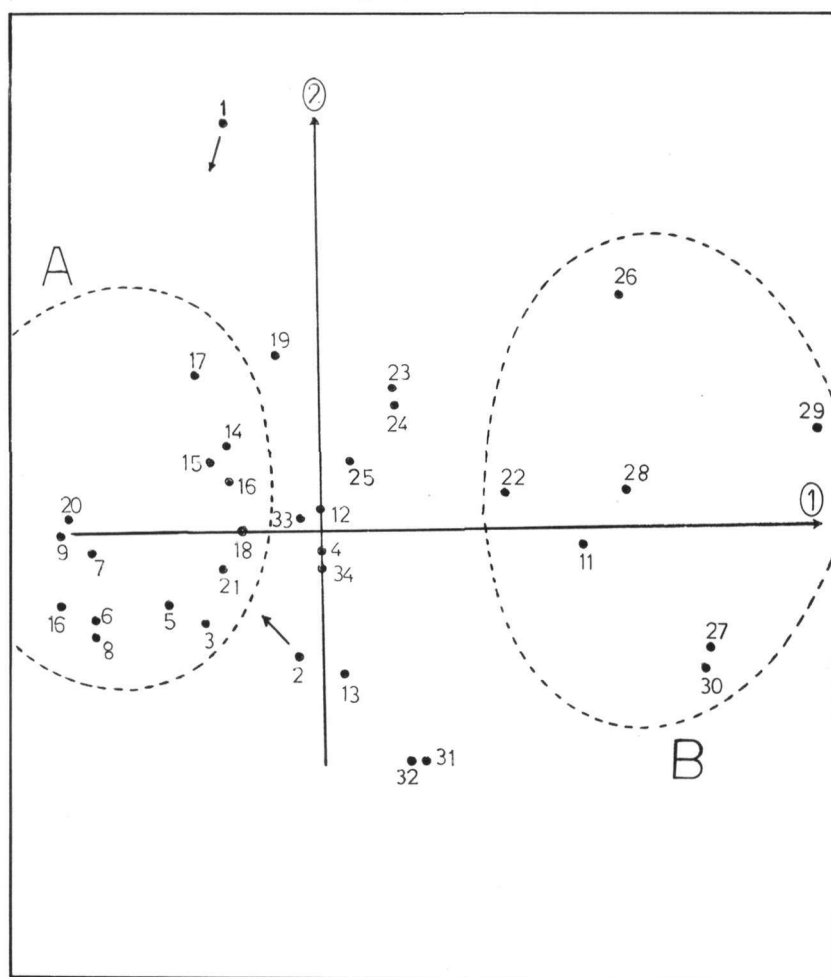
#### 3.2.α. 'Αποστάσεις μεταξύ των παραστάσεων

'Από τον αρχικό πίνακα Χ δημιουργήσαμε ένα νέο πίνακα D (34×34) που θα τον λέμε πίνακα αποστάσεων γιατί τά στοιχεία του αποτελούν ένα είδος απόστασης μεταξύ των εικόνων με την τοπολογική έννοια του όρου. Δηλαδή για κάθε δυνατό ζευγάρι εικόνων i και i', ορίζουμε σάν απόσταση τους τό:

$$d(i, i') = \sum_{j=1}^{30} |x_{i,j} - x_{i',j}|$$

'Ισχύει βέβαια ότι  $d(i, i') = 0$  εφόσον  $x_{i,j} = x_{i',j}$  για κάθε  $j=1, 2, \dots, 30$ . Δηλαδή μόνο δύο παραστάσεις που έχουν ίδια όλα τους τά χαρακτηριστικά έχουν απόσταση ίση προς τό μηδέν.

Μέ βάση έναν τέτοιο όρισμό απόστασης, δύο παραστάσεις θα «μοιάζουν» περισσότερο όσο μικρότερη είναι η απόστασή τους. Ο πίνακας D είναι συμμετρικός ως προς τή διαγώνιό του γιατί βέβαια είναι:  $d(i, i') = d(i', i)$  για κάθε  $i, i'=1, 2, \dots, 34$ . Κάθε στοιχείο της διαγωνίου θα είναι μηδέν γιατί  $d(i, i) = 0$  σάν απόσταση της παράστασης i με τον έαυτό της. Έκτός από τό ότι ο πίνακας των αποστάσεων D προσφέρει αυτός καθαυτός ουσιαστική πληροφορία για τις ομαδοποιήσεις των εικόνων, η παραγοντική ανάλυσή του επιβεβαιώνει τις ομαδοποιήσεις που προέκυψαν από τήν Π.Α.Α.



Είκ. 2. Προβολή στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις ('Ανάλυση ενός Πίνακα 'Αποστάσεων).

Στήν Είκ. 2 παρουσιάζεται ή γεωμετρική παράσταση τής προβολής στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις. Διακρίνονται βέβαια πάλι οί ίδιες ομάδες.

### 3.2.β. 'Αποστάσεις μεταξύ των μορφολογικών χαρακτηριστικών

Κατά τόν ίδιο τρόπο καί μέ τόν ίδιο τύπο απόστασης δημιουργήσαμε από τόν αρχικό πίνακα Χ έναν πίνακα αποστάσεων Δ' (30×30), μεταξύ των



30 μορφολογικών χαρακτηριστικών αυτή τη φορά. Δύο χαρακτηριστικά έχουν απόσταση μηδέν αν όλες οι παραστάσεις έχουν την ίδια κατανομή εμφανίσεων και απουσιών των χαρακτηριστικών αυτών. Η ανάλυση του πίνακα αυτού υποδεικνύει ως ξεχωριστή ομάδα χαρακτηριστικών τα όκτώ ήδη γνωστά μας χαρακτηριστικά.

### 3.3. Διακριτική 'Ανάλυση (Δ.Α.)

Τέλος, εφαρμόζοντας επανειλημμένα τη μέθοδο της διακριτικής ανάλυσης στον πίνακα Χ' ( $34 \times 8$ ) και κατανέμοντας κάθε φορά τις παραστάσεις με τυχαίο τρόπο σε τρεις διαφορετικές ομάδες αποδείξαμε για μία ακόμη φορά ότι τό ποσοστό των παραστάσεων που ανήκουν στή σωστή ομάδα (μέ βάση τη διάκριση που επιφέρουν οι 8 διακριτικές μεταβλητές) μεγιστοποιείται όταν οι παραστάσεις ανήκουν στίς ομάδες που υπέδειξε ή Π.Α.Α. και ή Α.Π.Α.

Δ. ΔΙΑΛΕΤΗΣ

'Αστρονομικό 'Ινστιτούτο Ε.Α.Α.

Μ. ΜΕΙΜΑΡΗΣ

'Αγροτική Τράπεζα τής 'Ελλάδος

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

- Benzécri, 1971: J.-P. Benzécri, L'analyse des données. Tome I: La taxinomie; Tome II: L'analyse des correspondances, Dunod, Paris.
- Blackith - Reyment, 1971: R. E. Blackith - R. A. Reyment, Multivariate morphometrics. Academic Press, London-New York.
- Dialétis - Meïmaris, 1979: D. Dialetis - M. Meïmaris, Elaboration d'un modèle de segmentation, Cahiers de l'Analyse des Données IV, 4. Dunod, Paris.
- Ν. Χατζηδάκη, 1983, Γέννηση Παναγίας - Γέννηση Προδρόμου. Παραλλαγές και αποκρυστάλλωση ενός θέματος στην κρητική εικονογραφία του 15ου-16ου αιώνα, ΔΧΑΕ, περ. Δ', τ. ΙΑ' (1982-1983), σ. 127-178.

## R É S U M É

ÉVALUATION D'UNE TAXINOMIE DE L'ICONOGRAPHIE  
BYZANTINE D'APRÈS QUELQUES CARACTÉRISTIQUES  
FORMELS. TRAITEMENT DES DONNÉES RELATIVES  
AUX 34 REPRÉSENTATIONS

Cette étude porte sur la possibilité de l'utilisation des méthodes de l'analyse des données pour la taxinomie de 34 représentations étudiées par Th. Chatzidakis dans l'article, d'origine et de datation différente, d'après un nombre restreint de caractéristiques formels. Le tableau principal des données comportait 34 lignes et 30 colonnes qui correspondent respectivement aux 34 représentations et aux 30 caractéristiques choisis pour la description de chacune (Th. Chatzidakis, sch. I). Pour l'étude de ce tableau nous avons utilisé l'analyse factorielle des correspondances (Fig. 1). Les regroupements obtenus correspondent aux variantes d'un modèle iconographique commun. Pour tester ces regroupements nous avons créé un tableau des distances qui calcule le degré de similitude entre les différentes représentations (Fig. 2). L'analyse de ce tableau met au point les mêmes regroupements. En plus nous avons montré qu'un nombre restreint de huit caractéristiques suffit pour l'évaluation de cette taxinomie. La valeur discriminante de ces huit caractéristiques (traits 6, 13A, 11A, 11B, 8B, 11E, 7, 5B) a été confirmée par la méthode de l'analyse discriminante.

*D. DIALÉTIS - M. MEÏMARIS*