

Δελτίον της Χριστιανικής Αρχαιολογικής Εταιρείας

Τόμ. 11 (1983)

Δελτίον ΧΑΕ 11 (1982-1983), Περίοδος Δ'. Στη μνήμη του Αναστασίου Κ. Ορλάνδου (1887-1979)



Ταξινόμηση 34 παραστάσεων της Γέννησης της Παναγίας ή / και του Προδρόμου με μεθόδους «Παραγοντικής Ανάλυσης»

Δημήτριος ΔΙΑΛΕΤΗΣ, Μιχάλης ΜΕΪΜΑΡΗΣ

doi: [10.12681/dchae.932](https://doi.org/10.12681/dchae.932)

Βιβλιογραφική αναφορά:

ΔΙΑΛΕΤΗΣ Δ., & ΜΕΪΜΑΡΗΣ Μ. (1983). Ταξινόμηση 34 παραστάσεων της Γέννησης της Παναγίας ή / και του Προδρόμου με μεθόδους «Παραγοντικής Ανάλυσης». *Δελτίον της Χριστιανικής Αρχαιολογικής Εταιρείας*, 11, 181-188. <https://doi.org/10.12681/dchae.932>



ΔΕΛΤΙΟΝ ΤΗΣ ΧΡΙΣΤΙΑΝΙΚΗΣ ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΚΗΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ

Ταξινόμηση 34 παραστάσεων της Γέννησης της
Παναγίας ή / και του Προδρόμου με μεθόδους
«Παραγοντικής Ανάλυσης»

Δημήτριος ΔΙΑΛΕΤΗΣ, Μιχάλης ΜΕΪΜΑΡΗΣ

Δελτίον ΧΑΕ 11 (1982-1983), Περίοδος Δ'. Στη μνήμη του
Αναστασίου Κ. Ορλάνδου (1887-1979) • Σελ. 181-188

ΑΘΗΝΑ 1983

ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ 34 ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ ΤΗΣ ΓΕΝΝΗΣΗΣ
ΤΗΣ ΠΑΝΑΓΙΑΣ Η/ΚΑΙ ΤΟΥ ΠΡΟΔΡΟΜΟΥ ΜΕ ΜΕΘΟΔΟΥΣ
«ΠΑΡΑΓΟΝΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ»*

Στή μελέτη αυτή επιχειρείται μία ταξινόμηση 34 παραστάσεων με θέμα τή γέννηση τής Παναγίας ή/καί τοῦ Προδρόμου (βλ. παραπάνω, σ. 127 κ.έ.) χρησιμοποιώντας στατιστικές μεθόδους παραγοντικής ἀνάλυσης. Ἡ ταξινόμηση αὐτή βασίστηκε σέ ὀρισμένα μορφολογικά χαρακτηριστικά τους. Ἡ ἀνάλυση τοῦ πίνακα τῶν χαρακτηριστικῶν αὐτῶν μέ διαφορετικές μεθόδους ἐπιβεβαιώνει τή σταθερότητα τῶν ὁμαδοποιήσεων πού προτείνονται καί ἐπιτρέπει τόν προσδιορισμό τῶν χαρακτηριστικῶν, στά ὅποια κατά κύριο λόγο ὀφείλονται οἱ διαφοροποιήσεις μεταξύ τῶν ὁμάδων. Ἔτσι ἀποδεικνύεται ὅτι μία ἀποτελεσματική ταξινόμηση τῶν εἰκόνων μπορεῖ νά βασιστεῖ σέ περιορισμένο ἀριθμό χαρακτηριστικῶν.

1. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑΣ

Γιά τήν πραγματοποίηση τῆς μελέτης αὐτῆς χρησιμοποιήθηκαν μέθοδοι τῆς παραγοντικῆς ἀνάλυσης (analyse factorielle). Ἡ παραγοντική ἀνάλυση μαζί μέ τίς τεχνικές τῆς «αὐτόματης ταξινόμησης» (classification automatique) ἀποτελοῦν ἕνα σύνολο μεθόδων, πού στή γλώσσα τῆς στατιστικῆς εἶναι γνωστές μέ τήν ὀνομασία «ἀνάλυση δεδομένων» (analyse des données) (Benzécri, 1971) ἢ καί «πολυδιάστατη στατιστική ἀνάλυση» (analyse statistique multidimensionnelle).

Οἱ μέθοδοι αὐτές, πού χρησιμοποιοῦνται κυρίως γιά τήν ἐπεξεργασία μεγάλων συνόλων ἀριθμητικῶν δεδομένων καί ἐφαρμόζονται χάρη στή χρήση τῶν ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν, ἔχουν σκοπό τήν ἀνίχνευση τῆς πληροφορίας πού κρύβεται στά πολυπληθῆ αὐτά δεδομένα. Αὐτό ἐπιτυγχάνεται μέ τή δημιουργία νέων γεωμετρικῶν ἢ καί ἀριθμητικῶν συνθετικῶν καί εὐκόλα κατανοητῶν παραστάσεων τῆς ἀρχικῆς πληροφορίας (Blackith-Reyment, 1971).

Οἱ τρεῖς μέθοδοι τῆς παραγοντικῆς ἀνάλυσης πού χρησιμοποιήθηκαν ἐδῶ εἶναι ἡ «παραγοντική ἀνάλυση τῶν ἀντιστοιχιῶν» (analyse factorielle des correspondances), ἡ «ἀνάλυση ἑνός πίνακα ἀποστάσεων» (analyse d'un

* Οἱ παραγοντικές ἀναλύσεις τῆς ἐργασίας αὐτῆς πραγματοποιήθηκαν μέ τό μικροῦπολογιστή τοῦ Ἑθνικοῦ Ἀστεροσκοπεῖου Ἀθηνῶν.

tableau des distances) και ή «διακριτική ανάλυση» (analyse discriminante). Και οί τρεΐς βασίζονται στό λεγόμενο «γεωμετρικό μοντέλο», όπου τό σύνολο τών παρατηρήσεων (ή μετρήσεων) πού πραγματοποιήθηκαν άποτελεί ένα νέφος σημείων σε ένα χώρο πολλών διαστάσεων. Κάθε παρατήρηση είναι ένα σημείο σε ένα χώρο τόσων διαστάσεων όσες είναι οί μεταβλητές πού μετρήθηκαν.

Ή «παραγοντική ανάλυση τών αντίστοιχιών» είναι μία μέθοδος πού επιτρέπει τήν περιγραφή μεγάλων πινάκων δεδομένων διαφόρων τύπων. Ήπειδή δέ διακρίνει τίς παρατηρήσεις από τίς μεταβλητές δρᾶ συμμετρικά ως πρός τίς γραμμές και τίς στήλες του πίνακα και δίνει ἔτσι τή δυνατότητα τής ταυτόχρονης μελέτης τους (Dialétis - Meimaris, 1979). Αυτό επιτυγχάνεται μέ τήν εισαγωγή μιᾶς ειδικῆς απόστασης χ^2 στό χώρο τών μετρήσεων.

Ή «άνάλυση ενός πίνακα άποστάσεων» είναι μία μέθοδος πού βασίζεται πάλι στό γεωμετρικό μοντέλο και άποτελεί μία παραλλαγή τής γενικότερης μεθόδου τής «άνάλυσης σε κύριες συνιστώσες» (analyse en composantes principales), μέ αντικειμενικό σκοπό τήν ανάλυση πινάκων μιᾶς ειδικῆς μορφῆς όπου ή κάθε παρατήρηση συνδέεται μέ τίς άλλες μέ μία «άπόσταση» μέ τήν τυπολογική έννοια του ὄρου. Όσο πίο πολύ μοιάζουν δύο παρατηρήσεις, τόσο μικρότερη θά είναι αυτή ή άπόσταση μεταξύ τους. Σκοπός τής μεθόδου είναι ή αναπαράσταση τών παρατηρήσεων σε ένα σύστημα άξόνων μέ τέτοιο τρόπο, ὥστε νά διατηροῦνται κατά τόν καλύτερο δυνατό τρόπο οί αρχικές άποστάσεις.

Τέλος, ή «διακριτική ανάλυση» είναι πάλι μία γεωμετρική μέθοδος πού χρησιμοποιεΐται κυρίως σε προβλήματα ταξινόμησης και σε προβλήματα λήψης αποφάσεων. Μελετᾶ τή σχέση πού υπάρχει μεταξύ μιᾶς ποιοτικῆς μεταβλητῆς και πολλών ποσοτικῶν μεταβλητῶν. Οί τιμές τής ποιοτικῆς μεταβλητῆς άποτελοῦν τό κριτήριο ταξινόμησης. Σκοπός τής μεθόδου είναι νά προσδιορίσει τήν ποιότητα τής ταξινόμησης πού πραγματοποιεΐται μέ τή βοήθεια τής ποιοτικῆς μεταβλητῆς καθώς και νά έντοπίσει ποιές από τίς ποσοτικές μεταβλητές δημιουργοῦν αυτή τήν ταξινόμηση.

2. Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ό αρχικός πίνακας μέ τά χαρακτηριστικά τών παραστάσεων ἔχει 34 γραμμές (μία γιά κάθε παράσταση) και 30 στήλες (μία γιά κάθε μορφολογικό χαρακτηριστικό). Περιέχει λοιπόν 1020 στοιχεία. (Λεπτομερειακή περιγραφή του βλ. παραπάνω, σ. 138, Πίν. Ι). Πρόκειται γιά έναν πίνακα δυαδικῆς μορφῆς, δηλαδή πίνακα πού ἔχει ὡς στοιχεία μόνο τούς ἀριθμούς 1 (γιά τήν παρουσία κάποιου χαρακτηριστικοῦ) και 0 (γιά τήν άπουσία του).

Ήν παραστήσουμε τό σύνολο τών 34 παραστάσεων μέ I και τά στοι-

χεῖα του (παραστάσεις) με i ($i=1, 2, \dots, 34$), καθώς και τό σύνολο τῶν 30 χαρακτηριστικῶν με J καί τά στοιχεῖα του (χαρακτηριστικά) με j ($j=1, 2, \dots, 30$), τότε κάθε στοιχείο τοῦ ἀρχικοῦ πίνακα X πού βρίσκεται στήν τομή τῆς γραμμῆς i καί τῆς στήλης j συμβολίζεται με $x_{i,j}$ ($i=1, 2, \dots, 34$ καί $j=1, 2, \dots, 30$). Ἐτσι γιά παράδειγμα ἄν $x_{5,6}=1$ αὐτό σημαίνει ὅτι στήν πέμπτη παράσταση ἐμφανίζεται τό ἔκτο μορφολογικό χαρακτηριστικό. Ἐνῶ ἄν $x_{21,3}=0$ αὐτό σημαίνει ὅτι στήν εἰκοστή πρώτη παράσταση δέν ἐμφανίζεται τό τρίτο μορφολογικό χαρακτηριστικό.

3. ΟΙ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ

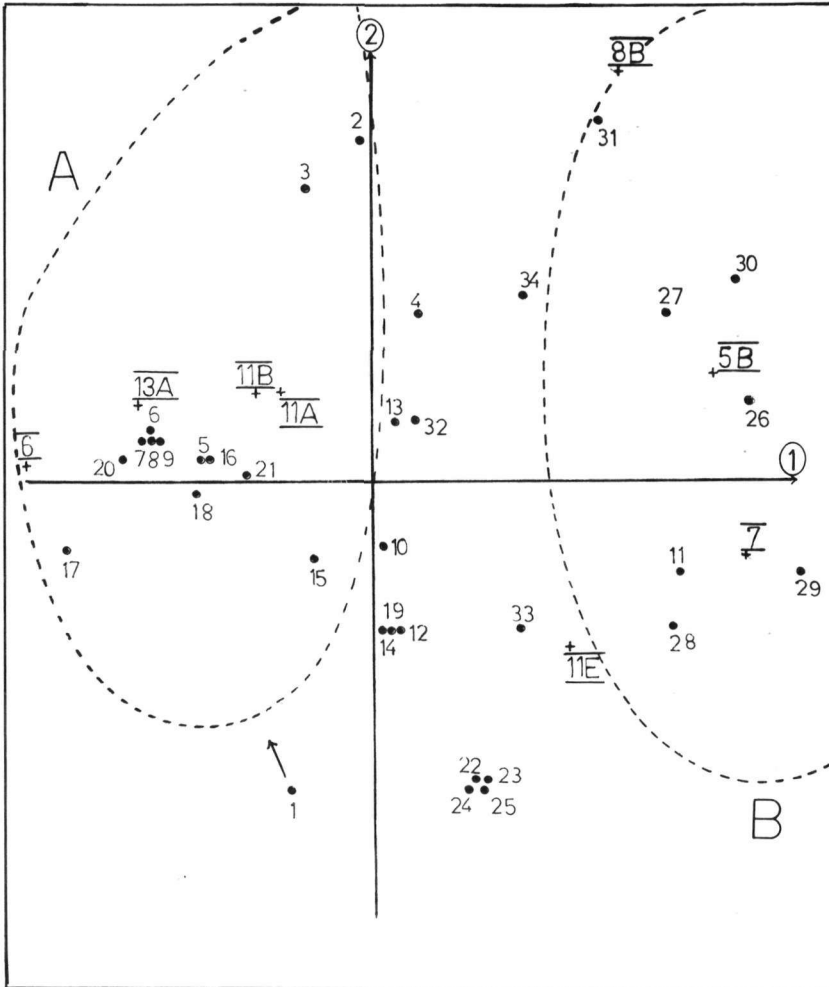
3.1. Παραγοντική Ἀνάλυση τῶν Ἀντιστοιχιῶν (Π.Α.Α.)

Διαδοχικές ἀναλύσεις τοῦ ἀρχικοῦ πίνακα X με τήν Π.Α.Α. ἐπέτρεψαν τόν προσδιορισμό ὀκτώ χαρακτηριστικῶν, τά ὁποῖα παίζουν τόν ἀποφασιστικό ρόλο στίς διαφοροποιήσεις τῶν παραστάσεων στό σύνολο I καί στή δημιουργία ὁμάδων ἀπό αὐτές· δηλαδή τά ὀκτώ αὐτά μορφολογικά χαρακτηριστικά ἐπαρκοῦν γιά τήν ἀναπαράσταση τῶν ὁμαδοποιήσεων πού δημιουργοῦνται ἄν ληφθοῦν ὑπόψη καί τά 30 χαρακτηριστικά. Τά ὀκτώ αὐτά χαρακτηριστικά εἶναι τά παρακάτω:

- 1) Ἡ ὑπαρξη «μικρότερης θερααινίδας με ριπίδιο» στήν παράσταση (χαρακτηριστικό θ).
- 2) Μιά δευτερεύουσα σκηνή πού παριστάνει τόν «Ἀσπασμό» στήν παράσταση (χαρακτηριστικό $I3A$).
- 3) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιά στή σύνθεση, τό ἕνα τύπου α' » (χαρακτηριστικό $I1A$).
- 4) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιά στή σύνθεση, τό ἕνα τύπου β' » (χαρακτηριστικό $I1B$).
- 5) Ἡ ὑπαρξη «λίχνου καί βρέφους στό πλάι (χαρακτηριστικό $8B$).
- 6) «Δύο κτίρια ἀριστερά καί δεξιά στή σύνθεση, ἄλλου τύπου» (χαρακτηριστικό $I1E$).
- 7) Τό χαρακτηριστικό «ἄλλη κοπέλα» (7).
- 8) Τό χαρακτηριστικό «δύο κοπέλες» ($5B$).

Ἡ τελική Π.Α.Α. γίνεται σέ ἕνα νέο πίνακα X' πού προέρχεται ἀπό τόν ἀρχικό X ἄν παραληφθοῦν ὅλα τά χαρακτηριστικά (στήλες) ἔκτός ἀπό τά 8 προηγούμενα. Πρόκειται λοιπόν γιά ἕναν πίνακα με 34 γραμμές καί 8 στήλες, πού σύμφωνα με αὐτά πού εἶπαμε παραπάνω περιέχει τήν ἴδια σχεδόν πληροφορία με τόν ἀρχικό X (δηλαδή τά 1020 στοιχεῖα τοῦ X «ἀντικαταστάθηκαν» ἀπό τά 272 τοῦ X').

Στήν Εἰκ. 1 παρουσιάζεται ἡ γεωμετρική παράσταση τῆς σύγχρονης



Εικ. 1. Προβολή στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις και τα 8 μορφολογικά χαρακτηριστικά (Παραγοντική Ανάλυση Αντιστοιχιών).

προβολής στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν τόσο στις 34 παραστάσεις όσο και στα 8 χαρακτηριστικά. Η παράσταση αυτή είναι η καλύτερη δυνατή «άποψη» που μπορεί να έχουμε για την πολυδιάστατη πραγματικότητα των στοιχείων του πίνακα X' σε ένα χώρο διαστάσεως 2 (επίπεδο).

Διακρίνουμε δύο κύριες ομάδες παραστάσεων A και B, κατανεμημένες

κυρίως κατά μήκος του άξονα 1. Ή Α περιλαμβάνει τις παραστάσεις 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 15, 16, 17, 18, 20 και 21. Πρόκειται για παραστάσεις που προέρχονται από κοινό πρότυπο (N. Χατζηδάκη, 1983) και ή ομαδοποίησή τους χαρακτηρίζεται κύρια από τις μεταβλητές 6 και 13Α και από τις 11B και 11Α. Σ' αυτή την ομάδα κατατάσσεται και ή εικόνα άρ. 1 που, λόγω ειδικών χαρακτηριστικών, απομακρύνεται στη διεύθυνση του δεύτερου παραγοντικού άξονα, πράγμα που είχε παρατηρηθεί και σε όλες τις προηγούμενες αναλύσεις, στις οποίες και είχε ληφθεί υπόψη τό σύνολο των 30 χαρακτηριστικών. Στο δεξιό άκρο του άξονα 1 παρατηρούμε μία άλλη ομαδοποίηση (B). Πρόκειται κυρίως για τοιχογραφίες του 'Αγίου Όρους, άρ. κατ. 26, 27, 28, 29, 30 καθώς και για την εικόνα άρ. κατ. 11. Ή ομαδοποίησή τους χαρακτηρίζεται κύρια από τις μεταβλητές 5B, 7 και 11E.

Μεταξύ των ομάδων Α και Β κατανέμονται οί άρ. κατ. 4, 10, 12, 13, 14, 22, 23, 24, 25, 33, 34 που έμφανίζουν χαρακτηριστικά και των δύο ομάδων συγχρόνως. Είηαι αξιοσημείωτο ότι οί παραστάσεις άρ. κατ. 22, 23, 24, 25, που άνήκουν στον ίδιο ζωγράφο, προβάλλονται στό ίδιο σχεδόν σημείο.

3.2. 'Ανάλυση ενός Πίνακα 'Αποστάσεων (Α.Π.Α.)

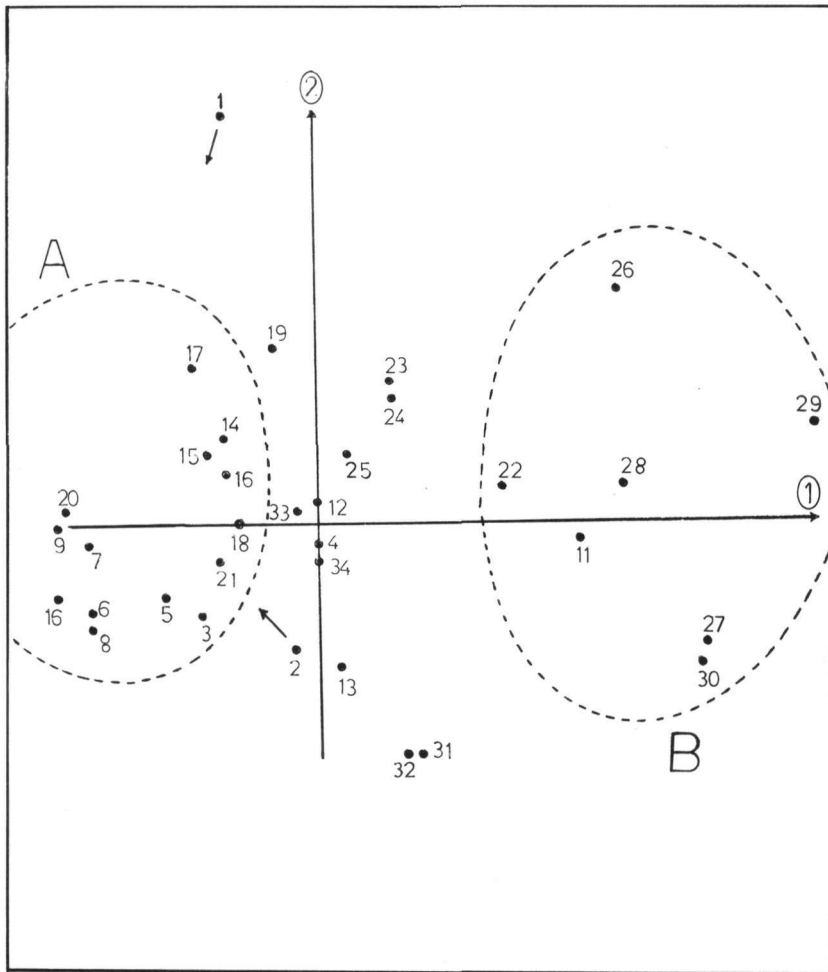
3.2.α. 'Αποστάσεις μεταξύ των παραστάσεων

'Από τόν αρχικό πίνακα Χ δημιουργήσαμε ένα νέο πίνακα D (34×34) που θά τόν λέμε πίνακα απόστασεων γιατί τά στοιχεία του αποτελούν ένα είδος απόστασης μεταξύ των εικόνων μέ τήν τοπολογική έννοια του όρου. Δηλαδή για κάθε δυνατό ζευγάρι εικόνων i και i', όρίζουμε σάν απόσταση τους τό:

$$d(i, i') = \sum_{j=1}^{30} |x_{i,j} - x_{i',j}|$$

'Ισχύει βέβαια ότι $d(i, i') = 0$ εφόσον $x_{i,j} = x_{i',j}$ για κάθε $j=1, 2, \dots, 30$. Δηλαδή μόνο δύο παραστάσεις που έχουν ίδια όλα τους τά χαρακτηριστικά έχουν απόσταση ίση πρός τό μηδέν.

Μέ βάση έναν τέτοιο όρισμό απόστασης, δύο παραστάσεις θά «μοιάζουν» περισσότερο όσο μικρότερη είναι ή απόστασή τους. Ο πίνακας D είναι συμμετρικός ως πρός τή διαγώνιό του γιατί βέβαια είναι: $d(i, i') = d(i', i)$ για κάθε $i, i'=1, 2, \dots, 34$. Κάθε στοιχείο τής διαγωνίου θά είναι μηδέν γιατί $d(i, i) = 0$ σάν απόσταση τής παράστασης i μέ τόν έαυτό της. Έκτός από τό ότι ο πίνακας των απόστασεων D προσφέρει αυτός καθαυτός ουσιαστική πληροφορία για τις ομαδοποιήσεις των εικόνων, ή παραγοντική ανάλυσή του επιβεβαιώνει τις ομαδοποιήσεις που προέκυψαν από τήν Π.Α.Α.



Είκ. 2. Προβολή στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) των σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις (Ανάλυση ενός Πίνακα Ἀποστάσεων).

Στήν Είκ. 2 παρουσιάζεται ἡ γεωμετρική παράσταση τῆς προβολῆς στο πρώτο παραγοντικό επίπεδο (άξονες 1 και 2) τῶν σημείων που αντιστοιχούν στις 34 παραστάσεις. Διακρίνονται βέβαια πάλι οἱ ἴδιες ομάδες.

3.2.β. Ἀποστάσεις μεταξύ τῶν μορφολογικῶν χαρακτηριστικῶν

Κατά τόν ἴδιο τρόπο καί μέ τόν ἴδιο τύπο ἀπόστασης δημιουργήσαμε ἀπό τόν ἀρχικό πίνακα Χ ἕναν πίνακα ἀποστάσεων Δ' (30×30), μεταξύ τῶν

30 μορφολογικών χαρακτηριστικών αυτή τή φορά. Δύο χαρακτηριστικά έχουν απόσταση μηδέν αν όλες οι παραστάσεις έχουν τήν ίδια κατανομή εμφανίσεων και απουσιών των χαρακτηριστικών αυτών. Η ανάλυση του πίνακα αυτού υποδεικνύει ως ξεχωριστή ομάδα χαρακτηριστικών τά οκτώ ήδη γνωστά μας χαρακτηριστικά.

3.3. Διακριτική 'Ανάλυση (Δ.Α.)

Τέλος, εφαρμόζοντας επανειλημμένα τή μέθοδο τής διακριτικής ανάλυσης στον πίνακα Χ' (34×8) και κατανέμοντας κάθε φορά τις παραστάσεις με τυχαίο τρόπο σε τρεις διαφορετικές ομάδες αποδείξαμε για μιά ακόμη φορά ότι τό ποσοστό των παραστάσεων που ανήκουν στή σωστή ομάδα (μέ βάση τή διάκριση που επιφέρουν οι 8 διακριτικές μεταβλητές) μεγιστοποιείται όταν οι παραστάσεις ανήκουν στίς ομάδες που υπέδειξε ή Π.Α.Α. και ή Α.Π.Α.

Δ. ΔΙΑΔΕΤΗΣ
 'Αστρονομικό 'Ινστιτούτο Ε.Α.Α.
 Μ. ΜΕΪΜΑΡΗΣ
 'Αγροτική Τράπεζα τής 'Ελλάδος

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ - ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

- Benzécri, 1971: J.-P. Benzécri, L'analyse des données. Tome I: La taxinomie; Tome II: L'analyse des correspondances, Dunod, Paris.
- Blackith - Reyment, 1971: R. E. Blackith - R. A. Reyment, Multivariate morphometrics. Academic Press, London-New York.
- Dialétis - Meïmaris, 1979: D. Dialetis - M. Meïmaris, Elaboration d'un modèle de segmentation, Cahiers de l'Analyse des Données IV, 4. Dunod, Paris.
- Ν. Χατζηδάκη, 1983, Γέννηση Παναγίας - Γέννηση Προδρόμου. Παραλλαγές και αποκρυστάλλωση ενός θέματος στην κρητική εικονογραφία του 15ου-16ου αιώνα, ΔΧΑΕ, περ. Δ', τ. ΙΑ' (1982-1983), σ. 127-178.

R É S U M É

ÉVALUATION D'UNE TAXINOMIE DE L'ICONOGRAPHIE
BYZANTINE D'APRÈS QUELQUES CARACTÉRISTIQUES
FORMELS. TRAITEMENT DES DONNÉES RELATIVES
AUX 34 REPRÉSENTATIONS

Cette étude porte sur la possibilité de l'utilisation des méthodes de l'analyse des données pour la taxinomie de 34 représentations étudiées par Th. Chatzidakis dans l'article, d'origine et de datation différente, d'après un nombre restreint de caractéristiques formels. Le tableau principal des données comportait 34 lignes et 30 colonnes qui correspondent respectivement aux 34 représentations et aux 30 caractéristiques choisis pour la description de chacune (Th. Chatzidakis, sch. I). Pour l'étude de ce tableau nous avons utilisé l'analyse factorielle des correspondances (Fig. 1). Les regroupements obtenus correspondent aux variantes d'un modèle iconographique commun. Pour tester ces regroupements nous avons créé un tableau des distances qui calcule le degré de similitude entre les différentes représentations (Fig. 2). L'analyse de ce tableau met au point les mêmes regroupements. En plus nous avons montré qu'un nombre restreint de huit caractéristiques suffit pour l'évaluation de cette taxinomie. La valeur discriminante de ces huit caractéristiques (traits 6, 13A, 11A, 11B, 8B, 11E, 7, 5B) a été confirmée par la méthode de l'analyse discriminante.

D. DIALÉTIS - M. ΜΕΪΜΑΡΗΣ