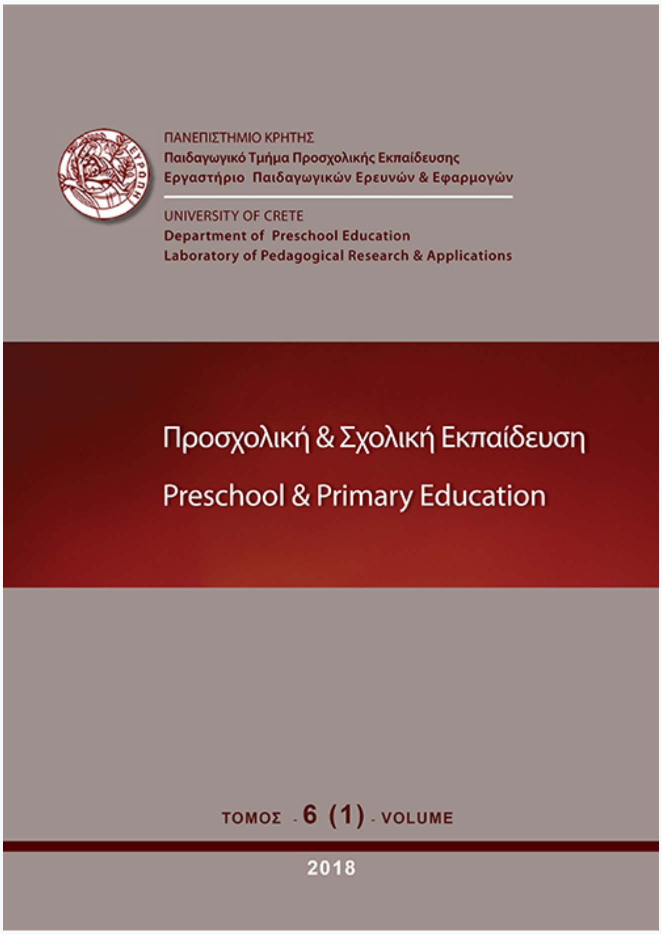
Preschool and Primary Education

Τόμ. 6, Αρ. 1 (2018)

Early view



Η Επίδραση της Γνωστικής Ανάπτυξης στη Συνεργατική Επίλυση Προβλήματος με τη χρήση του γρίφου Sudoku σε Μαθητές Στ΄ Δημοτικού

Maria Eleftheriou, Nikoletta Christodoulou

doi: [10.12681/ppej.14109](https://doi.org/10.12681/ppej.14109)

Προσχολική & Σχολική Εκπαίδευση,
2018, Τόμος 6, Τεύχος 1, σσ. 35-72,
e-ISSN: 2241-7206

doi: http://dx.doi.org/10.12681/ppej.14109

Σχέσεις της γνωστικής ανάπτυξης μαθητών/τριών Στ΄ τάξης δημοτικού σχολείου με διαδικασίες ομαδοσυνεργατικής επίλυσης αριθμητικού γρίφου Sudoku

Μαρία Ελευθερίου
Πανεπιστήμιο Frederick

Νικολέττα Χριστοδούλου
Πανεπιστήμιο Frederick

Περίληψη. Η παρούσα έρευνα μελετά τη σχέση που έχει η γνωστική ανάπτυξη στην επίλυση προβλημάτων σε δυάδες ή ατομικά, σε μαθητές Στ΄ τάξης δημοτικού σχολείου με τη χρήση του αριθμητικού γρίφου Sudoku. Στόχος της μικτής αυτής έρευνας ήταν να διαφανεί αν οι μαθητές έχουν καλύτερα αποτελέσματα κατά την επίλυση του αριθμητικού γρίφου Sudoku όταν τοποθετηθούν σε ομοιογενείς ή ανομοιογενείς ομάδες. Συγκεκριμένα, τα ερωτήματα της έρευνας ήταν: α), ποιος τύπος δυάδας (ομοιογενής ή ανομοιογενής) είναι αποτελεσματικότερος; β) όταν τα άτομα εργάζονται ατομικά, ποιος τύπος γνωστικής ανάπτυξης επιφέρει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα στην επίλυση του Sudoku; και γ) ποιος ήταν ο βαθμός συνεργασίας των δυάδων; Τα δύο πρώτα ερωτήματα απαντήθηκαν ποσοτικά, ενώ το τρίτο απαντήθηκε ποιοτικά. Στην έρευνα συμμετείχαν 220 μαθητές από 13 διαφορετικές τμήματα της Στ΄τάξης δημοτικών σχολείων και συμπλήρωσαν το εργαλείο γνωστικής ανάπτυξης Group Assessment of Logical Thinking (GALT) που κατασκευάστηκε από τους Roadrangka, Yeany και Padilla (1983). Στη συνέχεια, 60 μαθητές επέλυσαν τον γρίφο Sudoku ατομικά και άλλοι 160 μαθητές τον έλυσαν σε δυάδες. Ένα από τα κύρια ευρήματα της έρευνας ήταν η μη ανάπτυξη συνεργασίας ανάμεσα στις δυάδες, με αποτέλεσμα οι επιδόσεις στην ατομική ικανότητα επίλυσης προβλήματος να μη διαφέρουν μεταξύ των ατόμων που εργάστηκαν ατομικά και των ατόμων που εργάστηκαν μέσα σε δυάδα στα αντίστοιχα επίπεδα γνωστικής ανάπτυξης.

Λέξεις κλειδιά: Ομαδοσυνεργατική επίλυση προβλήματος, γνωστική ανάπτυξη, αριθμητικός γρίφος Sudoku

Summary. Collaborative learning is a subject that has occupied many researchers throughout the world. Many researchers have maintained that when students of all school stages, from kindergarten to higher education work in teams, this leads to high performance (Johnson, Skon, & Johnson, 1980), but also has a positive impact emotionally and psychologically (Schmitz & Winskel, 2008). However,

Υπεύθυνος επικοινωνίας: *Μαρία, Ελευθερίου*, Παραδεισίου 5, 4103, Άγιος Αθανάσιος, Λεμεσός, Κύπρος, e-mail: m_eleftheriou@hotmail.com

Ηλεκτρονικός εκδότης: *Εθνικό Κέντρο Τεκμηρίωσης, Εθνικό Ίδρυμα Ερευνών*
URL: http://ejournals.epublishing.ekt.gr/index.php/education

there have been studies claiming that teamwork does not actually result in any substantive improvement in students' efficiency (Samuelsson, 2010), or that only some students gain from this method of learning (Sears & Reagin, 2013). The present study explores how cognitive development relates to problem solving in pairs or individually, in students of the sixth grade in school using the numerical puzzle Sudoku. More specifically, the study explored four different types of pairs of two, according to the level of cognitive development (high – high, high – low, average – average and low – low) and three different types of units (high, average, low), all taken from sixth graders of a public elementary school. Additionally, the research studied whether solving Sudoku was more effective in pairs rather than individually. The sample of this research included thirteen sixth grade classes from a public elementary school in a city in Cyprus. The city was intentionally selected to facilitate the research. Two hundred twenty students completed the tool of cognitive development Group Assessment of Logical Thinking (GALT). Then, 60 students individually solved the Sudoku puzzle, while 160 students solved the puzzle in pairs. The results of the qualitative study showed that there were differences between the four types of pairs in terms of how they collaborated. Although students showed interest or even enthusiasm in solving the Sudoku puzzle, the majority of them did not work together so as to improve their performance. The results of the quantitative study confirmed that students failed to cooperate. The performance of the Individual Problem Solving Ability was not different among the four types of pairs. The majority of high-level cognitive development pairs started to solve the puzzle competitively. However, in the process they worked together to solve the puzzle correctly. They also behaved in an intensely self-centred way. In non-homogeneous pairs, low-performing students had a passive role in the group. Additionally, it seemed that the level of cooperation was related to high performance. The research demonstrated that students had difficulty in developing combinational thinking. This was the reason they could not solve the puzzle. Pairs did not cooperate, despite the fact that they had clear guidelines to do that. This finding should be a concern for teachers and the educational system of Cyprus, in general. The role of the teacher should be supportive in helping students overcome their difficulties, considering the theory of Vygotsky (2012) on systematic facilitating, development, and the Zone of Proximal Development.

Keywords: Collaborative learning, problem solving, arithmetic puzzle Sudoku, cognitive development

Εισαγωγή

Τα οφέλη της συνεργατικής μάθησης έχουν υπογραμμιστεί από πολλούς ερευνητές. Συγκεκριμένα, πολλοί ερευνητές υποστήριξαν ότι η ενασχόληση των μαθητών όλων των σχολικών βαθμίδων, από το νηπιαγωγείο ως την τριτοβάθμια εκπαίδευση, σε ομάδες επιφέρει υψηλές σχολικές επιδόσεις (Law, Chung, Leung, & Wong, 2017), καθώς επίσης και θετικά αποτελέσματα σε συναισθηματικούς και ψυχολογικούς παράγοντες (Schmitz & Winskel, 2008). Από την άλλη μεριά, όμως, σύμφωνα με ευρήματα σύγχρονων ερευνών, η ομαδική εργασία δεν επιφέρει κανένα ουσιαστικό όφελος στους μαθητές (Samuelsson, 2010), ή, ακόμα, μόνο μια μερίδα μαθητών επωφελείται από αυτή τη μορφήμάθησης (Sears & Reagin, 2013).

Ο κύριος σκοπός της παρούσας έρευνας ήταν να μελετήσει τη σχέση που έχει η γνωστική ανάπτυξη στην επίλυση του αριθμητικού γρίφου Sudoku σε δυάδες ή ατομικά σε μαθητές της Στ΄ τάξης του δημοτικού σχολείου. Συγκεκριμένα, μελετήθηκαν και συγκρίθηκαν τέσσερα διαφορετικά είδη δυάδων σύμφωνα με το στάδιο γνωστικής ανάπτυξης: υψηλό – υψηλό, υψηλό – χαμηλό, μέτριο – μέτριο και χαμηλό – χαμηλό στάδιο γνωστικής ανάπτυξης και τρία διαφορετικά είδη μονάδων: υψηλό, μέτριο και χαμηλό στάδιο γνωστικής ανάπτυξης. Ειδικότερα, δημιουργήθηκαν δυάδες τεσσάρων ειδών, όπου η πρώτη αποτελείτο από έναν μαθητή ή μία μαθήτρια ψηλής γνωστικής ανάπτυξης και έναν μαθητή ή μία μαθήτρια χαμηλής γνωστικής ανάπτυξης, η δεύτερη από δύο μαθήτριες ή μαθητές ψηλής γνωστικής ανάπτυξης, η τρίτη από δύο μαθήτριες ή μαθητές μέτριας γνωστικής ανάπτυξης και η τέταρτη από δύο μαθήτριες ή μαθητές χαμηλής γνωστικής ανάπτυξης. Για λόγους συντομίας, πιο κάτω τα άτομα που εργάστηκαν σε δυάδες ονομάστηκαν «δυάδες», οπότε σχηματίστηκαν δυάδες με υψηλό – υψηλό (Υ,Υ), υψηλό – χαμηλό (Υ,Χ), μέτριο – μέτριο (Μ,Μ) και χαμηλό – χαμηλό (Χ,Χ) στάδιο γνωστικής ανάπτυξης, όπως παρουσιάζεται στον Πίνακα 1. Στους περιορισμούς της έρευνας αναφέρονται οι λόγοι που δε χρησιμοποιήθηκαν όλοι οι πιθανοί συνδυασμένοι ανομοιογενών δυάδων, αυτές με μέτριο – υψηλό και χαμηλό – μέτριο.

Πίνακας 1 Συνδυασμός δυάδων

	ΥΨΗΛΟ	**ΜΕΤΡΙΟ**	**ΧΑΜΗΛΟ**
ΥΨΗΛΟ	(Υ,Υ)	-	(Υ,Χ)
ΜΕΤΡΙΟ	-	(Μ,Μ)	-
ΧΑΜΗΛΟ	-	-	(Χ,Χ)

Επίσης, τα άτομα εργάστηκαν ατομικά και υπήρχαν άτομα τριών διαφορετικών σταδίων γνωστικής ανάπτυξης και συγκεκριμένα άτομα με υψηλή, μέτρια και χαμηλή γνωστική ανάπτυξη. Για λόγους συντομίας, πιο κάτω τα άτομα που εργάστηκαν ατομικά ονομάστηκαν «μονάδες», οπότε σχηματίστηκαν μονάδες ψηλού, μέτριου και χαμηλού σταδίου γνωστικής ανάπτυξης.

Η πληθώρα των ερευνών γύρω από τη συνεργατική μάθηση χρησιμοποιεί διάφορα ερευνητικά εργαλεία και μεθοδολογίες, και αποδίδει την επιτυχία ή μη της συνεργασίας κυρίως στα χαρακτηριστικά των ατόμων, όπως είναι το φύλο (Tudge, 1989) και η γνωστική ικανότητα (Schmitz & Winskel, 2008), ο αριθμός των ατόμων στην ομάδα (Wiley & Jensen, 2006) και η φύση των προβλημάτων που χρησιμοποιούνται (Psycharis, 2008). Ωστόσο, αυτές οι μεταβλητές, όπως είναι, για παράδειγμα, το μέγεθος και η σύνθεση της ομάδας, η φύση του προβλήματος και τα μέσα επικοινωνίας, αλληλοεπιδρούν με τέτοιο τρόπο που είναι σχεδόν αδύνατο να διαπιστωθεί αιτιώδης σχέση μεταξύ των χαρακτηριστικών, όπως το μέγεθος και η σύνθεση της ομάδας, η φύση του προβλήματος, τα μέσα επικοινωνίας και των επιδράσεων, θετικών ή αρνητικών, της συνεργασίας (Dillenbourg, Baker, Blave, & O'Malley, 1995).

Η παρούσα έρευνα συνεισφέρει στην ερευνητική προσπάθεια μελέτης της συνεργατικής επίλυσης προβλήματος με στόχο τη βελτίωση των μαθησιακών αποτελεσμάτων. Εξετάζει και προτείνει έναν διαφορετικό τρόπο σύνθεσης των ομάδων, έτσι ώστε να μειωθεί το γνωστικό φορτίο που προκαλείται πολλές φορές κατά την επίλυση προβλημάτων. Επίσης, ενθαρρύνει τους εκπαιδευτικούς της πρωτοβάθμιας, κυρίως, εκπαίδευσης να συγκροτούν με τέτοιο τρόπο τις ομάδες, ώστε να επιτυγχάνονται οι στόχοι των αναλυτικών προγραμμάτων και οι δικοί τους στόχοι για υψηλά μαθησιακά αποτελέσματα. Τέλος, η παρούσα έρευνα τονίζει την ανάγκη ενδοϋπηρεσιακής εκπαίδευσης των εκπαιδευτικών, ώστε να μάθουν να διευκολύνουν τους μαθητές/τριες να συνεργάζονται με επιτυχία.

Ακολούθως, θα συζητηθούν οι ορισμοί συνεργατική μάθηση, πρόβλημα και επίλυση προβλήματος και ποιος ορισμός επιλέγεται σε αυτή την έρευνα, καθώς και ο αριθμητικός γρίφος Sudoku και η σχέση του με την έννοια του προβλήματος. Επίσης, γίνεται αναφορά των δύο θεωριών, σε αυτή του Piaget και σε εκείνη του Vygotsky για τα στάδια γνωστικής ανάπτυξης και τη ζώνη επικείμενης ανάπτυξης αντίστοιχα, οι οποίες θα βοηθήσουν στην κατανόηση της επιτυχημένης συνεργατικής επίλυσης προβλήματος.

Συνεργατική Μάθηση

Η έρευνα για τη συνεργατική μάθηση είναι μία από τις μεγαλύτερες επιτυχίες στην ιστορία της εκπαιδευτικής έρευνας (Slavin, 1996). Σύμφωνα με τον Dillenbourg (1999), η συνεργασία είναι ένα «κοινωνικό συμβόλαιο» που έμμεσα υποδηλώνει ότι οι μαθητές που συνεργάζονται συνεισφέρουν στην επίλυση ενός προβλήματος. Κατά τους Morell, Buxeda, Orengo και Sánchez (2001), συνεργατική μάθηση είναι η δραστηριότητα κατά την οποία οι μαθητές εργάζονται σε σταθερές ομάδες, σε δομημένες μαθησιακές δραστηριότητες για την επίτευξη ενός κοινού στόχου, έχοντας αλληλεξάρτηση και στηρίζοντας ο ένας τον άλλο, για να επιτύχουν τον σκοπό αυτό. Προσθέτοντας, ο Cohen (1994) αναφέρει ότι συνεργατική μάθηση είναι η μάθηση που επιτυγχάνεται όταν μαθητές εργάζονται μαζί σε μια ομάδα αρκετά μικρή, ώστε το κάθε άτομο να μπορεί να συμμετέχει σε ένα συλλογικό έργο που τους έχει ανατεθεί.

Βραχυπρόθεσμα, η συνεργατική μάθηση, κατά τους Janssen, Kirschner, Erkens, Kirschner και Paas (2010), θα οδηγήσει τα μέλη της ομάδας να προσπαθούν να επιλύσουν ένα πρόβλημα μαζί, μακροπρόθεσμα, όμως, είναι πολύ σημαντικό τα μέλη να μάθουν κάτι από την κοινή προσπάθεια. Ο Mumford (2010) αναφέρει ότι οι ομάδες χρησιμοποιούνται συνήθως ως παιδαγωγική μέθοδος για την ενίσχυση της μάθησης των μαθητών και την ανάπτυξη των δεξιοτήτων μιας ομαδικής εργασίας, όπως η ηγεσία, η επικοινωνία και η επίλυση προβλημάτων.

Σύμφωνα με τον Panitz (1999), η συνεργατική μάθηση (cooperative learning) ορίζεται ως ένα σύνολο διεργασιών που βοηθούν τα άτομα να αλληλεπιδράσουν, ώστε να επιτευχθεί ένας στόχος ή να αναπτύξουν ένα τελικό προϊόν, το οποίο έχει συγκεκριμένο περιεχόμενο. Η μάθηση αυτή είναι καθοδηγούμενη και ελέγχεται στενά από τον δάσκαλο για σκοπούς έντονης και άμεσης διδασκαλίας (Cohen, 1994), είναι δηλαδή δασκαλοκεντρική, σε αντίθεση με την ομαδοσυνεργατική μάθηση (collaborative learning) η οποία είναι περισσότερο μαθητοκεντρική (Panitz, 1999).

Αντίθετα, σύμφωνα με τη Χιονίδου-Μοσκοφόγλου (2000), κατά την ομαδο-συνεργατική μάθηση δύο ως πέντε άτομα, τα οποία έχει προκαθορίσει ο εκπαιδευτικός, εργάζονται μαζί, συμμετέχοντας στην επίλυση κοινών θεμάτων χωρίς να επεμβαίνει ο εκπαιδευτικός. Η ομαδοσυνεργατική μάθηση είναι, δηλαδή, μια συντονισμένη δραστηριότητα, αποτέλεσμα συνεχούς προσπάθειας για οικοδόμηση και διατήρηση κοινής αντίληψης για το πρόβλημα (McInnerney & Roberts, 2004). Στην παρούσα έρευνα έχει υιοθετηθεί η ομαδοσυνεργατική μάθηση για τον έλεγχο της συνεργατικής επίλυσης προβλήματος.

Πρόβλημα – Επίλυση προβλήματος

Ως πρόβλημα ορίζεται μια κατάσταση κατά την οποία ένα άτομο επιδιώκει έναν σκοπό, ο οποίος επιτυγχάνεται δύσκολα λόγω της παρεμβολής διαφόρων εμποδίων (Πόρποδας, 1999). Ως ενδεικτικά παραδείγματα προβλημάτων μπορούν να θεωρηθούν η απάντηση σε μια ερώτηση, η λύση ενός αριθμητικού προβλήματος, η τοποθέτηση ενός αντικειμένου στη σωστή θέση ή, ακόμα, και η ανάγνωση ενός βιβλίου. Για να επιτευχθεί η επίλυση του προβλήματος απαιτείται η λειτουργία μιας σειράς γνωστικών λειτουργιών.

Ο Polya (1998) ήταν ο πρώτος που ασχολήθηκε συστηματικά με τις τεχνικές επίλυσης προβλημάτων και αναγνωρίζει ότι η επίλυση προβλημάτων είναι μια πολύπλοκη δραστηριότητα που απαιτεί πολλή σκέψη, γνώση και διαλεκτική συζήτηση. Συγκεκριμένα, τα βασικά στάδια που προτείνει για την επίλυση του προβλήματος είναι: Κατανόηση προβλήματος, Επινόηση ενός σχεδίου, Εκτέλεση του σχεδίου και Κοιτάζοντας προς τα πίσω (Polya, 1998).

Οι Qin, Johnson και Johnson (1995), ορίζουν την επίλυση προβλήματος ως μια γνωστική διαδικασία που περιλαμβάνει τον σχηματισμό μιας αρχικής αναπαράστασης του προβλήματος (δηλαδή η εξωτερική αναπαράσταση του προβλήματος κωδικοποιείται σε μια εσωτερική αναπαράσταση), τον δυναμικό σχεδιασμό ενεργειών (δηλαδή τις στρατηγικές και τις διαδικασίες επίλυσης και την εκτέλεση του προβλήματος) και τον έλεγχο των αποτελεσμάτων.

Η επίλυση προβλήματος, δηλαδή, βασίζεται στην παρουσίαση ανοιχτών και ενδεικτικών καταστάσεων που απαιτούν από τους μαθητές να δράσουν ενεργά και να προσπαθήσουν να βρουν τις δικές τους απαντήσεις και, κατ' επέκταση, τη δική τους γνώση. Η επίλυση προβλήματος είναι μια διαδικασία κατά την οποία τα εξωτερικά στοιχεία, δηλαδή τα προβλήματα που πρέπει να λυθούν, είναι αλληλένδετα με τα στοιχεία που υπάρχουν ήδη, όπως είναι η μνήμη, οι απλοί και πολύπλοκοι κανόνες κ.λπ.. Αυτά τα στοιχεία ονομάζονται διανοητικές δεξιότητες, οι οποίες λαμβάνουν από αυτή την αλληλεπίδραση την κατάλληλη λύση για το πρόβλημα, και με τον τρόπο αυτό αλλάζει η διανοητική ικανότητα του ατόμου, αφού μόλις λυθεί το πρόβλημα, το άτομο αποκτά υψηλότερο διανοητικό επίπεδο (Serrano, Cantú, & Vila, 2003).

Η επίλυση προβλήματος, σύμφωνα με τους Serrano κ.ά. (2003), περιλαμβάνεται ανάμεσα στις νοητικές δεξιότητες και συγκεκριμένα, είναι μια από τις ανώτερες και πιο περίπλοκες δεξιότητες του ανθρώπου. Η επίλυση προβλήματος δεν περιλαμβάνει μόνο ανώτερες νοητικές διαδικασίες, αλλά και απλούστερες διαδικασίες, όπως είναι η μνήμη, η προσοχή, η αναπαράσταση και η κατανόηση. Σε αυτά συμφωνούν και οι Cai και Lester (2005), οι οποίοι αναφέρουν ότι η επίλυση προβλήματος είναι μια δραστηριότητα κατά την οποία το άτομο συμμετέχει σε μια ποικιλία γνωστικών δράσεων, που κάθε μια από αυτές τις δράσεις απαιτεί γνώσεις και δεξιότητες, αλλά και δράσεις που δεν εμφανίζονται στην καθημερινότητα ως ρουτίνα.

Ο αριθμητικός γρίφος Sudoku

Το Sudoku είναι ένας γρίφος που εφευρέθηκε στην Ελβετία τον 18ο αιώνα, αλλά αναπτύχθηκε και διαδόθηκε από την Ιαπωνία τις τελευταίες δεκαετίες, απ' όπου προήλθε και το όνομά του, που σημαίνει «Τοποθέτηση αριθμών» (Jain & Shakher, 2014). Η ομορφιά του Sudoku είναι διττή και έγκειται στο ότι δε χρειάζεται να γνωρίζει κανείς κάποια συγκεκριμένη γλώσσα ή να έχει κάποια ιδιαίτερη γνώση για να το λύσει. Στόχος είναι να συμπληρωθούν όλα τα κελιά σε ένα πίνακα 9 x 9, ώστε κάθε στήλη, κάθε σειρά και κάθε κελί 3 x 3 να περιέχουν όλα τα ψηφία από το 1 μέχρι το 9 (Nestler, Echtler, Dippon, & Klinker, 2008). Μερικά κελιά είναι ήδη συμπληρωμένα, ώστε να υπάρχει μόνο μία δυνατή λύση, που προκύπτει με τη λογική και τον αποκλεισμό, χωρίς καμιά ανάγκη για εικασίες.

Το Sudoku φαίνεται ότι είναι ένας πολύ δημοφιλής γρίφος, διότι μπορεί να προκαλέσει το ενδιαφέρον και έχει πολύ απλούς κανόνες (Mantere & Koljonen, 2007· Santos-García & Palomino, 2007). Οι οδηγίες που συνοδεύουν το Sudoku, σύμφωνα με τους Santos-García και Palomino (2007) και τον Hayes (2006), καθησυχάζουν τους λύτες που δυσκολεύονται με τα μαθηματικά, γιατί αναφέρουν ότι δε χρειάζονται μαθηματικά για να λυθεί ο γρίφος, δηλαδή, δε χρειάζεται αριθμητική. Για την ακρίβεια, τα σύμβολα στα κελιά δεν είναι απαραίτητο να είναι αριθμοί, αλλά μπορούν να είναι γράμματα, χρώματα ή ακόμα και φρούτα. Αντίθετα, όμως, ο Holden (2005) επισημαίνει ότι η επίλυση του αριθμητικού γρίφου χρειάζεται λογική, κριτική και αναλυτική σκέψη, όλα όσα χρειάζεται κάποιος για να επιλύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα, αλλά επίσης και ο ίδιος ο γρίφος μπορεί να αναπτύξει αυτές τις δεξιότητες.

Με βάση την έρευνα των Sun Wang και Chan (2011), το Sudoku μπορεί να ενθαρρύνει την ανάπτυξη στρατηγικών επίλυσης προβλήματος, όταν αυτό λύνεται με βοήθεια. Η έρευνα περιλάμβανε μαθητές Στ΄ τάξης δημοτικού σχολείου, στους οποίους ζητήθηκε να λύσουν ατομικά αριθμητικούς γρίφους Sudoku με την υποβοήθηση του «Sudoku Professor» (2008), ενός προγράμματος ηλεκτρονικού υπολογιστή. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι με την υποβοήθηση αυξήθηκαν τα αποτελέσματα της επίλυσης και μειώθηκε η απογοήτευση που ένιωθαν οι μαθητές από τα επαναλαμβανόμενα λάθη. Αντίθετα, οι μαθητές της ομάδας ελέγχου που δεν είχαν υποβοήθηση δεν ανέπτυξαν στρατηγικές επίλυσης προβλήματος, δηλαδή δεν κατασκεύασαν ένα σχέδιο δράσης για να επιλύσουν τον αριθμητικό γρίφο, το οποίο θα προερχόταν από τη διανοητική τους προσπάθεια να λύσουν τον γρίφο αυτό. Συγκεκριμένα, οι μαθητές δεν κατάφεραν να ενσωματώσουν τις γνώσεις που απέκτησαν από την αλληλεπίδραση με το παιχνίδι ούτε χρησιμοποίησαν κριτική σκέψη κατά την επίλυση του Sudoku (Sun κ.ά., 2011). Στην παρούσα έρευνα οι μαθητές που εργάστηκαν σε δυάδες είχαν ως υποβοήθηση ο ένας τον άλλο, ώστε να βελτιώσουν τα αποτελέσματα της επίλυσης του αριθμητικού γρίφου, όπως επίσης ελέγχθηκε κατά πόσο οι μαθητές που εργάζονται μόνοι τους έχουν χαμηλότερη επίδοση στην επίλυσή του.

Με την πρώτη ματιά το Sudoku φαίνεται να είναι ένα παιχνίδι αποκλειστικά για έναν μόνο παίκτη. Στην πραγματικότητα, όμως, αυτό δεν είναι αλήθεια γιατί υπάρχουν διευρυμένες δυνατότητες για συνεργατική επίλυσή του. Ο γρίφος μπορεί να λυθεί συλλογικά αναθέτοντας έναν ή περισσότερους αριθμούς σε κάθε παίκτη, κυρίως λόγω της έμμεσης εξάρτησης των αριθμών από το 1 ως το 9. Αυτή η υποδιαίρεση του συνόλου του αριθμητικού γρίφου διευκολύνει τη συνεργατική επίλυση χρησιμοποιώντας μέχρι και εννέα παίκτες (Nestler κ.ά., 2008).

Τα μειονεκτήματα που παρουσιάζονται στο Sudoku είναι παρόμοια με αυτά άλλων γρίφων. Η επίλυση ενός αριθμητικού γρίφου μπορεί να είναι μια επίπονη διαδικασία που αρχικά χρειάζεται τεράστια υπομονή και το μυαλό πρέπει να είναι εκπαιδευμένο και πειθαρχημένο ώστε να σκέφτεται από διάφορες οπτικές γωνίες (Vaishnav, 2015).

Επιλέγηκε, λοιπόν, ο συγκεκριμένος γρίφος, γιατί το Sudoku είναι ένας γρίφος ο οποίος αποτελεί ένα πρόβλημα καθαρής λογικής ευρέως διαδεδομένο στον κόσμο. Το Sudoku, δηλαδή, μπορεί να αναπτύξει ικανότητες λογικής σκέψης, δεν απαιτεί πολύπλοκες δεξιότητες, αλλά απαιτεί ικανότητες αιτιολόγησης (Baek κ.ά., 2008· Sun κ.ά., 2011). Επιπλέον, σύμφωνα με τους Sun κ.ά. (2011), τα περισσότερα άτομα, και κυρίως οι αρχάριοι (στους οποίους αναφέρεται η παρούσα έρευνα), συμπληρώνοντας τον γρίφο χωρίς να παραβιάζουν τους κανόνες του, έχουν τη δυνατότητα ανάπτυξης δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων. Επίσης, δεν χρειάζεται να γνωρίζει κανείς κάποια συγκεκριμένη γλώσσα ή να έχει κάποια ιδιαίτερη γνώση για να το λύσει, φτάνει να γνωρίζει τους κανόνες. Τέλος, ο εν λόγω γρίφος παρέχει διευρυμένες δυνατότητες για συνεργατική επίλυση, όπως αναφέρουν οι Nestler κ.ά. (2008), γι΄ αυτό και επιλέχθηκε στη συγκεκριμένη έρευνα.

Το Sudoku έχει χρησιμοποιηθεί σε διάφορες περιπτώσεις ως παράδειγμα επίλυσης προβλήματος. Θεωρείται ως ένα αντιπροσωπευτικό παράδειγμα, αφού στην έννοια του προβλήματος συγκαταλέγονται και οι γρίφοι, δηλαδή η τοποθέτηση ενός αντικειμένου στη σωστή θέση (Πόρποδας, 1999). Πιθανόν, λοιπόν, μια καλή συνεργασία, που θα επιφέρει τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα στην επίλυση του Sudoku, θα είναι αντιπροσωπευτική συνεργασιών επίλυσης άλλων μορφών προβλήματος. Σύμφωνα με τους Sun κ.ά. (2011), οι παίκτες πρέπει να χρησιμοποιήσουν μια διαφορετική προσέγγιση σκέψης για τον εντοπισμό πιθανών λύσεων, καθώς και μια προσέγγιση συγκλίνουσας σκέψης για να επιλέξουν τον σωστό αριθμό. Γι΄ αυτό και ο Holden (2005) πιστεύει ότι το Sudoku πρέπει να εισαχθεί στις αίθουσες διδασκαλίας.

Γνωστική Ανάπτυξη

Η γνωστική ανάπτυξη είναι πολύ σημαντική γιατί αφορά τον τρόπο που δομείται η γνώση στα άτομα. Σύμφωνα με τον Piaget (1985), η γνώση οικοδομείται μέσα από αλληλεπιδράσεις μεταξύ των γνωστικών σχημάτων ενός ατόμου και τις εμπειρίες του από το περιβάλλον. Η γνώση είναι δραστηριότητα, επομένως το άτομο μαθαίνει όχι μόνο καθώς αλληλεπιδρά με τα αντικείμενα του φυσικού κόσμου καθαυτά, όταν, για παράδειγμα, το παιδί παρατηρεί το περιβάλλον, αλλά και από τις συντονισμένες πράξεις του πάνω σε αυτά, όταν, για παράδειγμα, επιλύει προβλήματα, προκειμένου να κατανοήσει τον κόσμο. Ο όρος γνωστική ανάπτυξη, σύμφωνα με τον Ι. Παρασκευόπουλο (1985), αναφέρεται στις μεταβολές που συμβαίνουν στις γνωστικές ικανότητες (οικοδόμηση γνώσης των προσώπων, των πραγμάτων και του κόσμου) με την πάροδο της ηλικίας.

Σε αντίθεση με τη «συντηρητική» προσέγγιση του Piaget, οι νεοπιαζετιανοί ερευνητές υιοθέτησαν μια πιο ριζοσπαστική προσέγγιση. Τα παιδιά είναι νεαροί επιστήμονες, όπως τους αναφέρει μεταφορικά ο Piaget (Case, 1987), αλλά ταυτόχρονα είναι μια πολλαπλή πηγή ενέργειας, η οποία αυξάνει την ενέργειά της με την πάροδο του χρόνου (Pascual-Leone & Goodman, 1979). Όσο αυτή η ενέργεια αυξάνεται τόσο τα παιδιά μπορούν να δομήσουν πιο σύνθετες απαντήσεις σε όποιο πρόβλημα τους δοθεί (Pascual-Leone, 1970).

Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης

Η Ζώνη Επικείμενης Ανάπτυξης είναι πολύ χρήσιμη στην αποτελεσματικότητα της μάθησης (Stone, 1993). Κατά τον Vygotsky (2012), η ζώνη επικείμενης ανάπτυξης είναι η περιοχή μεταξύ του πραγματικού επιπέδου στο οποίο βρίσκεται μαθησιακά ο μαθητής και του επιπέδου στο οποίο είναι δυνατόν να φτάσει. Ο μαθητής φτάνει σε αυτό το επίπεδο με την επίλυση προβλήματος με τη διευκόλυνση ενός ενήλικα και με τη συνεργασία ικανότερων συνομηλίκων. Η συστηματική σκαλωσιά μάθησης (scaffolding) είναι αυτή που διευκολύνει τον μαθητή να οικοδομήσει γνώσεις που εμπίπτουν στη ζώνη επικείμενης ανάπτυξης. Όμως, παρατηρείται ασυμμετρία στη συνεργασία, αφού οι ικανότεροι θα βοηθούν τους λιγότερο ικανούς (Fernández, Wegerif, Mercer και Rojas-Drummond, 2002).

Στην παρούσα έρευνα, το ενδιαφέρον κινείται στη συστηματική διευκόλυνση, αλλά ελαφρά διαφοροποιημένη. Συγκεκριμένα, η εστίαση βρίσκεται στη συνεργασία όχι μόνο με ικανότερους συνομήλικες, αλλά και με άτομα της ίδιας γνωστικής ικανότητας. Η διαφοροποίηση αυτή μπορεί να επιφέρει σημαντικά αποτελέσματα, όπως έδειξε η έρευνα των Fernández κ.ά. (2002). Αντίθετα, οι έρευνες των Larson, Dansereau, Goetz και Young (1985), των Larson κ.ά. (1984) και της Azmitia (1988) έδειξαν ότι οι ανομοιογενείς ομάδες είχαν στατιστικά καλύτερες επιδόσεις από τις ομοιογενείς ομάδες.

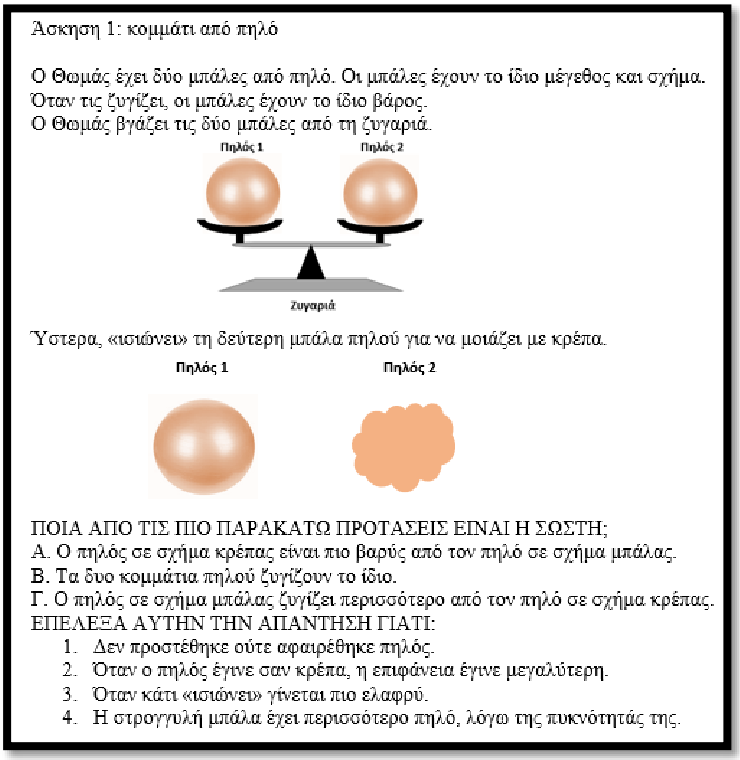
Μεθοδολογία

Τον πληθυσμό και το δείγμα της παρούσας έρευνας αποτελούν οι μαθητές Στ΄ τάξης δημόσιων δημοτικών σχολείων μιας επαρχίας της Κύπρου. Το δείγμα της έρευνας περιλαμβάνει 13 τμήματα Στ΄ τάξης δημοτικών σχολείων, συνολικά 256 μαθητές. Τόσο τα τμήματα όσο και η πόλη επιλέγηκαν σκόπιμα για λόγους διευκόλυνσης της έρευνας. Συγκεκριμένα, επιλέγηκαν πέντε σχολεία, τρία αστικά, ένα ημιαστικό και ένα της υπαίθρου. Οι δάσκαλοι των τμημάτων δεν είχαν καμία ανάμειξη κατά τη χορήγηση των εργαλείων.

Group Assessment of Logical Thinking GALT

Το στάδιο γνωστικής ανάπτυξης των μαθητών μετρήθηκε με το Group Assessment of Logical Thinking (GALT), που κατασκευάστηκε από τους Roadrangka κ.ά. (1983). Το GALT μετρά έξι σημεία λογικής σκέψης που περιλαμβάνουν τέσσερις ερωτήσεις για κατανόηση της διατήρησης της μάζας (βλ. εικόνα 1), δύο ερωτήσεις για συσχέτιση συλλογισμού, έξι ερωτήσεις για αναλογικό συλλογισμό, τέσσερις ερωτήσεις για έλεγχο μεταβλητών, δύο ερωτήσεις για πιθανολογικό συλλογισμό και τρεις ερωτήσεις για συνδυαστικό συλλογισμό.

Οι Roadrangka κ.ά. (1983) πρότειναν τη δημιουργία ενός συντομότερου δοκιμίου επιλέγοντας δύο ασκήσεις από την κάθε υποκλίμακα. Η πρότασή τους, η οποία χρησιμοποιήθηκε σ' αυτή την έρευνα, περιλαμβάνει 12 ασκήσεις από τις έξι υποκλίμακες. Οι ερωτήσεις 1 – 2 αναφέρονται στην κατανόηση της διατήρησης της μάζας, οι ερωτήσεις 3 – 4 στη συσχέτιση συλλογισμού, οι ερωτήσεις 5 – 6 στον αναλογικό συλλογισμό, οι ερωτήσεις 7 – 8 στον έλεγχο μεταβλητών, οι ερωτήσεις 9 – 10 στον πιθανολογικό συλλογισμό και οι ερωτήσεις 11 – 12 στον συνδυαστικό συλλογισμό (Βλ. Παράρτημα Ι). Οι απαντήσεις στο GALT, εκτός από τις ασκήσεις συνδυασμού, θεωρούνται σωστές, εάν τόσο η απάντηση όσο και η αιτιολόγηση είναι σωστές. Στις ασκήσεις συνδυασμού οι μαθητές/τριες πρέπει να δείξουν τους σωστούς συνδυασμούς χωρίς να κάνουν περισσότερα από δύο λάθη ή παραλείψεις. Για να θεωρηθούν ότι βρίσκονται στο στάδιο συγκεκριμένων λειτουργιών πρέπει να βαθμολογηθούν από 0 – 4. Για το μεταβατικό στάδιο πρέπει να βαθμολογηθούν από 5 – 7 και για το στάδιο της λογικής σκέψης πρέπει να από 8 – 12 (Roadrangka κ.ά., 1983).



Εικόνα 1 Ερώτηση GALT για Κατανόησης της Διατήρησης της Μάζας

Το εργαλείο χρησιμοποιεί απαντήσεις πολλαπλής επιλογής, ακόμα και για τις απαντήσεις αιτιολόγησης, καθώς και πραγματικές εικόνες σε κάθε ένα από τα σημεία που μετρά. Είναι κατάλληλο για μαθητές ηλικίας Στ' τάξης δημοτικού σχολείου και άνω, και μπορεί να συμπληρωθεί από τους μαθητές σε μια μόνο διδακτική περίοδο. Επίσης, έχει επαρκή εγκυρότητα και αξιοπιστία για να διακρίνει τους μαθητές στα στάδια συγκεκριμένων λειτουργιών, μεταβατικό και λογικής σκέψης.

Το GALT είναι γραμμένο στην αγγλική γλώσσα, οπότε μεταφράστηκε στα Ελληνικά για να μπορεί να δοθεί σε ελληνόγλωσσους μαθητές στην Κύπρο. Μεταφράζοντας από τα Αγγλικά στα Ελληνικά λήφθηκαν υπόψη οι πολιτισμικές διαφορές των δύο χωρών και το εργαλείο προσαρμόστηκε ανάλογα. Συγκεκριμένα, το αγγλικό ερωτηματολόγιο δεν μεταφράστηκε επακριβώς στα Ελληνικά, αλλά, κατά την μετάφραση, έγινε και προσαρμογή του στην ελληνοκυπριακή κουλτούρα. Για παράδειγμα, χρησιμοποιήθηκαν ελληνικά ονόματα ατόμων αντί να γίνει πιστή μετάφρασή τους από τα Αγγλικά. Επίσης, σε ερώτηση που αναφέρει καταστήματα, επιλέγηκαν κατηγορίες καταστημάτων που να είναι γνώριμες στους Κύπριους μαθητές.

Το εν λόγω εργαλείο δεν είχε προσαρμοστεί στην ελληνική γλώσσα προηγουμένως, γι' αυτό ζητήθηκε η γνώμη ενός ειδικού στην προσαρμογή εργαλείων. Ο ειδικός διόρθωσε αλλοιώσεις που τυχόν έγιναν κατά τη μετάφραση και έτσι διασφαλίστηκε σε μεγάλο βαθμό η φαινομενική εγκυρότητα. Επιπλέον, η τελική προσαρμογή δόθηκε σε έναν δίγλωσσο εκπαιδευτικό (ελληνικής και αγγλικής γλώσσας) για να αποδώσει τη μετάφραση στα Αγγλικά, ώστε να διαπιστωθεί αν συμφωνεί η μετάφραση της ερευνήτριας με το πρωτότυπο εργαλείο.

Επιπλέον, η εγκυρότητα του εργαλείου βασίζεται στο ότι προηγούμενοι ερευνητές βρήκαν συσχέτιση ανάμεσα στα αποτελέσματα του εργαλείου GALT και των συνεντεύξεων των Inhelder και Piaget (1975) (όπως αναφέρεται στους Roadrangka κ.ά., 1983), όσον αφορά στη γνωστική ανάπτυξη των μαθητών (Roadrangka κ.ά., 1983). Σχετικά με την αξιοπιστία του εργαλείου, αυτή αξιολογήθηκε με βάση τον δείκτη Cronbach's alpha, η τιμή του οποίου ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητική.

Sudoku

Ο γρίφος που επιλέγηκε είναι ένας πίνακας 6 x 6 (βλ. σχήμα 1), με έξι κελιά των 3 x 2 μικρότερων κελιών, τα οποία πρέπει να περιέχουν όλα τα ψηφία από το 1 μέχρι το 6. Ο αριθμητικός γρίφος που χρησιμοποιήθηκε στην έρευνα είχε συμπληρωμένα 12 κελιά, που είναι κατάλληλος αριθμός για παιδιά ηλικίας από 10 ετών, όπως αναφέρουν οι Sun κ.ά. (2011).

5					1
	1			5	
		4	3		
		2	5		
	6			4	
2					5

Σχήμα 1 Αριθμητικός Γρίφος Sudoku

Πιλοτική έρευνα

Έγινε πιλοτική έρευνα του GALTt σε ένα τμήμα Στ΄ τάξης δημοτικού σχολείου με ίδια χαρακτηριστικά με το υπόλοιπο δείγμα, το οποίο εξαιρέθηκε από την κύρια έρευνα. Αφού ελέγχθηκε η λοξότητα και η κύρτωση των ερωτήσεων, φάνηκε ότι η ερώτηση 11 είχε πολύ υψηλή λοξότητα και κύρτωση, και συγκεκριμένα -4,472 και 20,000 αντίστοιχα, και γι' αυτό η ερώτηση 11 αφαιρέθηκε από το GALT της κύριας έρευνας. Φαίνεται ότι η εν λόγω ερώτηση ήταν πολύ εύκολη, γιατί μόνο το 5% (1 άτομο) την απάντησε λάθος. Επίσης, ελέγχθηκαν οι συχνότητες των απαντήσεων και φάνηκε ότι έστω και ένας μαθητής επέλεξε μία από τις επιλογές των απαντήσεων. Τέλος, έγινε έλεγχος αξιοπιστίας του εργαλείου με Cronbach's a=.631 που θεωρείται ικανοποιητικός για το μη αντιπροσωπευτικό δείγμα των συμμετεχόντων της πιλοτικής έρευνας.

Μετά τη χορήγηση του GALT, οι μαθητές χωρίστηκαν σε χαμηλό, μέτριο και υψηλό επίπεδο γνωστικής ανάπτυξης. Για τον σκοπό της πιλοτικής έρευνας επιλέγηκαν: τρεις μαθητές (ένας από κάθε επίπεδο) και δημιουργήθηκαν τέσσερις δυάδες [(Χ,Χ), (Μ,Μ), (Υ,Υ) και (Χ,Υ)]. Χορηγήθηκε σε κάθε άτομο ή σε κάθε δυάδα χωριστά ο αριθμητικός γρίφος Sudoku έχοντας στη διάθεσή τους όσο χρόνο χρειάζονταν, ενώ μπορούσαν να κάνουν ερωτήσεις αν δεν είχαν καταλάβει τις οδηγίες. Μετά το τέλος της συμπλήρωσης όλων των Sudoku, φάνηκε ότι οι μαθητές δεν είχαν καμία απορία στις οδηγίες του αριθμητικού γρίφου (δες Παράρτημα ΙΙ) και ότι δε χρειάστηκαν πέρα των 20 λεπτών για να το επιλύσουν.

Οι μαγνητοσκοπημένες συνεντεύξεις Sudoku απομαγνητοσκοπήθηκαν, ώστε να αναπτυχθούν ρήτρες για τη δημιουργία κλείδας παρατήρησης που χρησιμοποιήθηκε στην κύρια έρευνα. Οι ρήτρες που εξήχθησαν ήταν: σωστή επιλογή αριθμού, διόρθωση λάθους (δικού του/της ή του/της συμμαθητή/συμμαθήτριάς του/της), αιτιολόγηση αριθμού και κατανόηση προβλήματος (βλ. Πίνακα 2).

Πίνακας 2 Κλείδα παρατήρησης*

Κατηγορίες	Μαθητής/τρια 1	Μαθητής/τρια 2
	Συχνότητα επιλογής	Συχνότητα επιλογής
Σωστή επιλογή αριθμού		
Διόρθωση λάθους (δικού του/της ή του/της συμμαθητή/συμμαθήτριάς του/της)		
Αιτιολόγηση αριθμού και κατανόηση προβλήματος		
Συνεργασία στην επιλογή αριθμού		
Παρατηρήσεις:		

**Σημείωση*: Η κλείδα παρατήρησης είναι αυτή που χρησιμοποιήθηκε για τις δυάδες. Για τα άτομα που εργάστηκαν ατομικά απουσίαζε η στήλη «Μαθητής/τρια 2» και η κατηγορία «Συνεργασία στην επιλογή αριθμού».

Τα επίπεδα των ρητρών προέκυψαν με βάση τα κενά κελιά του Sudoku. Τα κενά κελιά ήταν 24, οπότε για κάθε άτομο της δυάδας αναλογούσαν 12 αριθμοί, ενώ η κάθε μονάδα είχε και τους 24 αριθμούς που διαιρούνται διά δύο για να αντιστοιχούν με αυτά των δυάδων. Πιο κάτω εξηγείται πώς προέκυψαν τα επίπεδα των ρητρών βάσει της σωστής επιλογής αριθμού, της διόρθωσης λάθους, της κατανόησης προβλήματος και αιτιολόγησης αριθμού και της συνεργασίας στην επιλογή αριθμού.

Σωστή Επιλογή Αριθμού. Η πρώτη ρήτρα αφορούσε στη σωστή επιλογή του αριθμού στον γρίφο. Στο πρώτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που δεν επέλεξαν κανένα σωστό αριθμό. Στο δεύτερο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που επέλεξαν λιγότερους από τους μισούς σωστούς αριθμούς (1 – 5 από τους 12 αριθμούς). Στο τρίτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που επέλεξαν αρκετούς σωστούς αριθμούς (6 – 8 από τους 12). Στο τέταρτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που επέλεξαν σχεδόν όλους τους σωστούς αριθμούς (9 – 11 από τους 12). Στο πέμπτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που επέλεξαν όλους τους σωστούς αριθμούς.

Διόρθωση Λάθους (δικού του/της ή του συμμαθητή/της συμμαθήτριάς του/της). Η δεύτερη ρήτρα αφορούσε τη διόρθωση λάθους είτε δικού του/της είτε του συμμαθητή/της συμμαθήτριάς του/της, στην περίπτωση των δυάδων, τοποθετώντας τελικά τον σωστό αριθμό. Στο πρώτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που δεν έκαναν καμία διόρθωση. Στο δεύτερο επίπεδο, τοποθετήθηκαν οι μαθητές που έκαναν λιγότερες από τις μισές διορθώσεις (π.χ. 1 – 3 διορθώσεις). Στο τρίτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που έκαναν αρκετές διορθώσεις (π.χ. 6 – 8 διορθώσεις). Στο τέταρτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που έκαναν τις περισσότερες διορθώσεις (π.χ. 9 – 11 διορθώσεις). Στο πέμπτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που έκαναν όλες τις διορθώσεις. Εννοείται ότι αν υπήρχαν ελάχιστες διορθώσεις να γίνουν ή δεν υπήρχαν καθόλου κατατάσσονταν στο τέταρτο ή πέμπτο επίπεδο αντίστοιχα.

Κατανόηση Προβλήματος και Αιτιολόγηση Αριθμού. Η τρίτη ρήτρα αφορούσε την αιτιολόγηση αριθμού και, κατ΄ επέκταση, την κατανόηση του γρίφου. Στο πρώτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που δεν κατανόησαν τον γρίφο, χωρίς να δώσουν αιτιολόγηση σε καμία επιλογή αριθμού. Στο δεύτερο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που κατανόησαν ελάχιστα τον γρίφο (π.χ. 1 – 3 αιτιολογήσεις). Στο τρίτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που αιτιολόγησαν και κατανόησαν μερικώς τον γρίφο (π.χ. 4 – 8 αιτιολογήσεις). Στο τέταρτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που αιτιολόγησαν και κατανόησαν αρκετά τον γρίφο (π.χ. 9 – 11 αιτιολογήσεις). Στο πέμπτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που κατανόησαν και αιτιολόγησαν πλήρως όλους τους αριθμούς που επέλεξαν στον γρίφο.

Συνεργασία στην Επιλογή Αριθμού. Η τέταρτη ρήτρα αφορούσε μόνο τις δυάδες και αναφερόταν στη συνεργασία των μαθητών κατά την επιλογή του αριθμού. Στο πρώτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που δεν συνεργάστηκαν. Στο δεύτερο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που συνεργάστηκαν ελάχιστα, δηλαδή σε έως 3 από τους 12 αριθμούς. Στο τρίτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που είχαν μερική συνεργασία, δηλαδή σε έως 6 από τους 12 αριθμούς. Στο τέταρτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που συνεργάστηκαν αρκετά, δηλαδή σε έως 10 από τους 12 αριθμούς. Στο πέμπτο επίπεδο τοποθετήθηκαν οι μαθητές που είχαν πλήρη συνεργασία σε όλες τις επιλογές αριθμών, δηλαδή σε 11 ως 12 αριθμούς.

Ρήτρες που επιβεβαιώθηκαν με βάση την Ποιοτική Ανάλυση Δυάδων

Στο κύριο μέρος της έρευνας δόθηκε το ερευνητικό εργαλείο γνωστικής ανάπτυξης GALT (μετά από την αφαίρεση της ερώτησης 11) σε 220 μαθητές Στ΄ τάξης δημοτικών σχολείων. Αφού ελέγχθηκε η λοξότητα και η κύρτωση των ερωτήσεων, φάνηκε ότι η ερώτηση 9 είχε υψηλή κύρτωση 6.82, αλλά δεν αφαιρέθηκε από τον υπολογισμό του GALT, γιατί θεωρήθηκε σημαντική για τον διαχωρισμό των μαθητών στα τρία επίπεδα (χαμηλό, μέτριο, υψηλό). Σύμφωνα με τον Kim (2013), για μεγάλα δείγματα, όπως αυτό της παρούσας έρευνας, η αξία της λοξότητας μέχρι την απόλυτη τιμή 7 είναι αποδεκτή για την κανονικότητα της ερώτησης. Τέλος, έγινε έλεγχος αξιοπιστίας του εργαλείου με Cronbach' s a = .75, που σύμφωνα με τον Loewenthal (2001) τιμές άνω του .6 θεωρούνται ικανοποιητικές, κυρίως στις κοινωνικές επιστήμες.

Μετά τη χορήγηση του GALT, οι μαθητές χωρίστηκαν σε χαμηλό, μέτριο και υψηλό επίπεδο γνωστικής ανάπτυξης, όπως δόθηκε ο διαχωρισμός από την κατασκευάστρια του εργαλείου (Βαθμολογία: 1-4 χαμηλό, 5-7 μέτριο, 8-12 υψηλό) (Roadrangka κ.ά, 1983). Για τον σκοπό της κύριας έρευνας επιλέχθηκαν: 60 μαθητές (20 από κάθε επίπεδο) και 160 μαθητές για τη δημιουργία 80 δυάδων (20 χαμηλό – χαμηλό, 20 μέτριο – μέτριο, 20 υψηλό – υψηλό και 20 χαμηλό – υψηλό). Χορηγήθηκε σε κάθε άτομο ή σε κάθε δυάδα χωριστά ο αριθμητικός γρίφος Sudoku παρέχοντας στη διάθεσή τους όσο χρόνο χρειάζονταν (όχι όμως πέρα των 40 πρώτων λεπτών), ενώ δεν επιτρεπόταν να κάνουν ερωτήσεις αν δεν είχαν καταλάβει τις οδηγίες.

Κύρια έρευνα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνας. Αρχικά, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ποιοτικής ανάλυσης των δυάδων όσον αφορά στο βαθμό συνεργασίας τους. Τέλος, ακολουθεί η παρουσίαση των αποτελεσμάτων της ποσοτικής ανάλυσης των μονάδων και των δυάδων που έγινε μέσω της ποσοτικοποίησης του αριθμητικού γρίφου που επέλυσαν οι μαθητές.

Αποτελέσματα

Πρώτη και Δεύτερη Φάση: Κωδικοποίηση και Ομαδοποίηση Δεδομένων. Πιο κάτω παρατίθενται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την ποιοτική ανάλυση των δυάδων. Η κάθε δυάδα αναλύθηκε ξεχωριστά, ώστε να διαφανεί ο βαθμός συνεργασίας των δυάδων. Τα δεδομένα χωρίστηκαν σε δύο μεγάλες κατηγορίες, η μία κατηγορία συνοψίζει τα συνεργατικά «επεισόδια» που εμφανίστηκαν, ενώ η άλλη τα μη συνεργατικά. Κάθε μία από τις δύο κατηγορίες αποτελείται από υποκατηγορίες που εξετάζουν λεπτομερώς το θέμα τους.

Στην πρώτη κατηγορία περιλαμβάνονται οι υποκατηγορίες που αναφέρονται στη συμφωνία των μαθητών/τριών, στη διαφωνία με χρήση επιχειρημάτων, στο ενδιαφέρον που επέδειξαν κατά την επίλυση, στη συνοχή της ομάδας και στη χρήση πληθυντικού αριθμού είτε σε σωστές είτε σε λάθος κινήσεις. Όλα αυτά δημιουργούσαν ένα θετικό κλίμα, ώστε να λυθεί συνεργατικά ο αριθμητικός γρίφος. Αντίθετα, στη δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνονται οι υποκατηγορίες που δείχνουν τη μη συνεργασία, όπως την παθητική αποδοχή αριθμών, τη διαφωνία των μαθητών χωρίς αιτιολόγηση, το αίσθημα κτητικότητας ως προς την επίλυση του αριθμητικού γρίφου, την αγνόηση των απόψεων του συμμαθητή τους και τη χρήση του ενικού αριθμού για τη δική τους σωστή απάντηση και για τη λάθος απάντηση του συμμαθητή τους (Βλ. Πίνακα 3).

Ο βαθμός συνεργασίας, λοιπόν, των ομάδων καθορίστηκε από το πόσα συνεργατικά και μη συνεργατικά «επεισόδια» είχαν. Δηλαδή, αν στο μεγαλύτερο μέρος της επίλυσης του αριθμητικού γρίφου εμφανίστηκαν συνεργατικά «επεισόδια», τότε ο βαθμός συνεργασίας θεωρήθηκε μεγάλος, ενώ, αντίθετα, αν στο μεγαλύτερο μέρος της επίλυσης παρουσιάστηκαν μη συνεργατικά «επεισόδια», τότε ο βαθμός συνεργασίας θεωρήθηκε μικρός.

Πίνακας 3 Κωδικοποίηση Απαντήσεων των Μαθητών

Συνεργατικά «επεισόδια»	**Μη συνεργατικά «επεισόδια»**
Α. Συμφωνία με χρήση κανόνων:	1. Παθητική αποδοχή
• Λεκτικά (περιπτώσεις όπου ομιλούν)	
• Δεικτικά (περιπτώσεις όπου δείχνουν)	
Β. Διαφωνία με επιχειρήματα τους κανόνες	2. Διαφωνία χωρίς αιτιολόγηση
Γ. Ενδιαφέρον στην επίλυση	3. Κτητικότητα
Δ. Συνοχή δυάδας	4. Αγνόηση
• Επανάληψη ίδιων σημείων	• Απάντησης
• Διευκρινίσεις	• Ερώτησης
• Επιβράβευση	
Ε. Χρήση πληθυντικού αριθμού	5. Χρήση ενικού αριθμού

Ποια, λοιπόν, ήταν τα «δυνατά» σημεία της συζήτησης που έχτισαν τη βάση της συνεργατικής επίλυσης του προβλήματος; Φάνηκε ότι οι μαθητές/τριες συμφωνούσαν μεταξύ τους με επιχειρήματα που βασίζονταν στους κανόνες του αριθμητικού γρίφου, είτε αυτοί λέγονταν φωναχτά, είτε δείχνονταν με το μολύβι τους (Βλ. Σημείο Α, Πίνακας 3). Οι μαθητές, δηλαδή, όχι μόνο συνυπολόγιζαν τη γνώμη του άλλου, αλλά την αξιολογούσαν και την επικροτούσαν, κυρίως στις ομοιογενείς ομάδες. Στο παρακάτω επεισόδιο, δηλαδή τη συζήτηση ανάμεσα στα μέλη μιας δυάδας, φαίνεται τόσο η λεκτική όσο και η δεικτική επικοινωνία των μελών μιας δυάδας και η συμφωνία τους, χρησιμοποιώντας τους κανόνες του γρίφου:

Μ1: Να τον βάλουμε εδώ, γιατί σ' αυτή τη σειρά δεν έχει [αριθμό], ούτε σ' αυτή τη στήλη έχει, ούτε στο κουτί έχει.

Μ2: Να τον βάλουμε εδώ, γιατί ούτε εδώ έχει [6], ούτε εδώ, ούτε εδώ [δείχνει με το μολύβι οριζόντια, κάθετα και στο κουτί 2*3].

Μ1: Ναι, να βάλουμε το 4 εδώ, γιατί αν το βάλουμε εδώ έχει [δείχνει το 4 στη στήλη].

Μ2: Βάλε το 5 εδώ και το 1 εδώ, γιατί έχει εδώ… [δείχνει τις σειρές].

Η συζήτηση των μαθητών/τριών, κυρίως στις δυάδες με άτομα ψηλής γνωστικής ανάπτυξης, κάποιες φορές κατέληγε σε διαφωνία (Βλ. Σημείο Β, Πίνακας 3), η οποία δε μειώνει τη συνεργατική προσπάθεια, αλλά, αντίθετα, την ενδυναμώνει. Σύμφωνα με τους Means &Voss (1996), η διαφωνία βοηθά στη δημιουργία μοντέλων που ενθαρρύνουν την εξαγωγή συμπερασμάτων, τη λύση προβλημάτων και τη μάθηση. Συγκεκριμένα, μια δυάδα μαθητριών, που επέλυσε σωστά τον αριθμητικό γρίφο, επαναλάμβανε συχνά τον παρακάτω διάλογο, βάσει του οποίου φαίνεται να υπάρχει διαφωνία χρησιμοποιώντας ως επιχείρημα τους κανόνες επίλυσης του γρίφου:

Μ3: Δεν ξέρουμε που να τα βάλουμε… Να τα βάλουμε εδώ και αν δεν είναι τα σβήνουμε.

Μ4: Όχι περίμενε ένα λεπτό… Ε, που το ξέρεις; Πρέπει να το βάζουμε εκεί που είμαστε σίγουρες.

Επίσης, η διαφωνία με επανάληψη των κανόνων ήταν συχνή (Βλ. Σημείο Γ, Πίνακας 3). Για παράδειγμα, οι ίδιες μαθήτριες του πιο πάνω παραδείγματος, χρησιμοποίησαν την εξής φρασεολογία, κάτι που καταδεικνύει επιμονή και ενδιαφέρον για την επίλυση του γρίφου:

Μ5: Δεν γίνεται έτσι. Αφού έχει 4 εδώ [δείχνει το 4 στο διπλανό κουτί].

Μ6: Βάλε το 2 εδώ.

Μ5: Όχι δεν γίνεται, αφού έχει το 2 εδώ [δείχνει τη σειρά].

Στόχος, λοιπόν, της διαφωνίας είναι η συνεργατική διερεύνηση πιθανών λύσεων και όχι η χειραγώγηση των υπόλοιπων ομιλητών.

Οι μαθητές/τριες έδειχναν ιδιαίτερο ενδιαφέρον στις απόψεις των συμμαθητών/τριών τους ζητώντας διευκρινήσεις, με αποτέλεσμα η συζήτηση να γίνεται πιο εποικοδομητική (Βλ. Σημείο Δ, Πίνακας 3). Επίσης, φάνηκε ότι οι μαθητές/τριες ενδιαφέρονταν για όσα εξέφραζαν οι συμμαθητές/τριες τους, γι' αυτό και προβληματίζονταν, ζητούσαν διευκρινήσεις και προσπαθούσαν να βρουν λύση στις ερωτήσεις που δημιουργούνταν, κυρίως στις ομοιογενείς ομάδες με άτομα χαμηλής και μέτριας γνωστικής ανάπτυξης. Εκφράσεις όπως: *γιατί, για ποιο λόγο, δηλαδή* είναι πολύ συχνές στη συζήτηση. Αποσπάσματα από τρεις συνομιλίες, όπως παρατίθενται πιο κάτω, φανερώνουν ακριβώς το ενδιαφέρον των μαθητών στα λεγόμενα των συμμαθητών τους, στοιχείο που συμβάλλει στο δέσιμο της δυάδας. Στα πιο κάτω επεισόδια διακρίνεται ένας συνδυασμός επανάληψης ίδιων σημείων και διευκρίνισης. Επιπλέον, στο τρίτο επεισόδιο διακρίνεται και μια μορφή επιβράβευσης του ομιλητή προς τον εαυτό του, όπου ο μαθητής Μ11 φαίνεται ότι *«έμαθε το κόλπο»*, οπότε και μπορεί να επιλύσει τον γρίφο *«ξεγελώντας»* τον (*«πρέπει να το βρεις με κόλπο»*, *«να πηγαίνεις με τα στοιχεία»*, *«να το καταλαβαίνεις με τους αριθμούς»*):

Επεισόδιο 1ο:

Μ7: Γιατί το 3 εκεί; Πού κατάλαβες ότι είναι 3;

Μ8: Το βάζω εκε, γιατί δεν έχει στο κουτί.

Επεισόδιο 2ο:

Μ9: Πες μου ξανά, τι εννοείς;

Μ10: Γιατί το 6 εκεί; Γιατί δεν έχει στο κουτί.

Επεισόδιο 3ο:

Μ11: Γιατί εδώ και όχι εδώ;

Μ12: Ε, το ίδιο είναι.

Μ11: Όχι.

Μ12: Γιατί;

Μ11: Πρέπει να το βρεις με κόλπο. Δεν πρέπει να πηγαίνεις με τα στοιχεία. Πρέπει να το καταλαβαίνεις με τους αριθμούς.

Επιπλέον, στην ομαλή συνεργασία βοηθά και η επιβράβευση του ενός ατόμου από το άλλο μετά από μία σωστή επιλογή αριθμού. Αυτό παρατηρήθηκε στις ανομοιογενείς δυάδες με μαθητές/τριες ψηλής γνωστικής ανάπτυξης και μαθητές/τριες με χαμηλή γνωστική ανάπτυξη, αλλά και μεταξύ των ατόμων υψηλής γνωστικής ανάπτυξης. Λέξεις όπως *μπράβο, ωραία* και *σωστά* είναι μερικές από τις επιβραβεύσεις των μαθητών μεταξύ τους. Για παράδειγμα, τα ίδια άτομα του πιο πάνω παραδείγματος, είπαν τα εξής:

Μ11: Εδώ δεν μπορούμε να το βάλουμε, ούτε εδώ…

Μ12: Άρα εδώ.

Μ11: Σωστά!

Το πνεύμα της συνεργασίας φαινόταν έντονα όταν γινόταν χρήση του πληθυντικού αριθμού είτε σε σωστές επιλογές είτε σε λάθος, σε όλες τις ομοιογενείς ομάδες (Βλ. Σημείο Ε, Πίνακας 3). Οι μαθητές/τριες, για παράδειγμα, είπαν:

Μ13: Κάτι κάνουμε λάθος σε όλα τα κουτάκια.

Μ14: Δεν θα κάνουμε πρώτα αυτά τα κουτάκια;

Μ13: Μας έμειναν το 4 και το 2.

Μ14: Να δοκιμάσουμε το 3 εδώ.

Μ13: Το 4 θα μας αφήσει να αποκαλύψουμε άλλους αριθμούς.

Όλα τα παραπάνω, έδρασαν θετικά, ώστε οι μαθητές/τριες να καταλήξουν στην ορθή επίλυση του αριθμητικού γρίφου. Όμως, η ομαδική εργασία των μαθητών/τριών, ορισμένες φορές παρουσίαζε κάποιες αδυναμίες.

Ορισμένες φορές, οι μαθητές αποδέχονταν παθητικά την επιλογή ενός αριθμού είτε επειδή όντως θεωρούσαν ότι ο αριθμός ήταν σωστός είτε επειδή δεν είχαν κάτι άλλο να πουν, χωρίς να υποστηρίζονται με προσπάθεια επίλυσης ή αναφορά στους κανόνες (Βλ. Σημείο 1, Πίνακας 3). Αυτό συνέβαινε είτε στις ομοιογενείς ομάδες χαμηλής γνωστικής ανάπτυξης είτε στις ανομοιογενείς ομάδες υψηλής – χαμηλής γνωστικής ανάπτυξης. Εκφράσεις όπως: *ναι, ναι συμφωνώ, ναι εντάξει* ήταν μερικές από τις παθητικές αποδοχές των μαθητών/τριών. Είπαν για παράδειγμα:

Μ15: Να το βάλω εδώ;

Μ16: Ναι, βάλ' το.

Ακόμα, η παθητική συμφωνία παρατηρήθηκε από την απουσία ομιλίας ή από το γεγονός ότι κάποιοι μαθητές/τριες δεν χρησιμοποίησαν καθόλου το μολύβι τους για να γράψουν μια απάντηση, τις περισσότερες φορές στις ανομοιογενείς ομάδες υψηλής – χαμηλής γνωστικής ανάπτυξης από τα άτομα με χαμηλή γνωστική ανάπτυξη.

Δεν ήταν λίγες οι φορές που οι μαθητές/τριες διαφωνούσαν με τον συμμαθητή τους και συμπλήρωναν κελιά χωρίς να τα αιτιολογούν, στις δυάδες με ψηλή γνωστική ανάπτυξη (Βλ. Σημείο 2, Πίνακας 3). Για παράδειγμα, χρησιμοποίησαν την εξής φρασεολογία:

Μ17: Να βάλουμε τον αριθμό 5 εδώ και το 1 εδώ…

Μ18: Νομίζω εδώ να μπει το 3…

Τέτοιου είδους προτάσεις δυσκόλευαν τη συζήτηση, γιατί δημιουργούσαν απορίες που πολλές φορές έμεναν αναπάντητες ή δινόταν ξανά απάντηση χωρίς αιτιολόγηση. Αυτή η περίπτωση φαίνεται στο πιο κάτω επεισόδιο:

Μ19: Να το βάλω αυτό εδώ; [Το βάζει πριν απαντήσει ο άλλος.]

Μ20: Είσαι σίγουρη ότι είναι εδώ το 6; Νομίζω είναι λάθος [και το σβήνει].

Πολλές φορές οι μαθητές/τριες με ψηλή γνωστική ανάπτυξη διαφωνούσαν έντονα θέλοντας να επιλύσουν μόνοι τους τον γρίφο τραβώντας το χαρτί προς το μέρος τους ή, ακόμα, υπήρξε δυάδα που έσπρωχνε το χέρι του άλλου για να μη γράψει (Βλ. Σημείο 3, Πίνακας 3). Αυτού του είδους η κτητικότητα φάνηκε έντονα σε περιπτώσεις όπως στα δύο πιο κάτω επεισόδια:

Επεισόδιο 1ο:

Μ21: Άσε με να δοκιμάσω εγώ.

Μ22: Όχι περίμενε να δοκιμάσω εγώ.

Επεισόδιο 2ο:

Μ23: Εδώ πρέπει να το βάλουμε.

Μ24: Όχι περίμενε να δω κάτι [Ασχολείται με άλλα κελιά].

Υπήρχαν ελάχιστες ανομοιογενείς δυάδες στις οποίες μόνο το άτομο με υψηλή γνωστική ανάπτυξη έλυνε, ενώ το άλλο άτομο δε συμμετείχε καθόλου ούτε συμφωνούσε παθητικά με τις απαντήσεις του συμμαθητή του. Δεν έδειχνε κανένα ενδιαφέρον ως προς την επίλυση του αριθμητικού γρίφου.

Στον αντίποδα ήταν οι διάλογοι όπου ο ένας μαθητής/τρια έλεγε τη γνώμη του και ο άλλος αγνοούσε τα λεγόμενα του πρώτου και συνέχιζε να ασχολείται με το δικό του σκεπτικό (Βλ. Σημείο 4, Πίνακας 3). Οι μαθητές/τριες και των δύο τύπων ομάδων δεν κατέβαλαν καμία προσπάθεια να ανταλλάξουν απόψεις ή να αξιολογήσουν την ιδέα του συμμαθητή τους. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα, από τη μία, να μην υπάρχει συνεργασία και, από την άλλη, να μην επιλύεται ο αριθμητικός γρίφος. Τα πιο κάτω επεισόδια αποτελούν ενδεικτικά παραδείγματα αυτών των περιπτώσεων:

Μ25: Περίμενε να τελειώσουμε τη στήλη εδώ…

Μ26: Βάλε τον ένα αριθμό εδώ και τον άλλο εκεί… [αναφερόμενος σε άλλα κελιά].

Μ25: Να βάλουμε το 4 εδώ και…

Μ26: Να βάλουμε το 2 εδώ και το 3 εδώ… [σε άλλη στήλη].

Η χρήση ενικού αριθμού στον λόγο των μαθητών/τριών πιθανόν να υποδηλώνει ατομιστική προσπάθεια, αφού ο στόχος των μαθητών/τριών δεν ήταν να δημιουργήσουν ένα ομαδικό πνεύμα, αλλά να επιλύσει ο καθένας ξεχωριστά τον αριθμητικό γρίφο (Βλ. Σημείο 5, Πίνακας 3). Για παράδειγμα, αυτό φαίνεται στο πιο κάτω επεισόδιο:

Μ27: Θα βάλω εδώ το 2.

Μ28: Εγώ νομίζω να βάλω εδώ το 3.

Άλλες φορές υποδείκνυε ο ένας στον άλλον τι να βάλει και δε θεωρούσε συνυπεύθυνο τον εαυτό του για την αποτυχία της τοποθέτησης ενός λάθος αριθμού, αλλά απέδιδε το λάθος μόνο στον συμμαθητή του. Αυτή η περίπτωση φαίνεται στο πιο κάτω επεισόδιο:

Μ29: Βάλε εδώ το 2. Βάλε εκεί το 3… Περίμενε, περίμενε, κάτι έκανες λάθος. Αν το βάλεις εδώ, πρέπει να φύγει αυτό.

Τέλος, υπήρξε μία δυάδα με χαμηλή γνωστική ανάπτυξη που έλυσε τον γρίφο βάζοντας τους αριθμούς εκ περιτροπής, παροτρύνοντας ο ένας τον άλλον να συνεχίσει την επίλυση του αριθμητικού γρίφου, σπρώχνοντας το χαρτί ο ένας στην πλευρά του άλλου:

Μ31: Εδώ το 2. Εσύ τώρα.

Με αυτό φάνηκε ότι κατανόησαν το κομμάτι της συνεργασίας ως εκ περιτροπής ανάληψη καθηκόντων και όχι κοινή απόφαση μετά από συζήτηση.

Αναδυόμενα αποτελέσματα ποιοτικής ανάλυσης δυάδων

Οι 80 δυάδες ασχολήθηκαν με την επίλυση ενός αριθμητικού γρίφου Sudoku, ώστε να διαφανεί κατά πόσο υπήρχε συνεργασία μεταξύ τους και ποιος συνδυασμός ομάδας ομοιογενής (Υ,Υ, Μ,Μ και Χ,Χ) ή ανομοιογενής (Χ,Υ) πέτυχε καλύτερα να συνεργαστεί.

Οι ομάδες με άτομα χαμηλής γνωστικής ανάπτυξης φάνηκε ότι συνεργάστηκαν ικανοποιητικότερα σε σύγκριση με τις υπόλοιπες ομάδες, είτε τις ομοιογενείς είτε την ανομοιογενή. Στην επίλυση του αριθμητικού γρίφου, 14 από τις 20 δυάδες συμφωνούσαν στην επιλογή των περισσότερων αριθμών ελέγχοντας τους κανόνες του αριθμητικού γρίφου είτε λεκτικά είτε δείχνοντας με το μολύβι τους. Από τις 20 δυάδες μόνο στις 6 δυάδες υπήρχαν άτομα που δέχτηκαν παθητικά μια επιλογή αριθμού είτε από απροθυμία να ελέγξουν την ορθότητα είτε επειδή δε γνώριζαν.

Οι ομάδες με άτομα μέτριας γνωστικής ανάπτυξης δεν ήταν ιδιαίτερα εκφραστικές, δηλαδή δεν εξωτερίκευαν τις σκέψεις τους. Συγκεκριμένα, οι 15 από τις 20 δυάδες συμπλήρωναν τον γρίφο χωρίς να συζητούν την επιλογή των περισσότερων αριθμών και αποδέχονταν παθητικά τις επιλογές των συμμαθητών/τριών τους.

Οι ομάδες με άτομα υψηλής γνωστικής ανάπτυξης παρουσίασαν ανταγωνιστικά χαρακτηριστικά. Οι μαθητές/τριες των 13 από τις 20 δυάδες ήταν ιδιαίτερα κτητικοί, στην αρχή κυρίως, με το ποιος θα επιλύσει τον γρίφο και δεν αποδέχονταν με προθυμία την επιλογή των αριθμών από τους/τις συμμαθητές/τριες τους. Στην πορεία, όμως, συνεργάζονταν και επέλυαν ορθά τον γρίφο. Έτσι, οι επιδόσεις τους στην επίλυση του αριθμητικού γρίφου ήταν καλύτερες από τις άλλες ομάδες.

Τέλος, παρατηρήθηκε ότι 18 από τις 20 δυάδες που είχαν μη συνεργατικά επεισόδια ήταν οι ανομοιογενείς ομάδες, αυτές δηλαδή που αποτελούνταν από ένα άτομο χαμηλού επιπέδου γνωστικής ανάπτυξης και ένα άτομο υψηλού επιπέδου γνωστικής ανάπτυξης. Το άτομο με υψηλή γνωστική ανάπτυξη επέλυε τον γρίφο μόνο του, ενώ το άτομο με χαμηλή γνωστική ανάπτυξη παρέμενε απαθές.

Συνολικά, φάνηκε ότι, παρόλο που οι μαθητές/τριες έδειξαν ενδιαφέρον ή ακόμα και ενθουσιασμό να επιλύσουν τον αριθμητικό γρίφο, στην πλειονότητά τους δεν συνεργάστηκαν, ώστε να αυξήσουν τις επιδόσεις τους.

Ποσοτική ανάλυση δεδομένων από μαθητή ή μαθήτρια (μονάδων) και διμελών ομάδων (δυάδων)

Για να διαπιστωθεί κατά πόσο υπάρχουν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των τύπων σταδίου γνωστικής ανάπτυξης (Χ, Μ, Υ, Χ,Χ, Μ,Μ, Υ,Υ και Υ,Χ) και της Ατομικής Ικανότητας Επίλυσης Προβλήματος (ΑΙΕΠ) και των τριών κοινών επιμέρους μεταβλητών [Σωστή επιλογή αριθμού, Διόρθωση λάθους (δικό του/της ή του/της συμμαθητή/ συμμαθήτριάς του/της), Αιτιολόγηση αριθμού και κατανόηση προβλήματος], έγινε ανάλυση πολλαπλών διασπορών (MANOVA). Η ανάλυση κατέδειξε στατιστικά σημαντική διαφορά, F (6, 133) = 12.53, $p < .001$ (Πίνακας 4). Επίσης, εντοπίστηκαν στατιστικά σημαντικές διαφορές μεταξύ των έξι τύπων και στις τρεις επιμέρους μεταβλητές: «σωστή απάντηση» [F(6, 133) = 11.40, p < .001], «Διόρθωση λάθους» [F(6, 133) = 14.56, $p < .001$] και «Κατανόηση – Αιτιολόγηση» [F(6, 133) = 9.89, $p < .001$].

Πίνακας 4 Ανάλυση Πολλαπλών Διασπορών (MANOVA) μονάδων – δυάδων

Μεταβλητές	SS	df	MS	F	p
ΑΙΕΠ	420.11	6	70.02	12.53	<.001
Σωστή Απάντηση	31.45	6	5.24	11.40	<.001
Διόρθωση	64.62	6	10.77	14.56	<.001
Κατανόηση-Αιτιολόγηση	62.39	6	10.40	9.89	<.001

Σημείωση: SS = Sum of Square, df = Βαθμοί ελευθερίας, MS = Mean Square

Ακολούθως, για να φανεί μεταξύ ποιων τύπων υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά με την ΑΙΕΠ, έγινε έλεγχος πολλαπλών συγκρίσεων (Post hoc Scheffe), όπως φαίνεται στον Πίνακα 5. Η ανάλυση έδειξε ότι οι Υ,Υ είναι στατιστικά καλύτερες από τη Μ (Μ.Ο. = 3,65), $p < .05$. Επίσης, οι Υ είναι στατιστικά καλύτερες από τις Χ,Χ (Μ.Ο. = 5.13), $p < .001$, από τις Μ,Μ (Μ.Ο. = 2.90), $p < .05$ και από τις Χ,Υ (Μ.Ο. = 3.18), $p < .05$.

Επίσης, προκύπτει ότι οι μονάδες Υ ήταν στατιστικά καλύτερες από τις δυάδες Χ,Χ (Μ.Ο. = 1.58) και Μ,Μ (Μ.Ο. = 1.08) και Χ,Υ (Μ.Ο. = .90) στη μεταβλητή «Σωστή απάντηση» με p < .05. Στη μεταβλητή «Διόρθωση λάθους» οι μονάδες Υ ήταν στατιστικά καλύτερες από τις δυάδες Χ,Χ (Μ.Ο. = 2.03), Μ,Μ (Μ.Ο. = 1.23) και Χ,Υ (Μ.Ο. = 1.60) με $p < .05$, ενώ οι δυάδες Υ,Υ ήταν στατιστικά καλύτερες από τις μονάδες Μ (Μ.Ο. = 1.38) με $p < .05$. Στη μεταβλητή «Κατανόηση – Αιτιολόγηση» οι μονάδες Υ ήταν στατιστικά καλύτερες από τις δυάδες Χ,Χ (Μ.Ο. = 1.53) με $p < .05$, οι δυάδες Υ,Υ ήταν στατιστικά καλύτερες από τις μονάδες Χ (Μ.Ο. = 1.33) και από τις μονάδες Μ (Μ.Ο. = 1.63) με $p < .05$. Επίσης, οι δυάδες Μ,Μ ήταν στατιστικά καλύτερες από τις μονάδες Μ (Μ.Ο. = 1.25) με $p < .05$ και οι δυάδες Χ,Υ ήταν στατιστικά καλύτερες από τις μονάδες Μ (Μ.Ο. = 1.18) με $p < .05$.

Πίνακας 5 Έλεγχος Πολλαπλών Συγκρίσεων Post Hoc Scheffe των Δυάδων και των Μονάδων

Συγκρινόμενες Μονάδες	Μέσος Όρος
ΑΙΕΠ	
Μ και ΥΥ	-3.65^{*}
Υ και ΧΧ	5.13^{**}
Υ και ΜΜ	2.9^{*}
Υ και ΧΥ	3.18^{*}
Σωστή Απάντηση	
Υ και ΧΧ	1.58^{**}
Υ και ΜΜ	1.08^{*}
Υ και ΧΥ	$.9^{*}$
Διόρθωση	
Μ και ΥΥ	-1.38^{*}
Υ και ΧΧ	2.03^{**}
Υ και ΜΜ	1.23^{*}
Υ και ΧΥ	1.6^{**}
Κατανόηση-Αιτιολόγηση	
Χ και ΥΥ	-1.33^{*}
Μ και ΜΜ	-1.25^{*}
Μ και ΥΥ	-1.63^{*}
Μ και ΧΥ	-1.18^{*}
Υ και ΧΧ	1.53^{*}

Σημείωση: $^{*}p < .05$, $^{**}p < .001$

Συζήτηση και Συμπεράσματα

Ακολούθως, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα τα οποία προήλθαν από την ανάλυση των αποτελεσμάτων, όπως φάνηκαν στο μέρος των Αποτελεσμάτων πιο πάνω, καθώς και η συζήτηση των συμπερασμάτων, ώστε να διαφανεί η χρησιμότητα της έρευνας.

Βαθμός Συνεργασίας Δυάδων

Μετά την προσεκτική και συγκριτική ποιοτική ανάλυση των δυάδων, προέκυψε ότι οι δυάδες μπορούν να διαχωριστούν σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Βασικό κριτήριο του διαχωρισμού ήταν ο βαθμός συνεργασίας που αναπτύχθηκε ανάμεσα στις δυάδες. Οι διάλογοι των μαθητών χωρίστηκαν σε συνεργατικά και μη συνεργατικά επεισόδια.

Τα αποτελέσματα των δυάδων έδειξαν ότι υπήρχαν διαφορές μεταξύ των τεσσάρων τύπων δυάδων όσον αφορά στον τρόπο συνεργασίας τους. Η πλειονότητα των δυάδων με υψηλό επίπεδο γνωστικής ανάπτυξης άρχιζαν την επίλυση του γρίφου με ανταγωνισμό, ενώ στην πορεία συνεργάζονταν και επέλυαν ορθά τον γρίφο. Τα άτομα, δηλαδή, αρχικά αδιαφορούσαν για την αντίθετη άποψη και δεν υπήρχε προσπάθεια συμβιβασμού ή κοινά αποδεκτής λύσης. Φαίνεται, λοιπόν, ότι εκδηλώθηκε συμπεριφορά που προκύπτει από την έλλειψη οικοδόμησης βασικών δεξιοτήτων, προαπαιτούμενων για να υπάρξει συνεργασία. Η θετική αλληλεξάρτηση στηρίζεται στη συμμετοχή και τη συνεργασία όλων των μελών της ομάδας, έτσι ώστε το κάθε μέλος να επιτύχει ατομικά τον στόχο του, αλλά και τα υπόλοιπα μέλη οφείλουν να συμμετέχουν και να επιτύχουν τους δικούς τους στόχους αντίστοιχα (Κακανά & Καζέλα, 2007).

Οι ομάδες με μέτριο και με χαμηλό επίπεδο γνωστικής ανάπτυξης, στην πλειονότητά τους , δεν εμφάνισαν σημεία ανταγωνισμού, αλλά δεν παρουσίασαν μεγάλο ενθουσιασμό στο να συνεργαστούν. Η παρούσα έρευνα επιβεβαίωσε το αναμενόμενο, ότι δηλαδή, οι ανομοιογενείς δυάδες με ένα άτομο υψηλού και ένα άτομο χαμηλού επιπέδου γνωστικής ανάπτυξης, στην πλειονότητά τους δεν συνεργάστηκαν, αλλά το άτομο με ψηλή γνωστική ανάπτυξη επέλυε τον γρίφο μόνο του, ενώ το άτομο με χαμηλή γνωστική ανάπτυξη παρέμενε απαθές. Συνολικά, φάνηκε ότι παρόλο που οι μαθητές έδειξαν ενδιαφέρον ή ακόμα και ενθουσιασμό να επιλύσουν τον γρίφο, στην πλειονότητά τους δεν συνεργάστηκαν.

Παρόμοια αποτελέσματα έδειξαν και άλλες έρευνες. Στην έρευνα των Forman και Gazden (1985) οι δυάδες παρέμειναν ανταγωνιστικές παρά την ενασχόλησή τους για αρκετό καιρό με συνεργατικές δραστηριότητες. Επίσης, στην έρευνα των Hertz–Lazarowitz, Lazarowitz, Fuchs, Sharabary και Eisenberg (1989) και στην έρευνα των Hogan, Nastasi και Pressley (2000) η συνεργασία αυξήθηκε ελάχιστα, παρόλο που οι μαθητές εμπλέκονταν σε συνεργατικά έργα για μεγάλο χρονικό διάστημα.

Πολλές έρευνες έδειξαν ότι σε ανομοιογενείς ομάδες οι μαθητές με χαμηλή επίδοση έχουν παθητικό ρόλο στην ομάδα. Αυτό οφείλεται, από τη μια, στη χαμηλή αυτοπεποίθηση που νιώθουν οι μαθητές με χαμηλή επίδοση, η οποία δεν τους αφήνει να εμπλακούν ενεργά στην ομαδική εργασία και από την άλλη, στον ηγετικό ρόλο των ατόμων με υψηλή επίδοση που δεν αφήνει περιθώρια αμφιβολίας (King, 1993).

Οι Hooper, Ward, Hannafin και Clark (1989) εντοπίζουν το φαινόμενο του «ελεύθερου καβαλάρη» (free-rider) στις ανομοιογενείς ομάδες στα άτομα χαμηλής επίδοσης. Σύμφωνα με τους Kerr και Bruun (1983), τα άτομα χαμηλής επίδοσης καταβάλλουν συνειδητά λιγότερη προσπάθεια, όταν καταλάβουν ότι δεν χρειάζεται να συνεισφέρουν, ώστε να επιτευχθούν οι στόχοι της ομάδας. Η Azmin (2016) συμφωνεί ότι ορισμένοι μαθητές αρνούνται να συνεργαστούν πλήρως με την ομάδα, δεν συνεισφέρουν, δηλαδή, τις ιδέες τους στην ομαδική συζήτηση και ζητούν συνέχεια βοήθεια από τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας, κάτι που επιβεβαίωσε και η παρούσα έρευνα.

Αυτός ο ανταγωνισμός μπορεί να αποδυναμώσει τις σχέσεις μεταξύ των μαθητών, να εμποδίσει τη συνεργατική μάθηση και να ενθαρρύνει την επιφανειακή μάθηση (Azer & Azer, 2015). Ο ανταγωνισμός, λοιπόν, που παρουσιάστηκε στην παρούσα έρευνα θα πρέπει από τη μια να προβληματίσει τους εκπαιδευτικούς, από την άλλη, όμως, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί προς όφελός τους και να χρησιμοποιείται με τρόπο που να προωθεί τη μάθηση, όπως αναφέρεται στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης του Ηνωμένου Βασιλείου (National Curriculum, 2014).

Γιατί όμως στην παρούσα έρευνα ο ανταγωνισμός παρουσιάστηκε στα άτομα ψηλής γνωστικής ανάπτυξης εν αντιθέσει με τα αποτελέσματα άλλων ερευνών; Ο ανταγωνισμός μεταξύ των ομάδων υπήρξε ένας σημαντικός παράγοντας στην ανθρώπινη εξέλιξη (Budescu & Maciejovsky, 2016). Αυτό είχε ως αποτέλεσμα ο ανταγωνισμός να θεωρείται όχι μόνο απαραίτητος, αλλά και καλός για την κοινωνία, κάτι που οδήγησε στο να είναι επίσης δύσκολο να αποσυνδεθεί από την εκπαίδευση (Nelson & Dawson, 2017). Η ανταγωνιστικότητα είναι αυτή που κάνει το άτομο να προσπαθεί να φτάσει στην τελειότητα και του αυξάνει τη φιλοδοξία ότι μπορεί να το επιτύχει (Karayagiz, Coşkun, & Sarlak, 2017). Πιθανόν, λοιπόν, οι μαθητές της παρούσας έρευνας να είχαν υψηλό το αίσθημα της φιλοδοξίας να επιτύχουν τον στόχο τους, με αποτέλεσμα να ανταγωνίζονται τον συμμαθητή τους για να το πετύχουν. Αντίθετα, όμως, η ανταγωνιστικότητα που παρατηρείται στη σημερινή κοινωνία και, κατ' επέκταση, στη σχολική τάξη, δημιουργεί ένα ανταγωνιστικό και ατομικό πλαίσιο, το οποίο διαμορφώνει μαθητές που επιζητούν την ατομική επιβράβευση, χωρίς να δίνουν σημασία στους συμμαθητές τους προσπαθώντας να τους «διδάξουν» αλλά και να μάθουν από αυτούς (Δακοπούλου, Καυκά, & Μανιάτη, 2016).

Σύγκριση Ατομικής Ικανότητας Επίλυσης Προβλήματος Μονάδων και Δυάδων

Με βάση τα ποσοτικά αποτελέσματα, τα άτομα με υψηλή γνωστική ανάπτυξη ήταν στατιστικά καλύτερα από τις δυάδες Χ,Χ, τις δυάδες Μ,Μ, αλλά και τις δυάδες Χ,Υ. Επιπλέον, φάνηκε ότι δεν υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές στην ΑΙΕΠ και στις επιμέρους μεταβλητές μεταξύ των δυάδων Υ,Υ και των μονάδων Υ, των δυάδων Μ,Μ και των μονάδων (εκτός από την μεταβλητή «Κατανόηση – Αιτιολόγηση») και των δυάδων Χ,Χ και των μονάδων Χ, αντίστοιχα. Παρόλο που δεν υπήρχαν στατιστικά σημαντικές διαφορές, οι μέσοι όροι στην ΑΙΕΠ των ατόμων με υψηλή και χαμηλή γνωστική ανάπτυξη ήταν χαμηλότεροι από τις δυάδες Υ,Υ και Χ,Χ, αντίστοιχα. Αντίθετα, οι δυάδες Μ,Μ και Χ,Υ είχαν υψηλότερο μέσο όρο από τα άτομα με μέτρια γνωστική ανάπτυξη.

Αυτά τα ευρήματα φαίνεται να επιβεβαιώνονται και από άλλες έρευνες (Damon & Phelps, 1989· Goldman, Cosden, & Hine, 1992), ότι δηλαδή οι μαθητές εργάζονται καλύτερα ατομικά παρά ομαδικά.Όμως, δεν είναι λίγες οι έρευνες που παρουσιάζουν αντίθετα αποτελέσματα, δηλαδή, οι μαθητές σε ομάδες έχουν καλύτερα αποτελέσματα από τα άτομα που εργάστηκαν ατομικά (Barron, 2000 · Davenport, 1999· Hill, 1982·Laughlin, Zander, Knievel, & Tan, 2003· Okada & Simon, 1997).

Σύμφωνα με τον Tao (1999), η επιτυχία των μαθητών στη συνεργατική επίλυση προβλήματος δεν εξαρτάται τόσο από τη γνωστική τους ικανότητα όσο από το πώς αλληλεπιδρούν και από το εάν είναι σε θέση να επικαλεστούν τις στρατηγικές επίλυσης προβλήματος. Άρα, το γεγονός ότι στην παρούσα έρευνα οι μαθητές δεν είχαν καλύτερα αποτελέσματα όταν συνεργάστηκαν, πιθανόν να οφείλεται στην ελλιπή ικανότητά τους να αλληλεπιδράσουν. Επίσης, μπορεί κατά την επίλυση του προβλήματος οι μαθητές να ένιωσαν απογοήτευση από την προσπάθειά τους να συνεργαστούν και, έτσι, να μείωσαν την προσπάθειά τους να το λύσουν. Ίσως, αν το πρόβλημα ήταν ευκολότερο, οι μαθητές να είχαν περισσότερο χρόνο να το επεξεργαστούν και να συνεργαστούν (Yetter, Gutkin, Saunders, Galloway, Sobansky, & Song, 2006).

Τέλος, η παρούσα έρευνα έδειξε ότι οι μαθητές μέτριας γνωστικής ανάπτυξης που εργάστηκαν σε δυάδες είχαν καλύτερα αποτελέσματα από τις μονάδες μέτριας γνωστικής ανάπτυξης. Αυτό φαίνεται να συμφωνεί με άλλες έρευνες (Saleh, Lazonder, & De Jong, κ.ά., 2005· Webb, 1991) που υποστηρίζουν ότι οι μέτριας γνωστικής ικανότητας μαθητές συμμετέχουν και μαθαίνουν περισσότερο όταν συνεργάζονται. Ακόμα, οι μέτριοι μαθητές ξεπερνούν την ατομική τους ικανότητα όταν συνεργάζονται (Bossé, Adu-Gyamfi, & Chandler, 2014). Επίσης, φαίνεται ότι και οι ίδιοι οι μαθητές προτιμούν τη συνεργασία, γιατί βελτιώνει την απόδοσή τους, αυξάνει τις αντιλήψεις ότι είναι χρήσιμοι για τους συμμαθητές τους και προάγει τις διαπροσωπικές σχέσεις (Saleh, Lazonder, & De Jong, 2007).

Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας, που ήταν μια μικρή παρέμβαση σε δημοτικά σχολεία της Κύπρου, έδειξαν ότι η συνεργασία ανάμεσα στους μαθητές λειτουργεί σε πολύ μικρό βαθμό. Εντούτοις, τα ευρήματα καταδεικνύουν την ανάγκη διερεύνησης της συνεργατικής επίλυσης προβλήματος, επειδή οι ίδιοι οι Κύπριοι μαθητές φαίνεται ότι απολαμβάνουν τη συνεργασία με τους συμμαθητές τους και βρίσκουν την αλληλεπίδραση αυτή εποικοδομητική (Xenofontos, 2015).

Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας έδειξαν ότι δεν πρέπει να θεωρείται ως δεδομένο ότι η συνεργατική μάθηση θα είναι εξίσου αποτελεσματική ή αποδοτικότερη από την ατομική μάθηση για την προώθηση πολύπλοκων δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων. Είναι καθήκον των εκπαιδευτικών να φροντίζουν τον σχεδιασμό συνεργατικής διδασκαλίας για την ανάπτυξη δεξιοτήτων στην επίλυση πολύπλοκων και καλά δομημένων προβλημάτων.

Οι εκπαιδευτικοί, παρόλα αυτά, ίσως να στερούνται της γνώσης, θεωρητικής και πρακτικής, για να βοηθήσουν τους μαθητές να επιτύχουν τη συνεργασία μεταξύ τους. Κρίνεται, λοιπόν, αναγκαία η ενδοϋπηρεσιακή επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στη θεωρία και στην πράξη της συνεργατικής μάθησης, καθώς και η συμμετοχή τους σε σεμινάρια, συνέδρια (Oloyede, Adebowale, & Ojo, 2012), εργαστήρια και έρευνες - δράσεις.

Επιπλέον, το Sudoku είναι ένα καλό παράδειγμα, ώστε να χρησιμοποιούνται γενικότερα ευχάριστοι γρίφοι για την ανάπτυξη δεξιοτήτων και να χρησιμοποιούνται δραστηριότητες με νόημα που να έχουν ενδιαφέρον για τον μαθητή και να μπορεί ο ίδιος να εμπλέκει και να συνδέει τις δραστηριότητες με τον εαυτό του (Χριστοδούλου, 2017). Σίγουρα, δεν θα είναι επιτυχείς όλες οι δημιουργικές προσπάθειες για την επίλυση ενός προβλήματος, αλλά η χρήση αυτής της προσέγγισης προσφέρει ευκαιρίες για συνεργασία και διάλογο που μπορεί τελικά να οδηγήσει σε μια επιτυχημένη λύση (Mann, Chamberlin, & Graefe, 2017).

Περιορισμοί της Έρευνας

Η εύρεση του καταλληλότερου συνδυασμού δυάδας μαθητών, ώστε να επιτευχθούν τα καλύτερα δυνατά αποτελέσματα στην επίλυση ενός προβλήματος, όπως είναι ο αριθμητικός γρίφος Sudoku, απαιτεί μεγάλο αριθμό δείγματος, για να αποφευχθούν οποιοιδήποτε περιορισμοί της στατιστικής ανάλυσης. Το τελικό δείγμα της έρευνας ανήλθε στους 220 μαθητές, μόνο μίας επαρχίας της Κύπρου, γεγονός που δεν αφήνει περιθώρια γενίκευσης σε όλη τη χώρα, παρά μόνο ενδείξεις. Επίσης, το μικρό δείγμα της έρευνας περιόρισε τους συνδυασμούς των ανομοιογενών δυάδων, με αποτέλεσμα να μην υπάρχουν δυάδες με άτομα χαμηλής και μέτριας και άτομα με μέτριας και υψηλής γνωστικής ανάπτυξης, διευρύνοντας τις επιλογές για επιτυχημένη σύνθεση δυάδων. Ακόμα ένας λόγος για τη μη ύπαρξη των δύο αυτών δυάδων ήταν η δυσκολία επιλογής των μαθητών με μέτρια βαθμολογία που ανερχόταν από το 5 ως το 7, ώστε να μην είναι πολύ κοντά στην ελάχιστη βαθμολογία των μαθητών με υψηλή βαθμολογία, που ήταν το 8, και των μαθητών με χαμηλή βαθμολογία που η μέγιστη βαθμολογία τους έφτανε το 4.

Εισηγήσεις για Μελλοντικές Έρευνες

Η παρούσα έρευνα εξέτασε κατά πόσο το επίπεδο της γνωστικής ανάπτυξης των μαθητών/τριών επηρεάζει την ικανότητά τους στην ομαδοσυνεργατική επίλυση προβλήματος. Είναι απαραίτητη η διεξαγωγή και άλλων ερευνών στον κυπριακό εκπαιδευτικό χώρο που να διερευνούν κατά πόσο η ομαδοσυνεργατική ικανότητα επίλυσης προβλήματος σχετίζεται με άλλους παράγοντες, όπως τη σχολική επίδοση, το φύλο, τις διαπροσωπικές σχέσεις, το επίπεδο επιστημολογικής ανάπτυξης, κ.λπ., ώστε να υπάρχουν καταληκτικά συμπεράσματα.

Η έρευνα διεξάχθηκε σε πέντε σχολεία μίας Επαρχίας της Κύπρου, σε συνολικά 13 τμήματα Στ΄ τάξης δημοτικών σχολείων. Μια μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να διεξαχθεί σε μεγαλύτερη κλίμακα που θα περιλάμβανε αντιπροσωπευτικό από όλες τις επαρχίες της Κύπρου, ώστε να μπορούν να γενικευτούν με εγκυρότητα τα αποτελέσματα για μαθητές/τριες Στ΄ τάξης δημοτικών σχολείων της χώρας.

Σημαντικός παράγοντας στην επιτυχία της συνεργατικής επίλυσης προβλήματος είναι ο ρόλος του εκπαιδευτικού. Πρέπει να εξεταστεί με ποιο τρόπο, για πόση διάρκεια και σε ποιο κομμάτι της επίλυσης προβλήματος είναι απαραίτητη η συμμετοχή του και πώς ο ρόλος του είναι καθοριστικός στην αλληλεπίδραση των μαθητών μέσα στην ομάδα.

Μέσα από την ποιοτική ανάλυση των δεδομένων φάνηκαν συγκεκριμένες συμπεριφορές των ατόμων, που άλλες διευκόλυναν και άλλες δυσκόλευαν την ομαδική εργασία. Μια μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να διερευνήσει συγκεκριμένες τεχνικές αύξησης των θετικών στάσεων και μείωσης των αρνητικών και ανταγωνιστικών συμπεριφορών.

Αναφορές

Azer, S. A., & Azer, D. (2015). Group interaction in problem-based learning tutorials: A systematic review. *European Journal of Dental Education*, *19*, 194-208.

Azmin, N. H. (2016). Effect of the Jigsaw-Based Cooperative Learning Method on student performance in the General Certificate of Education Advanced-Level Psychology: An exploratory Brunei case study. *International Education Studies*, *9*, 91-106.

Azmitia, M. (1988). Peer interaction and problem solving: When are two heads better than one? *Child Development*, *59,* 87-96.

Barron, B. (2000). Achieving coordination in collaborative problem-solving groups. *The Journal of the Learning Sciences*, *9*, 403-436.

Bossé, M. J., Adu-Gyamfi, K., & Chandler, K. (2014). Students' differentiated translation processes. *International Journal for Mathematics Teaching & Learning*.

Budescu, D., & Maciejovsky, B. (2016). The subtle effects of incentives and competition on group performance. *Behavioral and Brain Sciences*, *39,* 1-56 E144. doi:10.1017/S0140525X15001326.

Cai, J., & Lester, F. K. (2005). Solution representations and pedagogical representations in Chinese and US classrooms. *The Journal of Mathematical Behavior*, *24*, 221-237.

Case, R. (1987). Neo-Piagetian theory: Retrospect and prospect. *International Journal of Psychology*, *22*, 773-791.

Cohen, E. G. (1994). Restructuring the classroom: Conditions for productive small groups. *Review of Educational Research*, *64*, 1-35.

Δακοπούλου, Α., Καυκά, Δ., & Μανιάτη, Έ. (2016). Συνεργατική επιμόρφωση για συνεργατική διδασκαλία. *Διεθνές Συνέδριο για την Ανοικτή & εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση*, 7 (5Β) 58-65, doi: 10.12681/icodl.554.

Damon, W., & Phelps, E. (1989). Critical distinctions among three approaches to peer education. *International Journal of Educational Research*, *13*, 9-19.

Davenport, P. (1999). Conceptual gain and successful problem-solving in primary school mathematics. *Educational Studies*, *25*, 55-78.

Dillenbourg, P. (1999). Introduction: What do you mean by "collaborative learning"? In P. Dillenbourg (Ed.), *Collaborative learning: Cognitive and Computational Approaches* (pp. 1-19). Oxford: Pergamon.

Dillenbourg, P., Baker, M. J., Blaye, A., & O'Malley, C. (1995). The evolution of research on collaborative learning. In E. Spada & P. Reiman (Eds.), *Learning in Humans and Machine: Towards an interdisciplinary learning science* (189-211). Oxford: Elsevier.

Fernández, M., Wegerif, R., Mercer, N., & Rojas-Drummond, S. (2002). Re-conceptualizing "scaffolding" and the zone of proximal development in the context of symmetrical collaborative learning. *Journal of Classroom Interaction, 36*, 40-54.

Forman, E. A. & Cazden, C. B. (1985). Exploring Vygotskian perspectives in education: The cognitive value of peer interaction. In J. V. Wertsch (Ed.), *Culture, communication, and cognition: Vygotskian perspectives*, 323–347. New York, NY: Cambridge University Press.

Goldman, S. R., Cosden, M. A., & Hine, M. S. (1992). Working alone and working together: Individual differences in the effects of collaboration on learning handicapped students' writing. *Learning and Individual Differences*, *4*, 369-393.

Hayes, B. (2006). Unwed numbers. The mathematics of Sudoku, a puzzle that boasts" No math required! *American Scientist, 94*, 12-15.

Hertz-Lazarowitz, R., Fuchs, I., Sharabany, R., & Eisenberg, N. (1989). Students' interactive and noninteractive behaviors in the classroom: A comparison between two types of classrooms in the city and the Kibbutz in Israel. *Contemporary Educational Psychology*, *14*, 22-32.

Hill, G. W. (1982). Group versus individual performance: Are N+ 1 heads better than one? *Psychological Bulletin*, *91*, 517.

Hogan, K., Nastasi, B. K., & Pressley. M. (2000). Discourse patterns and collaborative scientific reasoning in peer and teacher-guided discussions. *Cognition and Instruction*, *17*, 379-432.

Holden, S. (2005). Sudoku: Do you tear your hair out? *Teacher: The National Education Magazine*, *56*.

Hooper, S. R., Ward, T. J., Hannafin, M. J., & Clark, H. T. (1989). The effects of aptitude composition on achievement during small group learning. *Journal of Computer-Based Instruction, 16,* 102-109.

Jain, S., & Shakher, C. (2014). Mathematical and C programming approach for Sudoku game. *Journal of Game Theory*, *3*, 1-6.

Janssen, J., Kirschner, F., Erkens, G., Kirschner, P. A., & Paas, F. (2010). Making the black box of collaborative learning transparent: Combining process-oriented and cognitive load approaches. *Educational Psychology Review, 22*, 139-154.

Johnson, D. W., Skon, L., & Johnson, R. (1980). Effects of cooperative, competitive, and individualistic conditions on children's problem-solving performance. *American Educational Research Journal*, *17*, 83-93.

Κακανά, Δ. Μ., & Καζέλα, Κ. (2007, Μάιος). Εργασία σε ομάδες. Σεμινάριο που παρουσιάστηκε στην Ανεξάρτητη Κίνηση Δασκάλων και Νηπιαγωγών (ΑΚΙΔΑ), Λευκωσία, Κύπρος.

Karayagiz Muslu, G., Coşkun Cenk, S., & Sarlak, D. (2017). An analysis of the relationship between high school students' tendency toward violence, self-esteem, and competitive attitude. *Journal of Interpersonal Violence*, 1-21. DOI: https://doi.org/10.1177/0886260517723742

Kerr, N. L., & Bruun, S. E. (1983). Dispensability of member effort and group motivation losses: Free-rider effects. *Journal of Personality and Social Psychology*, *44*, 78-94.

Kim, H. Y. (2013). Statistical notes for clinical researchers: assessing normal distribution (2) using skewness and kurtosis. *Restorative Dentistry & Endodontics*, *38*, 52-54.

King, L. H. (1993). High and low achievers' perceptions and cooperative learning in two small groups. *The Elementary School Journal*, *93*, 399-416.

Larson, C. O., Dansereau, D. F., Goetz, E. T., & Young, M. D. (1985, February). Cognitive style and cooperative learning: Transfer of effects. Paper presented at the *Annual Meeting of the Southwest Educational Research Association,* Austin, TX.

Larson, C. O., Dansereau, D. F., O'Donnell, A., Hythecker, V., Lambiotte, J. G., & Rocklin, T. R. (1984). Verbal ability and cooperative learning: Transfer of effects. *Journal of Literacy Research, 16*, 289-295.

Laughlin, P. R., Zander, M. L., Knievel, E. M., & Tan, T. K. (2003). Groups perform better than the best individuals on letters-to-numbers problems: Informative equations and effective strategies. *Journal of Personality and Social Psychology, 85*, 684-694.

Law, Q. P., Chung, J. W., Leung, L. C., & Wong, T. K. (2017). Perceptions of collaborative learning in enhancing undergraduate education students' engagement in teaching and learning English. *US-China Education Review*, 7, 89-100.

Loewenthal, K. M. (2001). *An introduction to psychological tests and scales*. East Sussex, UK: Psychology Press.

Mann, E. L., Chamberlin, S. A., & Graefe, A. K. (2017). Expanding the conception of creativity in mathematical problem solving. In R. Leikin & B. Sriraman (Eds.), *Creativity and giftedness – Interdisciplinary perspectives from mathematics and beyond* (pp. 57–73). Switzerland: Springer International Publishing.

Mantere T., & Koljonen, J. (2007) Solving, rating and generating Sudoku puzzles with GA. In: Proc of the IEEE congress on evolutionary computation, 1382–1389

McInnerney, J., & Roberts, T. S. (2004). Collaborative or cooperative learning? In T. S. Roberts (Ed.), *Online collaborative learning: Theory and practice* (pp. 203-214). Hershey, PA: Information Science Publishing.

Means, M. L., & Voss, J. F. (1996). Who reasons well? Two studies of informal reasoning among children of different grade, ability, and knowledge levels. *Cognition and Instruction*, *14*, 139-178.

Morell, L., Buxeda, R., Orengo, M., & Sánchez, A. (2001). After so much effort: Is faculty using cooperative learning in the classroom? *Journal of Engineering Education*, *90*(3), 357-362.

Mumford, T. V. (2010). Just teams: The relationship between team roles, fairness and performance. *Journal of the Academy of Business Education*, *11*, 12-30.

National Curriculum (2014). National curriculum in England: primary curriculum. Retrieved fromhttps://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/425601/PRIMARY_national_curriculum.pdf

Nelson, R., & Dawson, P. (2017). Competition, education and assessment: connecting history with recent scholarship. *Assessment & Evaluation in Higher Education, 42*, 304-315.

Nestler, S., Echtler, F., Dippon, A., & Klinker, G. (2008, May). Collaborative problem solving on mobile hand-held devices and stationary multi-touch interfaces. Paper presented at the *Workshop on designing multi-touch interaction techniques for coupled public and private displays* (PPD 08), Naples.

Okada, T., & Simon, H. A. (1997). Collaborative discovery in a scientific domain. *Cognitive science, 21*, 109-146.

Oloyede, E. O., Adebowale, O. F., & Ojo, A. A. (2012). The effects of competitive, cooperative, and individualistic classroom interaction models on learning outcomes in mathematics in Nigerian senior secondary schools. ISRN Education, 2012, 1-8, doi: 10.5402/2012/263891.

Panitz, T. (1999). *Collaborative versus cooperative learning: A comparison of the two concepts which will help us understand the underlying nature of interactive learning*. Washington, DC: US Department of Education.

Παρασκευόπουλος, Ι.Ν. (1985). Εξελικτική ψυχολογία (Τόμος 3). Αθήνα: Ιδιωτική Έκδοση.

Pascual-Leone, J. (1970). A mathematical model for the transition rule in Piaget's developmental stages. *Acta Psychologica*, *32,* 301-345.

Pascual-Leone, J., & Goodman, D. (1979). Intelligence and experience: A neoPiagetian approach. *Instructional Science, 8*, 301-367.

Piaget, J. (1985). *The equilibration of cognitive structure*. Chicago, IL: Chicago University Press.

Polya, G. (1998). *Πώς να το λύσω* (Φ. Ψυακκή & Τ. Πατρώνης, Μτφ. & Επιμ.) (2η εκδ.). Αθήνα: Καρδαμίτσα.

Πόρποδας, Κ. (1999). *Γνωστική ψυχολογία*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Psycharis, S. (2008). The relationship between task structure and collaborative group interactions in a synchronous peer interaction collaborative learning environment for a course of Physics. *Education and Information Technologies, 13*, 119-128.

Qin, Z., Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (1995). Cooperative versus competitive efforts and problem solving. *Review of Educational Research, 65*, 129-143.

Roadrangka, V., Yeany, R. H., & Padila, M. J. (1983). The construction and validation of a group assessment of logical thinking (GALT). Paper presented at the *Meeting of the National Association for Research in Science Teaching,* Dallas, TX, USA.

Saleh, M., Lazonder, A. W., & De Jong, T. (2005). Effects of within-class ability grouping on social interaction, achievement, and motivation. *Instructional Science, 33*, 105-119.

Saleh, M., Lazonder, A. W., & De Jong, T. (2007). Structuring collaboration in mixed-ability groups to promote verbal interaction, learning, and motivation of average-ability students. *Contemporary Educational Psychology, 32*, 314-331.

Samuelsson, J. (2010). The effect of peer collaboration on children's arithmetic and self-regulated learning skills. *Electronic Journal of Science & Mathematics Education, 4*, 130-153.

Santos-García, G., & Palomino, M. (2007). Solving Sudoku puzzles with rewriting rules. *Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 176*, 79-93.

Schmitz, M. J., & Winskel, H. (2008). Towards effective partnerships in a collaborative problem-solving task. *British Journal of Educational Psychology, 78*, 581-596.

Sears, D. A., & Reagin, J. M. (2013). Individual versus collaborative problem solving: divergent outcomes depending on task complexity. *Instructional Science, 41*, 1153-1172.

Serrano, M. T. E., Cantú, A. G., & Vila, I. M. (2003). Problem-solving: Evaluative study of three pedagogical approaches in Mexican Schools. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, 2*, 79-96.

Slavin, R. E. (1996). Research on cooperative learning and achievement: What we know, what we need to know. *Contemporary Educational Psychology, 21*, 43-69.

Stone, C. A. (1993). What is missing in the metaphor of scaffolding. Contexts for learning: *Sociocultural Dynamics in Children's Development*, *31,* 169-183.

Sun, C. T., Wang, D. Y., & Chan, H. L. (2011). How digital scaffolds in games direct problem-solving behaviors. *Computers & Education, 57*, 2118-2125.

Tao, P. K. (1999). Peer collaboration in solving qualitative physics problems: The role of collaborative talk. *Research in Science Education, 29*, 365-383.

Tudge, J. (1989). When collaboration leads to regression: Some negative consequences of socio-cognitive conflict. *European Journal of Social Psychology, 19*, 123-138.

Webb, N. (1991). Task-related verbal interaction and mathematics learning in small groups. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*, 366-389.

Wiley, J., & Jensen, M. (2006). When three heads are better than two. In Sun R. (ed), Proceedings of the 28th Annual Conference of the Cognitive Science Society. (pp 2375–2380). Vancouver, CA: Cognitive Science Society.

Vaishnav, H. (2015). Learning a Language-en route Puzzles and Games. *International Journal of English Language, Literature and Humanities, 3*, 550-559.

Vygotsky, L. S. (2012). Thought and language. Cambridge, MA: MIT Press. Retrieved from https://books.google.com.cy/

Xenofontos, C. (2015). Working Collaboratively on Unusual Geometry Problems. Mathematics Teaching. Association of Teachers of Mathematics. 2015. Retrieved from High Beam Research: https://www.highbeam.com/doc/1P3-3840295961.html

Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Μ. (2000). Βασικές μέθοδοι ομαδο-συνεργατικής διδασκαλίας και μάθησης στα μαθηματικά. *Επιθεώρηση Μαθηματικής Εκπαίδευσης, 52,* 39-53.

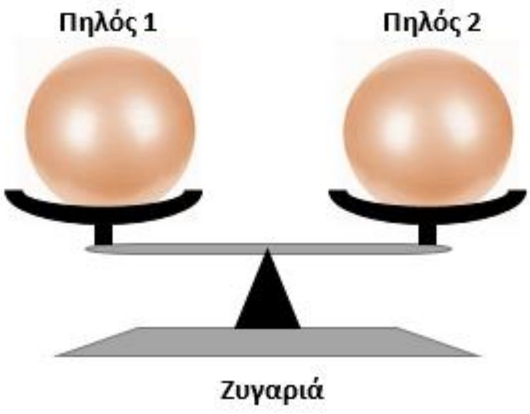
Χριστοδούλου, Ν. (2017). *Κατανοώντας το αναλυτικό πρόγραμμα ως πεδίο μελέτης και έρευνας* (2η εκδ.). Αθήνα: Γρηγόρης.

Yetter, G., Gutkin, T. B., Saunders, A., Galloway, A. M., Sobansky, R. R., & Song, S. Y. (2006). Unstructured collaboration versus individual practice for complex problem solving: A cautionary tale. *The Journal of Experimental Education, 74*, 137-160.

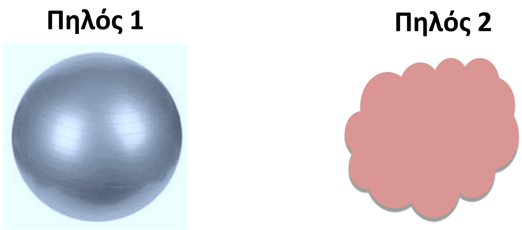
Παράρτημα

Άσκηση 1: Κομμάτι από πηλό

Ο Θωμάς έχει δύο μπάλες από πηλό. Οι μπάλες έχουν το ίδιο μέγεθος και σχήμα. Όταν τις ζυγίζει, οι μπάλες έχουν το ίδιο βάρος. Ο Θωμάς βγάζει τις δύο μπάλες από τη ζυγαριά.



Ύστερα, «ισιώνει» τη δεύτερη μπάλα πηλού για να μοιάζει με κρέπα.

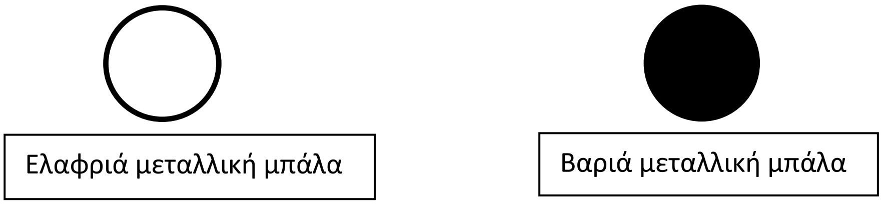


ΠΟΙΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΙΟ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ ΕΙΝΑΙ Η ΣΩΣΤΗ;
Α. Ο πηλός σε σχήμα κρέπας είναι πιο βαρύς από τον πηλό σε σχήμα μπάλας.
Β. Τα δυο κομμάτια πηλού ζυγίζουν το ίδιο.
Γ. Ο πηλός σε σχήμα μπάλας ζυγίζει περισσότερο από τον πηλό σε σχήμα κρέπας.
ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:

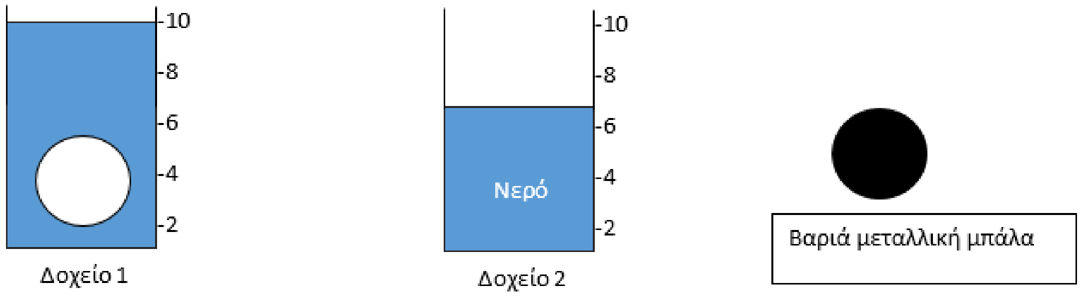
1. Δεν προστέθηκε ούτε αφαιρέθηκε πηλός.
2. Όταν ο πηλός έγινε σαν κρέπα, η επιφάνεια έγινε μεγαλύτερη.
3. Όταν κάτι «ισιώνει», γίνεται πιο ελαφρύ.
4. Η στρογγυλή μπάλα έχει περισσότερο πηλό, λόγω της πυκνότητάς της.

Άσκηση 2: Βάρος μετάλλου
Η Ελένη έχει δύο δοχεία. Τα δοχεία έχουν το ίδιο μέγεθος και το ίδιο σχήμα. Η Ελένη γεμίζει τα δύο δοχεία με την ίδια ποσότητα νερού.

Επίσης έχει δύο μεταλλικές μπάλες που έχουν το ίδιο μέγεθος. Η μία είναι ελαφριά. Η άλλη είναι βαριά.



Η Ελένη βάζει μέσα στο πρώτο δοχείο την ελαφριά μπάλα. Το νερό ανεβαίνει όπως φαίνεται στην εικόνα:



ΤΙ ΘΑ ΣΥΜΒΕΙ ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΔΟΧΕΙΟ ΑΝ Η ΕΛΕΝΗ ΒΑΛΕΙ ΜΕΣΑ ΤΗ ΒΑΡΙΑ ΜΠΑΛΑ;

Α. Το νερό στο δεύτερο δοχείο θα ανέβει πιο ψηλά από ό,τι ανέβηκε στο πρώτο δοχείο.
Β. Το νερό στο δεύτερο δοχείο θα πάει πιο χαμηλά από ό,τι στο πρώτο δοχείο.
Γ. Το νερό στο δεύτερο δοχείο θα πάει στο ίδιο σημείο με το πρώτο δοχείο.

ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:

1. Αφού οι μπάλες έχουν το ίδιο σχήμα, τότε θα πάρουν τον ίδιο χώρο μέσα στα δοχεία.
2. Όσο πιο βαριά είναι η μεταλλική μπάλα τόσο πιο ψηλά ανεβαίνει το νερό.
3. Η βαριά μεταλλική μπάλα πιέζει περισσότερο, άρα το νερό θα ανέβει λιγότερο.
4. Όσο πιο βαριά είναι η μεταλλική μπάλα τόσο πιο χαμηλά θα πάει το νερό στο δοχείο.

Άσκηση 3: Μέγεθος ποτηριών

Η εικόνα δείχνει δυο ποτήρια, ένα μικρό και ένα μεγάλο. Επίσης, δείχνει δύο δοχεία, ένα μικρό και ένα μεγάλο.

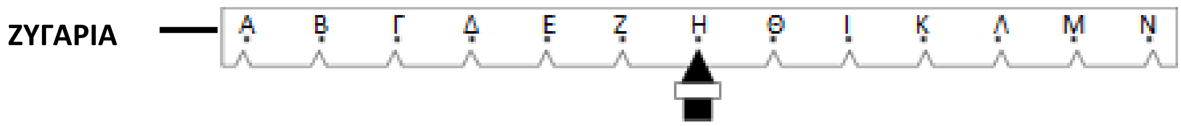
Χρειαζόμαστε 15 μικρά ποτήρια νερό ή 9 μεγάλα ποτήρια νερό για να γεμίσουμε το μεγάλο δοχείο. Χρειαζόμαστε 10 μικρά ποτήρια νερό για να γεμίσουμε το μικρό δοχείο.

ΠΟΣΑ ΜΕΓΑΛΑ ΠΟΤΗΡΙΑ ΝΕΡΟ ΧΡΕΙΑΖΟΜΑΣΤΕ ΓΙΑ ΝΑ ΓΕΜΙΣΟΥΜΕ ΤΟ ΜΙΚΡΟ ΔΟΧΕΙΟ;

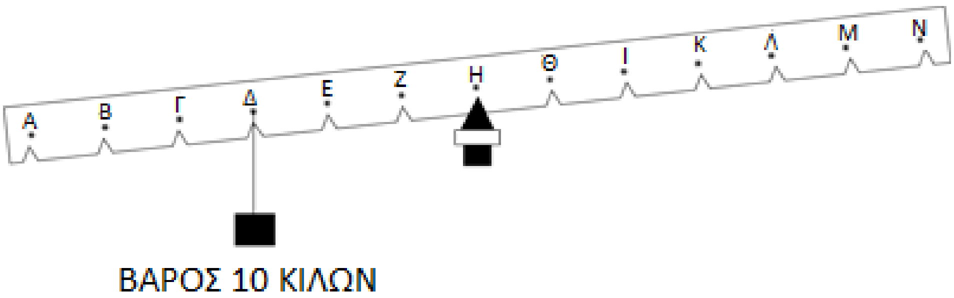
Α. 4

Β. 5
Γ. 6
Δ. Άλλο
ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:
1. Αφού χρειαζόμαστε 5 μικρά ποτήρια νερό λιγότερα για να γεμίσουμε το μικρό δοχείο, άρα θα χρειαστούμε 5 μεγάλα ποτήρια νερό λιγότερα για να γεμίσουμε το μικρό δοχείο.
2. Η αναλογία των μικρών ποτηριών προς τα μεγάλα ποτήρια είναι πάντα 5 προς 3.
3. Αφού το μικρό ποτήρι έχει το μισό μέγεθος από το μεγάλο ποτήρι, άρα θα χρειαστούμε περίπου τη μισή ποσότητα νερού των μικρών ποτηριών για να γεμίσουμε το μικρό δοχείο.
4. Δεν υπάρχει τρόπος να ξέρουμε από προηγουμένως πόσα μεγάλα ποτήρια νερό θα χρειαστούν για να γεμίσουμε το μικρό δοχείο.

Άσκηση 4: Ζυγαριά
Ο Κώστας έχει μια ζυγαριά όπως αυτήν που φαίνεται στην εικόνα:



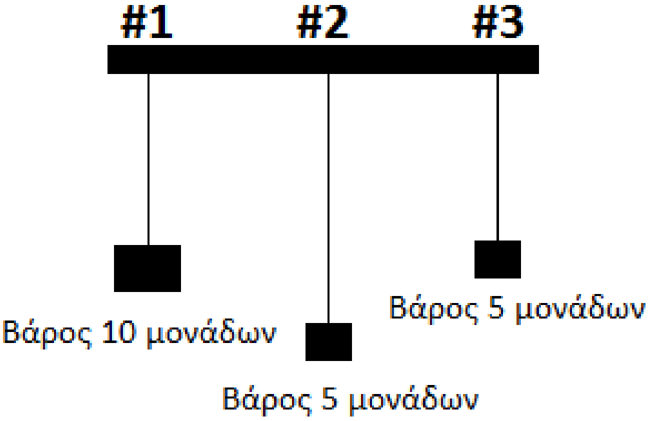
Όταν τοποθετήσει ένα βάρος 10 κιλών στο σημείο Δ, τότε η ζυγαριά μοιάζει με αυτήν που βλέπεις στην εικόνα:



ΠΟΥ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΤΟΠΟΘΕΤΗΣΕΙ ΕΝΑ ΒΑΡΟΣ 5 ΚΙΛΩΝ ΓΙΑ ΝΑ ΚΑΝΕΙ ΤΗ ΖΥΓΑΡΙΑ ΝΑ ΙΣΟΡΡΟΠΗΣΕΙ ΞΑΝΑ;
Α. Στο σημείο Κ
Β. Μεταξύ του σημείου Λ και του σημείου Μ
Γ. Στο σημείο Μ
Δ. Μεταξύ του σημείου Μ και του σημείου Ν
Ε. Στο σημείο Ν
ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:
1. Αφού είναι το μισό βάρος, άρα πρέπει να τοποθετηθεί στη διπλάσια απόσταση.
2. Πρέπει να τοποθετηθεί στην ίδια απόσταση, όπως το βάρος των 10 κιλών, αλλά στην αντίθετη κατεύθυνση.
3. Το βάρος των 5 κιλών πρέπει να τοποθετηθεί πιο μακριά, επειδή απλά είναι μικρότερο.
4. Το τελευταίο σημείο της ζυγαριάς έχει περισσότερη δύναμη για να ισορροπήσει η ζυγαριά.
5. Όσο πιο ελαφρύ είναι το αντικείμενο τόσο πιο μακριά πρέπει να τοποθετηθεί.

Άσκηση 5: Το εκκρεμές

Πάνω σε μια ράβδο έχουν κρεμαστεί τρεις σπάγκοι. Οι σπάγκοι #1 και #3 έχουν το ίδιο μήκος. Ο σπάγκος #2 είναι μακρύτερος. Ο Χάρης βάζει ένα βάρος 5 κιλών στο τέρμα του σπάγκου #2 και του σπάγκου #3. Στον σπάγκο #1 βάζει ένα βάρος 10 κιλών. Όλοι οι σπάγκοι που έχουν βάρος πάνω τους μπορούν να κουνηθούν πέρα δώθε.



Ο Χάρης έχει μία ερώτηση: Εξαρτάται από το μήκος του σπάγκου ο χρόνος που χρειάζεται ο σπάγκος για να κουνηθεί πέρα δώθε;

ΠΟΙΟΝ ΣΠΑΓΚΟ ΚΑΙ ΠΟΙΟ ΒΑΡΟΣ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΣΕΙ ΓΙΑ ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙ ΣΕ ΑΥΤΗ ΤΗΝ ΕΡΩΤΗΣΗ;

Α. Τον σπάγκο 1 και τον σπάγκο 2

Β. Τον σπάγκο 1 και τον σπάγκο 3

Γ. Τον σπάγκο 2 και τον σπάγκο 3

Δ. Τον σπάγκο 1, τον σπάγκο 2 και τον σπάγκο 3

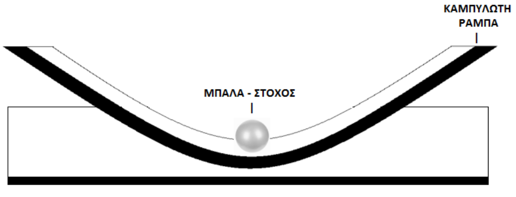
Ε. Μόνο τον σπάγκο 2

ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:

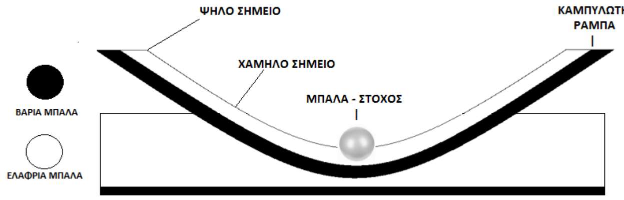
1. Το μήκος των σπάγκων πρέπει να είναι το ίδιο, αλλά το βάρος πρέπει να είναι διαφορετικό.
2. Πρέπει να ελέγξει διαφορετικά μήκη και διαφορετικά βάρη.
3. Όλοι οι σπάγκοι και όλα τα βάρη πρέπει να ελεγχθούν μεταξύ τους.
4. Μόνο ο μακρύτερος σπάγκος πρέπει να εξεταστεί. Πρέπει να ελεγχθεί μόνο το μήκος και όχι το βάρος.
5. Όλα πρέπει να είναι ίδια εκτός από το μήκος, για να δει αν το μήκος κάνει τη διαφορά.

6η άσκηση: Μπάλα

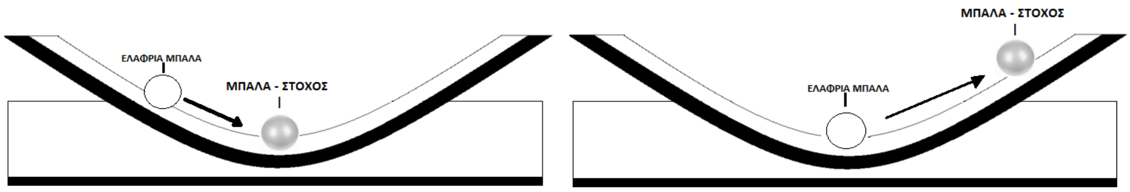
Ο Αντώνης έχει μια καμπυλωτή ράμπα. Στο κάτω μέρος της ράμπας υπάρχει μία μπάλα που ονομάζεται μπάλα – στόχος.



Υπάρχουν ακόμα δύο μπάλες, μια βαριά και μια ελαφριά. Ο Αντώνης μπορεί να κυλήσει μία μπάλα στη ράμπα και να χτυπήσει την μπάλα – στόχο. Αυτό κάνει την μπάλα-στόχο να μετακινείται προς την άλλη πλευρά της ράμπας. Ο Αντώνης μπορεί να κυλήσει τις μπάλες από δύο διαφορετικά σημεία, από ένα χαμηλό και από ένα υψηλό σημείο.



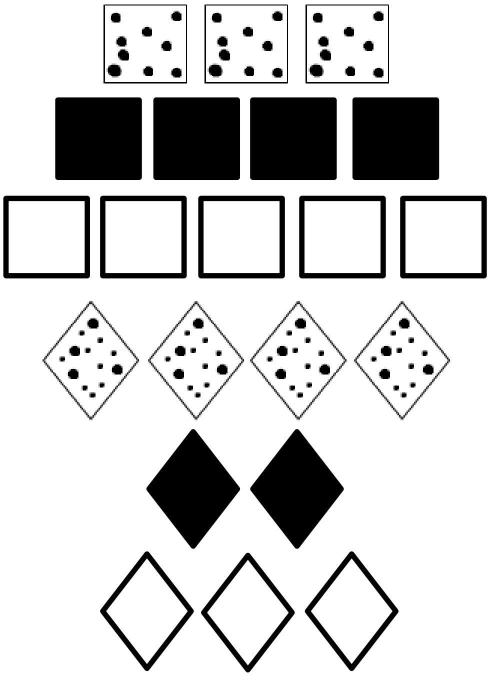
Ο Αντώνης αφήνει την ελαφριά μπάλα από το χαμηλό σημείο. Η μπάλα κυλά στη ράμπα. Μετά, η μπάλα χτυπά και σπρώχνει την μπάλα – στόχο μέχρι την άλλη πλευρά της ράμπας. Ο Αντώνης έχει μία ερώτηση: εξαρτάται από το σημείο που θα αφήσει την μπάλα, το πόσο μακριά θα πάει η μπάλα – στόχος;



ΓΙΑ ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙ ΣΕ ΑΥΤΗ ΤΗΝ ΕΡΩΤΗΣΗ, ΠΟΙΑ ΜΠΑΛΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΑΦΗΣΕΙ ΤΩΡΑ ΑΠΟ ΤΟ ΨΗΛΟ ΣΗΜΕΙΟ;
Α. Τη βαριά μπάλα
Β. Την ελαφριά μπάλα
ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:
1. Ο Αντώνης ξεκίνησε με την ελαφριά μπάλα και πρέπει να τελειώσει με την ελαφριά.
2. Την πρώτη φορά ο Αντώνης χρησιμοποίησε την ελαφριά μπάλα. Την επόμενη φορά θα πρέπει να χρησιμοποιήσει τη βαριά μπάλα.
3. Η βαριά μπάλα θα έχει περισσότερη δύναμη και, έτσι, η μπάλα – στόχος θα πάει πιο μακριά.
4. Θα πρέπει να αφήσει την ελαφριά μπάλα από το υψηλό σημείο, για να είναι πιο «δίκαιο».
5. Θα πρέπει να χρησιμοποιήσει την ίδια μπάλα, γιατί δεν έχει σημασία το βάρος της μπάλας.

Άσκηση 7: Τετράγωνα και ρόμβοι (1)

Σε μια υφασμάτινη τσάντα υπάρχουν:



3 ξύλινα τετράγωνα με βούλες

4 ξύλινα μαύρα τετράγωνα

5 ξύλινα άσπρα τετράγωνα

4 ξύλινοι ρόμβοι με βούλες

2 ξύλινοι μαύροι ρόμβοι

3 ξύλινοι άσπροι ρόμβοι

Όλα τα τετράγωνα έχουν το ίδιο μέγεθος και σχήμα. Επίσης, όλοι οι ρόμβοι έχουν το ίδιο μέγεθος και σχήμα. Βγάζουμε ένα αντικείμενο από την τσάντα.

ΠΟΙΕΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΤΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ ΝΑ ΕΧΕΙ ΒΟΥΛΕΣ;

Α. 1 στις 3

Β. 1 στις 4

Γ. 1 στις 7

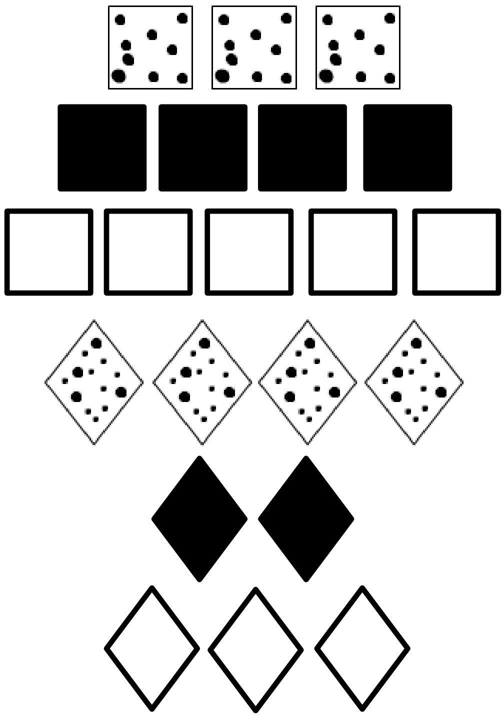
Δ. 1 στις 21

Ε. Άλλο

ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:

1. Υπάρχουν 21 αντικείμενα στην υφασμάτινη τσάντα . Άρα σίγουρα θα βγάλουμε ένα αντικείμενο με βούλες, από τα 21 αντικείμενα που υπάρχουν.
2. Σίγουρα θα βγάλουμε ένα αντικείμενο με βούλες, από τα 7 αντικείμενα με βούλες που υπάρχουν.
3. 7 από τα 21 κομμάτια έχουν βούλες.
4. Υπάρχουν 3 ομάδες αντικειμένων στην υφασμάτινη τσάντα. Μία από αυτές έχει βούλες.
5. Το ¼ των τετράγωνων και τα 4/9 των ρόμβων έχουν βούλες.

Άσκηση 8: Τετράγωνα και ρόμβοι (2)
Σε μια υφασμάτινη τσάντα υπάρχουν:



3 ξύλινα τετράγωνα με βούλες

4 ξύλινα μαύρα τετράγωνα

5 ξύλινα άσπρα τετράγωνα

4 ξύλινοι ρόμβοι με βούλες

2 ξύλινοι μαύροι ρόμβοι

3 ξύλινοι άσπροι ρόμβοι

Όλα τα τετράγωνα έχουν το ίδιο μέγεθος και σχήμα. Επίσης, όλοι οι ρόμβοι έχουν το ίδιο μέγεθος και σχήμα. Βγάζουμε ένα αντικείμενο από την τσάντα.
ΠΟΙΕΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΡΟΜΒΟΣ ΜΕ ΒΟΥΛΕΣ Ή ΑΣΠΡΟΣ ΡΟΜΒΟΣ;
Α. 1 στις 3
Β. 1 στις 9
Γ. 1 στις 21
Δ. 9 στις 21
Ε. Άλλο
ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:
1. 7 από τους 21 ρόμβους έχουν βούλες ή είναι άσπροι.
2. Τα 4/9 των αντικειμένων έχουν βούλες και τα 3/8 των άσπρων αντικειμένων είναι ρόμβοι.
3. 9 από τα 21 αντικείμενα είναι ρόμβοι.
4. Σίγουρα θα βγάλουμε ένα ρόμβο από τα 21 αντικείμενα που υπάρχουν στην τσάντα. Υπάρχουν 9 ρόμβοι μέσα στη σακούλα. Σίγουρα θα βγάλουμε ένα από τους 9 ρόμβους που υπάρχουν στητσάντα.

Άσκηση 9: Τα ποντίκια

Ένας αγρότης παρατηρεί τα ποντίκια που ζουν στο χωράφι του. Ανακάλυψε ότι κάποια ποντίκια είναι χοντρά και κάποια είναι λεπτά. Επίσης, κάποια ποντίκια είχαν μαύρες ουρές και κάποια είχαν άσπρες ουρές.

Ο αγρότης αναρωτήθηκε αν το μέγεθος του ποντικιού έχει σχέση με το χρώμα της ουράς του. Έτσι, αποφάσισε να μαζέψει όλα τα ποντίκια σε ένα μέρος του χωραφιού του για να τα παρακολουθεί. Χώρισε τα ποντίκια όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.

ΠΙΣΤΕΥΕΙΣ ΟΤΙ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΩΝ ΠΟΝΤΙΚΙΩΝ ΕΧΕΙ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΧΡΩΜΑ ΤΗΣ ΟΥΡΑΣ ΤΟΥΣ;

Α. Ναι

Β. Όχι

ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:

1. Τα 8/11 των χοντρών ποντικιών έχουν μαύρες ουρές και τα 3 από τα 4 λεπτά ποντίκια έχουν άσπρες ουρές.
2. Τα χοντρά και τα λεπτά ποντίκια μπορεί να έχουν είτε μαύρες είτε άσπρες ουρές.
3. Δεν έχουν όλα τα χοντρά ποντίκια μαύρες ουρές. Δεν έχουν όλα τα λεπτά ποντίκια άσπρες ουρές.
4. 18 ποντίκια έχουν άσπρες ουρές και 12 ποντίκια έχουν μαύρες ουρές.
5. 22 ποντίκια είναι χοντρά και 8 ποντίκια είναι λεπτά.

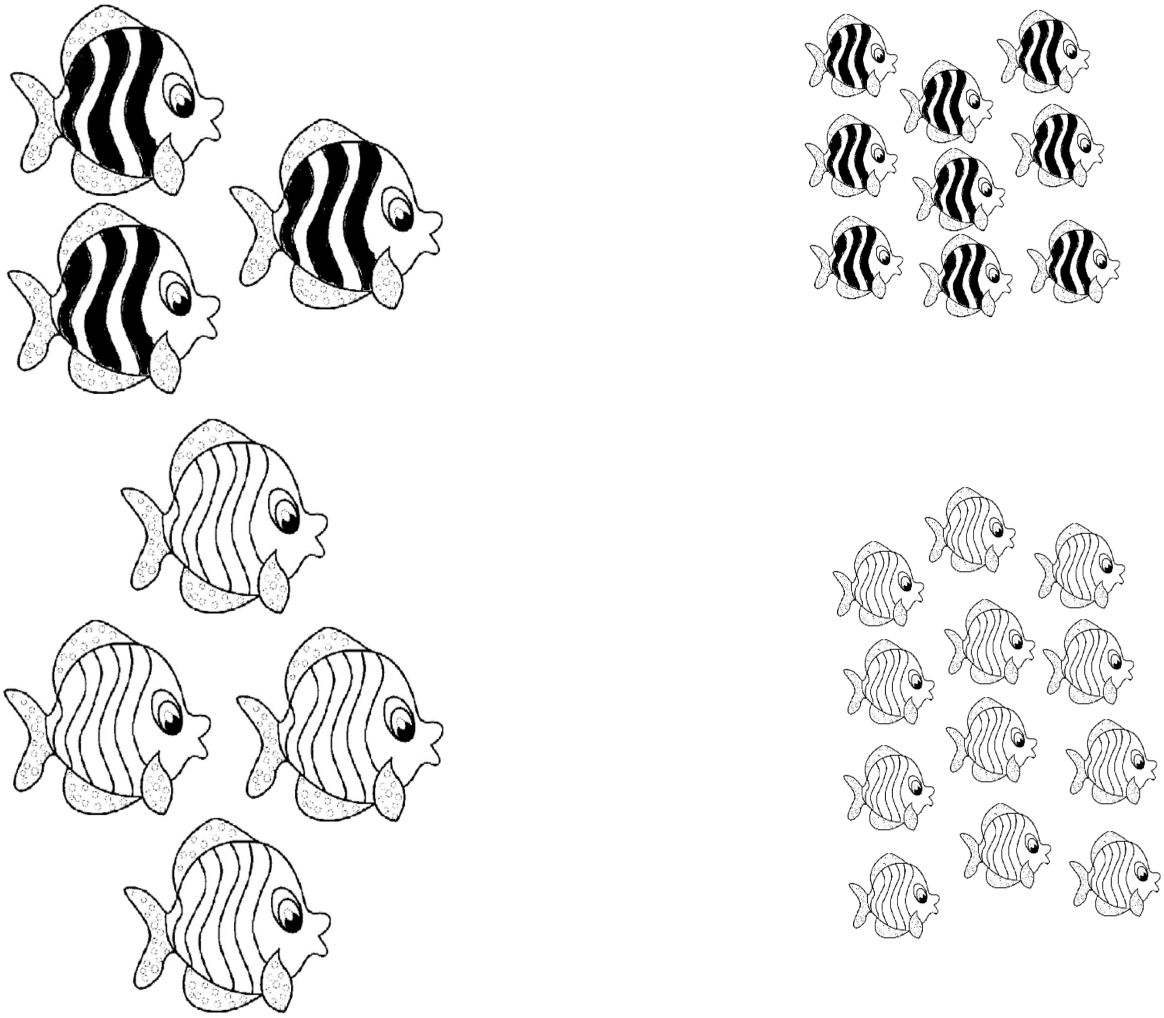
Άσκηση 10: Ψάρια

Μερικά από τα ψάρια που θα δείτε στην εικόνα είναι μεγάλα και μερικά είναι μικρά. Επίσης, κάποια ψάρια έχουν φαρδιές λωρίδες πάνω τους και κάποια έχουν στενές λωρίδες.

ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΥΣ ΤΟΥ ΨΑΡΙΟΥ ΕΧΕΙ ΣΧΕΣΗ ΜΕ ΤΟ ΜΕΓΕΘΟΣ ΤΩΝ ΛΩΡΙΔΩΝ ΠΟΥ ΘΑ ΕΧΕΙ;

Α. Ναι

Β. Όχι



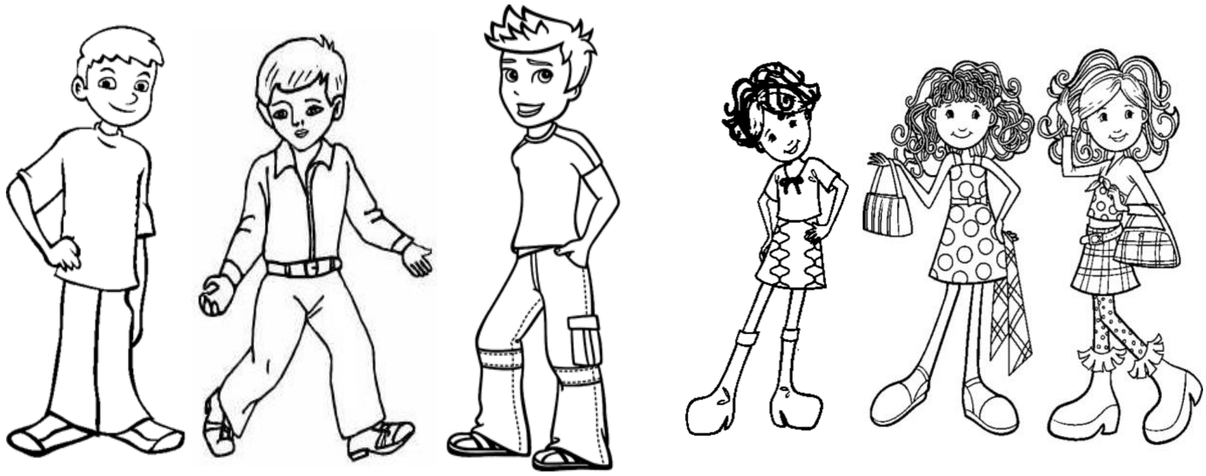
ΕΠΕΛΕΞΑ ΑΥΤΗΝ ΤΗΝ ΑΠΑΝΤΗΣΗ ΓΙΑΤΙ:

1. Και τα μεγάλα και τα μικρά ψάρια μπορούν να έχουν είτε στενές είτε φαρδιές λωρίδες.
2. Τα 3/7 των μεγάλων ψαριών και τα 9/21 των μικρών ψαριών έχουν στενές λωρίδες.
3. 7 ψάρια είναι μεγάλα και 21 είναι μικρά.
4. Δεν έχουν όλα τα μεγάλα ψάρια φαρδιές λωρίδες ούτε όλα τα μικρά ψάρια στενές λωρίδες.
5. Τα 12/28 των ψαριών έχουν φαρδιές λωρίδες και τα 16/28 των ψαριών έχουν στενές λωρίδες.

Άσκηση 11: Χορός

Μετά το φαγητό, κάποιοι μαθητές αποφασίζουν να πάνε για χορό. Υπάρχουν τρία αγόρια: ο Άγγελος (Α), ο Βασίλης (Β) και ο Γρηγόρης (Γ) και τρία κορίτσια: η Λουκία (Λ), η Μαρία (Μ) και η Νίκη (Ν).

Ένα πιθανό ζευγάρι χορού είναι οι Α – Λ, δηλαδή: Άγγελος και Λουκία.



ΑΓΓΕΛΟΣ (Α) ΒΑΣΙΛΗΣ (Β) ΓΡΗΓΟΡΗΣ (Γ) ΛΟΥΚΙΑ (Λ) ΜΑΡΙΑ (Μ) ΝΙΚΗ (Ν)

ΓΡΑΨΕ ΟΛΑ ΤΑ ΑΛΛΑ ΠΙΘΑΝΑ ΖΕΥΓΑΡΙΑ ΜΑΘΗΤΩΝ ΠΟΥ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΧΟΡΕΨΟΥΝ ΜΑΖΙ. ΤΑ ΑΓΟΡΙΑ ΔΕΝ ΧΟΡΕΥΟΥΝ ΜΕ ΤΑ ΑΓΟΡΙΑ ΚΑΙ ΤΑ ΚΟΡΙΤΣΙΑ ΔΕΝ ΧΟΡΕΥΟΥΝ ΜΕ ΤΑ ΚΟΡΙΤΣΙΑ.

Α – Λ

_____

_____

_____

_____

_____

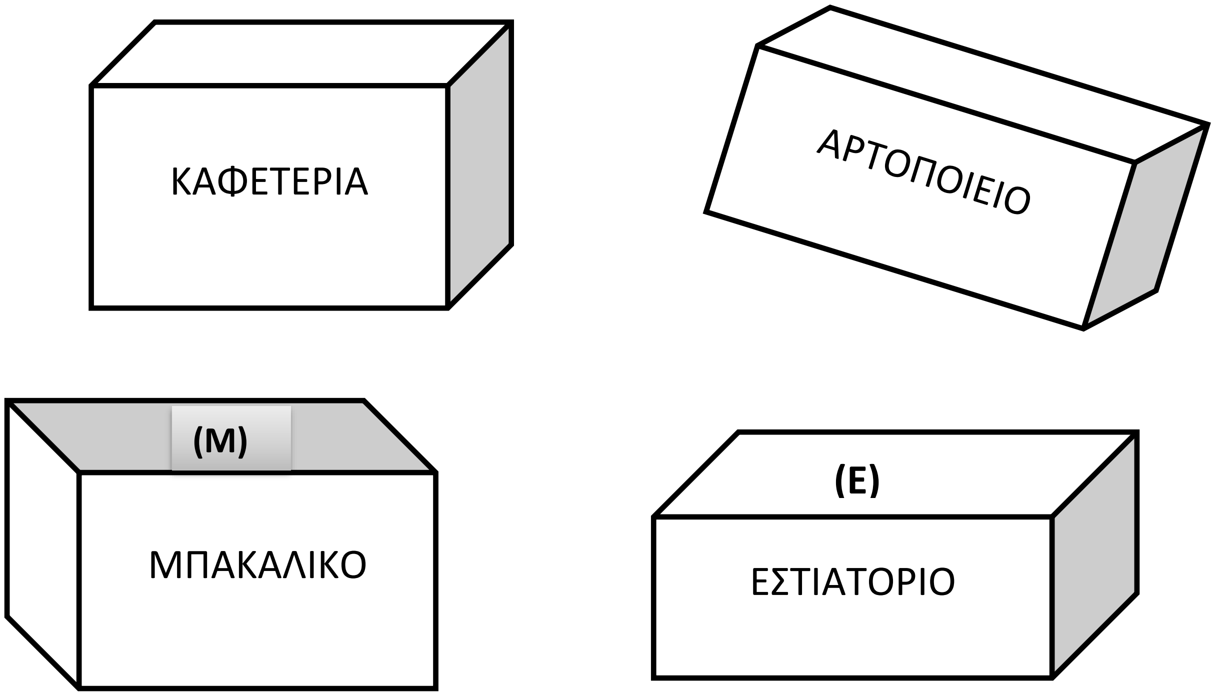
_____

_____

_____

Άσκηση 12: Εμπορικό κέντρο

Σε ένα καινούριο εμπορικό κέντρο θα τοποθετηθούν στο ισόγειο 4 καταστήματα: ΚΑΦΕΤΕΡΙΑ (Κ), ΑΡΤΟΠΟΙΕΙΟ (Α), ΜΠΑΚΑΛΙΚΟ (Μ) ΚΑΙ ΕΣΤΙΑΤΟΡΙΟ (Ε).



Ένας πιθανός τρόπος που θα μπορούσαν να τοποθετηθούν τα καταστήματα είναι: ΚΑΜΕ. Αυτό σημαίνει πρώτα η ΚΑΦΕΤΕΡΙΑ, μετά το ΑΡΤΟΠΟΙΕΙΟ, στη συνέχεια το ΜΠΑΚΑΛΙΚΟ και τέλος το ΕΣΤΙΑΤΟΡΙΟ.

ΓΡΑΨΕ ΟΛΟΥΣ ΤΟΥΣ ΑΛΛΟΥΣ ΠΙΘΑΝΟΥΣ ΤΡΟΠΟΥΣ ΠΟΥ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΤΟΠΟΘΕΤΗΘΟΥΝ ΤΑ ΚΑΤΑΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΙΣ 4 ΘΕΣΕΙΣ.

ΚΑΜΕ

Παράρτημα ΙΙ

Οδηγίες προς τους μαθητές για την επίλυση του γρίφου κατά την πιλοτική και κύρια φάση της έρευνας.

Οδηγίες προς τους μαθητές:

1. Έχετε ένα μεγάλο κελί στο οποίο υπάρχουν 6 μικρότερα κελιά. Τα 6 κελιά αποτελούνται από 6 μικρότερα κελιά. Σε κάποια από τα κελιά υπάρχουν αριθμοί από το 1 έως το 6.
2. Στόχος σας είναι να συμπληρώσετε όλα τα κελιά με αριθμούς από το 1 – 6 προσέχοντας να μην να επαναλαμβάνεται ο ίδιος αριθμός σε καμιά σειρά, στήλη ή κελί 3 x 2. Για κάθε κελί μόνο ένας αριθμός είναι σωστός.
3. Εσείς θα πρέπει να συνεργαστείτε μεταξύ σας, για να μπορέσετε να λύσετε σωστά τον αριθμητικό γρίφο. Θα πρέπει να εκφράζετε φωναχτά τη σκέψη σας και να επεξηγείτε την κάθε σας απόφαση και να επεξηγείτε τους λόγους, όταν διαφωνείτε. Για να τοποθετήσετε κάποιον αριθμό, θα πρέπει να συμφωνείτε μεταξύ σας.
4. Είναι δική σας υπόθεση από ποιο κελί θα ξεκινήσετε. Μπορείτε να αρχίσετε και να συνεχίσετε από όποιο κελί σας διευκολύνει.

Received: 20.6.2017, Revised: 18.11.2017, Approved: 9.12.2017