The Greek Review of Social Research

Vol 36 (1979)

36-37

Φυσική εξέλιξη του πληθυσμού της Ελλάδας: Μακροστοχαστική ανάλυση του φαινομένου

Γιώργος Ν. Τζιαφέτας

doi: [10.12681/grsr.454](https://doi.org/10.12681/grsr.454)

Copyright © 1979, Γιώργος Ν. Τζιαφέτας

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

To cite this article:

Τζιαφέτας Γ. Ν. (1979). Φυσική εξέλιξη του πληθυσμού της Ελλάδας: Μακροστοχαστική ανάλυση του φαινομένου. *The Greek Review of Social Research*, 36, 242–247. <https://doi.org/10.12681/grsr.454>

φυσική εξέλιξη του πληθυσμού της 'Ελλάδας

μακροστοχαστική ανάλυση
του φαινομένου

του
Γιώργου Ν. Τζιαφέτα
'Επιμελητή του Ε.Μ.
Πολυτεχνείου

1. εισαγωγικά

Οί προσπάθειες των κοινωνιολόγων καί ειδικότερα των δημογράφων συγκεντρώνονταν μέχρι την περασμένη δεκαετία στην ανάλυση χρονοδιαγραμμάτων για τὰ κυριότερα στοιχεία τῆς φυσικῆς κινήσεως τοῦ πληθυσμοῦ προκειμένου νά μελετηθεῖ ἡ ἐξέλιξί του. Μὲ βάση τὰ στοιχεία αὐτά, ἦταν δυνατό νά ὑπολογιστοῦν ποσοστιαῖες κατανομές καί τὰ ὑπόλοιπα χαρακτηριστικά μεγέθη τοῦ πληθυσμοῦ. Βέβαια, ἡ μεθοδολογία τέτοιου εἶδους εἶναι ἄρκετά γνωστή, συνήθως εὐχρηστέρα στοὺς ὑπολογισμούς, ἀλλὰ μειονεκτεῖ σὲ ἓνα βασικὸ σημεῖο. Γιὰ μία οὐσιαστικὴ μελέτη ἀπαιτοῦνται στατιστικὰ στοιχεία, πού εἶναι δύσκολο νά ἀποτιμηθοῦν. Αὐτὸ ἔχει σάν ἐπακόλουθο τὸ μεγάλο κόστος τῆς μελέτης, πού γιὰ μία ἀναπτυσσόμενη χώρα εἶναι ἄρκετά δύσκολο νά ἀναληφθεῖ. Ἀκόμα, σὲ πολλές περιπτώσεις, ἡ λήψη εἰδικῶν στατιστικῶν στοιχείων εἶναι ἀδύνατη γιὰ πρακτικούς λόγους. Ἔτσι, γιὰ μία ἀνάλυση τοῦ φαινομένου οἱ ἐρευνητές εἶναι ὑποχρεωμένοι νά περιοριστοῦν σὲ μεθοδολογίες πού στηρίζονται στὰ στοιχεία πού διαθέτουν οἱ στατιστικὲς ὑπηρεσίες ἀπὸ τὶς ἀπογραφές κατὰ ὁρισμένα χρονικὰ διαστήματα.

Οἱ λόγοι πού προαναφέρθηκαν ὑπῆρξαν κατ' ἀρχὴν ἀπαγορευτικοί καί γιὰ πολυπλοκότερες μεθοδολογίες, ὅπως εἶναι ἡ στοχαστικὴ ἀνάλυση πού χρησιμοποιεῖται πλέον σὲ μεγάλη κλίμακα τὴν τελευταία δεκαετία.¹ Ἡ διέγερση, ὁμως, τῶν προτεινόμενων στοχαστικῶν μεθόδων καί κυρίως ἡ χρῆση τῶν ἠλεκτρονικῶν ὑπολογιστῶν ἔλυσαν ἄρκετὰ προβλήματα, ὥστε ἡ ἐφαρμογὴ τῆς νέας μεθοδολογίας νά κρίνεται σὲ πολλὰ σημεία προσφορότερη ἀπὸ τὶς κλασικὲς μεθόδους. Πέρα ἀπὸ τὶς δυνατότητες αὐτές, πρέπει νά τονιστεῖ, ἰδιαίτερα, ὅτι ἡ στοχαστικὴ ἀνάλυση παρέχει μορφές λύσεων στὸν ὑπάρχοντα προβληματισμό, πού βρίσκονται πλησιέστερα στὴν πραγματικότητα. Γενικά, ἡ ὅλη θέση τοῦ προβλήματος, ὅπως ὑπεισέρεται στὴ στοχαστικὴ ἀνάλυση, ἀντικατοπτρίζει κατὰ ἀρτιότερο τρόπο τὴ φυσικὴ διαδικασία.

Μὲ βάση ὅσα ἀναφέρθηκαν παραπάνω, ἡ ἐργασία αὕτη ἀποσκοπεῖ στὴ μελέτη τοῦ δημογραφικοῦ προβλήματος τῆς Ἑλλάδος καί ἰδιαίτερα στὸν προσδιορισμὸ τῆς ποσοστιαίας κατανομῆς τοῦ πληθυσμοῦ καί τὶς προοπτικὲς τῆς ἐξελίξεως αὐτῆς μὲ τὴ βοήθεια μακρο-στοχαστικῶν μεθόδων.²

2. μεθοδολογία

Ἡ ἐπεξήγηση, ἡ περιγραφή καί ἡ πρόγνωση τῶν δημογραφικῶν φαινομένων παραμένει πάντα ὁ κύριος σκοπὸς τῶν ἐρευνῶν. Τὸ πρόβλημα ἀρχίζει

1. Boudon R., 1973.
2. Tzafetas G., 1976.

μέ την επεξήγηση και κυρίως μέ τό έρώτημα πώς μετασχηματίζονται οι παρατηρούμενες τιμές πού άφορούν δημογραφικές μεταβλητές ποσότητες. Είναι γεγονός ότι πληθυσμιακά χαρακτηριστικά είναι πάντοτε δυνατόν νά προκύψουν άπό τή θεωρήση έ- νός στοχαστικού συστήματος μεταβολών.³ Κατ' αυτόν τόν τρόπο, οι παρατηρούμενες τιμές μπο- ρεί νά θεωρηθούν σάν τιμές τυχαίων μεταβλητών, πού μεταβάλλονται χρονικά μέ βάση πιθανοθεωρη- τικούς νόμους. Έτσι, τό πρόβλημα μετατίθεται στόν προσδιορισμό τής στοχαστικής άνελίξεως, πού περιγράφει ικανοποιητικά τό διερευνώμενο δη- μογραφικό φαινόμενο. Ξεκινώντας άπό τίς άπλου- στερες μορφές στοχαστικών άνελίξεων και έχον- τας τίς παρατηρούμενες τιμές κατά κατηγορία ή κατά παρατηρούμενη κατάσταση, εξετάζουμε τήν έφαρμογή κατάλληλης μαρκοβιανής άλυσίδας. Βέ- βαια, πάντα υπάρχει τό έρώτημα κατά πόσον τά φαινόμενα διέπονται άπό τή μαρκοβιανή ιδιότητα.⁴ Προσεγγιστικά, σέ πρώτο βήμα, λαμβάνουμε στα- τικές, πρώτης τάξεως, μαρκοβιανές άλυσίδες, άν και είναι δυνατόν τό σύστημα νά απαιτεί μή σταθε- ρές πιθανότητες μεταφοράς μεταξύ τών θεωρουμέ- νων καταστάσεων.

Στήν περίπτωση πού ήταν γνωστά μικροδομεμέ- να, δηλαδή τό άριθμός τών στοιχείων του πληθ- σμού πού διαφεύγουν άπό μία κατάσταση τής άλυ- σίδας και έρχονται σέ μία άλλη γειτονική ή μη, τότε όλες οι ύπόθεσεις πού έγιναν παραπάνω μπορεί νά έλεγχθούν συνολικά μέ τήν έφαρμογή γνωστών στατιστικών μεθόδων.⁵ Τό πρόβλημα, όμως, είναι άρκετά πολυπλοκότερο. Δυστυχώς, τέτοιου είδους στατιστικά δεδομένα είναι δύσκολο νά ληφθούν ά- πό τή στατιστική ύπηρεσία, ιδίως στήν περίπτωση πού οι θεωρούμενες καταστάσεις τής άλυσίδας άν- τιπροσωπεύουν κοινωνικές ή δημογραφικές κατα- στάσεις. Έτσι, στήν εισαγόμενη νέα μεθοδολογία θά πρέπει νά στηριχθούμε άποκλειστικά σέ μακρο- δεδομένα, δηλαδή στίς ποσοστιαίες κατανομές συ- χνότητας του πληθυσμού πού δίνονται για κάθε θε- ωρούμενη χρονική στιγμή.

Μέ βάση τίς παραπάνω προϋποθέσεις, στίς έφαρ- μογές θεωρούμε σάν καταστάσεις i ($i = 1, 2, \dots, r$) τής μαρκοβιανής άλυσίδας μεγάλα διαστήματα ήλι- κίας, για τά όποια μās δίνεται ή συχνότητα κατα- νομής του πληθυσμού $Y_i(t)$ για κάθε χρονική στιγμή t ($t = 1, 2, \dots, T$). Συνήθως, τέτοιου είδους ύποδείγμα- τα θεωρούνται ιεραρχικά ή κλειστά. Άντίθετα, στό ύπόδειγμα πού περιγράφουμε, θεωρούμε ότι οι άλ- λαγές πού παρατηρούνται στή συχνότητα κατανο- μής, προέρχονται άπό όλα τά στοιχεία τής φυσικής κινήσεως του πληθυσμού, δηλαδή θανάτους, γεννή-

σεις και μεταναστεύσεις. Έτσι, όπως θά επεξηγη- θεί παρακάτω, οι πιθανότητες μεταφοράς p_{ij} για $j \neq i$ δέν είναι μηδενικές.

Έάν συμβολίσουμε μέ $q_i(t)$ τή μη δεσμευμένη πι- θανότητα, ώστε στοιχείο του πληθυσμού νά βρεθεί στήν κατάσταση i τή χρονική στιγμή t , τότε τό προ- τεινόμενο ύπόδειγμα έχει τή μορφή

$$\text{για } t = 1, 2, \dots, T \text{ και } j = 1, 2, \dots, r. \quad (2.1)$$

Τό βασικό πρόβλημα πού έχουμε στό ύπόδειγ- μα είναι ή έκτίμηση τών παραμέτρων πού ύπεισέρ- χονται ύπό τή μορφή τής πιθανότητας μεταφοράς p_{ij} . Για τήν επίλυση του προβλήματος, καταφεύγου- με στή μέθοδο τής μεγίστης πιθανοφάνειας, όποτε ύπολογίζουμε πρώτα τή συνάρτηση πιθανοφάνειας L και ύστερα τίς παραγώγους τής συναρτήσεως $\log L$. Τελικά, ή έκτιμήτρια του πίνακα μεταφοράς $P = (p_{ij})$ έχει τή μορφή

$$\hat{P}^* = (X \sum_{t=1}^T X_t)^{-1} X \sum_{t=1}^T Y^* \quad (2.2)$$

όπου Σ είναι ό πίνακας συνδιασπορών τών συχνο- τήτων $Y_j(t)$. Οι $(r-1)$ ύποπίνακες Σ^j έχουν σάν στοι- χεία τίς ποσότητες

$$-[q_i(t)q_j(t)]/N(t)$$

$$[q_i(t)[1-q_i(t)]]/N(t), \quad N(t)Y_i(t) = n_i(t).$$

Y^* είναι διάνυσμα στήλη μέ στοιχεία $Y_i(t)$ για $t = 1, 2, \dots, T$.

$\hat{P}^*$ είναι διάνυσμα στήλη μέ $r-1$ ύποδιανύσματα και X είναι $(T(r-1) \times (r-1))$ διαγώνιος πίνακας, του ό- ποιου οι ύποπίνακες X_i έχουν σάν στοιχεία τά πα- ρατηρούμενα ποσοστά $Y_j(t-1)$ για $t = 1, 2, \dots, T$ και $j = 1, 2, \dots, r$.

$$[T(r-1) \times r(r-1)]$$

Πρέπει εδώ νά σημειώσουμε ότι ή έκτίμηση πού δόθηκε μέ τή σχέση (2.2) μπορεί νά χρησιμοποιηθεί μόνον όταν ό πίνακας Σ είναι γνωστός. Συνήθως, ό- μως, ό πίνακας συνδιασπορών είναι συνάρτηση τής άγνωστης πιθανότητας $q_i(t)$, όποτε σέ πρώτη προ- σέγγιση λαμβάνουμε τήν έκτίμηση $(\hat{p}_{ij}^*)$. Μέ βάση τής σχέσης (2.1), ύπολογίζουμε άναδρομικά τή νέα πιθανότητα $\hat{q}_i^*(t)$, πού όδηγεί στή νέα έκτίμηση $\hat{p}_{ij}^*(2)$. Ή άναδρομική αυτή διαδικασία συνεχίζεται μέχρις ότου προκύψει

3. Rogers A., 1975.

4. Ginsberg R., 1972.

5. Anderson T.W. and L.A. Goodman, 1957.

$$p_{ij}^c(n+1) = \hat{p}_{ij}^c(n) \quad (2.3)$$

Η μεθοδολογία μπορεί να επεκταθεί σε μερικά σημεία, αν ληφθούν υπ' όψη οι εκ των προτέρων πληροφορίες πού άφορούν τις πιθανότητες μεταφοράς p_{ij} . Υποτίθεται, π.χ., ότι οι πληροφορίες αυτές συγκεντρώνονται σε μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, πού δίνεται εκ των προτέρων και πού ακολουθεί την πολυδιάστατη Β-κατανομή. Έχοντας λοιπόν υπ' όψη τη δειγματική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας, όπως υπολογίστηκε στη συνάρτηση μεγίστης πιθανοφάνειας, και κάνοντας χρήση του γνωστού θεωρήματος του Bayes, λαμβάνουμε την εκ ύστερων συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας σαν συνάρτηση των πιθανοτήτων μεταφοράς. Παραγωγίζοντας ως προς p_{ij} τη συνάρτηση αυτή, βρίσκουμε τη νέα έκτιμηση κατά Bayes με την ακόλουθη μορφή

$$\hat{p}^* = (X' \sum X + \sum_0 J)' (X' \sum Y^* + \sum_0 L) \quad (2.4)$$

όπου J είναι $[r(r-1) \times r(r-1)]$ διαγώνιος πίνακας με στοιχεία

$$(a_i - r) / (a_i + 1), i = 1, 2, \dots, r$$

(a_i είναι οι εκ των προτέρων γνωστοί παράμετροι της Β-κατανομής), L είναι $(r(r-1) \times 1)$ διάνυσμα στήλη με στοιχεία

$$(a_{ij} - 1) / (a_i + 1), i = 1, 2, \dots, r \quad \text{και} \quad j = 1, 2, \dots, r-1$$

Στήν όλη μαθηματική επεξεργασία μέχρι τώρα, δέν λάβαμε υπ' όψη τις ιδιότητες πού πρέπει να έχουν οι πιθανότητες μεταφοράς p_{ij} . Δηλαδή πρέπει

$$\sum_{j=1}^r p_{ij} = 1 \quad \text{και} \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1 \quad i, j = 1, 2, \dots, r \quad (2.5)$$

Οι προϋποθέσεις αυτές εισάγουν βασικές δυσκολίες στον προβληματισμό. Μπορεί όμως να βρεθεί νέα, υπό τούς περιορισμούς (2.5), έκτιμηση των πιθανοτήτων μεταφοράς με βάση τό γνωστό θεώρημα περιστολής και τό δυαδικό θεώρημα του μή γραμμικού προγραμματισμού. Η έκτιμηση πού λαμβάνεται κατ' αυτό τόν τρόπο γιά τόν πίνακα των πιθανοτήτων μεταφοράς καλείται ιδιαίτερα περιορισμένη.

3. άποτελέσματα της ανάλυσεως

Σε πρόσφατη έκδοση της Έθνικής Στατιστικής Υπηρεσίας,⁶ γίνεται πρόβλεψη της πληθυσμιακής

κατανομής στην Ελλάδα κατά μεγάλες ομάδες ηλικιών με βάση τις παρατηρούμενες τιμές στη χρονική περίοδο 1950-1975. Στήν αναφερόμενη εργασία χρησιμοποιήθηκε ή γνωστή μεθοδολογία στη δημογραφία με ανάλυση των στοιχείων της φυσικής κινήσεως του πληθυσμού. Έξαιρέση αποτέλεσε ή μετανάστευση γιά τήν όποία δέν ύπήρχαν άρκετά στοιχεία.

Χρησιμοποιώντας τις παρατηρούμενες τιμές γιά τήν πληθυσμιακή κατανομή από τήν εργασία πού προαναφέρθηκε, υποθέτουμε ότι τά δεδομένα μετασχηματίζονται με βάση μία στατική μαρκοβιανή άλυσίδα πρώτης τάξεως στην όποία ύπάρχουν τέσσερες καταστάσεις, όσες δηλαδή οι ομάδες ηλικιών πού θεωρήθηκαν.

Κάθε στοιχείο του πληθυσμού έχει τη δυνατότητα να βρεθεί σε μία από τις θεωρούμενες ομάδες ηλικιών και μπορεί να μεταπηδήσει σε μία άλλη κατά τη διάρκεια των χρονικών στιγμών $t = 1, 2, 3, 4, 5, 6$, πού αντίστοιχούν στά έτη λήψεως της πληθυσμιακής κατανομής, δηλαδή ανά πενταετία στό χρονικό διάστημα 1950-1975.

Είναι κατανοητό ότι ή άλυσίδα έχει ιεραρχικό χαρακτήρα, δηλαδή ένα στοιχείο του πληθυσμού μπορεί να μεταπηδήσει σε μία χρονική περίοδο από μία μικρότερη ηλικία, ούσιαστικά μία μικρότερη κατά άριθμηση κατάσταση, σε μία μεγαλύτερη. Στίς εφαρμογές πού θεωρούμε, μπορεί ένα στοιχείο του πληθυσμού να έξέλθει από τό σύστημα στην περίπτωση θανάτου-μεταναστεύσεως ή να εισέλθει στην περίπτωση γεννήσεως-μεταναστεύσεως. Μέ άλλα λόγια, θεωρούμε τό σύστημα κλειστό με τήν ευρύτερη έννοια, ότι συμπεριλαμβάνει τις καταστάσεις γέννηση-θάνατος-μεταναστευση και ότι ένα στοιχείο πού άποκόπτεται από μία κατάσταση μπορεί να άντικατασταθεί από ένα νέο πού εισέρχεται σε όποιαδήποτε κατάσταση μικρότερη ή πολύ μεγαλύτερη.

Ύστερα από τις προϋποθέσεις αυτές, δίνονται στον πίνακα (3.1)⁷ οι παρατηρούμενες και οι εύρεθεισες τιμές γιά τήν πληθυσμιακή κατανομή, καθώς και οι προβλεπόμενες γιά τις χρονικές στιγμές $t = 7, 8, 9, 10$, δηλαδή γιά τά έτη 1980, 1985, 1990, 1995. Οι ύπολογισμοί έγιναν με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας, όπως αναλύθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, όπου ή έκτιμήτρια γιά τόν πίνακα των πιθανοτήτων μεταφοράς ύπολογίστηκε με δύο διαδοχικές επαναλήψεις.

Είναι φανερό, από τη μεθοδολογία πού δόθηκε στην προηγούμενη παράγραφο, ότι ή ανάλυση με τις μαρκοβιανές άλυσίδες δίνει μία πρόγνωση στην πληθυσμιακή έξέλιξη με βάση τις προϋποθέσεις

7. Οι ύπολογισμοί έγιναν με τόν Ηλεκτρονικό Ύπολογιστή του Ύπουργείου Γεωργίας.

6. V. Valaoras, 1974.

πού υπήρχαν ή δημιουργήθηκαν κατά τη θεωρούμενη χρονική διάρκεια. Δηλαδή, με άλλα λόγια, οι εξελικτικές τάσεις είναι απόρροια της όλικης πολιτικής που ασκήθηκε πάνω στα στοιχεία που καθορίζουν τη φυσική εξέλιξη του πληθυσμού.

Πρέπει να τονίσουμε σ' αυτό το σημείο, ότι δεν είναι δυνατόν να γίνει έλεγχος των προγνώσεων. Είναι, όμως, δυνατόν να ελεγχθούν όλες οι υποθέσεις που τέθηκαν παραπάνω. Δηλαδή κατά πόσον η μεθοδολογία έδωσε άποτελέσματα που προσεγγίζουν ικανοποιητικά τις παρατηρούμενες τιμές. Έχοντας λοιπόν τις παρατηρούμενες τιμές $Y(t)$ και τις εκτιμηθείσες $\hat{Y}(t)$, μπορούμε να κάνουμε χρήση του έλέγχου στατιστικών υποθέσεων κατά Pearson με βάση την τετραγωνική μορφή

$$\chi^2_{(r-1)T} = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^r N(t) [Y_i(t) - \hat{Y}_i(t)]^2 / \hat{Y}_i(t) \quad (3.1)$$

ή οποία ακολουθεί την χ^2 -κατανομή με $(r-1)T$ βαθμούς ελευθερίας. Όπως φαίνεται από τον πίνακα (3.1), η τιμή που βρέθηκε για τη συνάρτηση χ^2 είναι πολύ μικρότερη από τις αντίστοιχες τιμές της χ^2 -κατανομής για 18 βαθμούς ελευθερίας. Έτσι, μπορεί να γίνει ανεπιφύλακτα δεκτή η υπόθεση ότι οι παρατηρούμενες ποσοστιαίες συχνότητες ακολουθούν την ίδια κατανομή με τις εκτιμηθείσες.

Σε μία δεύτερη εφαρμογή, θεωρούμε πάλι τις παρατηρούμενες τιμές για την κατανομή του άστικού

πληθυσμού στην Ελλάδα από την έκδοση της ΕΣΥΕ που προαναφέρθηκε. Υποθέτουμε, πάλι, ότι τα δεδομένα μετασχηματίζονται με βάση μία στατική μαρκοβιανή αλυσίδα πρώτης τάξεως, στην οποία υπάρχουν τέσσερες καταστάσεις που αντιστοιχούν σε τέσσερες μεγάλες ομάδες ηλικιών (πίνακας 3.2). Παρόμοια, υποτίθεται ότι κάθε στοιχείο του πληθυσμού είναι δυνατόν να βρεθεί σε μία από τις θεωρούμενες καταστάσεις και μπορεί να μεταπηδήσει σε μία άλλη κατά τη διάρκεια των χρονικών στιγμών $t=1, 2, 3, 4, 5, 6$, που αντιστοιχούν στα έτη λήψεως της πληθυσμιακής κατανομής, δηλαδή ανά πενταετία στο χρονικό διάστημα 1950-1975. Τέλος, κάνουμε την ίδια υπόθεση, όπως στο προηγούμενο παράδειγμα, για την ιεραρχικότητα και τό κλειστό του συστήματος.

Ύστερα από τις υποθέσεις αυτές, δίνουμε στον πίνακα (3.2) τις τιμές για την πληθυσμιακή κατανομή του άστικού πληθυσμού με βάση την εκτίμηση κατά Bayes, όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Οι εκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς (πίνακας 3.3) έχουν υπολογιστεί σε σχέση με τις πραγματικές δυνατότητες για τη μεταπήδηση ενός στοιχείου του πληθυσμού από μία κατάσταση σε άλλη. Έτσι, θεωρήσαμε, π.χ., ότι η πιθανότητα για να παραμείνει ένα στοιχείο του πληθυσμού στην πρώτη ομάδα ηλικίας (0-14 έτη) κατά τη διάρκεια μιας πενταετίας είναι ίση περίπου με 2/3. Με τό ίδιο σκεπτικό υπολόγισαμε τα άλλα διαγώνια στοιχεία του πίνακα και τις πιθανότητες μεταπήδησής p_{12}, p_{23}, p_{34} . Για τόν υπολογισμό της εκ των προτέρων πιθανότητας p_{41} , θεωρήσαμε ότι η πιθανότητα

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.1. Πληθυσμιακή κατανομή της Ελλάδας κατά μεγάλες ομάδες ηλικιών

t \ r	1 (0-14 έτη)		2 (15-44 έτη)		3 (45-64 έτη)		4 (65+ έτη)		Μέγεθος δείγματος (100.000)
	A	B	A	B	A	B	A	B	
1(1950)	0,2856		0,4759		0,1736		0,0649		75.810
2(1955)	0,2636	0,2650	0,4747	0,4687	0,1904	0,1897	0,0713	0,0764	79.570
3(1960)	0,2642	0,2647	0,4496	0,4473	0,2052	0,2037	0,0810	0,0839	83.240
4(1965)	0,2518	0,2516	0,4442	0,4375	0,2094	0,2163	0,0946	0,0940	85.850
5(1970)	0,2483	0,2486	0,4236	0,4240	0,2161	0,2192	0,1120	0,1085	87.620
6(1975)	0,2387	0,2375	0,3968	0,4116	0,2321	0,2244	0,1324	0,1263	88.100
7(1980)	0,2284	0,2232	0,3925	0,3913	0,2349	0,2374	0,1442	0,1478	
8(1985)	0,2177	0,2204	0,4002	0,3746	0,2395	0,2413	0,1426	0,1636	
9(1990)	0,2180	0,2113	0,4125	0,3648	0,2263	0,2440	0,1432	0,1796	
10(1995)	0,2240	0,2061	0,4097	0,3521	0,2128	0,2456	0,1535	0,1958	

A: Παρατηρούμενες τιμές και πρόγνωση κατά V. Valaoras, 1974.

B: Εκτιμώμενες τιμές και πρόγνωση κατά τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας.

Άθροισμα τετρ. σφάλματος 0,000511658

Μέσος τετρ. σφάλμα 0,00025583

Τιμή χ^2 0,182558029

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.2. Κατανομή του άστικού πληθυσμού της Ελλάδας κατά μεγάλες ομάδες ηλικιών

r t	1 (0-14 έτη)		2 (15-44 έτη)		3 (45-64 έτη)		4 (65 + έτη)		Μέγεθος δείγματος
	A	B	A	B	A	B	A	B	
1(1950)	0,2292		0,5306		0,1832		0,0570		27.548
2(1955)	0,2158	0,2108	0,5221	0,4933	0,1990	0,2325	0,0631	0,0634	31.223
3(1960)	0,2221	0,2072	0,4926	0,4841	0,2126	0,2445	0,0727	0,0640	35.280
4(1965)	0,2230	0,2171	0,4800	0,4649	0,2128	0,2533	0,0848	0,0647	39.887
5(1970)	0,2284	0,2250	0,4630	0,4565	0,2126	0,2529	0,0960	0,0655	45.611
6(1975)	0,2289	0,2356	0,4405	0,4461	0,2218	0,2519	0,1088	0,0663	51.032
7(1980)	0,2266	0,2442	0,4231	0,4306	0,2292	0,2579	0,1215	0,0672	
8(1995)	0,2210	0,2267	0,4197	0,4256	0,2351	0,2836	0,1242	0,0641	
9(1990)	0,2196	0,2149	0,4235	0,4174	0,2269	0,3031	0,1300	0,0654	
10(1995)	0,2156	0,2087	0,4237	0,4087	0,2257	0,3182	0,1450	0,0644	

A: Παρατηρούμενες τιμές και πρόγνωση κατά V. Valaoras, 1974.

B: Έκτιμώμενες τιμές και πρόγνωση κατά τη μέθοδο Bayes.

*Άθροισμα τετρ. σφάλματος 0,011049389

Μέσων τετρ. σφάλμα 0,000552469

Τιμή χ^2 3,494544134

νότητα να διαφύγει από την τέταρτη ομάδα ηλικίας ένα στοιχείο του πληθυσμού λόγω θανάτου ή μεταναστεύσεως και να αντικατασταθεί από ένα νέο στην πρώτη ομάδα λόγω γεννήσεως ή μεταναστεύσεως σε μία πενταετία, είναι περίπου ίση με 1/3, δηλαδή ίση με την πιθανότητα διαφυγής από την τέταρτη ομάδα. Τέλος, για τις πιθανότητες P_{13} , P_{14} , P_{21} , P_{24} , P_{31} , P_{32} , P_{42} , P_{43} , κάναμε την υπόθεση ότι είναι σταθερές και ίσες προς 0,05 και αντιπροσωπεύουν την

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.3. Οι εκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς και η εκτίμηση κατά Bayes με την επαναληπτική διαδικασία

	Πίνακας των πιθανοτήτων μεταφοράς				Έπ. σφάλμα
Έκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς	0,6000	0,3000	0,0500	0,0500	
1η επαναληπτική λύση	0,0441	0,7795	0,1266	0,0498	0,304503
3η επαναληπτική λύση	0,0424	0,7746	0,1254	0,0575	0,099354
6η επαναληπτική λύση	0,0528	0,0524	0,8322	0,0625	
	0,6363	0,0883	0,0847	0,1908	
	0,6116	0,3008	0,0385	0,0491	0,026040
	0,0417	0,7717	0,1249	0,0617	
	0,0524	0,0524	0,8311	0,0641	
	0,6823	0,942	0,0895	0,1340	

πιθανότητα, ώστε ένα στοιχείο του πληθυσμού να διαφύγει από μία ομάδα ηλικίας λόγω μεταναστεύσεως ή θανάτου και να αντικατασταθεί από ένα άλλο λόγω μεταναστεύσεως ή γεννήσεως, όταν το στοιχείο καταφεύγει στην πρώτη ομάδα ηλικίας.

Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις, όσον αφορά τις εκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς, υπολογίσαμε τον εκ των υστέρων πίνακα των πιθανοτήτων μεταφοράς με τη γνωστή αναδρομική μέθοδο, όπως αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Στόν πίνακα (3.3) δίνουμε την πρώτη, τρίτη και έκτη επαναληπτική λύση. Από τον ίδιο πίνακα μπορούμε να δούμε, άμεσα, ότι το επαναληπτικό σφάλμα, που υπολογίστηκε σαν απόλυτη απόκλιση της εκτίμησης στη νέα λύση από αυτή της προηγούμενης, τείνει προς το μηδέν.

Έχοντας λοιπόν τις εκτιμήσεις για την πληθυσμιακή κατανομή στο χρονικό διάστημα 1950-1975 με βάση την έκτη επαναληπτική λύση, υπολογίζουμε παραπέρα τις τιμές για την πληθυσμιακή κατανομή για το χρονικό διάστημα 1980-1995 ανά πενταετία (πίνακας 3.2). Όπως φαίνεται από τον πίνακα παραπάνω τις τιμές για την πληθυσμιακή κατανομή ηλικίας δεν αναμένονται ουσιαστικές αλλαγές στη συχνότητα κατανομής για το χρονικό διάστημα της προγνώσεως. Αντίθετα, η τρίτη ομάδα ηλικίας, όπως υπολογίσαμε με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας, αναμένεται να έχει πολύ μεγαλύτερη συμμετοχή απ' ό,τι είχε κατά τη χρονική περίοδο 1950-1975 και απ' ό,τι προβλέπεται κατά τις εκτιμήσεις της ΕΣΥΕ στην εργασία που προαναφέρθηκε. Η διαφορά στο σημείο αυτό προέρχεται κυρίως από τη μεθοδολογία που εφαρμόσαμε. Όπως προαναφέραμε, η θεωρία των μαρκοβιανών αλυσίδων δίνει προγνώσεις με βάση την όλη πληθυσμιακή πο-

ΠΙΝΑΚΑΣ 3.4. Πληθυσμιακή κατανομή του αγροτικού πληθυσμού της Ελλάδας κατά μεγάλες ομάδες ηλικιών

t	1 (0-14 έτη)			2 (15-44 έτη)			3 (45-64 έτη)			4 (65 + έτη)			Μέγεθος δείγματος (100.000)
	A	B	Γ	A	B	Γ	A	B	Γ	A	B	Γ	
1(1950)	0,3177			0,4448			0,1681			0,694			48.262
2(1955)	0,2945	0,2953	0,2709	0,4440	0,4322	0,4400	0,1849	0,1882	0,2164	0,0766	0,0842	0,0726	48.356
3(1960)	0,2951	0,2930	0,2622	0,4180	0,4131	0,4342	0,1988	0,2010	0,2300	0,0871	0,0928	0,0735	47.964
4(1965)	0,2768	0,2773	0,2693	0,4132	0,4034	0,4166	0,2064	0,2146	0,2399	0,1036	0,1046	0,0742	45.963
5(1970)	0,2700	0,2729	0,2691	0,3809	0,3866	0,4095	0,2199	0,2,186	0,2455	0,1292	0,1217	0,0758	42.014
6(1975)	0,2522	0,2527	0,2814	0,3366	0,3685	0,3862	0,2462	0,2302	0,2544	0,1650	0,1485	0,0791	37.075
7(1980)	0,2316	0,2244	0,2938	0,3488	0,3366	0,3524	0,2430	0,2523	0,2728	0,1766	0,1866	0,0809	
8(1985)	0,2129	0,2221	0,2652	0,3711	0,3140	0,3701	0,2458	0,2548	0,2911	0,1698	0,2088	0,0735	
9(1990)	0,2157	0,2083	0,2443	0,3962	0,3033	0,3753	0,2254	0,2568	0,3069	0,1627	0,2312	0,0749	
10(1995)	0,2366	0,2007	0,2334	0,4036	0,2880	0,3741	0,1937	0,2571	0,3200	0,1661	0,2537	0,0737	

A: Παρατηρούμενες τιμές και πρόγνωση κατά V. Valaoras, 1974.

B: Παρατηρούμενες τιμές με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας.

Γ: Παρατηρούμενες τιμές με τη μέθοδο Bayes.

*Αθροισμα τετρ. σφάλματος (μέθοδος μεγ. πιθαν.) 0.002077214 (μέθοδος Bayes) 0.021381157

Μέσος τετραγωνικών σφάλμα (μέθοδος μεγ. πιθαν.) 0.00103861 (μέγεθος Bayes) 0.001069058

Τιμή χ^2 (μέγεθος μεγ. πιθαν.) 0.333839401 (μέθοδος Bayes) 7.374328809

λιτική που άσκηθηκε στο διερευνώμενο χρονικό διάστημα, χωρίς να είναι δυνατόν να γίνουν υποθέσεις για έναλλακτική μελλοντική συμπεριφορά των ατόμων του πληθυσμού.

Σε μία τελευταία εφαρμογή, θεωρούμε τις παρατηρούμενες τιμές για την κατανομή του αγροτικού πληθυσμού στην Ελλάδα από την ίδια έκδοση της ΕΣΥΕ. Υποθέτουμε, πάλι, ότι τα δεδομένα μετασχηματίζονται με βάση μία στατική μαρκοβιανή άλυσίδα πρώτης τάξεως με τέσσερες καταστάσεις, όπως ακριβώς στον αστικό πληθυσμό. Στόν πίνακα (3.4) δίνουμε τις τιμές για την πληθυσμιακή κατανομή του αγροτικού πληθυσμού με τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας και με τη μέθοδο Bayes. Στόν υπολογισμό με τη δεύτερη μέθοδο, θεωρήσαμε ότι ο πίνακας για τις εκ των προτέρων πιθανότητες μεταφοράς είναι ο ίδιος, όπως ακριβώς στον αστικό πληθυσμό. Επίσης, για τον υπολογισμό της εκτιμήσεως κατά Bayes, λάβαμε την έκτη επαναληπτική λύση, ενώ κατά τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας τη δεύτερη επαναληπτική λύση.

Με τόν προσδιορισμό της εκτιμήσεως των πιθανών μεταφορών κατά Bayes, προκύπτει βασική διαφοροποίηση της θεωρούμενης μαρκοβιανής α-

λυσίδας. Ενώ κατά τη μέθοδο μεγίστης πιθανοφάνειας προκύπτουν απορροφητικές καταστάσεις, δεν συμβαίνει το ίδιο στη μέθοδο Bayes, όπου η έκτιμηση των πιθανοτήτων μεταφοράς οδηγεί στη δημιουργία άπληρης άλυσίδας. Στην περίπτωση αυτή, μπορούμε πλέον να υπολογίσουμε τις όριακές συχνότητες μετά από άπειρο θεωρητικό χρόνο.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Boudon, R., *Mathematical Structures of Social Mobility*, Elsevier (1973).
2. Ginsberg, R., «Critique of Probabilistic Models: Application of the Semi-Marcov Model to Migration», *Journal of Mathematical Sociology* 2,63-82 (1972).
3. Lee, T.C., G.G. Judge and A. Zellner, *Estimating the Parameters of the Marcov Probability Models from Aggregate Time Series Data*, North-Holland (1970).
4. Rogers, A., *Introduction to Multiregional Mathematical Demography*, J. Wiley (1975).
5. Ziafetas, Geor., «Zur Anwendung der Theorie der stochastischen Prozessen in der Sozialwissenschaft und insbesondere in der Demometrie», *National Center for Social Research*, no 26-27 (1976).
6. Valaoras, V., *Urban-Rural Population Dynamics of Greece*, Ed. of the National Statistical Service of Greece (1974).