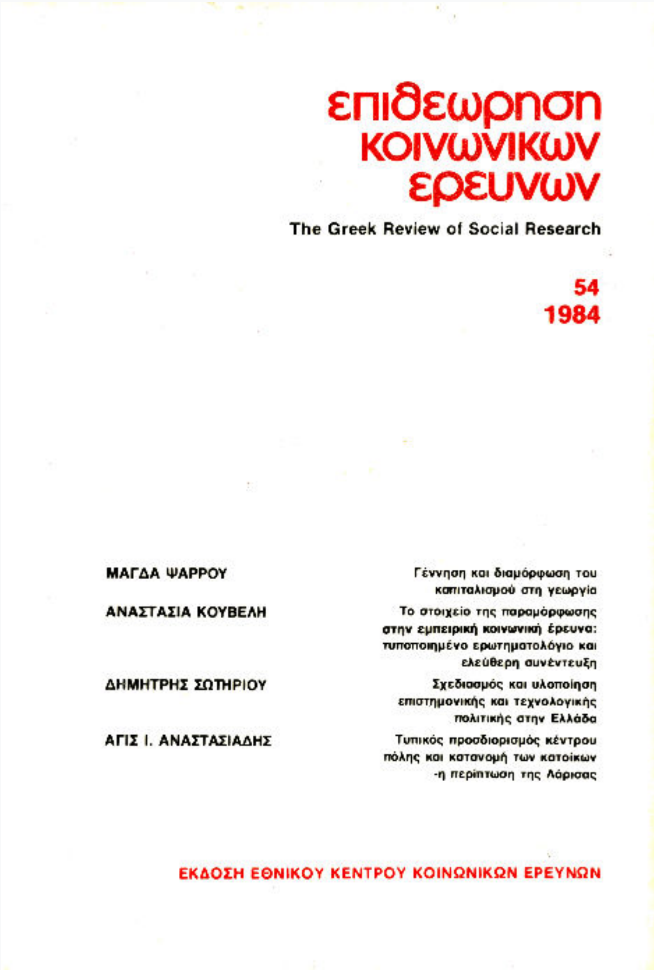
The Greek Review of Social Research

Vol 54 (1984)

54



Τυπικός προσδιορισμός κέντρου πόλης και κατανομή των κατοίκων-η περίπτωση της Λάρισας

Άγις Ι. Αναστασιάδης

doi: 10.12681/grsr.815

Επιθεώρηση Κοινωνικών Ερευνών, 54/1984

Τυπικός προσδιορισμός κέντρου πόλης και κατανομή των κατοίκων – η περίπτωση της Λάρισας

Άγις Ι. Αναστασιάδης*

1. Οι θεωρίες για τη χωρική δομή μιας πόλης

1.1. Οι θεωρίες για την κατανομή των πυκνοτήτων του πληθυσμού μιας πόλης μπορεί να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες: στις καθαρά χωρικές, στις μικροοικονομικές-χωρικές και στις κοινωνιολογικές-μαρξιστικές.

1.2. Η πρώτη από τις θεωρίες αυτές δίνει τις πυκνότητες του πληθυσμού μιας πόλης σε συνάρτηση της απόστασης από το κέντρο της πόλης. Τη θεωρία αυτή, που είναι καθαρά χωρική, την ανάπτυξαν στην αρχή ο Clark (1951) και κατόπιν ο Tanner (1961) και άλλοι. Κατά τη θεωρία αυτή, οι καμπύλες ίσης πυκνότητας είναι ομόκεντρες περιφέρειες, με κέντρο το κέντρο της πόλης. Επομένως, η θεωρία δέχεται ότι κάθε πόλη έχει ένα κέντρο και ως προς αυτό το κέντρο είναι κατανεμημένος ο πληθυσμός της. Όμως η κατανομή του πληθυσμού μιας πόλης, προπάντων όσο αυξάνεται το μέγεθός της, έχει επίσης σχέση με τους μεγάλους άξονες μεταφοράς, που καθορίζουν το χρόνο μετάβασης από την κατοικία στο κέντρο. Ενδιαφέρει επομένως και η μελέτη των ισόχρονων καμπύλων της πόλης.

Έτσι, η αρχική θεωρία, από την απλή μορφή, έπρεπε να γίνει συνθετότερη, να γενικευτεί, και να λαμβάνει υπόψη και άλλους παράγοντες. Τέτοιοι παράγοντες είναι η ιεραρχία του οδικού δί-

* Λέκτορας Τομέα Πολεοδομίας-Χωροταξίας, Τμήμα Αρχιτεκτόνων, Α.Π.Θ.

κτυου στον αστικό, περιφερειακό και εθνικό χώρο καθώς και η εσωτερική δομή της πόλης σχετικά με τα κέντρα της ή τους πόλους έλξης. Σ' αυτή τη θεωρία, που αναπτύχθηκε στην αρχή από το Merlin (1969) και κατόπιν από τον Bailly (1975), λαμβάνεται ουσιαστικά υπόψη η κατοικία και το επάγγελμα και κατόπιν οι αποστάσεις, οι πυκνότητες των κατοίκων, οι διάφοροι άξονες και οι ροές. Η πιο βασική αρχή είναι ότι η ένταση της έλξης του κέντρου σε μια γειτονική του περιοχή είναι ανάλογη με τον πληθυσμό της περιοχής και αντίστροφα ανάλογη με το τετράγωνο της απόστασης της περιοχής από το κέντρο. Για το λόγο αυτό, μερικές φορές η θεωρία αυτή λέγεται θεωρία βασισμένη στο νόμο βαρύτητας. Δημιουργείται με αυτόν τον τρόπο ένα πεδίο δυνάμεων του οποίου εξετάζεται η δυναμική. Το πιο απλό σχήμα της θεωρίας αυτής είναι το μονοκεντρικό, όπου όλη η απασχόληση συγκεντρώνεται σ' ένα μοναδικό κέντρο και μπορούμε να αναχθούμε στην αρχική περίπτωση. Η γενίκευση αυτή δεν έχει πετυχημένες εφαρμογές στην κατανομή των πυκνοτήτων των κατοίκων μιας πόλης, εφαρμόστηκε όμως με πολύ επιτυχία στις ζώνες επιρροής μιας αστικής περιοχής και αναφέρεται στις μη αστικές περιοχές που περιβάλλουν την αστική (Bastié-Dezert, 1980). Σύμφωνα λοιπόν με τη θεωρία αυτή, κάθε πόλη έχει ένα «κέντρο», που είναι ένα σημείο, και οι ίσες πυκνότητες κατοίκων σχηματίζουν καμπύλες οι οποίες, στην περίπτωση που εξετάζουμε, είναι ομόκεντρες περιφέρειες με κέντρο το κέντρο της πόλης. Στη θεωρία αυτή ένα πρόσθετο πρόβλημα παρουσιάζεται: ο καθορισμός του σημείου που θα θεωρηθεί ως κέντρο της πόλης. Με το πρόβλημα αυτό θα ασχοληθούμε παρακάτω στην § 5.

1.3. Μια δεύτερη θεωρία, που είναι χωρική και μικροοικονομική, θεωρεί ότι η κατοικία εξαρτάται από την έγγειο αγορά, από την αξία γης, από τη φύση του εδάφους κι από την εξέλιξή του. Σχηματίζονται οι καμπύλες ίσης αξίας γης, που, εκτός από εξαιρέσεις, φθίνουν με την αύξηση της απόστασης από την κεντρική περιοχή της πόλης. Σε κάθε αξία γης αντιστοιχεί ένας τρόπος χρησιμοποίησής της και μια πυκνότητα κατοίκων. Λαμβάνονται ακόμη υπόψη οι οδοί μεταφοράς, που υπάρχουν ή που προγραμματίζονται να δημιουργηθούν, καθώς και νέοι παράγοντες, π.χ. ενδεχόμενες νέες πολεοδομικές αποφάσεις, όπως όρια δόμησης, ζώνες κατοικίας, ζώνες απασχόλησης κτλ. Στη θεωρία αυτή, σημειώνεται ιδιαίτερα ο χωρισμός της κατοικίας από την εργασία, ώστε να έχουμε την «ελάχιστη προσπάθεια» (Zipf, 1949).

Σύμφωνα λοιπόν με τη θεωρία αυτή, οι ίσες πυκνότητες κατοίκών σχηματίζουν επίσης καμπύλες, οι οποίες όμως δεν είναι ομόκεντρες περιφέρειες. Επίσης, δεν είναι απαραίτητη η παραδοχή ότι η πόλη έχει κέντρο.

1.4. Η τρίτη θεωρία είναι κοινωνιολογική-μαρξιστική. Σύμφωνα με αυτήν ο αστικοποιημένος χώρος κυριαρχείται από μια ιδεολογία. Στον κεφαλαιοκρατικό τρόπο παραγωγής, κάθε αστική περιοχή αντανακλά τους κοινωνικούς ανταγωνισμούς μεταξύ της κυρίαρχης τάξης και των εξουσιαζόμενων τάξεων και ομάδων. Η άρχουσα τάξη καταλαμβάνει τα καλύτερα τμήματα της γης και οι αστικοί μετασχηματισμοί εξυπηρετούν κατά πρώτο λόγο τα συμφέροντα της τάξης αυτής και διατηρούν, αναπαράγουν ή αναπτύσσουν το σύστημα από το οποίο αυτή οφελείται. Έτσι, υπάρχει πολεοδομία μόνο ταξική. Ο χωρισμός της κατοικίας και των δραστηριοτήτων είναι ο ουσιαστικός παράγοντας της χρήσης της γης και των συνεπειών της, και οι ζώνες κατοικίας εκφράζουν τον ανταγωνισμό των τάξεων.

Σύμφωνα λοιπόν με τη θεωρία αυτή, και αντίθετα από τις δύο προηγούμενες, δεν υπάρχουν καμπύλες ίσης πυκνότητας κατοίκων. Οι ίσες πυκνότητες κατοίκων σχηματίζουν, σ' αυτή την περίπτωση, «ζώνες» που χαρακτηρίζουν και την αξία γης και τη σύνθεση των κατοίκων.

1.5. Τα μαθηματικά μοντέλα για την κατανομή της πυκνότητας των κατοίκων μιας πόλης, όπως π.χ. τα μοντέλα του Clark ή του Tanner, ήσαν καθαρά εμπειρικά. Η συγκέντρωση στοιχείων και η επεξεργασία τους οδηγούσαν στα μαθηματικά αυτά μοντέλα. Η εισαγωγή όμως των εννοιών και των μεθόδων της Στατιστικής Μηχανικής, που οφείλεται κύρια στο Wilson (1970), καθώς και των εννοιών της Θεωρίας των Πληροφοριών, έδωσαν τη δυνατότητα απόδειξης υπαρχόντων μοντέλων ή δημιουργίας νέων. Η πιθανοθεωρητική αντίληψη δίνει μια άλλη σημασία, περισσότερο στατιστική, στη συμπεριφορά των ανθρώπων: Μια κοινωνία ανθρώπων κινείται κάτω από υλικές πιέσεις, όπως ένα ρεύμα αερίου, και, κατά μέσο όρο, τα άτομα υπακούουν στις πιέσεις αυτές. Αλλά κάποια στιγμή μπορεί ένα άτομο, ακριβώς όπως ένα άτομο αερίου, να κινηθεί αντίθετα ή πλάγια προς το ρεύμα, χωρίς αυτό να μεταβάλει τη γενική κίνηση (Bronowski, 1960). Αυτό, που φαίνεται ομοιόμορφο και ομογενές σε μικρή κλίμακα, μπορεί, σε μεγάλη κλίμακα, να περιέχει ορισμένες αποκλίσεις.

Η εργασία που ακολουθεί, χρησιμοποιεί τις μεθόδους της Θεωρίας των Πληροφοριών για το σχηματισμό μοντέλων κατανομής της πυκνότητας των κατοίκων μιας πόλης.

2. Η ελαχιστοποίηση της πληροφορίας

2.1. Ας θεωρήσουμε τυχαία ενδεχόμενα x_1, x_2,...,x_n με πιθανότητες αντίστοιχα q_1, q_2, ..., q_n, όπου

$$q_1 + q_2 + \ldots + q_n = 1. \tag{2.1}$$

Το σύνολο των ζευγών:

$$\{ (x_1, q_1), \ldots, (x_n, q_n) \} \tag{2.2}$$

καλείται *σύστημα*. Τις πιθανότητες q_1, q_2,...,q_n τις καλούμε *προγενέστερες πιθανότητες*. Ας υποθέσουμε ότι το σύστημα (2.2) είναι εφοδιασμένο και από ένα νέο σύνολο πιθανοτήτων p_1, p_2,..., p_n, που θα τις ονομάζουμε *μεταγενέστερες πιθανότητες*. Είναι επίσης:

$$p_1 + p_2 + \ldots + p_n = 1. \tag{2.3}$$

Το σύνολο των τριάδων

$$\{ (x_1, q_1, p_1), \ldots, (x_n, q_n, p_n) \} \tag{2.4}$$

καλείται *γενικευμένο σύστημα*.

2.2. *Εντροπία* του συστήματος (2.2) καλείται η ποσότητα (Shannon, 1948)

$$H = - \sum q_i \ln q_i, \tag{2.5}$$

που είναι πάντα θετική ή μηδέν και είναι το μέτρο της «πληροφορίας» που δίνει το σύστημα (2.2). Το μέτρο αυτό της πληροφορίας έχει «απόλυτο» χαρακτήρα, με την έννοια ότι, όταν δοθεί το σύστημα (2.2), υπάρχει ένα μόνο μέτρο της πληροφορίας που έχουμε για την κατάστασή του. Όταν όμως το σύστημα εφοδιαστεί και με το σύνολο $\{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ των *μεταγενέστερων* πιθανοτήτων, έχουμε ένα νέο μέτρο πληροφορίας για την κατάσταση του συστήματος. Ενδιαφέρον παρουσιάζει να μετρηθεί το «κέρδος» που έχουμε μεταξύ των δύο μέτρων πληροφορίας. Το μέτρο που λαμβάνεται για να μετρηθεί αυτό το κέρδος, είναι η ποσότητα:

$$I = \sum p_i (\ln p_i - \ln q_i) = \sum p_i \cdot \ln \frac{p_i}{q_i} \tag{2.6}$$

που αποδεικνύεται ότι είναι πάντα θετική ή μηδέν (Aczél-Daróczy, 1975, Batty-March, 1976).

Η ποσότητα (2.6) καλείται το *γενικευμένο μέτρο πληροφορίας*.

2.3. Κάθε γενικευμένο σύστημα υπόκειται σε ορισμένους περιορισμούς που επιβάλλει το ίδιο το σύστημα. Τέτοιοι περιορισμοί είναι π.χ. οι σχέσεις (2.1) και (2.3). Κάθε σύστημα μπορεί να έχει και άλλους περιορισμούς. Θα προσέξουμε την απλούστερη περίπτωση, που υπάρχει ένας μόνο ακόμη περιορισμός, σχετικός με τις μεταγενέστερες πιθανότητες p_i. Ο περιορισμός αυτός, στη γενική του μορφή, διατυπώνεται ως εξής: Αν

$$\forall\ x\ \exists\ \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}, \qquad x \rightarrow f(x) \tag{2.7}$$

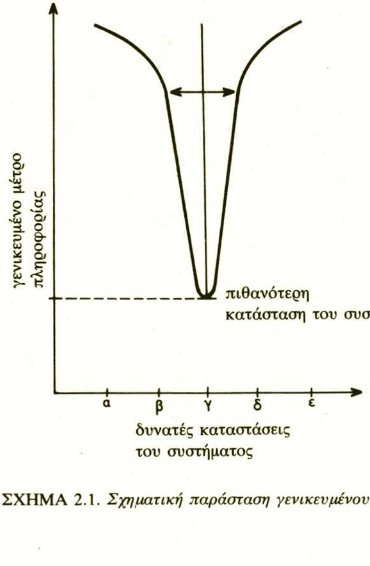
είναι μια αριθμητική συνάρτηση που αναφέρεται στην πληροφορία και E[f] είναι κάποια αναμενόμενη τιμή, τότε ο περιορισμός είναι:

$$\sum p_i\ f\,(x_i) = E\,[f]. \tag{2.8}$$

Η συνάρτηση (2.7) λέγεται *συνάρτηση πληροφορίας*.

2.4. Όπως είπαμε, ο περιορισμός (2.8) αναφέρεται στις μεταγενέστερες πιθανότητες p_i, οι οποίες είναι *άγνωστες* και υπόκεινται μόνο στους περιορισμούς (2.8) και (2.3).

Η *πιο πιθανή* κατάσταση για το γενικευμένο σύστημα (2.4) είναι εκείνη που, ικανοποιώντας τους περιορισμούς (2.8) και (2.3), στους οποίους υπόκειται το σύστημα, ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση (2.6), δηλαδή το γενικευμένο μέτρο πληροφορίας (Σχήμα 2.1).



ΣΧΗΜΑ 2.1. *Σχηματική παράσταση γενικευμένου συστήματος*

Αποδεικνύεται (Αναστασιάδης, 1984α) ότι οι ζητούμενες τιμές των p_i $(i = 1, 2, ..., n)$, που αναφέρονται στην πιθανότερη κατάσταση του συστήματος, δίνονται από τις σχέσεις:

$$p_i = \frac{q_i e^{-\mu f(x_i)}}{\sum q_i e^{-\mu f(x_i)}}, \tag{2.9}$$

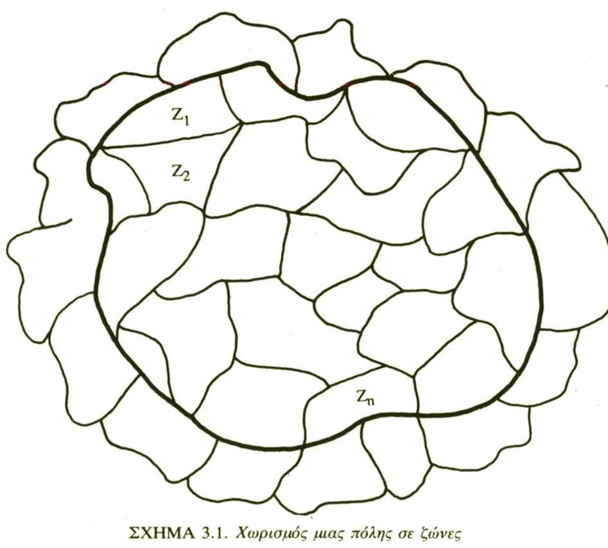
όπου μ σταθερή που θα προσδιοριστεί με προσαρμογή στα δεδομένα του εκάστοτε προβλήματος.

3. Η κατανομή του πληθυσμού μιας πόλης

3.1. Ας θεωρήσουμε μια πόλη που την έχουμε χωρίσει σε n ζώνες $Z_1, Z_2, ..., Z_n$ (Σχήμα 3.1). Αν E_i και R_i $(i = 1, 2, ..., n)$ είναι η επιφάνεια και ο πληθυσμός της ζώνης Z_i και αν E και R είναι η επιφάνεια και ο πληθυσμός ολόκληρης της πόλης, τότε είναι:

$$E_1 + E_2 + ... + E_n = E, \tag{3.1}$$

$$R_1 + R_2 + ... + R_n = R. \tag{3.2}$$



ΣΧΗΜΑ 3.1. *Χωρισμός μιας πόλης σε ζώνες*

Ας υποθέσουμε ότι η πιθανότητα να κατοικήσει ένα άτομο, που διαμένει στην πόλη, στη ζώνη Z_i, είναι ανάλογη με την επιφάνειά της E_i. Αυτή η πιθανότητα είναι η προγενέστερη πιθανότητα q_i και επομένως έχουμε, παίρνοντας για σταθερή αναλογίας το 1,

$$q_i = \frac{E_i}{E} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{3.3}$$

Η μεταγενέστερη πιθανότητα p_i, που μας είναι άγνωστη, είναι η εξής: η ζώνη Z_i να έχει R_i κατοίκους. Επομένως:

$$p_i = R_i / R \qquad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{3.4}$$

Χάρη στις (3.1) και (3.2) έχουμε:

$$\sum q_i = 1, \tag{3.5}$$
$$\sum p_i = 1, \tag{3.6}$$

που είναι οι περιορισμοί (2.1) και (2.3).

3.2. Υποθέτουμε ότι υπάρχει ο εξής περιορισμός για την πόλη: Ας καλέσουμε c_i το *κόστος κατοίκησης* ανά κάτοικο στη ζώνη Z_i, οπότε το κόστος κατοίκησης για όλους τους κατοίκους της ζώνης Z_i, είναι $R_i c_i$ και το συνολικό κόστος κατοίκησης για όλους τους κατοίκους της πόλης είναι $\Sigma R_i c_i$. Δεχόμαστε λοιπόν, και αυτός είναι ο περιορισμός, ότι το συνολικό αυτό κόστος κατοίκησης είναι σταθερό για την πόλη, είναι δηλαδή:

$$\sum R_i c_i = C' \qquad (C' \text{ σταθερή}).$$

Αν τη σχέση αυτή τη διαιρέσουμε με R και καλέσουμε $C'/R = C$, τότε, χάρη στις (3.4), έχουμε τον περιορισμό:

$$\sum p_i c_i = C \qquad (C \text{ σταθερή}). \tag{3.7}$$

Το «κόστος κατοίκησης» δεν σημαίνει απλά το νοίκι ανά κάτοικο στη θεωρούμενη ζώνη. Εκφράζεται μ' ένα συντελεστή, ο οποίος μπορεί να εξαρτάται και από άλλους παράγοντες, όπως π.χ. κοινωνικούς, μετακίνησης, εισοδηματικούς, γενικότερους οικονομικούς κτλ. Γι' αυτό, το μοντέλο που θα προκύψει εκφράζει και την κοινωνιολογική θεωρία, που αναφέραμε στην § 1.4, και τούτο, γιατί δεχτήκαμε ότι οι ίσες πυκνότητες των κατοίκων της πόλης σχηματίζουν ζώνες και όχι καμπύλες, όπως συμβαίνει με τις δύο άλλες θεωρίες. Με τις προϋποθέσεις αυτές, οι πιθανότητες p_i, χάρη στη (2.9), δίνονται από τις σχέσεις:

$$p_i = \frac{E_i / E\, e^{-\mu c_i}}{\sum E_i / E\, e^{-\mu c_i}},$$

που γράφονται, αν λάβουμε υπόψη την (3.4)

$$R_i = \frac{R E_i e^{-\mu c_i}}{\sum E_i e^{-\mu c_i}} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{3.8}$$

Το μοντέλο (3.8) δίνει την κατανομή των κατοίκων της πόλης στις ζώνες Z_i.

Ο παρονομαστής στις σχέσεις (3.8), δεν εξαρτάται από το i, είναι δηλαδή ο ίδιος για όλες τις ζώνες. Είναι επομένως μια σταθερή την οποία καλούμε 1/B. Το μοντέλο (3.8) γράφεται:

$$\frac{R_i}{E_i} = (BR)e^{-\mu c_i} = A e^{-\mu c_i} \qquad (A = BR). \tag{3.9}$$

Αν καλέσουμε d_i την πυκνότητα των κατοίκων στη ζώνη Z_i οπότε

$$d_i = \frac{R_i}{E_i}, \tag{3.10}$$

τότε το μοντέλο (3.9) γράφεται:

$$d_i = A e^{-\mu c_i} \qquad (A = \frac{R}{\sum E_i e^{-\mu c_i}}): \tag{3.11}$$

Το μοντέλο αυτό δίνει την κατανομή των κατοίκων μιας πόλης στις ζώνες της.

3.3. Ο υπολογισμός των A και μ, γίνεται από τα δεδομένα της πόλης που θεωρούμε. Αν λογαριθμήσουμε την (3.11) βρίσκουμε:

$$\ln d_i = \ln A - \mu\, c_i. \tag{3.12}$$

Το μοντέλο αυτό είναι γραμμικό, επομένως με την απλή ανάλυση της παλινδρόμησης μπορούμε να υπολογίσουμε τα lnA και μ, από τα οποία τελικά βρίσκουμε τα A και μ. Η εύρεση του συντελεστή συσχέτισης r και του συντελεστή προσδιορισμού r^2 θα μας επιτρέψει να εξετάσουμε αν το μοντέλο απεικονίζει ικανοποιητικά την υπάρχουσα κατάσταση (Αναστασιάδης, 1984β).

4. Κατανομή του πληθυσμού της Λάρισας

4.1. Για την εφαρμογή του μοντέλου (3.11), επιλέχτηκε η Λάρισα. Ο λόγος για την επιλογή αυτή ήταν ότι η Λάρισα είναι η 6η σε πληθυσμό πόλη της Ελλάδας —μεγαλύτερες πόλεις είναι τα Πολεοδομικά Συγκροτήματα Αθήνας, Θεσσαλονίκης, Πατρών, Βόλου και Ηράκλειου Κρήτης— και επομένως παρουσιάζει και πληθυσμιακό ενδιαφέρον για τη μελέτη της κατανομής των κατοίκων της, παράλληλα όμως προσφέρει τη δυνατότητα σ' ένα μόνο μελετητή, και όχι σε ολόκληρη ομάδα, να αντεπεξέλθει στους απαραίτητους υπολογισμούς. Ένα άλλο στοιχείο ήταν ότι η Λάρισα δεν ανήκει σε πολεοδομικό συγκρότημα και αποτελεί αυτοτελή Δήμο. Εντούτοις, από τους 102.426 κατοίκους της, περίπου 90.000 είναι συγκεντρωμένοι και απ' αυτούς οι μισοί περίπου βρίσκονται στην κεντρική πόλη, δηλαδή στην περιοχή που περικλείεται από την οδό Θεσσαλονίκης, τον Πηνειό ποταμό και την οδό Κρόνωνος (βλ. Χάρτη 1). Η Στατιστική Υπηρεσία, στην απογραφή του 1981, χώρισε τη Λάρισα σε 2.057 κύρια «τετράγωνα» και ορισμένα στην περιφέρεια· ο αριθμός αυτός, αν και αρκετά μεγάλος, ήταν δυνατό να αντιμετωπιστεί.

4.2. Για να μελετήσουμε την κατανομή της πυκνότητας των κατοίκων της Λάρισας πρέπει πρώτα να τη χωρίσουμε σε ζώνες. Ο χωρισμός αυτός —Zonning—(Sammons, 1976) έπρεπε να γίνει ύστερα από λεπτομερειακή επιτόπια έρευνα με καθορισμένα κριτήρια και από εξειδικευμένη ομάδα ερευνητών, που όμως δεν διαθέταμε. Για λόγους απλούστευσης χωρίσαμε όλο το Δήμο της Λάρισας σε τετράγωνα 500 μ. x 500 μ. και για αρχή των συντεταγμένων πήραμε την ακραία νοτιοδυτική κορυφή του δικτύου των τετραγώνων. Με την κλίμακα των χαρτών της ΕΣΥΕ, που είναι 1:5000, κάθε τετράγωνο που σχηματίστηκε έχει στο χάρτη πλευρά 10 εκ. Τα τετράγωνα αυτά θα τα λέμε *τετραγωνικές περιοχές*, για διάκριση από τα τετράγωνα της Στατιστικής Υπηρεσίας. Στο Χάρτη 1 έχουν σχεδιαστεί οι τετραγωνικές περιοχές που περιλαμβάνουν την κεντρική Λάρισα και έχουν αριθμηθεί από 1 έως 12. Υπολογίστηκε, από τους πληθυσμούς των τετραγώνων της ΕΣΥΕ, το πλήθος των κατοίκων που βρίσκεται μέσα στις τετραγωνικές περιοχές και επομένως και η πυκνότητα των κατοίκων σ' αυτές. Ο χωρισμός αυτός της Λάρισας σε τετραγωνικές περιοχές είναι τελείως σχηματικός και δεν αντιπροσωπεύει ικανοποιητικά έναν καλό χωρισμό της πόλης σε ζώνες. Εντούτοις, ο χωρισμός αυτός μας επιτρέπει να εφαρμόσουμε τα μοντέλα και να τα συγκρίνουμε μεταξύ τους, όπως θα δούμε παρακάτω, στην § 6.

Όταν δύο γειτονικές τετραγωνικές περιοχές έχουν το ίδιο κόστος κατοίκησης, σχηματίζουν μια *ζώνη*. Έτσι, η κεντρική Λάρισα χωρίστηκε σε 9 ζώνες. Ο Πίνακας 4.1 δίνει τις ζώνες αυτές, τις τετραγωνικές περιοχές που τις σχηματίζουν, το κόστος κατοίκησης ανά κάτοικο και την πυκνότητα ανά km^2 των κατοίκων της ζώνης.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1. *Ζώνες, τετραγωνικές περιοχές, κόστος κατοίκησης, πυκνότητα στις ζώνες της κεντρικής Λάρισας*

Ζώνη	Τετραγωνική περιοχή	Κόστος κατοίκησης ανά κάτοικο	Πυκνότητα ζωνών ανά km^2
I	1	8,5	16.840
II	2 + 3	9,0	19.196
III	4	8,0	13.352
IV	5	9,0	16.230
V	6 + 7	10,0	21.082
VI	8	9,0	17.836
VII	9	8,0	12.779
VIII	10 + 11	8,5	15.441
IX	12	7,0	14.356

4.3. Πρέπει τώρα να καθοριστεί το κόστος κατοίκησης ανά κάτοικο σε κάθε μια από τις τετραγωνικές αυτές περιοχές. Γενικά, ο καθορισμός του κόστους κατοίκησης σε κάθε ζώνη μιας πόλης, χωρισμένης με οποιονδήποτε τρόπο σε ζώνες, είναι μια σύνθετη υπόθεση, που συνδέεται άμεσα με τα κριτήρια που θα βάλουμε για να χωριστεί η πόλη σε ζώνες. Διάφοροι παράγοντες πρέπει να συνυπολογιστούν για τον καθορισμό του κόστους κατοίκησης· τέτοιοι είναι η αξία γης (αξία τ.μ. κατοικίας, το νοίκι, η ποιότητα των κατασκευών, ο συντελεστής δόμησης κτλ.), η ύπαρξη εξυπηρετήσεων, η εγγύτητα των οικονομικών δραστηριοτήτων του τριτογενή τομέα, η εισοδηματική κατάσταση του πληθυσμού κ.ά. Οι παράγοντες αυτοί θα διαφοροποιήσουν το κόστος κατοίκησης από ζώνη σε ζώνη και με μια τυπολογική ανάλυση θα δώσουν τελικά ένα συντελεστή που θα εκφράζει αυτό που αποκαλούμε «κόστος κατοίκησης». Η εργασία όμως αυτή απαιτεί λεπτομερειακή επιτόπια έρευνα από εξειδικευμένο προσωπικό, που, όπως είπαμε και παραπάνω, δεν διαθέτουμε. Ο Τσουγιόπουλος (1981) μελέτησε τη σύνθεση του πληθυσμού της Λάρισας, χωρίζοντάς την κατά ενορίες, που είναι έξι συνολικά (βλ. Χάρτη 2). Τα κριτήρια που χρησιμοποιεί για την εξέταση της σύνθεσης του πληθυσμού, και με τα οποία βρίσκει τις διαφοροποιήσεις μεταξύ των κατοίκων των διαφόρων ενοριών, είναι κύρια το επάγγελμα, το εισόδημα και η ποιότητα κατοικίας. Σχετικά με το επάγγελμα παρατηρεί ότι στην ενορία Άγιος Αχίλλειος υπερτερούν οι «επιστήμονες κτλ. και τα ανώτερα στελέχη», ενώ στην ενορία Ζωοδόχος Πηγή συσσωρεύονται οι «εργάτες και οι τεχνίτες». Στις άλλες ενορίες παρουσιάζεται ισοκατανομή σε όλες τις ομάδες επαγγελμάτων με κάπως υψηλότερη συσσώρευση εργατοτεχνιτών στην ενορία Άγιοι Μάρτυρες. Σχετικά με το εισόδημα, παρατηρεί ότι το 73,5% των κατοίκων της ενορίας Ζωοδόχος Πηγή έχει εισόδημα μέχρι 15.000 δρχ./μήνα, ενώ στην ενορία Άγιος Αχίλλειος το αντίστοιχο ποσοστό είναι μόνο 33,8%. Αντίθετα, στην ενορία αυτή το 46,0% των κατοίκων έχουν εισόδημα μεγαλύτερο από 20.000 δρχ./μήνα. Σχετικά με τις άλλες ενορίες, παρατηρεί μια σχετική υπεροχή εισοδήματος στην ενορία Άγιος Νικόλαος. Για το κριτήριο της ποιότητας κατοικίας αναφέρει: «Η ποιότητα κατοικίας, θεωρημένη ως συνάρτηση ορισμένων βασικών διευκολύνσεων, είναι πολύ υψηλότερη στην ενορία Άγιος Αχίλλειος απ' ό,τι στη Ζωοδόχο Πηγή: π.χ. 1) μόνο 50% των κατοικιών στη Ζωοδόχο Πηγή είναι εφοδιασμένες με WC/λουτρό και λουτρό/δεύτερο WC έναντι 96,4% στον Άγιο Αχίλλειο, ενώ ο μέσος όρος στο σύνολο της πόλης γι' αυτές τις διευκολύνσεις είναι 70,8% 2) στην ενορία Ζωοδόχος Πηγή 26,2% των κατοικιών έχουν ακόμη το WC έξω από το χώρο κατοικίας —ο αντίστοιχος μέσος όρος στην πόλη είναι 15,7%— και στην ενορία Άγιος Αχίλλειος η κατάσταση αυτή παρουσιάζεται μόνο σε ποσοστό 1,2% των κατοικιών 3) με τηλέφωνο είναι εφοδιασμένες 70,2% των κατοικιών στον Άγιο Αχίλλειο, ενώ στη Ζωοδόχο Πηγή μόνο 41,0%—με ένα μέσο όρο στην πόλη 54,4%. Παρόμοια ισχύουν και σε σχέση με την κατοχή αυτοκίνητου Ι.Χ.: Άγιος Αχίλλειος: 48,2%, Ζωοδόχος Πηγή: 18,0%, μέσος όρος πόλης: 31,6%. Αυτές οι αναλογίες είναι τυπικές για μια ολόκληρη σειρά στοιχείων. Συνθέτουν μια κατάσταση που χαρακτηρίζεται από τη σημαντική απόσταση από το μέσο όρο—θετική για την ενορία Άγιος Αχίλλειος, αρνητική για τη Ζωοδόχο Πηγή. Πρόκειται για την ποσοτική μορφή μιας ποιοτικής, δηλαδή κοινωνικής, διαφοράς».

Βλέπουμε, λοιπόν, ότι για να προσδιορίσουμε με αντικειμενικό τρόπο το κόστος κατοίκησης ανά κάτοικο σε κάθε ζώνη απαιτείται λεπτομερειακή έρευνα, συμπληρωμένη και με επιπλέον στοιχεία από τα παραπάνω. Μια τέτοια λεπτομερειακή επιτόπια έρευνα, όμως, απαιτεί εξειδικευμένη ομάδα ερευνητών· στην εφαρμογή που γίνεται στη Λάρισα, ο στόχος μας τοποθετείται περισσότερο στο να προσδιοριστεί μια μεθοδολογία· για το λόγο αυτό, τα συμπεράσματά μας στηρίζονται σε ατομική επιτόπια έρευνα. Με βάση τους παράγοντες που αναφέρθηκαν πιο πριν, καθορίσαμε το κόστος κατοίκησης ανά κάτοικο σε κάθε μια από τις τετραγωνικές περιοχές, θεωρώντας την τιμή 10 την υψηλότερη τιμή κόστους. Βέβαια, ο καθορισμός αυτός του κόστους κατοίκησης είναι υποκειμενικός, αφού προέκυψε από περιορισμένη ατομική έρευνα, και ίσως σ' ένα βαθμό αυθαίρετος. Όμως αντιπροσωπεύει, νομίζουμε, σε ικανοποιητικό βαθμό την υπάρχουσα κατάσταση.

4.4. Όπως είπαμε στην § 3.3., θα υπολογίσουμε τις σταθερές A, μ του μοντέλου (3.11). Βρίσκουμε:

$$A = 4.037, \qquad -\mu = 0{,}1620,$$

και επομένως το μοντέλο είναι:

$$d_i = 4.037 \cdot e^{0,1620c_i} \tag{4.1}$$

Βρίσκουμε επίσης τις τιμές του συντελεστή συσχέτισης r και του συντελεστή προσδιορισμού r^2 που είναι:

$$r = 0{,}8275, \qquad r^2 = 0{,}6848. \tag{4.2}$$

Η τιμή αυτή του r^2 δείχνει ότι το 68,48% της μεταβολής του $\ln d_i$ μπορεί να θεωρηθεί ότι οφείλεται στη μεταβολή του c_i. Επίσης η τιμή του r δείχνει ότι υπάρχει γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών $\ln d_i$ και c_i και επομένως το μοντέλο (4.1) απεικονίζει αρκετά καλά την πραγματικότητα (Αναστασιάδης, 1984β).

5. Το κέντρο της πόλης

5.1. Το μοντέλο (3.8) δίνει τον πληθυσμό κάθε ζώνης Z_i σε συνάρτηση της κατοικήσιμης επιφάνειας της E_i και του κόστους κατοίκησης ανά κάτοικο σ' αυτήν.

Αν *δεχτούμε* ότι η πόλη έχει ένα κέντρο K, μπορούμε να υποθέσουμε ότι το κόστος κατοίκησης c_i είναι γραμμική συνάρτηση της απόστασης r_i της ζώνης από το κέντρο. Αν η γραμμική αυτή συνάρτηση είναι:

$$c_i = \alpha + \beta r_i \qquad (\alpha,\beta \text{ σταθερές, } \beta \neq 0), \tag{5.1}$$

τότε, το μοντέλο (3.8) θα γίνει:

$$R_i = \frac{R\, E_i\, e^{-\mu(\alpha+\beta r_i)}}{\sum E_i\, e^{-\mu(\alpha+\beta r_i)}},$$

ή, απλοποιώντας με το $e^{-\mu\alpha}$ και βάζοντας για συντομία $\mu\beta = \lambda$,

$$R_i = \frac{R\, E_i\, e^{-\lambda r_i}}{\sum E_i\, e^{-\lambda r_i}} \quad (i = 1, 2, \ldots, n). \tag{5.2}$$

Όμοια, το μοντέλο (3.11), που αφορά στην πυκνότητα των κατοίκων της ζώνης Z_i, γίνεται:

$$d_i = A\, e^{-\lambda r_i}. \tag{5.3}$$

Η σχέση αυτή γενικεύει την υπόθεση του Clark (1951) και δίνει την κατανομή της πυκνότητας των κατοίκων στις ζώνες, ανάλογα με την απόστασή τους από το κέντρο της πόλης.

5.2. Για να προκύψει το μοντέλο (5.2) ή το μοντέλο (5.3) *δεχτήκαμε* ότι η πόλη έχει ένα «κέντρο». Το πρόβλημα είναι, με ποιό τρόπο είναι δυνατό να καθοριστεί ένα ορισμένο σημείο, που να μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι «κέντρο», ώστε να είναι δυνατή η εφαρμογή των μοντέλων αυτών. Είναι ενδιαφέρον να εξεταστεί αν το κέντρο, που θα καθοριστεί, βρίσκεται μέσα στην περιοχή που χαρακτηρίζεται «επιχειρησιακό κέντρο» (C.B.D.).

Θα ζητήσουμε να καθορίσουμε το κέντρο μιας πόλης κατά τρόπο περισσότερο τυπικό και ν' αποδείξουμε την ύπαρξή του.

Ας θεωρήσουμε ένα σύστημα καρτεσιανών συντεταγμένων στο οποίο αναφέρεται η πόλη και ας καλέσουμε (α,β) τις συντεταγμένες του κέντρου Κ, που *υποθέτουμε* ότι υπάρχει. Αν παραστήσουμε με M_i ($i = 1, 2, \ldots, R$) την κατοικία του οποιουδήποτε κάτοικου της πόλης και καλέσουμε ($x_i\ y_i$) τις συντεταγμένες του σημείου M_i τότε το τετράγωνο της απόστασης του σημείου M_i από το Κ δίνεται από τη σχέση:

$$\delta_i^2 = \delta^2(K, M_i) = (x_i - \alpha)^2 + (y_i - \beta)^2 \tag{5.4}$$

και η μέση τιμή των δ_i^2 είναι:

$$\overline{\delta}^2(\alpha,\beta) = \sum \delta_i^2 / R. \tag{5.5}$$

Η μέση αυτή τιμή εξαρτάται φυσικά από το σημείο Κ (α,β) που έχουμε θεωρήσει για κέντρο της πόλης. Αν πάρουμε ένα άλλο, οποιοδήποτε, σημείο της πόλης Κ΄(α΄,β΄), τότε θα βρούμε ακριβώς ανάλογα

$$\overline{\delta^2}\,(\alpha',\beta') = \sum \delta^2\,(K',\,M_i)\,/\,R.$$

Είναι επομένως λογικό να καλέσουμε *κέντρο της πόλης* το σημείο εκείνο που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση (5.5), δηλαδή τη μέση τιμή των δ_i^2.

Για τα στοιχειώδη γεωμετρικά σχήματα (τρίγωνο, κύκλος, ορθογώνιο, κανονικό πολύγωνο κτλ.), ο ορισμός του κέντρου, όπως δίνεται παραπάνω, συμπίπτει με τον ορισμό του κέντρου που δίνει η στοιχειώδης Γεωμετρία.

Θα ήταν δυνατό, αντί να πάρουμε τη μέση τιμή των δ_i^2, να παίρναμε τη μέση τιμή των αποστάσεων δ_i και στη συνέχεια να παίρναμε το ελάχιστο των αντίστοιχων $\overline{\delta}\,(\alpha,\beta)$ (Bussière-Stovall, 1981, Marks-Revelle-Libman, 1970). Ανεξάρτητα από το γεγονός ότι η εύρεση του min $\overline{\delta}\,(\alpha,\beta)$ είναι πολύ πολύπλοκη εργασία και απαιτεί εξαιρετικά σύνθετο πρόγραμμα για τον Ηλεκτρονικό Υπολογιστή, το κέντρο που δίνεται μ' αυτό τον τρόπο δεν είναι, κατά τη γνώμη του γράφοντος, καταλληλότερο από το κέντρο που βρίσκεται από το min $\overline{\delta^2}\,(\alpha,\beta)$.

5.3. Ορθότερο ίσως θα ήταν να οριστεί το κέντρο της πόλης με τον παρακάτω τρόπο:

Αντί να παίρναμε τις αποστάσεις του σημείου $M_i\,(x_i,\,y_i)$ από το σημείο Κ (α,β), να παίρναμε το πλήθος των διαδρομών που κάνει ετήσια ο κάτοικος του σημείου M_i προς το Κ. Αν καλέσουμε τώρα $T_i\,(\alpha,\beta)$ το πλήθος των διαδρομών αυτών και $\overline{T}\,(\alpha,\beta)$ τη μέση τιμή των $T_i\,(\alpha,\beta)$, τότε θα έπρεπε ν' αναζητήσουμε το μέγιστο της συνάρτησης $\overline{T}\,(\alpha,\beta)$ για όλες τις τιμές των (α,β). Αυτό όμως πρακτικά είναι αδύνατο, γιατί δεν είναι εφικτό να μετρήσουμε όλες τις διαδρομές που κάνει ο κάθε κάτοικος από το σημείο κατοικίας του προς κάθε άλλο σημείο της πόλης.

5.4. Το πρόβλημα λοιπόν είναι να βρούμε το ελάχιστο της συνάρτησης (5.5), δηλαδή της $\overline{\delta^2}\,(\alpha,\beta)$, που είναι συνάρτηση των α,β. Για να το πετύχουμε θα πρέπει πρώτα να βρούμε τα σημεία στάσης της συνάρτησης αυτής. Έχουμε:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\bar{\delta}^2(\alpha,\beta)}{\partial\alpha} &= -2\sum(x_i-\alpha) = -2\sum x_i + 2R\alpha = 0\\ \frac{\partial\bar{\delta}^2(\alpha,\beta)}{\partial\beta} &= -2\sum(y_i-\beta) = -2\sum y_i + 2R\beta = 0\end{aligned}\right\} \tag{5.6}$$

και επομένως

$$\alpha = \sum x_i / R, \qquad \beta = \sum y_i / R. \tag{5.7}$$

Ότι το σημείο (α,β) δίνει ελάχιστο για τη συνάρτηση (5.5), προκύπτει αμέσως, γιατί:

$$\frac{\partial^2\bar{\delta}^2}{\partial\alpha^2} = 2R, \frac{\partial^2\bar{\delta}^2}{\partial\beta^2} = 2R, \frac{\partial^2\bar{\delta}^2}{\partial\alpha\partial\beta} = 0$$

και επομένως η τετραγωνική μορφή $\left(h\frac{\partial}{\partial\alpha} + K\frac{\partial}{\partial\beta}\right)^{(2)}(\bar{\delta}^2)$, είναι θετικά ορισμένη, πράγμα που σημαίνει ότι έχουμε ελάχιστο.

5.5. Οι σχέσεις (5.7) μας αποδεικνύουν δύο πράγματα. Πρώτα ότι σε κάθε πόλη *υπάρχει* ένα κέντρο και δεύτερο ότι οι συντεταγμένες του κέντρου αυτού είναι συντεταγμένες του «κέντρου βάρους της πόλης ολόκληρης», δηλαδή του κέντρου βάρους R υλικών σημείων που βρίσκονται στη θέση κατοικίας κάθε κατοίκου της πόλης.

Πρακτικά είναι αδύνατο να θεωρήσουμε τις κατοικίες κάθε κατοίκου της πόλης, που είναι σε πλήθος R. Αν το κέντρο της ζώνης Z_i έχει συντεταγμένες (s_i, t_i), τότε θεωρούμε ότι σ' αυτό το σημείο είναι συγκεντρωμένοι οι R_i κάτοικοι της ζώνης Z_i. Το κέντρο της πόλης θα έχει τότε συντεταγμένες

$$\alpha = \frac{\sum(R_i s_i)}{R}, \quad \beta = \frac{\sum(R_i t_i)}{R}. \tag{5.8}$$

Το κέντρο κάθε ζώνης μπορεί να βρεθεί ή με έναν ανάλογο τρόπο, όπως βρίσκεται το κέντρο της πόλης, και αυτό όταν η ζώνη είναι μεγάλη, ή παίρνοντας το γεωμετρικό κέντρο της ζώνης, όταν η ζώνη είναι μικρή. Αυτό προϋποθέτει ότι η κατανομή των κατοίκων στην κάθε ζώνη είναι ομοιόμορφη.

Για τις πόλεις της Ελλάδας η εργασία θα γίνει με βάση τα «τετράγωνα» της Στατιστικής Υπηρεσίας, που χρησιμεύουν για την απογραφή του πληθυσμού. Τα τετράγωνα αυτά είναι μικρά και μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα ίδια, όπως είπαμε παραπάνω. Είναι όμως δυνατό να ομαδοποιηθούν όταν σε μια περιοχή η κατανομή του πληθυσμού είναι ομοιόμορφη. Σ' αυτή την περίπτωση, η εργασία απλουστεύεται κατά πολύ.

5.6. Είναι δυνατό, το τυπικό αυτό κέντρο, όπως το ορίσαμε παραπάνω, να βρίσκεται και έξω από την πόλη. Αν π.χ. η πόλη είναι αναπτυγμένη ομοιόμορφα κατά μήκος μιας κυκλικής λίμνης, το κέντρο της πόλης θα βρίσκεται στο κέντρο αυτής της λίμνης. Αν και το ενδεχόμενο αυτό δεν είναι πιθανό να συμβεί, εντούτοις πρέπει να τονίσουμε ότι το τυπικό αυτό κέντρο, έστω και έξω από την πόλη, είναι εκείνο που πρέπει να χρησιμοποιηθεί για να εφαρμοστεί το μοντέλο (5.2) ή (5.3).

6. Προσδιορισμός του κέντρου της Λάρισας και η κατανομή του πληθυσμού της σχετικά μ' αυτό

6.1. Το κέντρο της Λάρισας θα βρεθεί με τη χρησιμοποίηση των τετραγωνικών περιοχών που ορίστηκαν στην § 4.2. Οι τετραγωνικές αυτές περιοχές έχουν εμβαδό 0,25 km^2 και θα θεωρήσουμε ότι όλος ο πληθυσμός καθεμιάς απ' αυτές έχει συγκεντρωθεί στο κέντρο της. Θα ήταν προτιμότερο να παίρναμε κάθε τομέα της ΕΣΥΕ, που αποτελείται από «τετράγωνα» περιορισμένου πλήθους, στη συνέχεια να βρίσκαμε το κέντρο των τομέων αυτών και στο κέντρο αυτό να θεωρούσαμε ότι ήταν συγκεντρωμένος όλος ο πληθυσμός του τομέα. Και η εργασία όμως αυτή απαιτούσε εξειδικευμένη ομάδα εργασίας.

6.2. Οι τετραγωνικές περιοχές που περιέχουν τον συγκεντρωμένο πληθυσμό της Λάρισας είναι 59 με σύνολο πληθυσμού 88.867. Το γενικό κέντρο της Λάρισας, όταν υπολογιστεί μ' αυτά τα στοιχεία, έχει συντεταγμένες

$$\alpha = 93{,}0, \qquad \beta = 82{,}6 \tag{6.1}$$

και βρίσκεται στην οδό Πατρόκλου μεταξύ των οδών Ασκληπιού και Βασ. Κωνσταντίνου, 50 μέτρα νότια της Πλατείας Ρήγα Φεραίου, μέσα δηλαδή στο επιχειρησιακό κέντρο της πόλης.

6.3. Βρέθηκε επίσης το κέντρο της κεντρικής Λάρισας, όπως αυτή ορίστηκε στην § 4.1, δηλαδή από τις τετραγωνικές περιοχές 1 έως 12. Το κέντρο αυτό της κεντρικής Λάρισας έχει συντεταγμένες

$$\alpha' = 94{,}1, \qquad \beta' = 85{,}0 \tag{6.2}$$

και βρίσκεται στο Β.Α. άκρο της πλατείας Ρήγα Φερραίου, πάνω στην οδό Παπακυριαζή, βρίσκεται δηλαδή επίσης μέσα στο επιχειρησιακό κέντρο της πόλης. Το κέντρο αυτό απέχει από το προηγούμενο μόνο 132 μέτρα. Αυτό σημαίνει ότι η ανάπτυξη της πόλης δεν μετατόπισε ουσιαστικά το κέντρο της.

6.4. Θα εφαρμόσουμε τώρα το μοντέλο (5.3) στην περίπτωση της κεντρικής Λάρισας, παίρνοντας για κέντρο τόσο το γενικό κέντρο, που οι συντεταγμένες του δίνονται από τις (6.1), όσο και το κέντρο της κεντρικής Λάρισας, που οι συντεταγμένες του δίνονται από τις (6.2). Για απόσταση r_i θα πάρουμε την απόσταση του κέντρου της πόλης από τα κέντρα των τμημάτων των τετραγωνικών περιοχών που ανήκουν στην κεντρική Λάρισα, μετρημένη σε χιλιόμετρα, αφού και η πυκνότητα των κατοίκων είναι ανά km^2.

Για να γίνει η προσαρμογή του μοντέλου στα δεδομένα της Λάρισας, θα πρέπει να ομαδοποιηθούν οι περιοχές που βρίσκονται στην ίδια απόσταση από το κέντρο.

6.5. Θα εξετάσουμε πρώτα την περίπτωση που παίρνουμε το κέντρο ολόκληρης της πόλης, δηλαδή το σημείο που οι συντεταγμένες του δίνονται από τις (6.1). Ο Πίνακας 6.1 δίνει τα σχετικά δεδομένα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.1. *Δακτύλιοι, τετραγωνικές περιοχές στις οποίες αυτοί ανήκουν, πυκνότητες και αποστάσεις των δακτυλίων από το γενικό κέντρο*

Δακτύλιοι	Τετραγωνικές περιοχές	Απόσταση από το γενικό κέντρο σε km	Πυκνότητα κατοίκων ανά km^2
I	7	0,16	21.628
II	3	0,30	16.845
III	6	0,42	20.536
IV	4+8+11	0,62	15.313
V	10	0,73	16.132
VI	2+5+12	0,86	17.378
VII	1	0,93	16.840
VIII	9	1,02	12.779

Η προσαρμογή του μοντέλου (5.3) στα δεδομένα του Πίνακα 6.1 θα γίνει, αν λογαριθμήσουμε την (5.3) και εφαρμόσουμε την απλή ανάλυση της παλινδρόμησης. Λογαριθμίζοντας την (5.3) έχουμε:

$$\ln d_i = \ln A - \lambda r_i, \tag{6.3}$$

και βρίσκουμε, με τα δεδομένα του Πίνακα 6.1,

$$\ln A = 9{,}9839, \qquad \lambda = 0{,}3875.$$

Από την lnA = 9,9839 βρίσκουμε

$$A = 21.676.$$

Επομένως το μοντέλο (5.3) γίνεται

$$d_i = 21.676\, e^{-0{,}3875 \cdot r_i}. \tag{6.4}$$

Εξάλλου, βρίσκουμε το συντελεστή συσχέτισης r και το συντελεστή προσδιορισμού r^2 που είναι:

$$r = -0{,}7336, \qquad r^2 = 0{,}5382. \tag{6.5}$$

Η τιμή του r^2 δείχνει ότι μόνο το 53,82% της μεταβολής του $\ln d_i$ μπορεί να θεωρηθεί ότι οφείλεται στη μεταβολή του r_i. Επίσης η τιμή του συντελεστή συσχέτισης r δεν είναι πολύ υψηλή και επομένως η γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών των $\ln d_i$ και r_i είναι ασθενής. Το μοντέλο επομένως (6.4) απεικονίζει την υπάρχουσα κατάσταση, όχι όμως ικανοποιητικά. Αν συγκρίνουμε το μοντέλο αυτό με το μοντέλο (4.1), βλέπουμε, από τις τιμές των r και r^2, ότι το μοντέλο (4.1) απεικονίζει πολύ καλύτερα την πραγματικότητα από το (6.4).

6.6. Θα εξετάσουμε τώρα την περίπτωση που παίρνουμε για κέντρο, το κέντρο της κεντρικής Λάρισας, δηλαδή το σημείο που οι συντεταγμένες του δίνονται από τις (6.2). Ο Πίνακας 6.2 δίνει τα σχετικά δεδομένα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 6.2. *Δακτύλιοι, τετραγωνικές περιοχές στις οποίες ανήκουν, πυκνότητες και αποστάσεις των δακτυλίων από το κέντρο της κεντρικής Λάρισας*

Δακτύλιοι	Τετραγωνικές περιοχές	Απόσταση από κέντρο κύριας Λάρισας σε km	Πυκνότητα κατοίκων ανά km^2
I	7	0,40	21.628
II	6	0,43	20.536
III	2	0,45	21.547
IV	10	0,48	16.132
V	3	0,50	16.845
VI	8 + 11	0,52	16.293
VII	4 + 5 + 12	0,81	14.813
VIII	9 + 1	1,02	14.810

Η προσαρμογή του μοντέλου (5.3) στα δεδομένα του Πίνακα 6.2, θα γίνει με λογαρίθμηση της (5.3) και με την εφαρμογή της απλής ανάλυσης της παλινδρόμησης, όπως έγινε στην § 6.5. Βρίσκουμε λοιπόν:

$$\ln A = 10{,}0925 \quad \Rightarrow \quad A = 24.161, \quad \lambda = 0{,}5478.$$

Το μοντέλο επομένως (5.3) γίνεται:

$$d_i = 24.161 \, e^{-0{,}5478 \cdot r_i}. \tag{6.6}$$

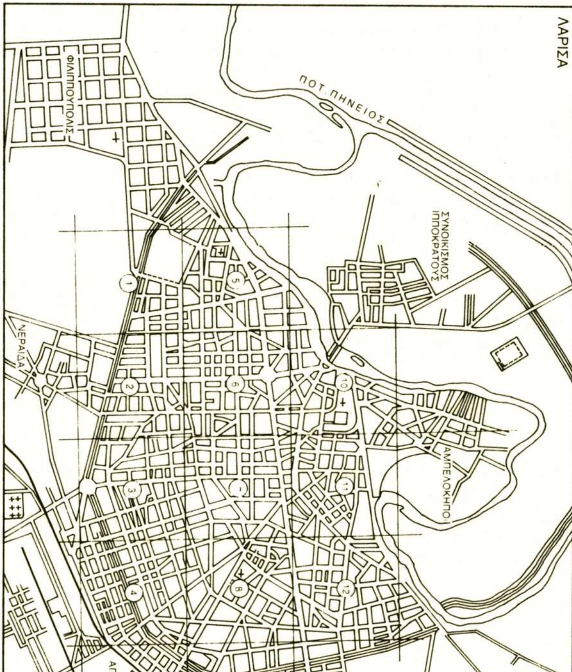
Βρίσκουμε επίσης το συντελεστή συσχέτισης r και το συντελεστή προσδιορισμού r^2, που είναι:

$$r = -\,0{,}7463, \qquad r^2 = 0{,}5570. \tag{6.7}$$

Η τιμή του r^2 δείχνει ότι το 55,70% της μεταβολής του $\ln d_i$ μπορεί να θεωρηθεί ότι οφείλεται στη μεταβολή του r_i. Και στην περίπτωση αυτή, όπως και στην προηγούμενη, η τιμή του συντελεστή συσχέτισης r δεν είναι πολύ υψηλή και επομένως η γραμμική σχέση μεταξύ των μεταβλητών $\ln d_i$ και r_i είναι ασθενής. Το μοντέλο επομένως (6.6) απεικονίζει την υπάρχουσα κατάσταση, επίσης, όχι όμως πολύ ικανοποιητικά. Μάλιστα, το μοντέλο αυτό είναι ελαφρά καλύτερο από το (6.4), πράγμα που είναι λογικό, αφού η περιοχή που απεικονίζουν τα μοντέλα είναι η κεντρική Λάρισα και το μοντέλο (6.6) παίρνει για κέντρο ακριβώς το κέντρο της. Είναι όμως παράλληλα το μοντέλο αυτό χειρότερο από το γενικό μοντέλο (4.1), όπως φαίνεται από τη σύγκριση των r και r^2.

6.7. Σαν γενικό συμπέρασμα από την εφαρμογή των μοντέλων στην περίπτωση της Λάρισας, μπορούμε να πούμε τα εξής: Το γενικό μοντέλο (4.1), που κατανέμει τους κατοίκους ανάλογα με το κόστος κατοικίας ανά κάτοικο, απεικονίζει καλύτερα την υπάρχουσα κατάσταση από τα μοντέλα (6.4) και (6.6), που κατανέμουν τους κατοίκους ανάλογα με την απόσταση κατοικίας από το κέντρο της πόλης. Αλλά η κατανομή των κατοίκων ανάλογα με το κόστος κατοικίας ανά κάτοικο αναφέρεται, όπως είπαμε, και σε οικονομικούς και άλλους παράγοντες που ωθούν τους κατοίκους να διαμένουν σε συγκεκριμένες ζώνες. Αντίθετα, η κατανομή των κατοίκων ανάλογα με την απόσταση της κατοικίας τους από το κέντρο δέχεται (βλ. § 5.1) ότι το κόστος κατοικίας ανά κάτοικο εξαρτάται μόνο από την απόσταση από το κέντρο και δεν λαμβάνει υπόψη άλλους παράγοντες. Επαληθεύεται έτσι, έμμεσα βέβαια, η κοινωνιολογική υπόθεση που αναφέραμε στην § 1.4. ΄Οσον αφορά τώρα τη μέθοδο προσδιορισμού του κέντρου της Λάρισας, αυτή μας οδήγησε στην εύρεση ενός τυπικού κέντρου που βρίσκεται μέσα στην περιοχή η οποία, σύμφωνα με τις γνωστές θεωρίες, μπορεί να χαρακτηριστεί ως το επιχειρησιακό κέντρο της πόλης.

ΧΑΡΤΗΣ 2. *Η Λάρισα χωρισμένη σε ενορίες*



ΧΑΡΤΗΣ 1. *Η πόλη της Λάρισας χωρισμένη σε τετραγωνικές περιοχές*

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Aczél, J.-Daróczy, Z. (1975), *On Measures of Information and Their Characterisations*, New York, Academic Press.
2. Αναστασιάδης, Α. (1984α), *Μοντέλα κατανομής της κατοικίας σε μια αστική περιοχή* (υπό δημοσίευση).
3. Αναστασιάδης, Α. (1984β), *Μαθηματικά μοντέλα του αστικού χώρου* (υπό έκδοση).
4. Bailly, A. (1975), *L'organisation urbaine. Théories et modèles*, Paris, CRU.
5. Bastié, J.-Dezert, B. (1980), *L'éspace urbain*, Paris, Masson.
6. Batty, M.-March. L. (1976), *Dynamic Urban Models Based on Information-minimising*, Reading Geographical Papers, 48.
7. Bronowski, J. (1960), *The Common Sense of Science*, London.
8. Bussière, R.-Stovall, T. (1981), *Systèmes évolutifs urbains et régionaux à l'état d'équilibre*, Paris, CRU.
9. Clark, C. (1951), «Urban Populations Densities», *Journal of the Royal Statistical Society*, Series A, 14, p. 490-496.
10. Marks, D.-Revelle, C.-Libman, J. (1970), «Mathematical Models of Location; a Review», *Journal of the Urban Planning and Development Division*, UP1.
11. Merlin, P. (1969), *Les villes nouvelles*, Paris, PUF.
12. Sammons, R. (1976), *Zoning Systems for Spatial Models*, Reading Geographical Papers, 52.
13. Shannon, C.E. (1948), «The Mathematical Theory of Communications», *Bell System Technical Journal*, 27, p. 379-423, 623-656.
14. Tanner, J.C. (1961), *Factors Affecting the Amount of Travel*, Road Research Technical Paper, 51, HMSO.
15. Τσουγιόπουλος, Γ. (1981), *Το ελληνικό αστικό κέντρο*, Εθνικό Κέντρο Κοινωνικών Ερευνών, Αθήνα.
16. Wilson, A.G. (1970), *Entropy in Urban and Regional Modelling*, London, Pion.
17. Zipf, G.K. (1949), *Human Relations and the Principle of Least Effort*, Cambridge, Massachusetts, Addison-Wesley.