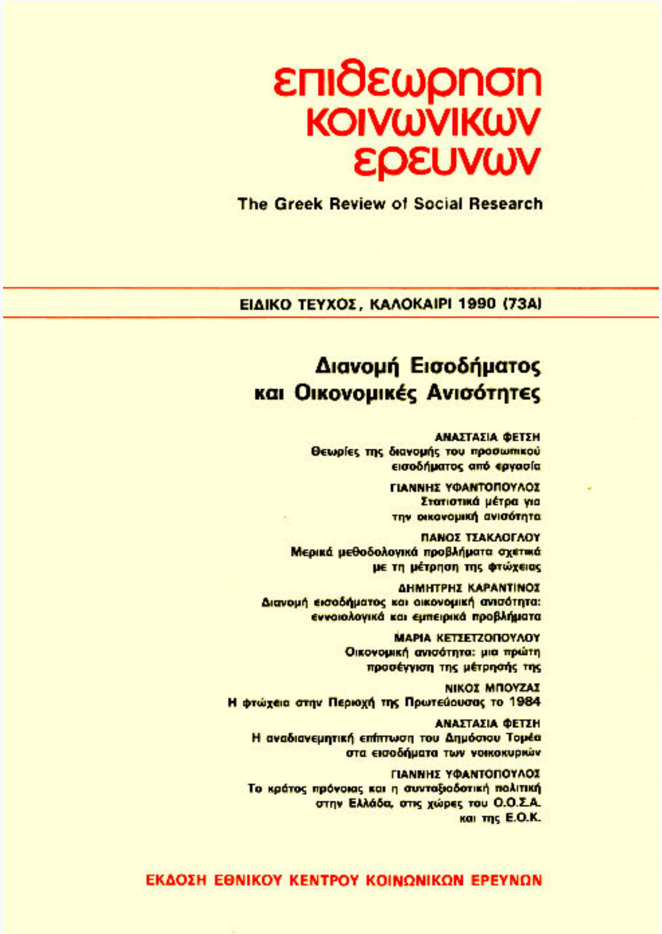
The Greek Review of Social Research

Vol 73 (1990)

73,A: Ειδικό τεύχος: Διανομή εισοδήματος και οικονομικές ανισότητες



Στατιστικά μέτρα για την οικονομική ανισότητα

Γιάννης Υφαντόπουλος

doi: 10.12681/grsr.933

Γιάννης Υφαντόπουλος

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΑΝΙΣΟΤΗΤΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μελέτη των κοινωνικών και οικονομικών ανισοτήτων αποτέλεσε το ενδιαφέρον έρευνας πολλών επιστημόνων. Ήδη από το 1912 ο Gini G. ανέπτυξε ένα από τα πλέον ευρύτερα χρησιμοποιούμενα μέτρα για την ανισοκατανομή του εισοδήματος.

Ο Dalton (1920) αναφέρθηκε σε ορισμένες επιθυμητές ιδιότητες των στατιστικών μέτρων και αργότερα ο Yntema (1933), ο Atkinson (1970) και ο Brown (1984, 1988) έδειξαν ότι η ιεράρχηση των χωρών ανάλογα με το βαθμό ανισοκατανομής του εισοδήματος μεταβάλλεται σημαντικά από τη χρησιμοποίηση των διαφορετικών μέτρων ανισότητας.

Η επιλογή του ενός ή του άλλου μέτρου συνεπάγεται την υιοθέτηση μαθηματικών ιδιοτήτων που βασίζονται σε διαφορετική στάθμιση των παρατηρήσεων και δίνουν αντίστοιχα διαφορετική έμφαση στη μέτρηση της ανισότητας. Ανάλογα, λοιπόν, με τους ειδικούς στόχους κάθε έρευνας θα πρέπει να γίνεται και η επιλογή του κατάλληλου δείκτη. Εάν ο ερευνητής, λοιπόν, δίνει μεγαλύτερη βαρύτητα στη μέτρηση της ανισότητας των χαμηλών εισοδηματικών στρωμάτων θα πρέπει να επιλέγει τα μέτρα εκείνα που είναι περισσότερο ευαίσθητα στις μεταβολές αυτές και απεικονίζουν καλύτερα την ανισοκατανομή στα χαμηλότερα εισοδηματικά κλιμάκια.

Στο άρθρο αυτό θα προσπαθήσουμε να παρουσιάσουμε ενδεικτικά τα κυριότερα μέτρα που έχουν χρησιμοποιηθεί στη βιβλιογραφία για τη μέτρηση της ανισότητας. Φυσικά με κανένα τρόπο δεν καλύπτεται ο εκτεταμένος προβληματισμός που υπάρχει για την έννοια της ανισότητας (Cowell 1977), για την αξιωματική προσέγγισή της (Sen 1973, 1984), για τη διάσπαση των μέτρων (Atkinson 1970) που απορρέουν από την επιλογή τους.

Κρίθηκε λοιπόν σκόπιμο, για λόγους κατανόησης να αποφευχθούν οι μαθηματικές προσεγγίσεις και να παρουσιάσουμε αρχικά στο Τμήμα 1 τα βασικά αξιωματικά κριτήρια που θα πρέπει να ικανοποιεί κάθε μέτρο ανισοκατανομής.

Στη συνέχεια στο Τμήμα 2 θα αναφερθούμε αρχικά στα πολύ απλά περιγραφικά μέτρα διασποράς και έπειτα θα επεκταθούμε σε περισσότερο σύνθετους δείκτες που βασίζονται όχι μόνο στις «αντικειμενικές αξίες» αλλά και σε υποκειμενικές αξιολογικές κρίσεις για μια κοινωνικά «επιθυμητή» κατανομή εισοδήματος.

Στο Τμήμα 3 θα χρησιμοποιήσουμε τα εμπειρικά δεδομένα του Brawn (1988) που αναφέρονται σε 51 περιφέρειες των Η.Π.Α. για να διερευνήσουμε κατά πόσο υπάρχει στατιστική σύγκλιση ή απόκλιση των διαφόρων μέτρων ανισοκατανομής καθώς επίσης και για ποιες τιμές των μέτρων αυτών οι παρατηρούμενες αποκλίσεις ή συγκλίσεις είναι εντονότερες.

Τέλος στο Τμήμα 4 διενεργείται μια συνοπτική παρουσίαση και κριτική αναθεώρηση των μέτρων ανισοκατανομής.

1. ΑΞΙΩΜΑΤΙΚΑ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΝΙΣΟΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

Στο τμήμα αυτό θα αναφερθούμε στις «επιθυμητές» ιδιότητες που πρέπει να πληροί ένα μέτρο ανισοκατανομής. Θα εξετάσουμε κατά πόσο οποιεσδήποτε πιθανές μεταβολές που επέρχονται, λόγω αναδιανομής του εισοδήματος, από τα υψηλότερα προς τα χαμηλότερα κλιμάκια ή και το αντίθετο, είναι δυνατό να απεικονισθούν από τα χρησιμοποιούμενα μέτρα.

Ας υποθέσουμε έναν πληθυσμό n νοικοκυριών (ή ατόμων) τα οποία έχουν ετήσιο εισόδημα (νοικοκυριού ή ατομικό ανάλογα με την περίπτωση) ίσο προς X_i, όπου X το ετήσιο εισόδημα και $i=1...n$ ο αριθμός των νοικοκυριών (ή ατόμων). Εάν ιεραρχήσουμε τα νοικοκυριά (άτομα) ανάλογα με το ύψος του εισοδήματός τους, τότε μπορούμε να λάβουμε την ακόλουθη κατανομή.

$$X_1 \leq X_2 \leq X_3 \leq ...... \leq X_n$$

Το κύριο ερώτημα που προκύπτει είναι κατά πόσο μπορούμε να προσδιορίσουμε ένα συγκεκριμένο μέτρο ανισοκατανομής που να περιγράφει όσο το δυνατό αντιπροσωπευτικότερα το *βαθμό* και την *ένταση* της ανισοκατανομής μεταξύ των ετήσιων εισοδημάτων:

$$X_i \quad \forall_{i=1\cdots\, n}$$

Ας καθορίσουμε όμως ποιες είναι οι θεμελιώδεις αξιωματικές ιδιότητες που πρέπει να ικανοποιεί ένα μέτρο ανισοκατανομής:

1.1 Ο βαθμός ανισοκατανομής

Η ελάχιστη ιδιότητα που πρέπει να πληροί κάθε μέτρο είναι η αριθμητική ένδειξη του βαθμού της ανισοκατανομής, που σημαίνει ότι θα λαμβάνει μηδενικές τιμές όταν όλα τα νοικοκυριά ή άτομα έχουν το ίδιο εισόδημα και θα λαμβάνει κάποιες *θετικές* τιμές όταν τα εισοδήματα έστω και δύο νοικοκυριών διαφέρουν.

$$X_1=X_2=X_3=X_4=\ldots\ldots=X_n$$

$$X_1\neq X_2\neq X_3\neq X_4\neq\ldots\ldots =X_n$$

Όπως θα παρουσιασθεί παρακάτω (βλ. Πίνακα 1) η ιδιότητα αυτή ικανοποιείται από τα πιο απλά μέχρι και τα πιο σύνθετα μέτρα ανισοκατανομής.

1.2 Ο πληθυσμός του δείγματος

Η ιδιότητα αυτή προϋποθέτει ότι ο βαθμός της ανισοκατανομής οποιουδήποτε μέτρου πρέπει να είναι ανεξάρτητος από το μέγεθος του πληθυσμού του δείγματος.

Εάν τον πληθυσμό των n νοικοκυριών που προέρχεται από ένα κοινωνικο-οικονομικό σύστημα Α τον αυξήσουμε (διπλασιάσουμε) κατά 2n με παρόμοια νοικοκυριά που προέρχονται από ένα ταυτόσημο με το κοινωνικο-οικονομικό σύστημα Α, τότε εφ' όσον το ποσοστό του πληθυσμού που λαμβάνει το ίδιο εισόδημα δεν μεταβάλλεται δεν θα πρέπει να μεταβάλλεται και το μέτρο της ανισοκατανομής του εισοδήματος. Ίσως η ικανοποίηση της ιδιότητας αυτής μπορεί να δημιουργεί κάποια προβλήματα.

Για παράδειγμα: Εάν λάβουμε αρχικά έναν περιορισμένο αριθμό νοικοκυριών με μεγάλες ανισότητες και αυξήσουμε πολλαπλάσια τον ίδιο αριθμό των νοικοκυριών διατηρώντας τις ίδιες μεγάλες ανισότητες, τότε τίθενται ερωτήματα κατά πόσο η πρώτη περιορισμένη μορφή κοινωνίας που αποτελείτο από λίγα άτομα είναι «εξ ίσου άνιση» από τη μεγαλύτερη μορφή κοινωνίας (Cowell 1977) όπου υπάρχουν πολλά άτομα. Η απάντηση στο ερώτημα αυτό χρήζει βαθύτερης ανάλυσης που είναι πέρα από τους στόχους της μελέτης αυτής. Πρέπει ωστόσο να αναφέρουμε ότι τα περισσότερα από τα μέτρα ανισοκατανομής του εισοδήματος ικανοποιούν την αρχή αυτή (βλ. Πίνακα 1).

1.3 Αμετάβλητοι δείκτες (invariant) από τις μονάδες μέτρησης

Μια από τις βασικότερες ιδιότητες που πρέπει να ικανοποιούν τα μέτρα ανισοκατανομής είναι η δυνατότητα να μην μεταβάλλονται από τις μονάδες μέτρησης του εισοδήματος. Η ιδιότητα αυτή είναι θεμελιώδης γιατί καθιστά δυνατή τη σύγκριση της ανισοκατανομής του εισοδήματος μεταξύ δύο ή περισσότερων χωρών, όπου οι μονάδες μέτρησης του ετήσιου εισοδήματος είναι διαφορετικές. Έτσι σε διεθνείς συγκρίσεις ανισοκατανομής εισοδημάτων θα πρέπει να χρησιμοποιούνται μόνο τα μέτρα εκείνα που ικανοποιούν την ιδιότητα αυτή.

Εάν σε ένα n πληθυσμό νοικοκυριών που έχουν εισόδημα X_i και ιεραρχούνται ως

(1) $$X_1 \leq X_2 \leq X_3 \leq X_4 \leq \ldots\ldots \leq X_n$$

πολλαπλασιάσουμε όλα τα εισοδήματα με μια σταθερά Θ τότε θα έχουμε

(2) $$\Theta X_1 \leq \Theta X_2 \leq \Theta X_3 \leq \Theta X_4 \leq \ldots\ldots \leq \Theta X_n$$

Βάσει της ιδιότητας περί αναλλοίωτων μέτρων από τις μονάδες μέτρησης των εισοδημάτων X_i θα πρέπει να λάβουμε την κατανομή (2) η οποία δεν πρέπει να παρουσιάζει *ουδεμία* μεταβολή *ούτε* ως προς την ιεράρχηση των εισοδημάτων *ούτε* ως προς το βαθμό της ανισοκατανομής.

Έτσι οι κατανομές (1) και (2) είναι ταυτόσημες.

Η ισχύς της ιδιότητας αυτής παρέχει πολλά *πλεονεκτήματα*. Γιατί:

i. Δεν είναι αναγκαίο σε διεθνείς συγκρίσεις να μετατρέπονται τα εισοδήματα των νοικοκυριών σε κοινή νομισματική βάση π.χ. δολλάρια Η.Π.Α..

ii. Όταν διενεργούνται διαχρονικές συγκρίσεις δεν είναι αναγκαίο να ληφθούν τα εισοδηματικά μεγέθη σε σταθερές τιμές αναζητώντας τον «κατάλληλο» αποπληθωριστή τιμών.

iii. Είναι δυνατές οι συγκρίσεις των εισοδηματικών ανισοτήτων με άλλες κοινωνικές μεταβλητές που μετριούνται σε άλλες μονάδες μέτρησης.

Ένα όμως κάπως ακαθόριστο στοιχείο είναι κατά πόσο μπορούμε να δεχθούμε την υπόθεση ότι μια ποσοστιαία αύξηση ίση κατά 10% όλων των εισοδημάτων αφήνει αμετάβλητη την κατανομή του εισοδήματος δεδομένου ότι σε *απόλυτα* ποσά η αύξηση αυτή βελτιώνει περισσότερο το εισόδημα των πλουσίων παρά των φτωχών. Παρά την αδυναμία αυτή εάν αναφερθούμε σε *σχετικές* διαφορές μεταξύ των εισοδημάτων των νοικοκυριών (ή των ατόμων) τότε η σχετική τους θέση δεν μεταβάλλεται. Ορισμένοι όμως κοινωνιολόγοι όπως ο Blau (1977) και ο Easterlin (1974) παρουσιάζουν βάσιμες «ενδείξεις» από τις έρευνές τους ότι η «δηλωθείσα» από τα άτομα «ευτυχία» εξαρτάται λιγότερο από το *απόλυτο* ύψος εισοδήματος και περισσότερο από το *σχετικό*.

1.4 Η αρχή της μεταβίβασης εισοδήματος

Ο Dalton ήδη από το 1920 διερεύνησε κατά πόσο μία μεταβίβαση εισοδήματος από ένα νοικοκυριό (ή άτομο) σε ένα άλλο αυξάνει ή μειώνει τα μέτρα της ανισοκατανομής.

Έτσι υποστήριξε ότι οποιοδήποτε μέτρο και αν χρησιμοποιηθεί, μία μεταβίβαση εισοδήματος οποιουδήποτε ποσού και αν είναι, από ένα φτωχό άτομο προς ένα πλούσιο θα πρέπει *να αυξάνει* το δείκτη της ανισοκατανομής ανεξάρτητα από το πόσο φτωχό ή πόσο πλούσιο είναι το άτομο αυτό.

Εάν υποθέσουμε λοιπόν το εισόδημα ενός φτωχού ατόμου X_φ και ενός πλουσίου X_π η διαφορά ανάμεσα στα εισοδήματα είναι:

$$\Delta x = X_\pi - X_\varphi = \delta$$

όπου X_π και X_φ είναι θετικοί αριθμοί
δ επίσης θετικός αριθμός

Εάν ο πλούσιος μεταβιβάσει ένα ποσό εισοδήματος προς τον φτωχό τότε η ανισότητα θα πρέπει να μειωθεί. Η αντίθετη μεταβίβαση δηλαδή από τον φτωχό προς τον πλούσιο θα πρέπει να αυξάνει την ανισότητα.

Δύο βασικά μέτρα ανισοκατανομής, όπως θα δούμε παρακάτω, η σχετική απόκλιση από τον μέσο καθώς και η διακύμανση των λογαρίθμων αποτυγχάνουν να ικανοποιήσουν *πλήρως* την αρχή αυτή. Ωστόσο, όπως υποστηρίχθηκε και από τον Creedy (1977) η διακύμανση των λογαρίθμων στην εφαρμοσμένη εμπειρική έρευνα ελάχιστα παραβιάζει την αρχή της μεταβίβασης. Επειδή δε παρουσιάζει πολλά άλλα σχετικά πλεονεκτήματα ως μέτρο ανισοκατανομής συνήθως χρησιμοποιείται στην εμπειρική έρευνα.

Επιπλέον η αρχή της μεταβίβασης διακρίνεται στην «ασθενή» (weak principle of transfers) και την «ισχυρή» αρχή (strong principle of transfers). Η ανάλυση όμως, για κάθε μία από τις αρχές αυτές θα γίνει στο τέλος του κεφαλαίου γιατί κρίνεται σκόπιμο να παρουσιασθούν πρώτα τα μέτρα ανισοκατανομής και οι βασικές ιδιότητές τους και στη συνέχεια ποια μέτρα ικανοποιούν την «ασθενή» και ποια την «ισχυρή» αρχή μεταβίβασης.

2. ΜΕΤΡΑ ΑΝΙΣΟΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

Στο Τμήμα αυτό θα παρουσιάσουμε τα πιο συνηθισμένα μέτρα που έχουν χρησιμοποιηθεί για την ανισοκατανομή του εισοδήματος. Θα αρχίσουμε από τα πιο απλά μέτρα που ορίζουν τη διασπορά μιας κατανομής εισοδήματος και βαθμιαία θα εξετάσουμε τα περισσότερο σύνθετα που βασίζονται στη μορφή της συνάρτησης κοινωνικής ευημερίας του πληθυσμού. Σε κάθε μέτρο θα αναφερόμαστε σύντομα στα μειονεκτήματα ή πλεονεκτήματα που παρουσιάζει καθώς επίσης και στο κατά πόσο ικανοποιεί τα βασικά αξιωματικά κριτήρια ανισοκατανομής.

2.1 Το εύρος

Το εύρος αποτελεί μια πολύ αδρή εκτίμηση του μεγέθους ανισοκατανομής του εισοδήματος μιας χώρας ή ενός πληθυσμού.

Η τιμή του εύρους ορίζεται ως η διαφορά μεταξύ της μέγιστης τιμής και της ελάχιστης τιμής. Ο μαθηματικός τύπος του εύρους είναι:

$$E = X_{max} - X_{min}$$

Όπου X_{max} και X_{min} είναι αντίστοιχα η μέγιστη και ελάχιστη τιμή των εισοδημάτων μιας κατανομής.

Ορισμένες φορές έχουν προταθεί, ανάλογα βέβαια με το σκοπό κάθε έρευνας, διάφορες «σταθεροποιήσεις» της τιμής του εύρους. Οι σταθεροποιήσεις αυτές είναι προς την ελάχιστη τιμή του εισοδήματος X_{min} ή ως προς τη μέση τιμή (μ). Δηλαδή:

$$E_{min} = \frac{X_{max}-X_{min}}{X_{min}}$$

$$E_\mu = \frac{X_{max} - X_{min}}{\mu}$$

Αν και το εύρος είναι ένα σχετικά απλό και εύκολα κατανοητό μέτρο, ωστόσο, παρουσιάζει σοβαρά *μειονεκτήματα*:

i. Αποτελεί ένα *ασταθές* μέτρο γιατί η προσθήκη μιας και μόνο πολύ υψηλής ή χαμηλής τιμής αλλοιώνει σημαντικά την τιμή του.
ii. Η εφαρμογή του δεν ενδείκνυται για διεθνείς συγκρίσεις ή γενικότερα για συγκρίσεις κατανομής εισοδήματος ετερογενών ομάδων.
iii. Δεν παρέχει καμία ένδειξη για τη μορφή της κατανομής των τιμών που βρίσκονται μεταξύ των δύο ακραίων τιμών.
iv. Δεν ικανοποιεί την αρχή του πληθυσμού του δείγματος γιατί οι τιμές του μεταβάλλονται με τη μεταβολή του πληθυσμού.
v. Οι τιμές του εύρους δεν είναι αναλλοίωτες (invariante) γιατί εξαρτώνται από τις μονάδες μέτρησης των εισοδημάτων. Οπότε δεν ικανοποιείται η αρχή για αναλλοίωτα μέτρα ανισοκατανομής.
vi. Τέλος δεν ικανοποιείται η αρχή της μεταβίβασης γιατί οποιαδήποτε αναδιανομή εισοδήματος γίνει μεταξύ των ατόμων που έχουν εισοδήματα μεταξύ των ακραίων τιμών, η τιμή του εύρους δεν μεταβάλλεται.

Το εύρος ως τιμή ανισοκατανομής, παρά τις αδυναμίες του, έχει χρησιμοποιηθεί από πολλούς ερευνητές (Sawyer 1976). Στην Ελλάδα έχει χρησιμοποιηθεί από τον Κανελλόπουλο (1984, σελ. 52).

2.2 Τεταρτημόρια

Ένας διαγραμματικός τρόπος απεικόνισης των εισοδηματικών και κοινωνικών ανισοτήτων είναι τα τεταρτημόρια και δεκατημόρια. Αυτά δίνουν μία συγκριτική οπτική εικόνα της ποσοστιαίας κατανομής του εισοδήματος ανά τέσσερις ή δέκα κατηγορίες και για το λόγο αυτό έχουν χρησιμοποιηθεί ευρύτατα στη βιβλιογραφία. Είναι εύκολα κατανοητά αλλά δεν δίνουν μια συγκεκριμένη τιμή του βαθμού της ανισοκατανομής όπως δίνεται από το συντελεστή Gini για το εμβαδό των καμπυλών του Lorenz. Αυτό όμως που μας δείχνουν είναι πώς κατανέμεται ο αριθμός των ατόμων ή νοικοκυριών ενός πληθυσμού n σε διαφορετικά κλιμάκια.

Εκτιμώντας αρχικά τη διάμεσο μιας κατανομής στη συνέχεια προσδιορίζουμε δύο (για τεταρτημόρια) ή τέσσερις (για δεκατημόρια) ισοπληθείς ομάδες που βρίσκονται «εκατέρωθεν» της διαμέσου.
Ο μαθηματικός τύπος είναι:

$$Z_i = X_i + \frac{\delta}{f_i} [N/_4 - \Phi_i] \text{ για τεταρτημόρια}$$

$$Z_i = X_i + \frac{\delta}{f_i} [N/_{10} - \Phi_i] \text{ για δεκατημόρια}$$

όπου X_i= το ελάχιστο όριο μιας εισοδηματικής τάξης που ορίζεται στο α τεταρτημόριο ή δεκατημόριο

δ = διάμεσος
f_i= οι αντίστοιχες συχνότητες
Φ_i= η αθροιστική συχνότητα

Τα δεκατημόρια έχουν χρησιμοποιηθεί πολλές φορές στη διεθνή βιβλιογραφία (βλ. Sawyer, 1976 για παράδειγμα).

Στην Ελλάδα έχουν χρησιμοποιηθεί από τον Αθανασίου (1984) και Yfantopoulos I. et al (1989), Karagiorgas, (1973), Καράγιωργας-Πάκος (1988).

2.3 Σχετικές αποκλίσεις από το μέσο Μ

Αντί του εύρους ένας άλλος απλός δείκτης ανισοκατανομής του εισοδήματος που έχει χρησιμοποιηθεί από διάφορους ερευνητές είναι ο προσδιορισμός των σχετικών αποκλίσεων των τιμών των εισοδημάτων X_i κάθε νοικοκυριού (ή ατόμου) i από τη μέση τιμή της συνολικής κατανομής εισοδήματος μ.

Το μέτρο αυτό είναι επίσης γνωστό ως συντελεστής του Schutz (1951). Μαθηματικά ο συντελεστής αυτός ορίζεται:

$$M = \frac{1/_n \sum_{i=1}^{n} |X_i - \mu|}{2\mu} \quad \text{ή} \quad M = \frac{\sum_{i=1} |X_i - \mu|}{n\mu}$$

όπου n=το μέγεθος του πληθυσμού
μ=η μέση τιμή του εισοδήματος
X_i=το εισόδημα του i νοικοκυριού (ή ατόμου)

Ένα σχετικό πλεονέκτημα που παρουσιάζει το μέτρο αυτό σε σχέση με τα προηγούμενα είναι ότι ικανοποιεί ένα μεγαλύτερο αριθμό αξιωματικών κριτηρίων. Ικανοποιεί την πρώτη, τη δεύτερη και την τρίτη αξιωματική αρχή.

Ένα σχετικό περιορισμένο μειονέκτημα που παρουσιάζει το μέτρο του

Μ είναι ότι, μερικώς μόνο, ικανοποιεί την τέταρτη αξιωματική αρχή της μεταβίβασης. Η αρχή αυτή ισχύει μόνο για τις τιμές των εισοδημάτων που βρίσκονται εκατέρωθεν του μέσου. Δηλαδή μόνο αν γίνει μια μεταβίβαση εισοδήματος σε νοικοκυριά που βρίσκονται κάτω από τη μέση τιμή ή αντίστοιχα πάνω από τη μέση τιμή ισχύει η αρχή της μεταβίβασης. Δεν ισχύει η αρχή αυτή όταν γίνουν μεταβιβάσεις από πολύ υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια (εισοδήματα άνω της μέσης τιμής) προς τα πολύ χαμηλά εισοδηματικά κλιμάκια (εισοδήματα κάτω της μέσης τιμής).

Ο δείκτης Μ των σχετικών αποκλίσεων από τη μέση τιμή έχει χρησιμοποιηθεί σχετικά περιορισμένα στη διεθνή και ελληνική βιβλιογραφία.

2.4 Διακύμανση – Μέση (τυπική) απόκλιση τετραγώνου

Στις περισσότερες στατιστικές αναλύσεις το πιο συνηθισμένο μέτρο ανισοκατανομής που χρησιμοποιείται είναι η διακύμανση ή η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης, που ορίζει τη μέση απόκλιση τετραγώνου. Μαθηματικά ο τύπος της διακύμανσης ορίζεται:

$$\sigma^2 = {}^1/_n \sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2$$

Η μέση απόκλιση ορίζεται από την τετραγωνική ρίζα της σ, δηλαδή:

$$\sigma = \sqrt{{}^1/_n \sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2}$$

Οι μαθηματικές ιδιότητες της διακύμανσης ως μέτρο ανισοκατανομής προσδίδουν σε αυτήν ορισμένα σχετικά πλεονεκτήματα σε σύγκριση με τα προηγούμενα μέτρα αλλά ταυτόχρονα εξακολουθούν να υπάρχουν ορισμένα μειονεκτήματα.

Τα σχετικά πλεονεκτήματα συνοψίζονται ως εξής:

i. Ικανοποιεί την πρώτη βασική αξιωματική αρχή της ανισοκατανομής δεδομένου ότι λαμβάνει θετικές τιμές, όταν η ανισότητα στην κατανομή του εισοδήματος αυξάνεται, και μηδενικές τιμές, όταν υπάρχει πλήρης ισοκατανομή, όταν δηλαδή οι αποκλίσεις από το μέρο όρο είναι μηδενικές.

ii. Η τιμή της διακύμανσης επηρεάζεται από κάθε μία τιμή της μεταβλητής του εισοδήματος. Οπότε ως μέτρο ανισοκατανομής λαμβάνει υπόψη όλες τις τιμές εισοδήματος και δεν περιορίζεται όπως το εύρος από δύο ή από ορισμένα υποσύνολα τιμών.

iii. Ο τετραγωνισμός των αποκλίσεων πριν από την πρόσθεση απαλάσσει από πιθανά σφάλματα τις τιμές της διακύμανσης. Για το λόγο αυτό παρουσιάζεται ως καλύτερο μέτρο σε σύγκριση με το προηγούμενο Μ που αναφέρεται στις απόλυτες τιμές των σχετικών αποκλίσεων από το μέσο.

iv. Επηρεάζεται πολύ λιγότερο από τις υψηλές διακυμάνσεις των τιμών του εισοδήματος που προέρχονται από δειγματοληψία.

v. Ενέχει μαθηματικές ιδιότητες τέτοιες που υποβοηθούν τους αλγεβρικούς χειρισμούς και συγκρίσεις μεταξύ των κατανομών.

vi. Αν μία κατανομή εισοδήματος προσομοιάζει προς την «κανονική κατανομή», τότε η τετραγωνική ρίζα της διακύμανσης, δηλαδή η μέση απόκλιση τετραγώνου, είναι χρήσιμο μέτρο γιατί μας δίνει το εμβαδό της ονομαζόμενης κανονικής κατανομής ή καμπύλης του Gauss-Laplace.

vii. Ικανοποιεί τη βασική αξιωματική αρχή της μεταβίβασης εισοδήματος.

Παρά τα πλεονεκτήματα αυτά, υπάρχουν, ωστόσο, και σημαντικά μειονεκτήματα τα οποία περιορίζουν την ευρεία χρησιμότητα της διακύμανσης ως μέτρου ανισοκατανομής του εισοδήματος. Τα μειονεκτήματα αυτά είναι:

i. Η τιμή της διακύμανσης εξαρτάται από το μέγεθος του πληθυσμού του δείγματος και λαμβάνει διαφορετικές τιμές καθώς ο υπό εξέταση πληθυσμός αυξάνεται.

ii. Η τιμή της διακύμανσης επηρεάζεται από τις μονάδες μέτρησης της κατανομής του εισοδήματος. Εάν το εισόδημα X_i κάθε νοικοκυριού ή ατόμου i διπλασιαστεί κατά $2X_i$ τότε η διακύμανση τετραπλασιάζεται. Έτσι δεν ενδείκνυται για διεθνείς ή διαχρονικές συγκρίσεις όπου μεταβάλλονται οι ονομαστικές τιμές των εισοδημάτων είτε λόγω συναλλαγματικών διαφορών είτε λόγω πληθωριστικών επιδράσεων.

Παρά τα μειονεκτήματα αυτά η διακύμανση και η μέση απόκλιση τετραγώνου έχουν χρησιμοποιηθεί πολλές φορές στη βιβλιογραφία. Στην Ελλάδα χρησιμοποιήθηκε από τον Κανελλόπουλο (1984, σελ. 53, 56, 60) και άλλους ερευνητές.

2.5 Συντελεστής μεταβλητότητας

Όλα τα παραπάνω μέτρα που αναφέρθηκαν έχουν χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση των ανισοτήτων που αναφέρονται σε *απόλυτες* μεταβολές ή σε *απόλυτες* αποκλίσεις από τη μέση τιμή.

Οι *απόλυτες* συγκρίσεις αναφέρονται σε ομοειδείς πληθυσμούς. Αν όμως στόχος μιας μελέτης είναι η σύγκριση της ανισοκατανομής του εισοδήματος διαφορετικών-ετεροειδών πληθυσμών τότε πρέπει να χρησιμοποιήσουμε διαφορετικά μέτρα τα οποία θα πρέπει να στοχεύουν στο μετασχηματισμό των *απόλυτων* μεταβολών σε *σχετικές*.

Ο μετασχηματισμός αυτός συνεπάγεται ταυτόχρονα, την ικανοποίηση μαθηματικών αξιωμάτων, τα οποία, ορισμένα από αυτά, συμπίπτουν με τα απαιτούμενα αξιώματα που αναφέρθηκαν στην αρχή του κεφαλαίου και θα αναλυθούν παρακάτω.

Γενικότερα, όμως, τα περισσότερα από τα προαναφερθέντα μέτρα διασποράς εάν σταθεροποιηθούν ή διαιρεθούν με τη μέση τιμή ή κάποια άλλη συναρτησιακή σχέση της μέσης τιμής τότε μπορούν να ικανοποιήσουν την αρχή της συγκρισιμότητας μεταξύ ετεροειδών πληθυσμών. Ένα από τα μέτρα ανισοκατανομής· που ικανοποιούν την αρχή αυτή είναι ο συντελεστής μεταβλητότητας, που μαθηματικά ορίζεται ως το πηλίκο της μέσης απόκλισης τετραγώνου ως προς τον μέσο όρο:

$$\mathrm{c.v} = \frac{\sigma}{\mu}$$

Ο συντελεστής μεταβλητότητας έχει όλα τα προαναφερθέντα πλεονεκτήματα της διακύμανσης και της Μ.Α.Τ. Επιπλέον οι αποκλίσεις είναι εύκολα κατανοητές γιατί παρουσιάζονται σε ποσοστά επί τοις εκατό από το μέσο όρο. Επίσης ικανοποιεί όλα τα αξιωματικά κριτήρια ανισοκατανομής.

Στην εφαρμοσμένη έρευνα ο συντελεστής c.v έχει χρησιμοποιηθεί κυρίως για την περιγραφή μεγάλων ανισοτήτων δεδομένου ότι δείχνει καλύτερα τις μειώσεις που δύνανται να επέλθουν στην ανισοκατανομή του εισοδήματος όταν γίνουν μεταβιβάσεις μεταξύ των υψηλών εισοδηματικών κλιμακίων.

Ως μέτρο ανισοκατανομής είναι ευρύτατα διαδεδομένο και έχει χρησιμοποιηθεί από πολλούς ερευνητές.

2.6 Λογαριθμική διακύμανση ή λογαριθμική μέση απόκλιση

Εκτός από το συντελεστή μεταβλητότητας που αναπτύξαμε παραπάνω ένας άλλος τρόπος «σταθεροποίησης» της διακύμανσης και κατ' επέκταση της δυνατότητας να λάβουμε συγκρίσιμους δείκτες ανισοκατανομής που να μην επηρεάζονται από τις μονάδες μέτρησης του εισοδήματος είναι η λογαριθμική διακύμανση. Αυτή μαθηματικά ορίζεται ως εξής:

$$L = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} [\log (x_i - \mu)]^2$$

ή εναλλακτικά

$$L = \frac{1}{n} [\Sigma (\log x_i - \log \mu)^2]$$

και η λογαριθμική μέση απόκλιση τετραγώνου ορίζεται:

$$L = [\frac{\sum_{i=1}^{n} (\log x_i - \log \mu)^2}{n}]^{1/2}$$

Η λογαριθμική διακύμανση σε σύγκριση με τα παραπάνω μέτρα ανισοκατανομής παρουσιάζει πολλά *σχετικά* πλεονεκτήματα, δηλαδή:

i. Το πρώτο συγκριτικό πλεονέκτημα της μεθόδου αυτής είναι ότι *δείχνει αντιπροσωπευτικότερα* τις διαφορές μεταξύ των υψηλών και των χαμηλών εισοδηματικών κλιμακίων και για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται ευρύτερα για την ιεράρχηση των εισοδηματικών κλιμακίων.

ii. Η λογαριθμική μετατροπή των απόλυτων τιμών του εισοδήματος ελαχιστοποιεί τα πιθανά λάθη δειγματοληψίας. Αυτό οφείλεται στην «κανονικοποίηση» (normalization) των αρχικών απολύτων τιμών.

iii. Ικανοποιεί τα αξιωματικά κριτήρια που αναφέρονται στο βαθμό ανισοκατανομής στον πληθυσμό του δείγματος, και τέλος οι τιμές του L *δεν* επηρεάζονται από τις μονάδες μέτρησης του εισοδήματος (invariant) δίνοντας έτσι τη δυνατότητα για πολλαπλές συγκρίσεις των εισοδηματικών ανισοτήτων με άλλες ανισότητες.

iv. Η αρχή της μεταβίβασης εισοδήματος ισχύει μόνο για τα μέσα και τα χαμηλά εισοδηματικά κλιμάκια. Μάλιστα ενώ στο συντελεστή μεταβλητότητας μία μεταβίβαση εισοδήματος κατά 1.000 έχει την ίδια *ισόποση* επίδραση στην τιμή του L τόσο για τα υψηλά όσο και τα χαμηλά εισοδηματικά κλιμάκια, στην περίπτωση της λογαριθμικής διακύμανσης φαίνεται αντιπροσωπευτικότερη η μεταβίβαση αυτή. Έτσι η μεταβίβαση 1.000 δρχ. από ένα άτομο με ετήσιο εισόδημα 80.000 προς ένα άλλο άτομο με εισόδημα 70.000 μειώνει *συγκριτικά περισσότερο* την τιμή της λογαριθμικής διακύμανσης από ό,τι συμβαίνει στην περίπτωση μεταβίβασης 1.000 δρχ. από ένα άτομο με εισόδημα 10 εκατ. το χρόνο προς ένα άλλο με 9,9 εκατ. το χρόνο. Για αυτό ενδείκνυται για μεταβιβάσεις που γίνονται σε χαμηλά εισοδηματικά κλιμάκια.

Η αρχή της μεταβίβασης *δεν ισχύει* για τα πολύ υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια και μάλιστα για τις τιμές των εισοδημάτων που είναι μεγαλύτερες από το 2,718 της τιμής του γεωμετρικού μέσου του εισοδήματος. Οποιαδήποτε μεταβίβαση γίνει μεταξύ των εισοδηματικών κλιμακίων που βρίσκονται υψηλότερα από το τριπλάσιο περίπου της τιμής του γεωμετρικού μέσου του εισοδήματος θα έχει ως συνέπεια *την αύξηση*, αντί της αναμενόμενης μείωσης της τιμής της λογαριθμικής διακύμανσης. Ο Greedy (1977) έχει υποστηρίξει ότι, παρά τις αδυναμίες αυτές, η λογαριθμική διακύμανση έχει τόσα πολλά άλλα συγκριτικά πλεονεκτήματα σε σχέση με τα άλλα μέτρα, που ενδείκνυται η εφαρμογή της σε εμπειρικές έρευνες.

Επίσης ένας άλλος λόγος που προτείνεται η λογαριθμική διακύμανση ως αντιπροσωπευτικό μέτρο ανισοκατανομής είναι και για τις περιπτώσεις εκείνες όπου ο συντελεστής Gini, που θα δούμε παρακάτω, αδυνατεί να δώσει συγκεκριμένα συμπεράσματα. Ειδικότερα στην περίπτωση εκείνη όπου τέμνονται οι καμπύλες Lonrenz, ο συντελεστής Gini δεν μπορεί να δώσει κατάλληλα συμπεράσματα για την άσκηση ορθολογικής αναδιανεμητικής πολιτικής οπότε προτείνεται η εφαρμογή της λογαριθμικής διακύμανσης ως καταλληλότερου μέτρου.

Τέλος, θα πρέπει να αναφερθεί ότι παρατηρείται μια μικρή διαφορά στην εφαρμογή της λογαριθμικής διακύμανσης ως μέτρο ανισοκατανομής στη στατιστική και οικονομική βιβλιογραφία.

Στη στατιστική βιβλιογραφία οι αποκλίσεις λαμβάνονται όχι από τον αριθμητικό αλλά από *τον γεωμετρικό μέσο*, ο οποίος έχει τη χαρακτηριστική ιδιότητα να επηρεάζεται λιγότερο από τις ακραίες τιμές. Στην οικονομική όμως βιβλιογραφία αντί να συμβαίνει αυτό, οι αποκλίσεις λαμβάνονται από τον αριθμητικό μέσο (Atkinson 1970 και Stark 1972).

Οι λογαριθμικές διακυμάνσεις ως μέτρο ανισοκατανομής έχουν χρησιμοποιηθεί ευρύτατα στη διεθνή βιβλιογραφία. Ωστόσο, στην Ελλάδα δεν υπάρχουν αναφορές στην εφαρμογή της μεθόδου αυτής.

2.7 Συντελεστής Gini

Το πλέον ευρύτερα χρησιμοποιούμενο μέτρο ανισοκατανομής του εισοδήματος είναι ο συντελεστής Gini που ορίστηκε από τον Ιταλό στατιστικό C. Gini το 1912 και στη συνέχεια παρουσιάσθηκαν πολλές τροποποιήσεις του συντελεστή αυτού από τους Dalton (1920), Atkinson (1970), Sheshinski (1972) και άλλους.

Ο συντελεστής Gini λαμβάνει υπόψη όλες τις τιμές του εισοδήματος και κάθε μία τιμή συγκρίνεται προς όλες τις άλλες εκτιμώντας με τον τρόπο αυτό μία σειρά από μετρήσεις που βασίζονται στις *μεσαίες διαφορές*. Συνδυάζοντας όλες τις μετρήσεις ανά δύο με όλους τους αριθμούς μίας κατανομής εισοδήματος n νοικοκυριών ή ατόμων λαμβάνουμε στο τέλος ύστερα από πολλές αριθμητικές πράξεις (διαφορές) *το μέσο αριθμητικό των απόλυτων τιμών όλων των διαφορών*. Με τον τρόπο αυτό δημιουργείται μία *Τριγωνική Μήτρα Διαφορών* (Αθανασιάδης 1964, Kendall and Stuart 1977).

Ο προσδιορισμός Gini με τη μέθοδο των απολύτων διαφορών ορίζεται μαθηματικά:

$$G = \frac{{}^{1}/_{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} |X_i - X_j|}{2\mu}$$

όπου X_i=το εισόδημα του i νοικοκυριού (ή ατόμου)

X_j=το εισόδημα του j νοικοκυριού (ή ατόμου)

Όπως υποστηρίζουν ο Kendall και Stuart 1977 ο αριθμητής του παραπάνω τύπου του Gini αποτελεί μία εκτίμηση των απόλυτων μέσων διαφορών μεταξύ των εισοδημάτων των νοικοκυριών ή ατόμων εάν συγκριθούν ανά δύο.

Μία όμως περισσότερο λειτουργική εκτίμηση των εισοδηματικών ανισοτήτων με το δείκτη του Gini έχει προταθεί από τους Dasgupta et al (1973) και μαθηματικά ορίζεται:

$$G = \frac{2}{\mu n^2} \sum_{i=1}^{n} i x_i - \frac{n+1}{n}$$

Εκτός από την εξειδίκευση αυτή θα πρέπει να σημειωθεί ότι τα τελευταία χρόνια έχουν γίνει προσπάθειες για να βελτιωθεί ο συντελεστής Gini. Από την πραγματικά εκτεταμένη βιβλιογραφία που σχολιάζει τη μαθηματική εξειδίκευση και την εμπειρική εφαρμογή του, αξίζει να αναφέρουμε τον Mehran (1975, 1976) που τροποποίησε το συντελεστή Gini προσδίνοντας μεγαλύτερη ευαισθησία στα χαμηλά εισοδηματικά κλιμάκια:

Δείκτης Mehran: $$G_{Mehran} = \frac{3}{n^3\mu} \sum_{i=1}^{n} i(2n + 1 - i)(x_i - \mu)$$

Δείκτης Bonferroni: $$G_{Bonferroni} = \frac{1}{n\mu} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{j} (x_i - \mu)$$

O Piesch (1975) υποστήριξε ότι ίσως έχει ιδιαίτερη σημασία, στο να δώσουμε μεγαλύτερη βαρύτητα στις ανισότητες των υψηλών εισοδηματικών κλιμακίων. Έτσι πρότεινε εναλλακτικούς δείκτες Gini που παρουσιάζουν μεγαλύτερη ευαισθησία στις υψηλές τιμές:

Δείκτης Piesch: $$G_{Piesch} = \frac{3}{2n^3\mu} \sum_{i=1}^{n} i(i-1)(X_i - \mu)$$

Δείκτης De Vergottim: $$G_{De\ Vergottim} = \frac{1}{n\mu} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{1}{n-j}\right) (\mu - X_i)$$

Για την καλύτερη κατανόηση της έννοιας του συντελεστή Gini είναι προτιμότερο να χρησιμοποιήσουμε την καμπύλη του Lorenz (1905) που δείχνει το μέγεθος της ανισοκατανομής του εισοδήματος διαγραμματικά (Διάγραμμα 1). Στον οριζόντιο άξονα μετριέται το ποσοστό του πληθυσμού που απολαμβάνει ένα συγκεκριμένο επίπεδο εισοδήματος και στον κάθετο άξονα παρουσιάζεται η κατανομή του εισοδήματος. Όσο πιο κοίλη καθίσταται η καμπύλη Lorenz (δηλαδή όσο περισσότερο απομακρύνεται από τη διαγώνιο ισοκατανομής) τόσο μεγαλύτερος είναι ο βαθμός της ανισοκατανομής. Ο συντελεστής Gini μας δείχνει το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας που ορίζεται μεταξύ της διαγωνίου του τετραγώνου και της καμπύλης Lorenz και μαθηματικά εκφράζεται με το ολοκλήρωμα των μέσων διαφορών:

$$\Delta = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |X_i - X_j| \, dF(x_i) \, dF(x_j)$$

ο δε συντελεστής Gini ορίζεται με:

$$G = \frac{\Delta}{2\mu}$$

Για τις στατιστικές εκτιμήσεις του συντελεστή Gini και ιδιαίτερα για τις περιπτώσεις εκείνες που τα στοιχεία εισοδήματος έχουν εκφρασθεί υπό μορφή κατανομής και όχι ως απόλυτες τιμές, τότε χρησιμοποιούνται οι παρακάτω τύποι:

α) Για την περίπτωση που το πλάτος των τάξεων κατανομής εισοδήματος είναι σταθερό για όλα τα κλιμάκια

$$\Delta = \frac{2\delta}{n^2} \Sigma (n - \Phi_i)\, \Phi_i$$

Οι τιμές του συντελεστή Gini διακυμαίνονται μεταξύ του μηδενός και της μονάδας. Η τιμή 0 δείχνει πλήρη ισότητα γιατί

$$|X_i - X_j| = 0 \text{ οπότε } G = 0$$

και αντίστοιχα η τιμή 1 δείχνει πλήρη ανισότητα.

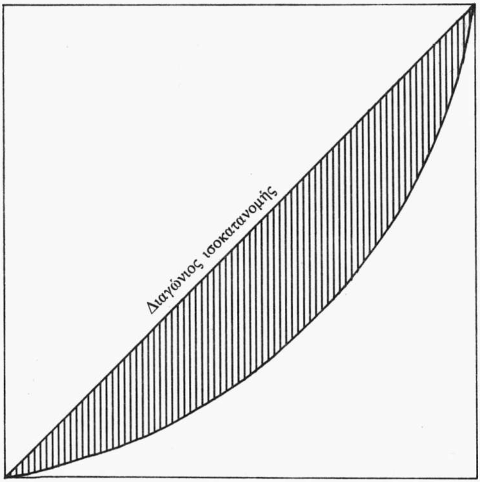
Πλεονεκτήματα

Ο συντελεστής Gini αποτελεί ένα μέτρο που έχει χρησιμοποιηθεί πολλές φορές στη διεθνή βιβλιογραφία. Επειδή έχει τις πρόσθετες ιδιότητες ως ανεξάρτητου (invariant) μέτρου από τις μονάδες μέτρησης του εισοδήματος και του πληθυσμού δείγματος (αξιωματικές αρχές 1.1 και 1.2) διευκολύνει τις διαχρονικές, διαπεριφερειακές και διεθνείς συγκρίσεις καθώς και τις συγκρίσεις διαφορετικών κοινωνικών κατανομών που μπορούν να συσχετίσουν την ανισοκατανομή του εισοδήματος προς άλλες κοινωνικές ανισότητες.

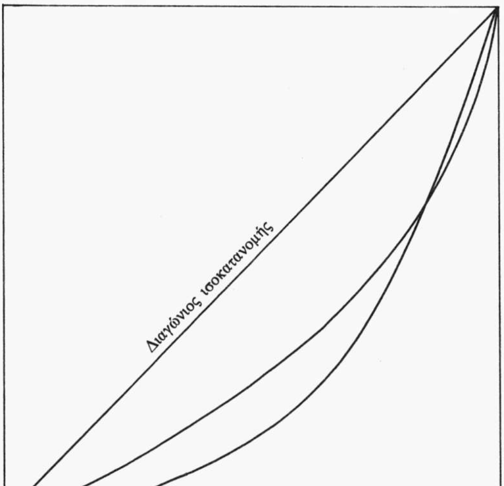
Μειονεκτήματα

Ο συντελεστής Gini λόγω του ότι αναφέρεται σε *απόλυτες* και όχι σε *σχετικές* διαφορές ενέχει ορισμένες αδυναμίες που ορισμένες από αυτές, ίσως οι πιο κύριες θα μπορούσαν να παρουσιασθούν με τη βοήθεια των διαγραμμάτων Lorenz (Διάγραμμα 2). Εφ' όσον ο συντελεστής Gini μετρά το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής (Διάγραμμα 1) χωρίς να κάνει *ειδική* αναφορά, χωρίς δηλαδή να σταθμίζει τα χαμηλά και τα υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια, όπως γίνεται με τη διακύμανση των λογαρίθμων, τότε δύο διαφορετικές κατανομές με διαφορετική ανισοκατανομή επειδή έχουν το ίδιο εμβαδόν δίδουν και τον ίδιο συντελεστή Gini. Ακόμη δυσκολότερη καθίσταται η ερμηνεία του συντελεστή Gini όταν οι καμπύλες Lorenz τέμνονται (Διάγραμμα 2). Η τομή των καμπυλών Lorenz παρουσιάζει σημαντικά προβλήματα ερμηνείας, ιδιαίτερα

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1. *Καμπύλη ανισοκατανομής Lorenz*



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2. *Τεμνόμενες καμπύλες ανισοκατανομής Lorenz*



όταν εξετάζουμε διαχρονικές συγκρίσεις, γιατί δεν μας δείχνουν κατά πόσον οι μεταβιβάσεις εισοδήματος από υψηλά κλιμάκια προς τα κατώτερα μετέβαλλαν την αρχική κατανομή.

Από εμπειρικές εκτιμήσεις που έχουν γίνει, έχει δειχθεί ότι οι τιμές του συντελεστή Gini είναι περισσότερο *ευαίσθητες* στις μεταβιβάσεις που γίνονται στα *μεσαία εισοδηματικά κλιμάκια.* Μία μεταβίβαση εισοδήματος κατά έστω 10.000 δρχ. από ένα νοικοκυριό που βρίσκεται σε υψηλό εισοδηματικό κλιμάκιο (που κερδίζει 50 εκατομμ. το χρόνο) προς ένα επίσης πολύ υψηλό νοικοκυριό με ετήσιο εισόδημα 45 εκατομμ., πολύ λίγο θα μεταβάλλει την τιμή του συντελεστή Gini. Εάν όμως γίνει η ίδια ισόποση μεταβίβαση από ένα νοικοκυριό που βρίσκεται σε μεσαίο εισοδηματικό κλιμάκιο 500.000 δρχ. προς ένα άλλο με εισόδημα 400.000 δρχ. τότε ο Gini θα λάβει μεγαλύτερες τιμές, δείχνοντας ότι η μεταβίβαση εισοδήματος μείωσε περισσότερο την ανισότητα.

Προκειμένου να παρακαμφθούν τα προβλήματα αυτά όπως αναφέρθηκε παραπάνω έχουν χρησιμοποιηθεί στην εμπειρική έρευνα διαφορετικές μαθηματικές εξειδικεύσεις του συντελεστή Gini για τα χαμηλά καθώς και για τα υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια.

Παρά τα προβλήματα που αναφέρθηκαν παραπάνω στη διεθνή και ελληνική βιβλιογραφία έχει χρησιμοποιηθεί πολλές φορές ο συντελεστής Gini. Στην Ελλάδα έχει χρησιμοποιηθεί από τους Καράγιωργα (1973, 1977), Lianos, Prodromidis (1974), Νεγρεπόντη-Δελιβάνη (1981), Αθανασίου Λ. (1984), Κανελλόπουλο (1986), Yfantopoulos et al (1989).

2.8 Ο δείκτης του Theil

Ο Theil (1967) βασιζόμενος στη θεωρία των πληροφοριών (information theory) πρότεινε ένα δείκτη, ο οποίος βασίσθηκε στην έννοια της εντροπίας. Υποστήριξε ότι υπάρχει αναλογικότητα μεταξύ της εντροπίας ενός συστήματος και αντίστοιχα της μέτρησης των ανισοτήτων. Έτσι πρότεινε ένα δείκτη για τη μέτρηση των εισοδηματικών ανισοτήτων που μαθηματικά εκφράζεται ως εξής:

$$T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i}{\mu}\right) \log\left(\frac{X_i}{\mu}\right)$$

ΠΙ

Κύριες χαρακτηριστικές ιδι

	ΘΕΜΕΛΙΑΚΕΣ ΑΡΧΕΣ					
	Βαθμός ανισοκατανομής	*Πληθυσμός δείγματος*	*Ανεξάρτητες μονάδες μέτρησης*	*ΑΡΧΗ ΜΕΤΑΒΙΒΑΣΗΣ*		*Αντικειμενική αξιολόγηση ανισοκατανομής*
				Ασθενής	*Ισχυρή*	
Εύρος	*	—	—	Δεν ισχύει	Δεν ισχύει	—
Σχετικές αποκλίσεις από το μέσο	*	*	*	Δεν ισχύει	Δεν ισχύει	*
Διακύμανση	*	—	—		*	*
Συντελεστής μεταβλητότητας	*	*	*	*		*
Λογαριθμική διακύμανση	*	*	*	Δεν ισχύει	Δεν ισχύει	*
Gini	*	*	*	*		*
Δείκτης Theil	*	*	*		*	*
Δείκτης Atkinson	*	*	*	*		

ΑΣ 1

ς των μέτρων ανισοκατανομής

αξιολόγηση ανισοκατανομής	ΟΡΙΑ ΤΙΜΩΝ		ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ ΤΥΠΟΙ	
	Ελάχιστο	*Μέγιστο*	*Ασυνεχείς μεταβλητές*	*Συνεχείς μεταβλητές*
—	0	$n\,\mu$	$X_i\max - X_i\min$	—
—	0	$2\left[1-\frac{1}{n}\right]$	$M = \frac{1}{n}\Sigma\left\|\frac{X_i}{\mu-1}\right\|$	${}_0\int^2 \left\|\frac{X_i}{\mu-1}\right\| dF$
—	0	$X^{-2}\,[n-1]$	$\frac{1}{n}\Sigma\,[X_i-\mu]^2$	${}_0\int^{\infty}(X_i-\mu)^2\, dF$
—	0	$\sqrt{(n-1)}$	$\frac{\sqrt{\frac{1}{n}\Sigma\,(X_i-\mu)^2}}{\mu}$	
—	0	∞	$\frac{1}{n}\Sigma\left[\log\left(\frac{X_i}{\mu}\right)\right]^2$	${}_0\int^{\infty}\left[\log\left(\frac{X_i}{\mu}\right)\right]^2 dF$
—	0	1	$\frac{1}{n^2\mu}\sum_i\sum_j \left\|X_i - X_j\right\|$	$(1-2)\ {}_0\int^1 \Phi\, dF$
—	0	$\log\, n$	$\frac{1}{n\mu}\ \Sigma X_i \log\left(\frac{X_i}{\mu}\right)$	${}_0\int^{\infty}\left(\frac{X}{\mu}\right)\log\left(\frac{X}{\mu}\right)dF$
*	0	$(1-n)^{\frac{-e}{1-e}}$	$1-\frac{1}{\mu}\left[\Sigma\ \frac{1}{n}\ X_i^{1-e}\right]^{\frac{1}{1-e}}$	$1-\frac{1}{\mu}\left[\int X^{1-e}dF\right]^{\frac{1}{1-e}}$

Με απλούς μαθηματικούς μετασχηματισμούς ο δείκτης του Theil καταλήγει σε ένα περισσότερο εφηρμοσμένο μέτρο που χρησιμοποιείται περισσότερο στις εμπειρικές εκτιμήσεις, όπου ο αριθμητής εκφράζεται ως μέτρο διασποράς και ο παρονομαστής ως η τιμή του μέσου αριθμητικού.

$$T = \frac{{}^{1}/_{n} \sum_{i=1}^{n} X_i \log X_i - \mu \log \mu}{\mu}$$

Σε σχέση με τα άλλα μέτρα ανισοκατανομής ο δείκτης του Theil παρουσιάζει πολλά πλεονεκτήματα δεδομένου ότι ικανοποιεί πλήρως τα αξιωματικά κριτήρια περί βαθμού ανισοκατανομής, πληθυσμού δείγματος, ανεξαρτησίας των τιμών του από τις μονάδες μέτρησης του εισοδήματος και τέλος ικανοποιεί πλήρως την αρχή της μεταβίβασης (Πίνακας 1).

Εξετάζοντας αναλυτικότερα την «ευαισθησία» του δείκτη Theil σε μεταβιβάσεις εισοδήματος μεταξύ διαφόρων εισοδηματικών κλιμακίων, βρέθηκε από εμπειρικές εκτιμήσεις (Braun 1988) ότι οι τιμές του είναι περισσότερο «ευαίσθητες» σε μεταβιβάσεις που λαμβάνουν χώρα μεταξύ των *χαμηλών εισοδηματικών κλιμακίων*. Λόγω της ευαισθησίας του αυτής παρουσιάζει ορισμένες ομοιότητες προς τη λογαριθμική διακύμανση.

Στη διεθνή βιβλιογραφία, ο δείκτης του Theil έχει χρησιμοποιηθεί από διάφορους ερευνητές. Στην Ελλάδα ο δείκτης Theil έχει χρησιμοποιηθεί από τον Καραντινό Δ. (1987) για τη μέτρηση των ανισοτήτων του πλούτου.

2.9 Ο δείκτης του Atkinson

Όλοι οι προαναφερθέντες δείκτες αναφέρονται σε *αντικειμενικά* κριτήρια για την εκτίμηση του μεγέθους της ανισοκατανομής του εισοδήματος ή οποιασδήποτε άλλης κατανομής. Ο Dalton ήδη από το 1920 είχε υποστηρίξει ότι η επιλογή του «κατάλληλου» μέτρου ανισοκατανομής συνεπάγεται μία *δεοντολογική αξιολογική κρίση* (normative value judgement). Οπότε πρότεινε ότι ίσως θα ήταν προτιμότερο εάν μπορούσαμε να εξειδικεύσουμε μέτρα ανισοκατανομής που να βασίζονται σε *υποκειμενικές* αξιολογικές κρίσεις των ατόμων για μία *επιθυμητή* αναδιανομή του εισοδήματος από τις υψηλές εισοδηματικές τάξεις προς τις χαμηλότερες.

Ο Atkinson (1970, 1985) βασίσθηκε στην έννοια *της υποκειμενικής αξιολόγησης του ατόμου* για μία επιθυμητή αναδιανομή του εισοδήματος και πρότεινε μία διαφορετική μεθοδολογία μέτρησης των εισοδηματικών ανισοτήτων.

Υποστήριξε ότι κάθε άτομο i μιας κοινωνικής ομάδας ή μιας χώρας έχει εισόδημα X_i και απολαμβάνει ένα μέγεθος ωφελιμότητας ή χρησιμότητας ίσο προς $U(X_i)$.

Οπότε η συνολική ωφελιμότητα ή χρησιμότητα μιας κοινωνίας ή μιας χώρας μας δίνει μία συνολική συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας, η οποία περιλαμβάνει τις επιμέρους ωφελιμότητες ή χρησιμότητες των ατόμων i. Μαθηματικά θα μπορούσαμε να εκφράσουμε τη συνάρτηση αυτή ως:

$$W = W\,[U_1(x_1),\ U_2(x_2),\ U_3(x_3),\ U_4(x_4) \dots\ U_n(x_n)]$$

Η μαθηματική μορφή της συνάρτησης κοινωνικής ευημερίας έχει ιδιαίτερη σημασία γιατί καταλήγουμε σε διαφορετικά συμπεράσματα ως προς τις «επιθυμίες» των ατόμων για αναδιανομή του εισοδήματος.

Ο Atkinson (1970) προκειμένου να λάβει «πρακτικό» μέτρο ανισοκατανομής που θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί σε εμπειρικές εκτιμήσεις πρότεινε ορισμένες βασικές υποθέσεις για τη συνάρτηση χρησιμότητας του i ατόμου.

2.9.1 Υποθέσεις

(i) Όλα τα άτομα έχουν την *ίδια* συνάρτηση ωφελιμότητας - χρησιμότητας.

(ii) Η μαθηματική μορφή της συνάρτησης είναι κοίλη (concave) προς τα πάνω που σημαίνει ότι η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης χρησιμότητας είναι θετική και η δεύτερη είναι αρνητική. Μαθηματικά οι σχέσεις αυτές εκφράζονται:

Συνάρτηση ωφελιμότητας-χρησιμότητας $U_i = u(X_i)$

1η συνθήκη: $$\frac{\vartheta U_i}{\vartheta X_i} = U'\ (X_i) > 0$$

2η συνθήκη: $$\frac{\vartheta^2 U_i}{\vartheta X_i^{\,2}} = U''\ (X_i) \leq 0$$

Οι υποθέσεις αυτές ορίζουν *φθίνουσα οριακή χρησιμότητα - ωφελιμότητα* του εισοδήματος που σημαίνει ότι, όσο αυξάνεται το εισόδημα η ωφελιμότητα που αποκτιέται βαίνει διαρκώς φθίνουσα. Οπότε μία αύξηση του εισοδήματος στα χαμηλά εισοδηματικά κλιμάκια προσδίδει μεγαλύτερη ωφελιμότητα από μία ισόποση αύξηση εισοδήματος στα υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια.

(iii) Τέλος ο Atkinson υπέθεσε ότι η συνάρτηση κοινωνικής ευημερίας είναι *αθροιστική* και προέρχεται από το άθροισμα των *ατομικών* συναρτήσεων χρησιμότητας - ωφελιμότητας δηλαδή:

$$W = U_1(X_1) + U_2(X_2) + U_3(X_3) + U_4(X_4) + \ldots\ldots U_n(X_n)$$

$$W = \sum_{i=1}^{n} U(X_i)$$

Η υπόθεση αυτή του Atkinson περί αθροιστικής συνάρτησης κοινωνικής ευημερίας συζητήθηκε από τους Dasgupta et al (1973), Sen (1973), Rothschild και Stiglitz (1973) που πρότειναν μια περισσότερο γενικευμένη συνάρτηση με λιγότερους μαθηματικούς περιορισμούς.

Εάν ισχύουν οι παραπάνω προϋποθέσεις τότε ο δείκτης ανισοκατανομής του Atkinson λαμβάνει την ακόλουθη μαθηματική μορφή:

$$A = 1 \frac{n}{1} \left[\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i}{\mu} \right)^{1-e} \right]^{\frac{1}{1-e}}$$

A = ο δείκτης του Atkinson

n = το μέγεθος του πληθυσμού

X_i = το εισόδημα του i ατόμου

μ = ο αριθμητικός μέσος της κατανομής του εισοδήματος

e = παράμετρος προς εκτίμηση (παράμετρος του Atkinson)

Η παράμετρος e του Atkinson δείχνει την «επιθυμία για μείωση της ανισότητας» (inequality aversiveness).

Το e λαμβάνει θετικές τιμές $e > 0$. Όσο το e αυξάνεται τόσο ο δείκτης του Atkinson A καθίσταται περισσότερο «ευαίσθητος» σε μεταβιβάσεις εισοδήματος που γίνονται στις χαμηλές εισοδηματικές τάξεις.

Εάν το e λάβει την οριακή τιμή e=1 τότε ο δείκτης του Atkinson λαμβάνει την τιμή:

$$e \overset{\lim}{\rightarrow} 1 \rightarrow A \overset{\lim}{\rightarrow} 1 - \frac{M}{\mu}$$

όπου M ο γεωμετρικός μέσος και μ ο αριθμητικός μέσος

Όταν ισχύει η περίπτωση αυτή τότε ο δείκτης του Atkinson προσομοιάζει προς το δείκτη ανισοκατανομής που πρότεινε ο Champernowne και λαμβάνει τη μαθηματική μορφή:

$$\text{δείκτης Champ.} = 1 - \frac{M}{\mu}$$

Ο δείκτης ανισοκατανομής του Champernowne έχει χρησιμοποιηθεί από τον Sawyer (1976). Επειδή όμως αποτελεί υποπερίπτωση του δείκτη του Atkinson δεν θα συζητηθεί περαιτέρω.

Τα πλεονεκτήματα που παρουσιάζει ο δείκτης του Atkinson σε σχέση προς τα άλλα μέτρα ανισοκατανομής είναι πολλαπλά:

(i) Ικανοποιεί πλήρως τα αξιωματικά κριτήρια περί βαθμού ανισοκατανομής και ανεξαρτησίας των τιμών του ως προς το μέγεθος του δείγματος καθώς και ως προς τις μονάδες μέτρησης των τιμών των εισοδημάτων

(ii) Ικανοποιεί την αρχή της μεταβίβασης του εισοδήματος. Μάλιστα δε ανάλογα με τις *υποκειμενικές αξίες* των ατόμων της κοινωνίας για μεταβίβαση του εισοδήματος, η παράμετρος e που δείχνει την επιθυμητή μείωση των ανισοτήτων λαμβάνει διαφορετικές τιμές καθορίζοντας μία ανάλογη ευαισθησία στο δείκτη του Atkinson A

(iii) Σε σχέση προς όλα τα προηγούμενα μέτρα ανισοκατανομής ο δείκτης του Atkinson παρουσιάζει μία θεμελιωμένη ταυτόχρονα θεωρητική και εμπειρική θεώρηση για την εκτίμηση των κοινωνικών και εισοδηματικών ανισοτήτων.

Τα μειονεκτήματα του δείκτη του Atkinson ανάγονται περισσότερο στις περιοριστικές υποθέσεις για τη μαθηματική μορφή της συνάρτησης χρησιμότητας-ωφελιμότητας των ατόμων καθώς και της συνάρτησης κοινωνικής ευημερίας. Εδώ εμπλέκονται διάφορα μεθοδολογικά προβλήματα που ανάγονται στα οικονομικά της ευημερίας και σχετίζονται με διαφορετικές μορφές συναρτήσεων χρησιμότητας και κοινωνικής ευημερίας. Βέβαια η συζήτηση στα θέματα αυτά είναι πέρα από τους στόχους της μελέτης αυτής. Ο δείκτης του Atkinson έχει χρησιμοποιηθεί διεθνώς από πολλούς ερευνητές καθώς επίσης και στη σύγκριση των εισοδηματικών ανισοτήτων μεταξύ διαφόρων χωρών (Βλ. Sawyer 1976).

3. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΤΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΑΝΙΣΟΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

Η αρχή της μεταβίβασης του εισοδήματος που υποστηρίχθηκε από τον Dalton (1920) οροθετεί την κατεύθυνση και τη μεταβλητότητα που θα πρέπει να υπάρχει στους δείκτες ανισοκατανομής.

Παρά το γεγονός ότι οι τιμές των διαφόρων μέτρων έχουν διαφορετική ανυσματική απεικόνιση, δηλαδή δεν έχουν ίδια αρχή και τέλος (βλ. Πίνακα 1) (π.χ. ο συντελεστής Gini λαμβάνει τιμές από 0 έως 1, ενώ ο δείκτης Theil λαμβάνει τιμές από 0 μέχρι ∞), ωστόσο στις εμπειρικές μελέτες (Alison 1978, Champernowne 1974), η αρχή του Dalton υποστηρίζει ότι όλα τα αξιόπιστα μέτρα θα πρέπει να αυξάνονται όταν μεταβιβάζεται εισόδημα από τα χαμηλά εισοδηματικά κλιμάκια προς τα υψηλότερα και να μειώνονται όταν ισχύει το αντίθετο.

Στο προηγούμενο τμήμα υποστηρίχθηκε ότι ο συντελεστής Gini, ο συντελεστής μεταβλητότητας, ο δείκτης Theil και ο δείκτης Atkinson ικανοποιούν την αρχή αυτή.

Στο τμήμα αυτό θα διερευνήσουμε αρχικά το βαθμό συσχέτισης που υπάρχει στα μέτρα αυτά και στη συνέχεια θα εξετάσουμε για ποια πεδία τιμών παρατηρείται μεγαλύτερη συγκέντρωση των τιμών των δεικτών. Θα χρησιμοποιήσουμε ένα δείγμα 51 παρατηρήσεων που αναφέρονται σε δείκτες ανισοτήτων 51 περιφερειών των Η.Π.Α. και έχουν εκτιμηθεί από τον Braun (1988). Στον Πίνακα 2 παρουσιάζουμε συνοπτικά τ' αποτελέσματα.

Από τους εκτιμηθέντες δείκτες τη μεγαλύτερη μεταβλητότητα (13,6%) παρουσιάζει ο δείκτης Theil που λαμβάνει τιμές από 0,17 μέχρι 1, 22. Οι τιμές του συντελεστή Gini παρουσιάζουν τη μικρότερη μεταβλητότητα (5,5%) λαμβάνοντας τιμές από 0,32 μέχρι 0,45.

Όσον αφορά το βαθμό συσχέτισης μεταξύ των μέτρων ανισοκατανομής (Πίνακας 3) βρέθηκε ότι όλοι οι δείκτες παρουσιάζουν στατιστικά σημαντική συσχέτιση ($p=0,001$).

Από τη μήτρα των συντελεστών συσχέτισης προέκυψε ότι ο συντελεστής Gini με τους συντελεστές Theil και Atkinson παρουσιάζουν πολύ υψηλές συσχετίσεις ($r=0,99$). Το γεγονός ότι και τα τρία μέτρα προέρχονται από την ίδια ενότητα και βασίζονται σε παραλλαγές των καμπυλών συγκέντρωσης Lorenz φαίνεται να ερμηνεύει το αποτέλεσμα αυτό.

Ο συντελεστής μεταβλητότητας παρουσίασε χαμηλές συσχετίσεις και προς όλους τους άλλους δείκτες ($r=0,53$). Οι χαμηλότερες συσχετίσεις βρέθηκαν ως προς τους δείκτες του Theil και Atkinson ($e=0,5$).

Για να αποκτήσουμε μία οπτική εικόνα του μεγέθους της συμμεταβολής των διαφόρων δεικτών κρίθηκε σκόπιμο να χρησιμοποιήσουμε τα διαγράμματα διασποράς και να συσχετίσουμε το δείκτη Gini, που είναι ο ευρύτερα χρησιμοποιούμενος, ως προς τους άλλους δείκτες ανισοκατανομής.

Στο Διάγραμμα 3 παρουσιάζεται το «νέφος» των 51 παρατηρήσεων όπου συσχετίζεται ο Gini με το συντελεστή μεταβλητότητας. Για τις τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας από 0,80 μέχρι 1,04 και του Gini 0,33 μέχρι 0,36 παρουσιάζεται η μεγαλύτερη συγκέντρωση των παρατηρήσεων. Οι υψηλές τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας δεν συνοδεύτηκαν από αντίστοιχα υψηλές τιμές του συντελεστή Gini. Αυτό συμβαίνει, γιατί, όπως αναφέρθηκε προηγούμενα, ο συντελεστής Gini είναι περισσότερο ευαίσθητος σε μεσαίες τιμές, ενώ ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι ευαίσθητος σε υψηλές τιμές.

Στο Διάγραμμα 4 συσχετίζεται ο συντελεστής Gini με το συντελεστή Theil. Παρατηρείται μία σχεδόν πλήρης γραμμική συσχέτιση (r=0,9858). Η μεγαλύτερη συχνότητα τιμών παρατηρείται μεταξύ των τιμών Gini από 0,33 μέχρι 0,36 και Theil από 0,2025 μέχρι 0,225.

Η συσχέτιση μεταξύ του συντελεστή Gini και Atkinson (e=0,5) παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 5. Παρατηρείται μία έντονη γραμμική σχέση με μεγάλη συγκέντρωση για τις τιμές του συντελεστή Gini 0,33 έως 0,36 και Atkinson 0,1125 μέχρι 0,125.

Το ίδιο υψηλή συσχέτιση παρατηρήθηκε μεταξύ των συντελεστών Gini και Atkinson (e=1,0) (Διάγραμμα 6), όπως και Gini και Atkinson (e=1,5) (Διάγραμμα 7) και Gini - Atkinson (e=2,0) (Διάγραμμα 8). Και στις τρεις περιπτώσεις παρουσιάζονται σχεδόν πλήρης γραμμικές συσχετίσεις. Οι υψηλές τιμές του δείκτη e του Atkinson δίνουν μεγαλύτερη έμφαση στα χαμηλά εισοδήματα γιατί ο δείκτης γίνεται περισσότερο ευαίσθητος. Από διάφορες εμπειρικές έρευνες (Schwarz-Winship 1980, Atkinson 1970 και Alison 1978) έχει προκύψει ότι για τις τιμές του δείκτη Atkinson (e=0,5) και (e=1,0) παρατηρείται σχετικά μεγάλη ομοιότητα με τον δείκτη Gini. Σε ένα παρόμοιο συμπέρασμα καταλήγουν και τα εμπειρικά ευρήματα της μελέτης αυτής.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2

Μέσος όρος, τυπική απόκλιση, ελάχιστη και μέγιστη τιμή δεικτών ανισοκατανομής για ένα δείγμα 51 παρατηρήσεων

Μέτρο ανισοκατανομής	*Μέσος όρος*	*Τυπική απόκλιση*	*Μεταβλητότητα*	*Min. τιμή*	*Max. τιμή*	*Αριθμός παρατηρ.*
Gini (V)	0,36	0,02	5,5%	0,32	0,45	51
Συντελ. Μεταβ. (V_2)	0,90	0,11	12,2%	0,67	1,22	51
Theil (V_3)	0,22	0,03	13,6%	0,17	0,33	51
Atkinson e=0,5 (V_4)	0,11	0,01	9,0%	0,09	0,17	51
Atkinson e=1,0 (V_5)	0,19	0,02	10,5%	0,16	0,28	51
Atkinson e=1,5 (V_6)	0,26	0,03	11,5%	0,21	0,37	51
Atkinson e=2,0 (V_7)	0,32	0,03	9,4%	0,25	0,43	51

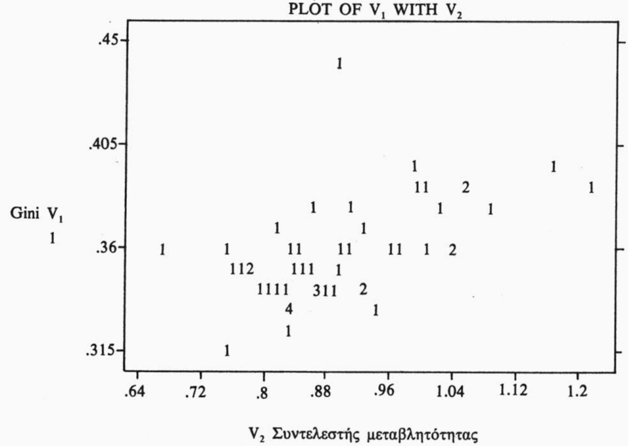
ΠΙΝΑΚΑΣ 3

Μήτρα συντελεστών συσχέτισης δεικτών ανισοκατανομής
(Αριθμός Παρατηρήσεων N=51)

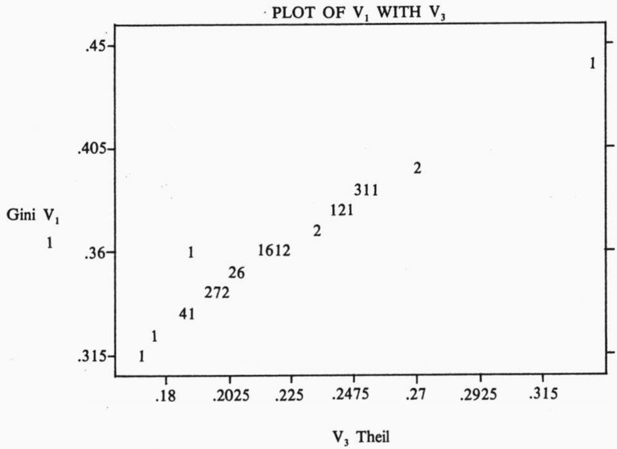
	V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7
V_1 (Gini)	1,0000						
V_2 (Συντ. Μεταβ.)	0,5644**	1,0000					
V_3 (Theil)	0,9858**	0,535**	1,0000				
V_4 (Atkin.) e=0,5	0,9913**	0,5219**	0,9772**	1,0000			
V_5 (Atkin.) e=1,0	0,9965**	0,5820**	0,9780**	0,9879**	1,0000		
V_6 (Atkin.) e=1,5	0,9258**	0,5602**	0,9044**	0,9132**	0,9359**	1,0000	
V_7 (Atkin.) e=2,0	0,9692**	0,6756**	0,9397**	0,9490**	0,9821**	0,9392**	1,0000

* Στατιστικά σημαντική σχέση σε επίπεδο α=0,01
** Στατιστικά σημαντική σχέση σε επίπεδο α=0,001.

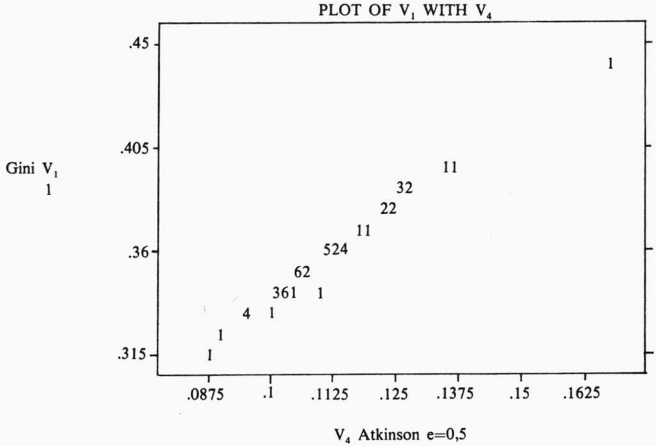
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 3. *Σχέση του δείκτη Gini με τον δείκτη μεταβλητότητας*



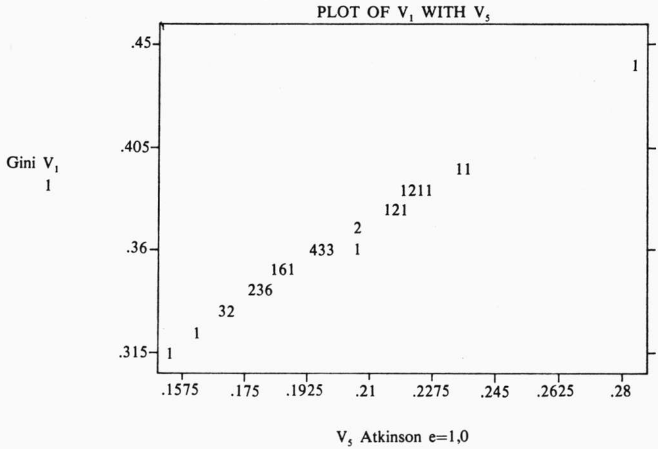
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4. *Σχέση του δείκτη Gini με τον δείκτη Theil*



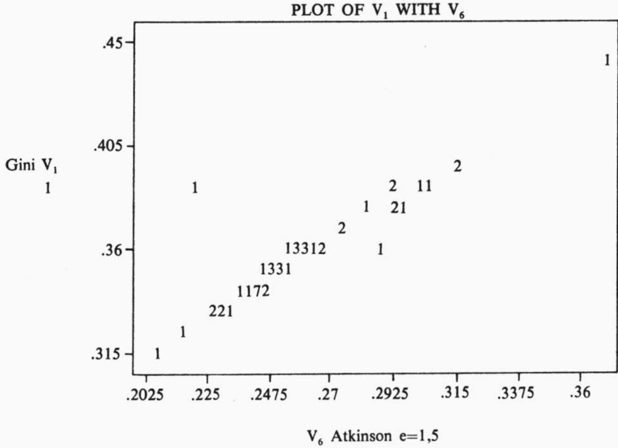
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 5. *Σχέση του δείκτη Gini με τον δείκτη του Atkinson (e=0,5)*



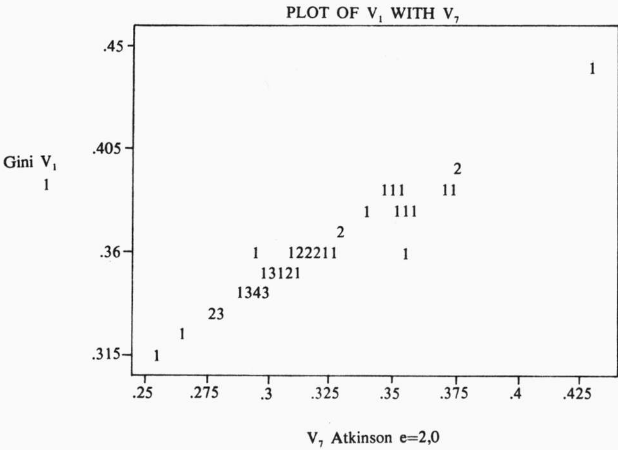
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 6. *Σχέση του δείκτη Gini με τον δείκτη του Atkinson (e=1,0)*



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 7. *Σχέση του δείκτη Gini με τον δείκτη του Atkinson (e=1,5)*



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8. *Σχέση του δείκτη Gini με τον δείκτη του Atkinson (e=2,0)*



4. ΜΙΑ ΚΡΙΤΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ ΣΤΑ ΜΕΤΡΑ ΑΝΙΣΟΚΑΤΑΝΟΜΗΣ

Η παρουσίαση των μέτρων ανισοκατανομής που έγινε στα προηγούμενα τμήματα ήταν ενδεικτική. Φυσικά, στη διεθνή βιβλιογραφία, ανάλογα με τους στόχους της κάθε έρευνας, έχουν προταθεί και διαφορετικά μέτρα ή παραλλαγές των παραπάνω μέτρων. Η περαιτέρω μαθηματική σύγκριση και αλληλεξάρτηση των μέτρων θα παρέκλινε από τους αρχικούς στόχους της μελέτης αυτής. Εξάλλου από ό,τι γνωρίζουμε δεν έχουν βρεθεί μέχρι σήμερα γενικευμένα μέτρα ανισοκατανομής, που να συμπεριλαμβάνουν όλα ή τα περισσότερα από τα παραπάνω μέτρα ως ειδικές περιπτώσεις.

Στον Πίνακα 1 συνοψίζουμε τα χαρακτηριστικά των μέτρων ανισοκατανομής και παρουσιάζουμε ποια από αυτά ικανοποιούν τα αξιωματικά κριτήρια που θέσαμε στην αρχή.

Από την μελέτη του Πίνακα 1 προέκυψε ότι όλα τα μέτρα ικανοποιούν την πρώτη θεμελιακή αρχή περί βαθμού ανισοκατανομής, γιατί όλα λαμβάνουν μηδενικές τιμές σε περιπτώσεις πλήρους ισοκατανομής και θετικές τιμές σε περιπτώσεις ανισοκατανομής.

Η δεύτερη θεμελιακή αρχή περί ανεξαρτησίας των τιμών του μέτρου ανισοκατανομής από το μέγεθος του δείγματος ικανοποιείται επίσης από όλα τα μέτρα εκτός από τη διακύμανση.

Η τρίτη αρχή, αναφέρεται στην ανεξαρτησία των μέτρων ανισοκατανομής από τις τιμές που λαμβάνει μία κατανομή εισοδήματος. Βρέθηκε επίσης ότι σχεδόν όλα τα μέτρα ικανοποιούν την αρχή αυτή εκτός από το εύρος και τη διακύμανση.

Η τέταρτη αρχή που συζητήθηκε και αποτελεί ίσως την πιο ενδιαφέρουσα στις μελέτες της κατανομής εισοδήματος είναι η αρχή της μεταβίβασης (principle of transfer). Υποστηρίχθηκε ότι μία υποθετική μεταβίβαση από ένα πλούσιο άτομο προς ένα φτωχό μειώνει την ανισότητα και η μείωση αυτή θα πρέπει να απεικονίζεται και στα μέτρα ανισοκατανομής, τα οποία θα λαμβάνουν αντίστοιχα υψηλές τιμές πριν τη μεταβίβαση και μικρότερες τιμές μετά τη μεταβίβαση.

Έχοντας εξετάσει τα κύρια μέτρα ανισοκατανομής εισοδήματος αξίζει να διερευνήσουμε λίγο περισσότερο τις εξής υποθέσεις:

i. Ποια από τα μέτρα ικανοποιούν την αρχή της μεταβίβασης.
ii. Ποια είναι η ευαισθησία των μέτρων στις μεταβιβάσεις εισοδήματος μεταξύ των κλιμακίων, δηλαδή κατά πόσον ορισμένα μέτρα είναι πιο ευαίσθητα στις μεταβιβάσεις μεταξύ των υψηλών κλιμακίων, μεταξύ υψηλών και χαμηλών κ.ο.κ.

iii. Και τέλος πόσο μεταβάλλεται η τιμή ενός μέτρου από μία δεδομένη κατανομή εισοδήματος.

Η ικανοποίηση της βασικής αρχής της μεταβίβασης εισοδήματος είναι ουσιαστική για την επιλογή ενός μέτρου ανισοκατανομής. Από τη μελέτη των μέτρων βρέθηκε ότι η διακύμανση, ο συντελεστής μεταβλητότητας, ο δείκτης του Gini, ο δείκτης του Theil και ο δείκτης του Atkinson ικανοποιούν την αρχή αυτή. Ο δείκτης του εύρους και η διακύμανση των λογαρίθμων για μεταβιβάσεις που λαμβάνουν χώρα στα υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια αποτυγχάνουν να ικανοποιήσουν την αρχή αυτή.

Όσον αφορά τη δεύτερη υπόθεση περί ευαισθησίας των μέτρων στις μεταβιβάσεις εισοδήματος πρέπει να αναφερθεί ότι, ανάλογα με τους στόχους της έρευνας θα πρέπει να είναι και η επιλογή του κατάλληλου δείκτη.

Από διάφορες εμπειρικές έρευνες που αναφέρθηκαν στο προηγούμενο τμήμα για τη διερεύνηση της ευαισθησίας των μέτρων αυτών προέκυψε ότι ορισμένα μέτρα είναι περισσότερο ευαίσθητα από τα άλλα για συγκεκριμένες μεταβιβάσεις που γίνονται μεταξύ διαφόρων επιπέδων εισοδηματικών κλιμακίων. Συνοπτικά για τα συνηθέστερα μέτρα ανισοκατανομής θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε τα παρακάτω:

i. Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι *το ίδιο ευαίσθητος* για οποιεσδήποτε μεταβιβάσεις εισοδήματος γίνουν μεταξύ των εισοδηματικών κλιμακίων. Ο συντελεστής αυτός λόγω της ίσης βαρύτητας που δίνει σε όλα τα μεγέθη μιας ανισοκατανομής έχει χρησιμοποιηθεί ευρύτατα για τη μέτρηση δημογραφικών ανισοτήτων, γεωγραφικών ανισοτήτων, εκπαιδευτικών κ.λπ.

ii. Η διακύμανση των λογαρίθμων καθώς και ο συντελεστής του Theil είναι περισσότερο ευαίσθητα μέτρα στις *χαμηλές τιμές εισοδημάτων* και για το λόγο αυτό είναι προτιμότερο να χρησιμοποιούνται για την μέτρηση των ανισοτήτων των χαμηλών εισοδηματικών κλιμακίων. Επίσης η διακύμανση των λογαρίθμων δεδομένου ότι δίδει ειδική βαρύτητα στα υψηλά εισοδήματα είναι προτιμότερο από τα απλά μέτρα ανισοκατανομής. Ωστόσο δεν θα πρέπει να χρησιμοποιείται σε μελέτες που αναφέρονται στην αναδιανομή εισοδήματος μεταξύ των πολύ υψηλών εισοδηματικών κλιμακίων γιατί για οποιαδήποτε μεταβίβαση που λαμβάνει χώρα στην περιοχή της κατανομής που είναι μεγαλύτερη από την τιμή του γεωμετρικού μέσου πολλαπλασιασμένη με τη σταθερά 718 τότε οι τιμές της λογαριθμικής διακύμανσης αντί να μειώνονται από μία μεταβίβαση ενός πολύ πλουσίου προς ένα ολιγότερο πλούσιο αυξάνονται.

iii. Ο συντελεστής Gini είναι περισσότερο ευαίσθητος σε μεταβιβάσεις που γίνονται μεταξύ των μεσαίων εισοδηματικών κλιμακίων και γι' αυτό είναι προτιμότερος για την αποτύπωση των ανισοτήτων των μεσαίων εισοδηματικών κλιμακίων. Οι εναλλακτικές όμως μορφές του Gini που προτάθηκαν από διαφόρους ερευνητές μπορούν να εφαρμοσθούν εξίσου αποτελεσματικά και για χαμηλά ή υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια.

iv. Τέλος εάν στόχος της μελέτης είναι η χρησιμοποίηση *υποκειμενικών αξιολογικών απόψεων* για τη δυνατότητα ανακατανομής του εισοδήματος μεταξύ των εισοδηματικών κλιμακίων ενδείκνυται ο δείκτης του Atkinson.

Πρέπει να σημειωθεί ότι σε όλες τις μελέτες ανισοκατανομής εισοδήματος ή ικανοποίηση της αρχής μεταβίβασης είναι ουσιαστική γιατί μας δίδει τη δυνατότητα να ιεραρχήσουμε δύο ή περισσότερες κατανομές εισοδημάτων πριν και μετά τη μεταβίβαση. Έστω για παράδειγμα ότι έχουμε μία κατανομή εισοδήματος που παρουσιάζεται υπό την μορφή της καμπύλης Lorenz A. Εάν γίνει μία μεταβίβαση από τα υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια προς τα χαμηλότερα τότε η ανισοκατανομή θα μειωθεί με αποτέλεσμα η καμπύλη Lorenz B να πλησιάσει περισσότερο τη διαγώνιο της ισοκατανομής. Επιπλέον μεταβιβάσεις εισοδήματος από τους πλούσιους προς τους φτωχούς θα έχουν σαν συνέπεια τη συνεχή μείωση της ανισότητας και η νέα καμπύλη Lorenz Γ θα πλησιάσει περισσότερο τη διαγώνιο ισοκατανομής. Κάτω από αυτές τις συνθήκες μπορούμε να ιεραρχήσουμε πλήρως με ένα «τακτικό» τρόπο (ordinal way) τις κατανομές εισοδήματος Α, Β, Γ και χρησιμοποιώντας «κοινωνικά αποδεκτούς» τρόπους δικαιοσύνης (Rawls 1977) μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι η Γ είναι η πλέον προτιμότερη κατανομή, η Β είναι η λιγότερο και η Α η ελάχιστα αποδεκτή.

Έχοντας επιτύχει μία τέτοια ιεράρχηση θα πρέπει επίσης τα μέτρα της ανισοκατανομής που έχουμε επιλέξει να μας δίδουν αντίστοιχα μεγάλες τιμές για την κατανομή Α, μικρότερες για την Β και ακόμα μικρότερες για το Α, Γ. Εάν συμβαίνει η περίπτωση αυτή τότε υποστηρίζουμε ότι ικανοποιείται η ονομαζόμενη *ασθενής αρχή της μεταβίβασης* η οποία ορίζει μεν κάποιο τακτικό βαθμό (ordinal rank) ιεράρχησης μεταξύ των κατανομών αλλά δεν μας αναφέρει *πόσο* μεταβάλλεται η ιεράρχηση αυτή μετά από μία μεταβίβαση.

Την απάντηση στο ερώτημα αυτό μας την δίνει η ονομαζόμενη *ισχυρή αρχή μεταβίβασης* (strong principle of transfer), η οποία καθορίζει *πόσο* μειώνεται ο δείκτης ανισοκατανομής ύστερα από μια μεταβίβαση εισοδήματος. Ο βαθμός μείωσης του μέτρου ανισοκατανομής καθορίζεται από μια μεταβλητή που λέγεται απόσταση (distance) και λαμβάνει διαφορετικές τιμές ανάλογα με τα εισοδήματα δύο ή περισσότερων ατόμων.

Το σχετικό πλεονέκτημα της ισχυρής αρχής μεταβίβασης σε σχέση με την ασθενή είναι ότι μας δίνει τη δυνατότητα να ιεραρχήσουμε κατανομές εισοδημάτων που δεν θα μπορούσαμε να επιτύχουμε με την εφαρμογή της ασθενούς αρχής. Για παράδειγμα, εάν οι καμπύλες Lorenz τέμνονται, τότε, όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, δεν μπορούμε να καθορίσουμε ποια από τις κατανομές είναι λιγότερο αποδεκτή.

Η ισχυρή αρχή της μεταβίβασης μας δίνει τη δυνατότητα να λάβουμε τις «μέσες αποστάσεις»[1] μεταξύ του εισοδήματος καθενός ατόμου σε μια κοινωνία και του εισοδήματος που «θα μπορούσε» να λάβει προκειμένου να επιτευχθεί μια τέλεια ισοκατανομή στην κοινωνία.

Από τα μέτρα ανισοκατανομής που εξετάσθηκαν εδώ (Πίνακας 1) μόνο η διακύμανση και ο δείκτης του Theil ικανοποιούν την ισχυρή αρχή της μεταβίβασης. Ο δείκτης του Atkinson, ο συντελεστής μεταβλητότητας και ο δείκτης Gini ικανοποιούν μόνο την ασθενή αρχή μεταβίβασης, ενώ όλα τα άλλα μέτρα αποτυγχάνουν να ικανοποιήσουν ακόμη και την ασθενή αρχή μεταβίβασης.

Ορισμένες φορές στη βιβλιογραφία έχει υποστηριχθεί ότι μια επιπλέον επιθυμητή ιδιότητα των μέτρων ανισοκατανομής είναι η δυνατότητα να μετασχηματισθούν και να λάβουν συγκεκριμένες τιμές που να βρίσκονται σε ένα διάστημα όπως για παράδειγμα μεταξύ 0 και 1. Αν και η ιδιότητα αυτή έχει χαρακτηρισθεί από ορισμένους ερευνητές όπως ο Cowell (1977) ως «επιφανειακή», ωστόσο έχουν γίνει πολλές προσπάθειες ώστε να επιτευχθεί ένας μετασχηματισμός των μέτρων για να λαμβάνουν συγκεκριμένες τιμές μεταξύ ενός ελάχιστου και ενός ύψιστου ορίου. Επίσης έχει εξετασθεί κατά πόσον τα μέτρα αυτά μεταβάλλονται σε διαφορετικές μεταβολές του πληθυσμού του δείγματος.

Ανάλογα με το μέγεθος του πληθυσμού και τους σκοπούς της κάθε έρευνας, δηλαδή κατά πόσο αναφερόμαστε σε πεπερασμένους (finite) ή απεριόριστους (infinite) πληθυσμούς τα όρια των τιμών των δεικτών ανισοκατανομής μεταβάλλονται ανάλογα.

1. Εάν υποθέσουμε δύο άτομα με εισοδήματα Y_1 και Y_2 και ορίσουμε τις μερίδες (shares) του κάθε ατόμου στο συνολικό εισόδημα ως:

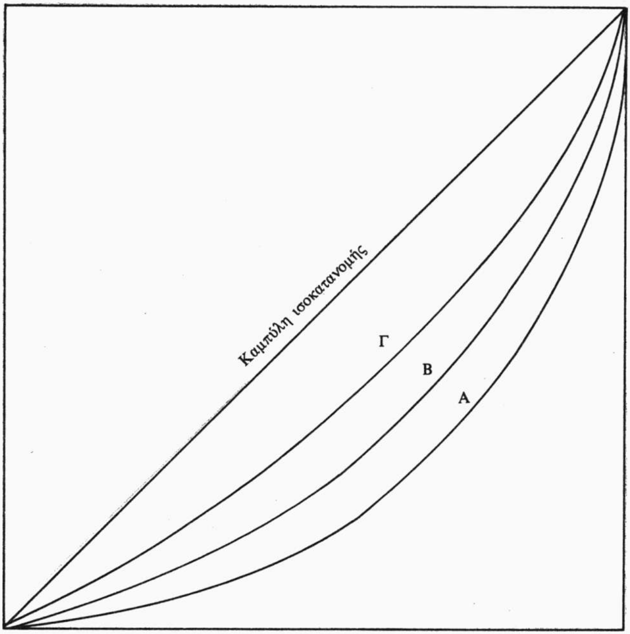
$$S_1 = \frac{Y_1}{Y_1+Y_2} \qquad S_2 = \frac{Y_2}{Y_1+Y_2}$$

Η έννοια της απόστασης ορίζεται μαθηματικά ως:

$$d = h(S_1) - h(S_2)$$

Για την αξιωματική προσέγγιση της έννοιας της απόστασης βλ. Cowell and Kuga (1976).

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 9. *Καμπύλες Lorenz*



Έτσι διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

Α) Για πεπερασμένους (finite) πληθυσμούς ατόμων ή για πεπερασμένα (finite) νοικοκυριά που έχουν επιλεγεί με τη μέθοδο της δειγματοληψίας, ως ελάχιστο όριο ορίζεται το μηδέν γιατί υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει η έννοια του αρνητικού εισοδήματος άρα δεν υπάρχουν και αρνητικές τιμές δεικτών. Το ύψιστο όριο για ορισμένους δείκτες ανισοκατανομής (Πίνακας 1) μπορεί να είναι:

α) δείκτης του Gini $= 1 - {}^{1}/_{n}$

β) συντελεστής μεταβλητότητας $= \sqrt{n\text{-}1}$

γ) δείκτης του Theil $= \log n$.

Σε μια υποθετική κοινωνία δύο ατόμων, το ύψιστο όριο επιτυγχάνεται όταν το ένα άτομο έχει τα πάντα (δηλαδή όλο το εισόδημα της κοινωνίας των δύο ατόμων) και το άλλο δεν έχει τίποτα (μηδενικό εισόδημα).

Σε ορισμένες περιπτώσεις είναι επιθυμητό να μετασχηματίσουμε (normalized) τους δείκτες ανισοκατανομής ώστε να λαμβάνουν τιμές ή μεταξύ μηδενός και μονάδας ή μεταξύ μηδενός και απείρου. Για να επιτευχθεί το πρώτο απλώς διαιρούμε τις τιμές του Gini, του συντελεστή μεταβλητότητας και του δείκτη του Theil με τις προαναφερθείσες τιμές των ύψιστων ορίων.

Προκειμένου δε να λάβουμε τιμές μεταξύ μηδενός και απείρου τότε τα παραπάνω μέτρα μετασχηματίζονται ως εξής:

α) συντελεστής μεταβλητότητας

$$V = \frac{V}{[\sqrt{n\text{-}1}] - V}$$

όπου v=συντελεστής μεταβλητότητας

β) δείκτης του Theil

$$T = \frac{T}{(\log n - T)}$$

όπου T=δείκτης του Theil

B) Για τις περιπτώσεις που αναφερόμαστε σε απεριόριστους (infinite) πληθυσμούς τότε μπορούμε αντίστοιχα να μετασχηματίσουμε τα μέτρα ώστε να λαμβάνουν τιμές μεταξύ 0 και 1 ή μεταξύ 0 και απείρου. Ακολουθούμε παρόμοια με την παραπάνω διαδικασία και προκειμένου να περιορίσουμε για παράδειγμα τον συντελεστή μεταβλητότητας να λαμβάνει τιμές μεταξύ 0 και μονάδας λαμβάνουμε τον τύπο:

$$V_{0 \to \infty} = \frac{V}{V + 1}$$

Προκειμένου να μετασχηματίσουμε το συντελεστή Gini να λαμβάνει τιμές μεταξύ μηδενός και απείρου (όπως λαμβάνει ο δείκτης Theil) λαμβάνουμε τον ακόλουθο μαθηματικό τύπο:

$$G_{0 \to \infty} = \log \left[\frac{G}{1 - G} \right]$$

Έχει υποστηριχθεί από τους Nerlove και Press (1973) ότι σε οικονομετρικές μελέτες όπου εξετάζεται η ανισοκατανομή του εισοδήματος μεταξύ διαφόρων χωρών και λαμβάνεται ο δείκτης Gini ως εξαρτημένη μεταβλητή μιας πολλαπλής παλινδρόμησης είναι προτιμότερο να χρησιμοποιείται ο παραπάνω τύπος του Gini γιατί παρουσιάζει μια πιο γενικευμένη μορφή και δίνει «καλύτερες» οικονομετρικές εκτιμήσεις.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Από την παρουσίαση των μέτρων ανισοκατανομής που επιχειρήθηκε στην μελέτη αυτή — παρόλο που έγιναν προσπάθειες να θυσιασθεί η αυστηρή μαθηματική διατύπωση για την κατανόηση των βασικών ιδιοτήτων των μέτρων — φαίνεται η περιορισμένη γνώση μας.

Η επιλογή του ενός ή του άλλου μέτρου βασίζεται κυρίως στο τι θέλουμε να μετρήσουμε. Τα μέτρα έχουν περισσότερο συμπληρωματικό παρά ανταγωνιστικό χαρακτήρα μεταξύ τους. Η περιορισμένη γνώση μαθηματικών ιδιοτήτων των μέτρων ανισοκατανομής παρά τις σεβαστές προσπάθειες των οικονομολόγων και των μαθηματικών δεν μας επιτρέπουν να καθορίσουμε με μαθηματική αυστηρότητα τη σαφή διάγνωση της έκτασης των κοινωνικών και οικονομικών ανισοτήτων.

Επίσης η θεωρητική γνώση για τον εννοιολογικό προσδιορισμό της ανισότητας είναι περιορισμένη με αποτέλεσμα το πρόβλημα να γίνεται πολυπλοκότερο. Πρέπει να σημειωθεί ότι σε όλες τις μελέτες ανισοκατανομής εισοδήματος η ικανοποίηση της αρχής μεταβίβασης είναι ουσιαστική γιατί μας δίνει τη δυνατότητα να ιεραρχήσουμε δύο ή περισσότερες κατανομές εισοδημάτων πριν και μετά τη μεταβίβαση. Έστω για παράδειγμα ότι έχουμε μια κατανομή εισοδήματος που παρουσιάζεται υπό τη μορφή της καμπύλης Lorenz A (Διάγραμμα 2). Εάν γίνει μια μεταβίβαση από τα υψηλά εισοδηματικά κλιμάκια προς τα χαμηλότερα τότε η ανισοκατανομή θα μειωθεί με αποτέλεσμα η καμπύλη Lorenz B να πλησιάσει περισσότερο τη διαγώνιο της ισοκατανομής (Διάγραμμα 9). Επιπλέον μεταβιβάσεις εισοδήματος από τους πλούσιους προς τους φτωχούς θα έχουν ως συνέπεια τη συνεχή μείωση της ανισότητας και η νέα καμπύλη Lorenz Γ θα πλησιάσει περισσότερο τη διαγώνιο ισοκατανομής. Κάτω από αυτές τις συνθήκες μπορούμε να ιεραρχήσουμε πλήρως με ένα «τακτικό τρόπο (ordinal way) τις κατανομές εισοδήματος A, Β, Γ και χρησιμοποιώντας «κοινωνικά αποδεκτούς» τρόπους δικαιοσύνης (Rawls 1977) μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι η Γ είναι η πλέον προτιμότερη κατανομή, η Β είναι η λιγότερο και η Α η ελάχιστα αποδεκτή.

Έχοντας επιτύχει μια τέτοια ιεράρχηση θα πρέπει επίσης τα μέτρα της ανισοκατανομής που έχουμε επιλέξει να μας δίνουν αντίστοιχα μεγάλες τιμές για την κατανομή Α, μικρότερες για την Β και ακόμα μικρότερες για την Γ. Εάν συμβαίνει η περίπτωση αυτή τότε υποστηρίζουμε ότι ικανοποιείται η ονομαζόμενη *ασθενής αρχή της μεταβίβασης* (the weak priciple of transfers).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Aigner, D. and Heins, A. (1967). "On the Determinants of Income Inequality" *Economic Review* 57: 175-184.

Alker H. and Russett, B. (1964). "On Measuring Inequality" *Behavioral Science* 9: 207-218.

Alison, P. (1978). "Measures of Inequality." *American Sociological Review* 43: 865-880

Atkinson, A.B. (1989). "Measuring Inequality and Differing Social Judgements." Economic and Social Research Council Programme. Discussion Paper No TIDI/129 May 1989.

Atkinson, A.B., Bourguignon, F., Chiappori, P. (1987). "What Do We Learn about Tax Reform from International Comparisons?" ESRCP. Discussion Paper No TIDI/108/Oct. 1987.

Atkinson, A. (1985). "On the Measurement of Poverty." ESRCP Discussion Paper No TIDI/90/Sept. 1985.

—. A. (1970). "On the Measurement of Inequality." *Journal of Economic Theory* 2: 244-263.

Αθανασιάδης, Κ. (1964). *Στατιστική.* Μέρος πρώτο. Αθήνα: Παπαζήσης.

Αθανασίου, Λ. (1984). «Η Διανομή του Εισοδήματος στην Ελλάδα» *Μελέτες* 6 Αθήνα: ΚΕΠΕ.

Blau, P. (1977). *Inequality and Heterogeneity.* New York: Free Press.

—. (1977). "A Macrosociological Theory of Social Structure." *American Journal of Sociology* 23: 26-54.

Brawn, J. and Mazzarino G. (1984). "Drawing the Lorenz Curue and Calculating the Gini Concentration Index from Grouped Data by Computer." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 46: 273-278.

Brawn, D. (1988). "Multiple Measurements of U.S. Income Inequality." *The Review of Economics and Statistics*: 398-405.

Chanmpernowne, D. (1974). "A comparison of Measures of Inequality of Income Distribution." *The Economic Journal* 84: 787-816.

—. (1973). *The Distribution of Income.* United Kingdom: Cambridge Press.

Cowell, F.A. (1977). *Measuring Inequality.* Oxford: Philip Allan.

—. (1980). "On the Structure of Additive Inequality Measures." *The Review of Economic Studies* 47: 521-532.

Greedy, J. (1977). "The Principle of Transfers and the Variance of the Logarithms." *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 39: 348-361.

Dalton, H. (1920). "The Measurement of the Inequality of Incomes." *Economic Journal* 30: 348-361.

Dasgupta, P. Sen, A. and Sorrett D. (1973). "Notes on the Measurement of Inequality." *Journal of Economic Theory* 6: 180-187.

Easterlin, R.A. (1974). «Does Economic Growth Improve the Human Lot?» pp. 89-125, *in*

David P. and Reder (ed) *Nations and Households in Economic Growth*. New York: Academy Press.

Formberg, J. and Seaks, T. (1980). "Paglin Gini Measure of Inequality. A modification." *American Economic Review* 70, 3: 479-482.

Farley, R. (1977). "Trends in Racial Inequalities." *American Sociological Review* 42: 189-208.

Gastwirth, I. (1975). "The Estimation of a Family of Measures of Income Inequality." *Journal of Econometrics* 3: 61-70.

Gini, C. (1912). *Variabilite Mutabilita*. Bologna.

Hewitt, C. (1977). "The Effect of Political Democracy and Social Democracy on Inequality in Industrial Societies." *American Sociological Review* 42: 450-464.

Jackman, R. (1974). "Political Democracy and Social Equality a Comparative Analysis." *American Sociological Review* 32: 29-45.

Jonis, J. and Mau, J. (1973). "State Differentials in Income Inequality." *Review of Social Economy* 31: 179-190.

Karagiorgas, D. (1973). "The Distribution of Tax Burden by Income Groups in Greece." *Economic Journal* June 1973.

Karageorgas, D. (1977). "The Distribution of Tax Burden by Income Groups in Greece." *Σπουδαί* 2. Piraeus.

Καράγιωργας, Δ., Πάκος, Θ. (1988). «Η Κατανομή του Φορολογικού Βάρους στην Ελλάδα, 1982» σελ. 39-77 στον τόμο Μνήμη Καράγιωργα. Ινστιτούτο Περιφερειακής Ανάπτυξης. Πάντειος Ανωτάτη Σχολή Πολιτικών Επιστημών.

Καραντινός, Δ. (1988). *Μια Έρευνα Κατανομής του Πλούτου στην Περιοχή Αθηνών*. Μνήμη Καράγιωργα, ΠΑΣΠΕ 1988.

Κανελλόπουλος, Κ.Ν. (1986). *Εισοδήματα και Φτώχεια στην Ελλάδα. Προσδιοριστικοί Παράγοντες*. ΚΕΠΕ Αθήνα.

Kakwani, N. and Podder, N. (1973). "On the Estimation of Corner Curves from Grouped Observations." *International Economic Review* 14: 278-292.

Kendall, M. and Stuart A. (1977). *The Advanced Theory of Statistics*. 4th ed. New York: - Macmillan.

Kuznets, S. (1955). "Economic Growth and Income Inequality." *American Economic Review* 45: 1-28.

—. (1963). "Quantitative Aspects of Economic Growth." *Economic Development and Cultural Change* Jan: 1963 London.

Lianos Th. Prodromidis U. (1974). "Aspects of Income Distribution in Greece." Lecture Series No 28. ΚΕΠΕ Athens.

Lorenz, M.O. (1905). "Methods of Measuring the Concentration of Wealth." *Quarterly Publications of the American Statistical Association* 9: 205-219.

Morgan, J. (1962). "The Anatomy of Income Distribution." *The Review of Economics and Statistics* Aug. 44: 270-283.

Mehran, F. (1975). "Bounds on the Gini Index Based on Obserned Points of the Lorenz Curue." *Journal of American Statistical Association* 70: 64-6.

—. (1976). "Linear Measures of Income Inequality." *Econometrica* 44.

Murphy, D.C. (1985). "Calculation of Gini and Theil Inequality Cuefficiens for Irish Household Incomes in 1973 and 1980." *Economic and Social Review* 16: 225-249.

Νεγρεπόντη-Δελιβάνη, Μ. (1981). *Ανάλυση της Ελληνικής Οικονομίας: Προβλήματα. Επιλογές*. Αθήνα: Παπαζήσης (Β΄ έκδοση).

Nerlove, M. and Press, J. (1973). *Univariate and Multivariate Log. Linear and Logistic Models*. Santa Monica Rand.

Paglin, M. (1975). "The Measurement and Trend of Inequality: P. Basic Revision." *American Economic Review* 65: 598-609.

Piesch, W. (1975). *Statistische Konrent Rations Masse*. Tubigen: J.C. Molir.

Rothschild, M. and Stiglitz, G. (1973). "Some Furtner Results on the Measurement of Inequality." *Journal of Economic Theory* 6: 188-204.

Sawyer, M. (1976). "Income Distribution in O.E.C.D. Countries." *Economic Outlook* O.E.C.D. Paris.

Schwarr, J. and Winship, C. (1980). *The Welfare Approach to Measuring Inequality in Schues-Kler U.* Sociological Methodology. San Francisco - Jossey - Bass.

Shutz, R.P. (1951). "On the Measurement of Income Inequality." *American Economic Review* 41: 107-122.

Sen, A. (1973). *On Economic Inequality.* Oxford University Press.

—. (1976). "Poverty: An Ordinal Approach to Measurement." *Econometrica* 44 Reprinted in Sen (1982).

—. (1982). *Choice, Welfare and Measurement.* Oxford: Blackwell and Cambridge Mass.

—. (1983). "Poor, Relatively Speaking." *Oxford Economic Papers.* 35: 153-169.

—. (1984). "Collective Choice and Social Welfare." *Advanced Textbooks in Economics.* North-Holland.

Theil, M. (1967). *Economics and Information Theory* Amsterdam: North Holland.

Yntema, D.B. (1933). "Measures of Inequality in the Personal Distribution of Income and Wealth." *Journal of the American Statistical Association* 28: 423-8.

Yfantopoulos, J., Balourdos D., Fagadaki E., Kappi C., Kostaki A., Papaliou O., Papatheodorou C. (1989). "Poverty and Social Indicators in Greece." Report Submitted to the EEC 5th Division. Brussels.