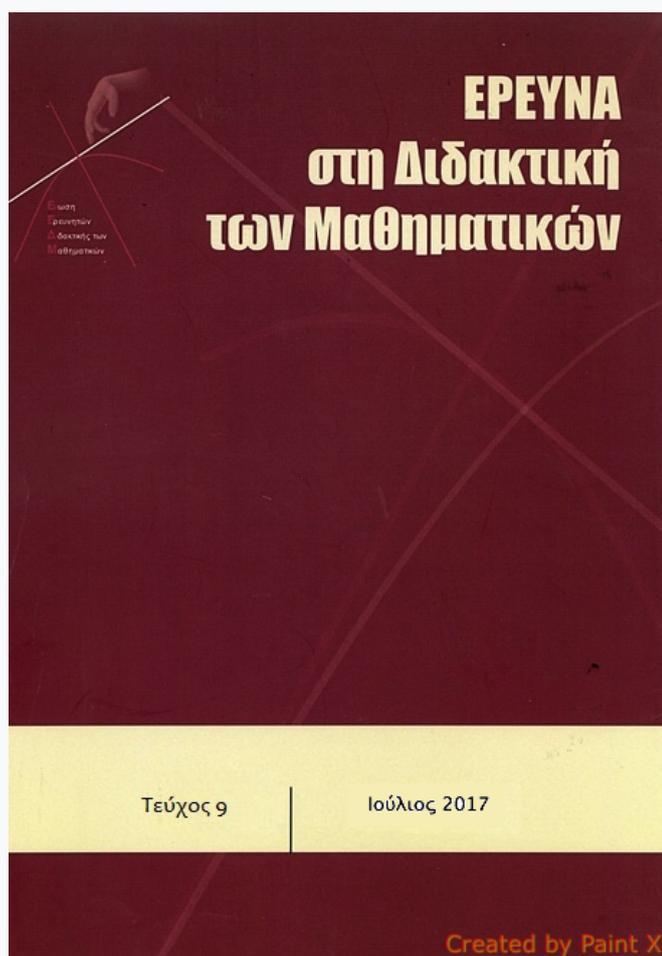


## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

No 9 (2017)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



### ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΗΣ ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΤΟ 1998 ΚΑΙ ΤΟ 2015

Πέτρος Κλιάπης (Petros Kliapis), Όλγα Κασσώτη (Olga Kassoti)

doi: [10.12681/enedim.14178](https://doi.org/10.12681/enedim.14178)

Copyright © 2017, ΠΕΤΡΟΣ ΚΛΙΑΠΗΣ, ΟΛΓΑ ΚΑΣΣΩΤΗ



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

#### To cite this article:

Κλιάπης (Petros Kliapis) Π., & Κασσώτη (Olga Kassoti) Ό. (2017). ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΗΣ ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΤΟ 1998 ΚΑΙ ΤΟ 2015. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (9), 11–26.  
<https://doi.org/10.12681/enedim.14178>

---

## ΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΗΣ ΣΤ΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΤΟ 1998 ΚΑΙ ΤΟ 2015

Πέτρος Κλιάπης και Όλγα Κασσώτη

Σχολικός Σύμβουλος 12ης Περιφέρειας Π.Ε. Θεσσαλονίκης, Διευθύντρια 2ου Δ.Σ. Τριανδρίας

[pkliapis@gmail.com](mailto:pkliapis@gmail.com) και [okassoti@gmail.com](mailto:okassoti@gmail.com)

*Περίληψη: Συγκριτικές μελέτες χρησιμοποιούνται ευρέως σε πολλά πεδία της επιστημονικής έρευνας. Ως μεθοδολογία έρευνας, η σύγκριση παίζει ένα σημαντικό ρόλο σε πολλούς διαφορετικούς κλάδους των κοινωνικών επιστημών. Στην παρούσα έρευνα εξετάζονται οι Μαθηματικές γνώσεις 292 μαθητών Στ΄ Δημοτικού από την περιοχή της Θεσσαλονίκης με τις ίδιες γραπτές δοκιμασίες που εξετάστηκαν οι μαθητές οι οποίοι συμμετείχαν το σχολικό έτος 1998-1999 στην «Έρευνα για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις». Συγκρίνονται τα αποτελέσματα των δύο ερευνών και επιχειρείται μια πρώτη ερμηνεία για τις διαφορές στις επιδόσεις των μαθητών και το βαθμό που οι διάφοροι παράγοντες που εμπλέκονται στη μαθηματική εκπαίδευση επηρεάζουν τις επιδόσεις αυτές.*

*Λέξεις κλειδιά: Μαθηματική εκπαίδευση, Μαθηματικές επιδόσεις, Συγκριτική μελέτη, Γραπτές δοκιμασίες μέτρησης επίδοσης*

*Abstract: Comparative studies are widely used in many fields of scientific research. As research methodology, comparison plays an important role in many different branches of social sciences. In the present study we examine the mathematical knowledge of 292 sixth grade students from the region of Thessaloniki with the same written tests as the students who attended the school year 1998-1999 the "Research for alternative teaching approaches" were examined. We compare the results of the two studies and attempt an initial explanation of the differences in student performance and the degree to which several factors involved in mathematical education affecting students' performance.*

*Keywords: Mathematics Education, Mathematics Achievement, Comparative Analysis, Achievement Tests.*

### **Το πλαίσιο της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης από το 1974 μέχρι το 1998**

Η σύγχρονη ιστορία των Ελληνικών Προγραμμάτων Σπουδών (Αναλυτικών Προγραμμάτων) των Μαθηματικών αρχίζει με τη μεταπολίτευση το 1974 όπου δημιουργείται η «Διεύθυνση Προγράμματος Μελετών» έργο της οποίας ήταν η άμεση αλλαγή των σχολικών βιβλίων και η αναμόρφωση των Α.Π. της Δικτατορίας (Νικολακάκη, 1996). Σημαντικά βήματα γίνονται στα τέλη του 1985, όταν το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο λαμβάνοντας υπόψη τις σύγχρονες τάσεις για το περιεχόμενο και για τον τρόπο διδασκαλίας των Μαθηματικών, προχώρησε στην

αναθεώρηση των Π.Σ. των Μαθηματικών της Στ' Δημοτικού (ΥΠΕΠΘ, 1985) και στο τέλος του 1986 των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Το νέο ΠΣ του Γυμνασίου άρχισε να εφαρμόζεται σταδιακά από την Α' Γυμνασίου κατά το σχολικό έτος 1987-1988 και ολοκληρώνεται για το Γυμνάσιο και Λύκειο το σχολικό έτος 1993-94. Ενώ έγιναν αυτές οι σοβαρές αλλαγές στα Μαθηματικά της Δευτεροβάθμιας, στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση παρατηρείται μια στασιμότητα μετά το 1985 για πολλά χρόνια. Μόλις το 1992 δημιουργήθηκαν ομάδες εργασίας και άρχισε η ριζική αλλαγή των βιβλίων των Δ', Ε', και Στ' τάξεων του Δημοτικού. Έτσι, το επόμενο σχολικό έτος 1993-94 οι μαθητές διδάσκονται με τροποποιημένα τα βιβλία των Δ', Ε' και Στ' τάξεων Δημοτικού (Καραγεώργος, 1998). Με τις αλλαγές που έγιναν στα βιβλία του δημοτικού την εποχή εκείνη έγινε προσπάθεια να υπάρξει συνέχεια στη μαθηματική εκπαίδευση ανάμεσα στο Δημοτικό και στο Γυμνάσιο.

Τόσο το Πρόγραμμα Σπουδών των Μαθηματικών της Στ' του 1985 όσο και το νέο ΠΣ των Μαθηματικών των Δ', Ε' και Στ' τάξεων του 1995 ήταν προσανατολισμένα στη μάθηση κανόνων, τύπων και διαδικασιών με βάση α) το περιεχόμενο: τι έπρεπε να διδαχθεί, με ποιά σειρά και με τι είδους υποστηρικτικό υλικό και β) τον τρόπο διδασκαλίας: πως πρέπει να διδάσκονται τα Μαθηματικά. Έτσι τα ΠΣ του 1995, στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση όριζαν τους γενικούς σκοπούς του μαθήματος:

«Σκοπός των Μαθηματικών είναι να βοηθήσει τους μαθητές να αναπτύξουν τη λογικομαθηματική σκέψη και να κατανοήσουν τα περιβάλλον, κυρίως από την άποψη ποσοτικών μεγεθών και σχέσεων, ώστε να αντιμετωπίζουν με επιτυχία προβληματικές καταστάσεις» (ΥΠΕΠΘ, 1995).

Για να επιτευχθεί ο σκοπός αυτός τα ΠΣ του 1985 όριζαν πως οι μαθητές έπρεπε να αποκτήσουν δεξιότητες, «να γίνουν ικανοί» όπως περιγράφεται στα ΠΣ σε 2 επίπεδα:

Στο επίπεδο αναγνώρισης, κατανόησης και εκμάθησης Μαθηματικών επιδιώκεται μέσα από παραδείγματα του βιβλίου και του εκπαιδευτικού, να γνωρίσουν οι μαθητές, να κατανοήσουν (ότι/τη διαδικασία/έννοια/τον τρόπο/πληρέστερα), να προσδιορίζουν το είδος, να διαπιστώσουν ότι, να επισημαίνουν τις σχέσεις, να διατυπώνουν και να εμβαθύνουν.

Στο επίπεδο εφαρμογής της γνώσης που κατέκτησαν επιδιώκεται να χρησιμοποιούν οι μαθητές, να αυτοματοποιήσουν το μηχανισμό υπολογισμού, να υπολογίζουν, να εφαρμόζουν την ιδιότητα, να γράφουν και να διαβάζουν, να γράφουν τα δεδομένα μετρήσεων, να κατασκευάζουν και να μετρούν, να κατασκευάζουν τα αναπτύγματα/να μετρούν σε κυβικά εκατοστά, να εκτελούν πράξεις με/να μετατρέπουν/οργανώνουν, να λύνουν αριθμητικά προβλήματα, να παρουσιάζουν/απεικονίζουν (ΥΠΕΠΘ, 1985).

Σταδιακά, την επόμενη δεκαετία, με τα ΠΣ του 1995, οι μαθητές εκτός από τις δράσεις αναγνώρισης, κατανόησης και εκμάθησης, σε πρώτο επίπεδο και τις δράσεις εφαρμογής της γνώσης που κατέκτησαν σε δεύτερο επίπεδο, τα ΠΣ αρχίζουν να εισάγουν και προβλέψεις για τη διαμόρφωση των στάσεων και των συναισθημάτων που έχουν οι μαθητές για τα Μαθηματικά:

«Να εθιστούν στην κριτική σκέψη, στην αυτοπειθαρχία, στην αυτοπεποίθηση και στην υπευθυνότητα, να αποκτήσουν θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά και να χαίρονται όταν ενασχολούνται με αυτά» (ΥΠΕΠΘ, 1995).

Οι εκπαιδευτικοί, λειτουργώντας σύμφωνα με τις αρχές των υφιστάμενων ΠΣ, ήταν προσανατολισμένοι στη (κυρίως) μηχανιστική μετάδοση γνώσεων, αλγορίθμων και κανόνων, ώστε να αισθάνονται συνεπείς με τους στόχους της διδασκαλίας των Μαθηματικών στην τάξη τους (Καφούση & Χαβιάρης, 1999). Γενικά θεωρούσαν πως ο ρόλος τους έπρεπε μοιράζεται ανάμεσα στο να «παραδίδουν» το μάθημα και «να απλουστεύουν και να εξηγούν» χωρίς να τους απασχολεί το πώς σκέφτονται οι μαθητές τους και αν χρειάζεται οι σκέψεις αυτές να αποτελέσουν το αντικείμενο συζήτησης στη τάξη, όπως επίσης ποιές είναι οι γνώσεις που γενικότερα αποκτούν οι μαθητές (Καφούση & Χαβιάρης, όπ.π.).

### **Η έρευνα για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις του 1998**

Στην έκτη τάξη του Δημοτικού, η διδασκαλία των Μαθηματικών στοχεύει στην επανάληψη και εμπέδωση γνώσεων που έχουν αποκτηθεί σε προηγούμενες τάξεις αλλά επίσης στη συστηματοποίηση και διεύρυνσή τους. Οι μαθητές επαναλαμβάνουν αλλά και γενικεύουν τις υπάρχουσες γνώσεις τους και προετοιμάζονται έτσι για την ανάπτυξη νέων μαθηματικών γνώσεων. Η γενίκευση αυτή αφορά μια συστηματοποίηση και μια πρώτη τυποποίηση των αριθμών και των πράξεων όπως και ένα πέρασμα από μια «πρακτική» σε μια περισσότερο μαθηματική αντίληψη εννοιών. Ωστόσο, στο τέλος της δεκαετίας του 90, και ενώ τα ζητήματα του περιεχομένου και του τρόπου διδασκαλίας συνέχιζαν να αποτελούν θέματα διερεύνησης, διαπιστώνεται από έρευνες στον Ελληνικό χώρο, ότι οι μαθηματικές γνώσεις που αποκτούν οι μαθητές στο τέλος του Δημοτικού εξακολουθούν να παραμένουν ιδιαίτερα χαμηλές και ότι η κατάσταση στη μαθηματική παιδεία δεν έχει ουσιαστικά διαφοροποιηθεί παρά τις αλληπάλληλες αλλαγές στα ΠΣ και τα σχολικά βιβλία (Κοθάλη, 1987; Μάκρας & Σαλίκος, 1991; Πόταρη, 1989; Φιλίππου, 1990, 1992).

Στη δεκαετία του 90 η επικρατούσα τάση στη μαθηματική εκπαίδευση διεθνώς, δεν είναι πλέον η μάθηση κανόνων, τύπων και διαδικασιών, αλλά η ανάπτυξη σημαντικών γνωστικών διεργασιών όπως α) η διατύπωση και επίλυση προβλημάτων κυρίως με την έννοια της μοντελοποίησης (επιλογή του κατάλληλου μαθηματικού μοντέλου που θα επιλύσει ένα πραγματικό πρόβλημα), β) η δημιουργία συνδέσεων μέσα στα Μαθηματικά και μέσω των Μαθηματικών και γ) ο συλλογισμός και επικοινωνία με χρήση της γλώσσας και του τρόπου σκέψης των Μαθηματικών (Καραγεώργος, 1998; Νικολακάκη, 1996). Την ίδια δεκαετία το κύριο χαρακτηριστικό των τάσεων είναι η αντίληψη ότι τα Μαθηματικά από ένα προκατασκευασμένο σύστημα γνώσεων, αποτέλεσμα της δραστηριότητας των Μαθηματικών, επεκτείνεται για να συμπεριλάβει την ιδέα ότι τα Μαθηματικά είναι μια διαδικασία ή, καλύτερα είναι ο τρόπος με τον οποίο εργάζονται οι μαθηματικοί (Μπούφη, 1996).

Οι παραπάνω διαπιστώσεις και οι τάσεις της έρευνας για τη διδασκαλία των Μαθηματικών οδηγούν μια ομάδα ερευνητών να σχεδιάσει μια ερευνητική παρέμβαση κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους 1998-99 επιχειρώντας να μελετήσει συστηματικά την ελληνική

πραγματικότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης και να διαμορφώσει ένα πεδίο πειραματισμών σε νέες πρακτικές διδασκαλίας και μάθησης σύμφωνα με τις τάσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης εκείνης της εποχής. Η έρευνα κινήθηκε σε δύο άξονες: α) καταγράφηκε η υπάρχουσα κατάσταση στη διδασκαλία των Μαθηματικών και β) έγιναν πειραματικές διδασκαλίες με εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις (Τζεκάκη & Δεληγιωργάκος, 2000). Η καταγραφή της υπάρχουσας κατάστασης περιλάμβανε διερεύνηση των μαθηματικών γνώσεων των μαθητών Στ' Δημοτικού (και Γ' Γυμνασίου) με στόχο να καταγραφεί η συνολική εικόνα των μαθηματικών γνώσεων των μαθητών στους βασικούς άξονες της ύλης που διδάσκεται στην τελευταία τάξη της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (και του πρώτου επίπεδου της δευτεροβάθμιας), να αναδειχτούν οι δυσκολίες των μαθητών στα Μαθηματικά και να αναπτυχθούν εργαλεία που θα επιτρέψουν την παραγωγή πιστότερων αναπαραστάσεων της γνώσης που κατέχουν οι μαθητές (Οικονόμου, Σακονίδης, & Τζεκάκη, 2000).

Οι μαθηματικές γνώσεις των μαθητών της Στ' Δημοτικού ελέγχθηκαν με τη βοήθεια γραπτής δοκιμασίας, η οποία συντάχθηκε για τις ανάγκες της έρευνας κατά το σχολικό έτος 1998-99. Η γραπτή δοκιμασία περιείχε ερωτήσεις για τους μαθητές του Δημοτικού οι οποίες σχετίζονταν με τη διδασκόμενη ύλη και αντιστοιχούσαν με τις ασκήσεις και τα προβλήματα των σχολικών βιβλίων. Οι ερωτήσεις αφορούσαν γνώσεις σχετικές με τους αριθμούς, τις απλές γεωμετρικές έννοιες περίμετρο, γωνία, εμβαδόν, καθετότητα και τη λύση προβλημάτων τεσσάρων πράξεων που παρουσιάζονται λεκτικά. Για την επιλογή των επιμέρους ερωτήσεων επιχειρήθηκε, με βάση το θεωρητικό πλαίσιο της αξιολόγησης γνώσεων, να κατασκευαστούν ερωτήσεις που να ανταποκρίνονται στις απαιτήσεις του ελληνικού Προγράμματος Σπουδών (Οικονόμου, Σακονίδης, & Τζεκάκη, ό.π.).

Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν 495 μαθητές Στ' Δημοτικού (257 αγόρια και 238 κορίτσια) από 22 σχολεία των Νομών Θεσσαλονίκης, Ιωαννίνων και Έβρου. Η επιλογή των σχολείων έγινε με κυρίως τυχαία (αλλά και βολική) δειγματοληψία.

Η αξιοπιστία των γραπτών δοκιμασιών ελέγχθηκε με τον δείκτη Cronbach's alpha και το αποτέλεσμα ήταν πολύ ικανοποιητικό για τις 20 δοκιμασίες ( $\alpha = .857$ ).

### **Οι αλλαγές στο πλαίσιο της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης από το 1998 ως το 2015**

Σύγχρονες θεωρήσεις στο πεδίο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης υποδεικνύουν ότι ένα σύγχρονο Π.Σ. για τα Μαθηματικά οφείλει να μην περιορίζεται στην έμφαση στην απλή γνώση και την εφαρμογή εννοιών και διαδικασιών, αλλά να επενδύει στη μελέτη των συνδέσεων μεταξύ τους και στην ανάπτυξη μαθηματικών ικανοτήτων, στάσεων και πεποιθήσεων που θα βοηθήσουν τους μαθητές να αντιμετωπίσουν με αποτελεσματικό τρόπο προβλήματα μέσα στα Μαθηματικά και μέσω των Μαθηματικών (Τζεκάκη, 2010). Μια τέτοια προσέγγιση αντανακλά την πορεία συγκρότησης της ίδιας της επιστήμης των Μαθηματικών, δηλαδή, ως μια προσπάθεια ερμηνείας και κατανόησης του κόσμου (Noyes, 2010). Οι νέοι προσανατολισμοί στρέφουν τη μαθηματική παιδεία από τη μετάδοση της μαθηματικής γνώσης στην επεξεργασία μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών στο πλαίσιο των

σύγχρονων απαιτήσεων και μειώνουν σημαντικά το περιεχόμενο της μαθηματικής γνώσης (διδασκτέας ύλης) που καλείται να πραγματευθεί ο μαθητής. Αυτό θεραπεύει μια πάγια αγωνία των εκπαιδευτικών να «καλύψουν την ύλη» η οποία οδηγούσε σε βιαστική παράθεση στείρας γνώσης μέσα από «μετωπική» διδασκαλία χωρίς δραστηριοποίηση των μαθητών (Οικονόμου, 2010b). Η οργάνωση της διδασκαλίας των Μαθηματικών προτείνεται να γίνεται μέσα από κατάλληλες και πλούσιες δραστηριότητες και προβλήματα - όχι σαν εφαρμογές της ήδη κατακτημένης μαθηματικής γνώσης με στόχο την εμπέδωσή της από τους μαθητές - αλλά ως μέσο για την κατάκτηση της μαθηματικής γνώσης από το μαθητή (Κλιάπης & Κασσώτη, 2005).

Το Υπουργείο Παιδείας υπακούοντας στις σύγχρονες θεωρήσεις για τη μαθηματική εκπαίδευση, συντάσσει το 1997 το Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών των Μαθηματικών για την Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση (ΥΠΕΠΘ-ΠΙ, 1997). Βασικές αρχές του Ε.Π.Π.Σ είναι, ότι α) η διαδικασία μάθησης των Μαθηματικών είναι μια κατασκευαστική δραστηριότητα, β) οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης εκφράζονται πληρέστερα με όρους δραστηριοτήτων παρά με όρους παρατηρήσιμων συμπεριφορών και γ) ο μαθητής πρέπει να αναπτύξει την ικανότητα χρήσης της μαθηματικής συμβολικής γλώσσας και να κατανοήσει τις σημασίες που περικλείει ένα σύμβολο ή μια έννοια (Φερεντίνος, 2007). Το επόμενο στάδιο ακολούθησε το 2000, όπου το ΠΙ εισήγαγε την έννοια της διαθεματικότητας σύμφωνα με την οποία τα αναλυτικά προγράμματα πρέπει να λειτουργήσουν σε δύο άξονες, αυτόν της διαθεματικότητας, όπου η γνώση γίνεται αντιληπτή ως ενιαία ολότητα και αυτόν των διακριτών μαθημάτων. Ως αποτέλεσμα της παραπάνω τάσης το Ε.Π.Π.Σ αντικαταστάθηκε από το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ.), το οποίο συμπληρώνει τα Ε.Π.Π.Σ. με διαθεματικές προσεγγίσεις και τις βασικές αρχές της αξιολόγησης (Παναγάκος, 2004). Όλες οι παραπάνω αλλαγές υλοποιήθηκαν στην εκπαιδευτική πράξη μέσα από την προκήρυξη συγγραφής των νέων σχολικών βιβλίων το 2003 τα οποία και χρησιμοποιούνται από το 2007 μέχρι σήμερα στην πρωτοβάθμια και δευτεροβάθμια εκπαίδευση.

Στα νέα βιβλία το παραδοσιακό «δασκαλοκεντρικό» μοντέλο διδασκαλίας αμφισβητείται, καθώς ο προσανατολισμός τους είναι μαθητοκεντρικός, ενώ η διδασκαλία δεν αφορά μόνο τις γνώσεις, αλλά και τις διαδικασίες μάθησης. Στην νέα αυτή προσέγγιση ο εκπαιδευτικός δεν είναι απλός μεταδότης της γνώσης, αλλά προετοιμάζει και οργανώνει ένα πλαίσιο μέσα στο οποίο ο μαθητής κινείται ανακαλύπτοντας τη γνώση. Με τον τρόπο αυτό η μαθηματική εκπαίδευση αποκτά ιδιαίτερο προσανατολισμό και σημασία και η παραδοσιακή διδασκαλία αντικαθίσταται με το «ανακαλυπτικό μοντέλο» της μάθησης, δηλαδή μορφές διδακτικής προσέγγισης που στηρίζονται κυρίως στη δραστηριοποίηση των μαθητών και την εμπλοκή τους στην αντιμετώπιση ειδικών διδακτικών καταστάσεων. Στο ανακαλυπτικό μοντέλο οι στόχοι της Μαθηματικής Εκπαίδευσης επιτυγχάνονται μέσα από την αντιμετώπιση δραστηριοτήτων ή/και μέσα από την αντιμετώπιση προβλημάτων (Κλιάπης & Κασσώτη, 2005). Αντιμετωπίζει ο μαθητής μια μαθηματική δραστηριότητα σημαίνει ότι αναγνωρίζει μια προβληματική κατάσταση, εικάζει για το αποτέλεσμα, πειραματίζεται, συνθέτει ένα συλλογισμό, διατυπώνει μια λύση, ελέγχει τα αποτελέσματα και αξιολογεί την ορθότητά τους

σε συνάρτηση με τις απαντήσεις των συμμαθητών μου και το αρχικό πρόβλημα (Κασσώτη, Κλιάπης, & Οικονόμου, 2006). Μέσω της επεξεργασίας κατάλληλων δραστηριοτήτων, λοιπόν, οι μαθητές μαθαίνουν να ερευνούν, να αιτιολογούν κατ' αναλογία, να αντιπαρέρχονται αντιπαραθέσεις, να εκτιμούν την ισχύ πιθανών λύσεων, να επιχειρηματολογούν υπέρ της λύσης που προτείνουν και να εκφράζονται στη μαθηματική γλώσσα εκτιμώντας την ισχύ της ως εργαλείο επικοινωνίας (Κλιάπης & Κασσώτη, 2005).

Τα στοιχεία αυτά οδηγούν σε ένα προβληματισμό σχετικά με τις γνώσεις των μαθητών μετά την πάροδο 17 χρόνων και αλλαγές στα ΠΣ και τα σχολικά βιβλία.

## Η έρευνα του 2015

Με βάση τις αλλαγές που έγιναν στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης, όπως περιγράφηκαν παραπάνω, οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί εργάζονται πλέον σε ένα πλαίσιο το οποίο κινείται σε αντιδιαμετρική τροχιά με το πλαίσιο του 1998. Τα τελευταία Προγράμματα Σπουδών για τα μαθηματικά (τόσο του 2003 όσο και του 2011) κινούνται στην κατεύθυνση του «κάνω Μαθηματικά», δηλαδή συνδέω τις εμπειρίες των μαθητών με την ίδια τη μαθηματική γνώση. Στην προσέγγιση αυτή ο εκπαιδευτικός αναγνωρίζει ότι δεν διδάσκει Μαθηματικά αλλά καθοδηγεί τους μαθητές να αναπτύσσουν μαθηματικές γνώσεις. Το ερώτημα που προκύπτει είναι αν οι αλλαγές στα ΠΣ, στα σχολικά βιβλία και στον τρόπο εργασίας και επικοινωνίας στην τάξη των μαθηματικών βελτίωσαν τις γνώσεις των μαθητών που φοιτούν στη Στ' Δημοτικού σε σύγκριση με τους αντίστοιχους μαθητές του 1998.

Θέλοντας να εξετάσουμε κάτω από το ίδιο πρίσμα και με τα ίδια εργαλεία τις μαθηματικές γνώσεις των μαθητών και να τις συγκρίνουμε με εκείνες της έρευνας του 1998 χρησιμοποιήσαμε τι ίδιες γραπτές δοκιμασίες σε δείγμα 292 μαθητών Στ' Δημοτικού σε σχολεία της Θεσσαλονίκης.

Προκειμένου να διερευνηθεί η εσωτερική συνέπεια των απαντήσεων χρησιμοποιήθηκε η εξειδίκευση του δείκτη Cronbach για διωνυμικού τύπου απαντήσεις (όταν δηλαδή τα στοιχεία που αναλύονται επιδέχονται μόνο δύο απαντήσεις σωστή ή λάθος όπως στην περίπτωση του σχετικό εργαλείου) ο δείκτης Kuder - Richardson formula 20, ο οποίος βρέθηκε πολύ ικανοποιητικός ( $KR-20 = .843$ ).

## Ερευνητικά αποτελέσματα

Όπως και η έρευνα του 1998, θεωρούμε ότι μία ερώτηση απαντήθηκε επιτυχώς όταν τα 2/3 των μαθητών την απάντησαν σωστά. Με αυτό το κριτήριο, σε καμία από τις από τις πέντε κατηγορίες που ελέγχθηκαν στους μαθητές της Στ' Δημοτικού το 1998 δεν υπήρξε επιτυχία, ενώ μόνο σε μία οι μαθητές απάντησαν επιτυχώς το 2015.

Ομάδα ερωτήσεων	Περιεχόμενο ερωτήσεων	Ποσοστά επιτυχίας 1998	Ποσοστά επιτυχίας 2015
1	Αριθμοί: α) σύνολα β) διάταξη γ) τρόποι	28,6	40,8

γραφής δ) πράξεις μεταξύ αριθμών			
2	Σχέσεις αναλογίας (ποσά ανάλογα, ποσά αντιστρόφως ανάλογα)	40,9	43,0
3	Απλές γεωμετρικές έννοιες: περίμετρος, καθετότητα	19,8	39,4
4	Χρήση σχημάτων και γραφικών παραστάσεων	45,4	67,8
5	Λύση προβλημάτων τεσσάρων πράξεων που παρουσιάζονται λεκτικά	45,8	40,4

### Πίνακας 1: Μέσοι όροι των επιδόσεων στις 5 κατηγορίες που ελέγχθηκαν

Από τη σύγκριση αυτή γίνεται φανερή μια κυρίως στασιμότητα στην επιτυχία των μαθητών με μικρή βελτίωση σε επιμέρους ομάδες ερωτήσεων όπως οι αριθμοί και τα γραφήματα.

### Αναλυτικά οι επιδόσεις των μαθητών ανά κατηγορία

Τα ποσοστά επιτυχίας για τη διάταξη μια διαφορετικών αριθμών δεκαδικών και κλασμάτων (βλ. Παράρτημα, Ασκ. 1) στην έρευνα του 1998 κυμαίνονται στο 11,1%, ενώ το 2015 στο 32,2%. Η διαπίστωση της ερευνητικής ομάδας του 1998 ήταν ότι οι μαθητές δεν μπορούν να αντιμετωπίσουν τους αριθμούς που διδάχτηκαν ως στοιχεία ενός ενιαίου συνόλου τα οποία μπορούν να συγκριθούν μεταξύ τους, αλλά θεωρούν ξεχωριστά τα σύνολα των ακεραίων, των δεκαδικών και των ρητών αριθμών, ενώ η ταυτόχρονη συνύπαρξη τριών ειδών αριθμών τους προκαλεί σύγχυση. Τα αποτελέσματα του 2015 δείχνουν ότι το ποσοστό επιτυχίας αυξήθηκε μεν αλλά εξακολουθεί να είναι χαμηλό. Μόνο τέσσερις στους δέκα μαθητές καταφέρνουν να διαχειριστούν τα είδη των αριθμών με επιτυχία.

Αντίστοιχα τα ποσοστά επιτυχία στις πράξεις με τα κλάσματα (Ασκ. 1.α) φαίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

Περιεχόμενο ερωτήσεων	1998	2015
$3 : 5 =$	57,4%	64,4%
$\frac{2}{5} + \frac{7}{3} =$	28,9%	24,0%
$1 - \frac{5}{12} =$	22,0%	26,0%
$\frac{2}{5} : \frac{7}{3} =$	23,6%	30,0%

### Πίνακας 2: Ποσοστά επιτυχία στην εκτέλεση πράξεων στα κλάσματα

Όπως και το 1998 τα παιδιά εξακολουθούν να έχουν σοβαρό πρόβλημα στην εκτέλεση των πράξεων το οποίο μάλιστα επιδεινώθηκε στην περίπτωση της πρόσθεσης κλασμάτων. Η πολύ μικρή βελτίωση σε όλες τις υπόλοιπες περιπτώσεις δεν δίνει αισιόδοξα μηνύματα για τις

ικανότητες των τελειόφοιτων του δημοτικού στην εκτέλεση πράξεων. Η δυσκολία αυτή φαίνεται να μεταφέρεται μέχρι το λύκειο καθώς οι αναλύσεις των πανελλαδικών εξετάσεων δείχνουν επίσης ότι οι μαθητές εξακολουθούν να δυσκολεύονται σε θέματα που απαιτούσαν απλές πράξεις (Απλακίδης, 2005).

Τα ποσοστά επιτυχίας στην άσκηση του υπολογισμού της περιμέτρου τετραγώνου όταν δίνεται μία πλευρά (Ασκ. 2) κυμαίνεται γύρω στο 45% για το 1998 και ακριβώς στο ίδιο ποσοστό για το 2015. Αντίστοιχα η εύρεση της πλευράς από την περίμετρο για αριθμό που διαιρείται με 4 είναι 38% και για αριθμό που δεν διαιρείται (όπως το 18) γίνεται περίπου 35%. Οι αντίστοιχες τιμές για το 2015 είναι αντίστοιχα 46,6% και 39,4%, δίνοντας μια μικρή αλλά όχι σημαντική βελτίωση στον υπολογισμό απλών μετρικών στοιχείων στη Γεωμετρία.

Η αντίστοιχη εικόνα παρουσιάζεται και στη δοκιμασία για χάραξη μιας καθέτου (Ασκ. 3), όπου τα ποσοστά επιτυχίας από 25,5% το 1998, φτάνουν 48,6% το 2015. Η βελτίωση που καταγράφεται είναι σημαντική. Οι μαθητές σχεδόν διπλασίασαν το ποσοστό επιτυχίας χωρίς όμως να μπορεί να υποστηριχτεί ότι η έννοια της καθετότητας έχει κατακτηθεί από τη συντριπτική πλειονότητα των μαθητών της Στ' δημοτικού.

Η δοκιμασία εύρεσης μιας περιμέτρου ενός σχήματος που συνδυάζει γεωμετρικές έννοιες αλλά και σχετικό συλλογισμό (Ασκ. 4) δείχνει μια βελτίωση από την αποτυχία του 14,1% το 1998 σε μια βελτίωση της τάξης του 30,1% το 2015, υποδηλώνοντας πιθανά μια βελτίωση της οπτικοποίησης των μαθητών.

Αντίστοιχα οι ασκήσεις χωρισμού (Ασκ. 4α) σχημάτων σε μέρη σύμφωνα με ένα κλάσμα δίνει ανάλογα αποτελέσματα.

Περιεχόμενο ερωτήσεων	1998	2015
$\frac{3}{4}$ 	86,5%	98,6%
$\frac{2}{3}$ 	51,3%	53,4%
$\frac{3}{5}$ 	41,0%	51,3%.

### Πίνακας 3. Χωρισμός σε μέρη και ποσοστά επιτυχίας

Οι δραστηριότητες αυτές που σκοπεύουν να υποστηρίξουν την κατανόηση των κλασμάτων, εκτός από την πρώτη ιδιαίτερα απλή περίπτωση, δεν γίνονται ουσιαστικά κατανοητές τουλάχιστον από τους μισούς μαθητές ούτε τα προηγούμενα χρόνια ούτε το 2015.

Τέλος οι δοκιμασίες στα προβλήματα τεσσάρων πράξεων, στο μεν πρώτο που αποτελεί μια πραγματική κατάσταση με χρηματική συναλλαγή (Ασκ. 5.1) τα ποσοστά επιτυχίας 58,2% του 1998, μάλλον έπεσαν σε 39,0%, το 2015, υποδεικνύοντας πιθανόν τη δυσκολία διαχείρισης των υποδιαίρέσεων του ευρώ.

Το αντίστοιχο πρόβλημα με μια πραγματική κατάσταση και μία πράξη (Ασκ. 5.2), το ποσοστό επιτυχίας το 1998 είναι 33,3%, ενώ το 2015 παραμένει χαμηλό στο 41,8%.

Τα αποτελέσματα αυτά είναι ενδεικτικά και στις δύο περιόδους για την αδυναμία της πλειοψηφίας των μαθητών να αντιμετωπίσουν ακόμα και απλά καθημερινά προβλήματα.

### **Συζήτηση των αποτελεσμάτων**

Όπως δείχνουν τα ποσοστά επιτυχίας που παρουσιάστηκαν πιο πάνω, οι αποκτηθείσες μαθηματικές γνώσεις στο τέλος του Δημοτικού απέχουν σημαντικά από το να είναι ικανοποιητικές. Όπως και το 1998, οι μαθητές που συμμετείχαν στη γραπτή δοκιμασία δεν εμφανίζονται να έχουν αποκτήσει τις βασικές μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες που προβλέπονται από τα Προγράμματα Σπουδών της Στ' Δημοτικού.

Τα μεγάλα ποσοστά λανθασμένων απαντήσεων αναδεικνύουν την ύπαρξη λανθασμένων αντιλήψεων: στους αριθμούς, η ταύτισή τους με τη μορφή στην οποία παρουσιάζονται και ο χειρισμός των δεκαδικών κατ' αναλογία με τους φυσικούς. Στις σχέσεις μεταξύ μεταβλητών, η δυσκολία αντίληψης της αναλογίας. Οι μαθητές του 2015 όπως και οι μαθητές του 1998 έχουν αποσπασματική, θεματική, προσέγγιση των μαθηματικών εννοιών αφού η μείξη διαφορετικών θεμάτων (π.χ. εμβαδόν και αναλογία, γεωμετρική σχέση και υπολογισμός, δεκαδικοί και κλάσματα, γεωμετρία και άλγεβρα) προκαλεί στους μαθητές σημαντικές δυσκολίες.

Όπως φάνηκε στην ανάλυση του πλαισίου, η κατάσταση στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση γενικά, και στη μαθηματική εκπαίδευση ειδικότερα, έχει διαφοροποιηθεί σημαντικά το 2015 σε σύγκριση με το 1998 σε τέσσερα επίπεδα:

α) σε επίπεδο οργάνωσης της λειτουργίας της τάξης και σύνδεσης των Μαθηματικών με άλλα διδακτικά αντικείμενα, μια σειρά από εκπαιδευτικές καινοτομίες και προγράμματα εφαρμόστηκαν. Ενδεικτικά αναφέρονται: Το «Ολοήμερο Σχολείο» όπου γίνεται προετοιμασία των μαθημάτων της επόμενης ημέρας και η «Ευέλικτη ζώνη διαθεματικών και δημιουργικών δραστηριοτήτων», όπου συνδέονται διαφορετικά διδακτικά αντικείμενα κι ενθαρρύνεται η συνεργασία μεταξύ δασκάλων και καθηγητών διαφορετικών ειδικοτήτων στο ίδιο σχολείο, σε διαφορετικά σχολεία ή με άλλους φορείς.

β) σε επίπεδο δομής και περιεχομένου της μαθηματικής εκπαίδευσης με Νέα Προγράμματα Σπουδών το 2003 και το 2011 και νέα διδακτικά βιβλία μαθηματικών για όλη την υποχρεωτική εκπαίδευση τα οποία εφαρμόστηκαν από το 2006.

γ) σε επίπεδο αλλαγής της μαθησιακής διαδικασίας, του ρόλου των εκπαιδευτικών και των αντιλήψεών τους γενικά για τη για τη διδασκαλία και τη διδασκαλία των Μαθηματικών ειδικότερα, με σειρά επιμορφώσεων όπως το «Μείζον πρόγραμμα επιμόρφωσης», Πρόγραμμα «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) – Πιλοτική Εφαρμογή», «ΝΕΟ ΣΧΟΛΕΙΟ (Σχολείο 21ου αιώνα) Νέα Προγράμματα Σπουδών για την υποχρεωτική εκπαίδευση».

δ) σε επίπεδο χρήσης και αξιοποίησης κατάλληλων διδακτικών/πληροφοριακών εργαλείων και του διαδικτύου στην εκπαίδευση με εφαρμογή μιας σειράς από εκπαιδευτικές

καινοτομίες και προγράμματα: «Επιμόρφωση εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας & δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης σε βασικές δεξιότητες των τεχνολογιών πληροφορίας & επικοινωνιών (Τ.Π.Ε.) στην εκπαίδευση» (α' επίπεδο), «Επιμόρφωση Εκπαιδευτικών στην αξιοποίηση των Τεχνολογιών Πληροφορίας & Επικοινωνιών (ΤΠΕ) στην Εκπαίδευση» (β' επίπεδο), ψηφιακά σενάρια στα Μαθηματικά και ψηφιακά εμπλουτισμένα διδακτικά εγχειρίδια.

Ωστόσο, η παρούσα έρευνα υποδεικνύει ότι παρόλες τις προηγούμενες αλλαγές οι μαθητές παρουσιάζουν την ίδια η διαχρονική ομοιομορφία στις επιδόσεις των μαθηματικών. Το εύρημα αυτό μπορεί να εμνηυθεί με το ότι, παρόλα που τα σχολεία του 2015 λειτουργούν διαφορετικά (νέα γνωστικά αντικείμενα, περισσότερες ώρες διδασκαλίας των μαθηματικών, Νέες Τεχνολογίες κ.λπ.) σε σχέση με τα σχολεία που επελέγησαν για την έρευνα του 1998, οι εκπαιδευτικοί είναι απρόθυμοι να μετακινηθούν από τις «παραδοσιακές» διδακτικές προσεγγίσεις και να εφαρμόσουν τις υποδεικνυόμενες πρακτικές στη διδακτική πράξη.

Μια σημαντική διαπίστωση της έρευνας του 1998 ήταν πως οι εκπαιδευτικοί, παρά τις επιμορφώσεις, στην πλειοψηφία τους επιμένουν στο παραδοσιακό μοντέλο διδασκαλίας (Οικονόμου, 2000). Αντίστοιχες νεώτερες έρευνες (Σακονίδης & Κλώθου, 2007; Σακονίδης, Πόταρη, Μαναρίδης, & Χατζηγούλα, 2007) έχουν δείξει πως ακόμη και αν οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εμφανίζονται πρόθυμοι να εφαρμόσουν τις νέες πρακτικές, παρουσιάζουν αδυναμίες στο να διακρίνουν τις διδακτικές διαστάσεις μέσα από τις οποίες διαμορφώνονται οι συνθήκες για μια αποτελεσματική μάθηση, με αποτέλεσμα να πριμοδοτούν ή να αξιολογούν επιφυλακτικά αδιακρίτως όλους τους διδακτικούς προσανατολισμούς (παραδοσιακούς και σύγχρονους) που τους προσφέρθηκαν.

Διάφορες αναλύσεις προσπαθούν να απαντήσουν στο ερώτημα «τι φταίει». Η επικρατούσα άποψη από μέρος των εκπαιδευτικών είναι πως ο χρόνος μέσα στη σχολική αίθουσα είναι πολύ περιορισμένος σε σχέση με την προβλεπόμενη ύλη, ώστε να μην μένουν περιθώρια εμπάθυνσης ή πειραματισμού (Kliapis & Kassoti, 2009; Κλιάπης, 2013). Όσον αφορά τις επιμορφώσεις, υπάρχει η άποψη πως οι εκπαιδευτικοί επιμορφώθηκαν μεν ως προς το περιεχόμενο των δραστηριοτήτων, δεν επιμορφώθηκαν όμως και ως προς το πνεύμα τους (Οικονόμου, 2000). Ειδικότερα, έρευνες έχουν δείξει πως από μόνη της μια δραστηριότητα, ή το πλαίσιο μέσα από το οποίο αυτή αναδύεται δεν είναι ικανά να οδηγήσουν σε ουσιαστική μάθηση (Οικονόμου, 2010a). Ο ρόλος του εκπαιδευτικού και η διαχείριση, από τη μεριά του της πορείας της δραστηριότητας, καθώς και η συνεχής αναπροσαρμογή του πλαισίου της στην ευθυγράμμιση με τα εκάστοτε δεδομένα της τάξης αποτελεί εξίσου κρίσιμο σημείο (Γκαράνης, 2010; Οικονόμου, 2010b).

Οι εκπαιδευτικοί αποδίδουν στον εαυτό τους ένα συγκεκριμένο ρόλο με βάση τόσο την προσωπική όσο και την κοινωνική αντίληψη. Σύμφωνα με το ρόλο αυτό ο εκπαιδευτικός οφείλει να «εξασφαλίσει» τη μάθηση που θεωρείται ότι παρέχει, και έτσι αισθάνεται υποχρεωμένος να παρεμβαίνει σε κάθε φάση της διδακτικής διαδικασίας (Kennedy, 2008; Καλαβάσης, 1999; Καφούση & Χαβιάρης, 1999; Οικονόμου, 2010b). Επιπλέον οι αντιλήψεις που φαίνεται να έχουν οι εκπαιδευτικοί για πώς μαθαίνει ο μαθητής γενικά, κυριαρχούνται

από την άποψη ότι το άτομο δεν μπορεί να κατασκευάσει μόνο του τη γνώση κατά συνέπεια κάποιος που την γνωρίζει πρέπει να την «εξηγήσει» ή να τη «δείξει». Τέλος, οι γνώσεις και οι εμπειρίες που έχουν οι εκπαιδευτικοί αναφορικά με τη διδακτική διαδικασία τους οδηγούν να αποδίδουν ακόμα ένα κεντρικό και κυρίαρχο ρόλο στο δάσκαλο (Τζεκάκη & Δεληγιωργάκος, 2000).

Καθώς τα αποτελέσματα της παρούσας συγκριτικής έρευνας καταδεικνύουν ότι, παρόλες τις αλλαγές που έχουν επέλθει στο εκπαιδευτικό σύστημα και τη μαθηματική εκπαίδευση, οι μαθητές τελειώνοντας την πρωτοβάθμια εκπαίδευση δεν έχουν σημειώσει την πρόοδο που αναμενόταν, διαφαίνεται ότι ο κρίσιμος παράγοντας για την αναμενόμενη αλλαγή δεν έχει διαφοροποιηθεί και αυτός είναι η αντίσταση του εκπαιδευτικού στην υιοθέτηση των αλλαγών οι οποίες «έρχονται από πάνω» (Γερμανός & Κλιάπης, 2000).

### Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Azarian, R. (2011). Potentials and limitations of comparative method in Social Science. *International Journal of Humanities and Social Science*, 1 (4), 113-125.
- Kennedy, M. (2008). Teachers thinking about their practice. In T. Good (Ed.), *21st Century Education : a Reference Handbook* (pp. 13-21). California: Sage.
- Kliapis, P., & Kassoti, O. (2009). Innovative primary school Teachers' In-service Training for Improving Mathematics Constructivist Learning. In Ad. Papastamatis, Ef. Valkanos, G.K. Zarifis, & Eug. Panitsidou (Eds.), *Educating the Adult Educator: Quality Provision and Assesment in Europe*, ESREA| ReNAdET e-Book Conference Proceedings (pp. 770-778). Thessaloniki.
- Noyes, A. (2010). Resetting school mathematics. In Pinto, M.M. F., & Kawasaki, T. F. (Eds.), *Proceedings of the 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 131-134). Belo Horizonte, Brazil.
- Απλακίδης, Ι. (2005). Δυσκολεύονται οι μαθητές στα μαθηματικά; Τι δείχνουν οι γραπτές επιδόσεις τους στις γενικές εξετάσεις. *Πρακτικά του 22ου Πανελληνίου Συνέδριου Μαθηματικής Παιδείας - Οι Σύγχρονες Εφαρμογές των Μαθηματικών και η Αξιοποίηση τους στην Εκπαίδευση* (pp. 264-276). Λαμία.
- Γερμανός, Δ., & Κλιάπης, Π. (2000). Οι στάσεις των εκπαιδευτικών του πιλοτικού προγράμματος 'Όλοήμερο Σχολείο' για την εισαγωγή των υπολογιστών στο σχολείο τους. *Πρακτικά του 2ου Πανελληνίου Συνέδριου «Ελληνική Εκπαιδευτική και Παιδαγωγική Έρευνα»* (pp. 514-530). Αθήνα.
- Γκαράνης, Π. (2010). *Η μαθηματική δραστηριότητα στη σχολική τάξη. Μεταπτυχιακή Εργασία*. Εθνικό Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο, Αθήνα
- Καλαβάσης, Φ. (1999). Οι αναγκαίες μεταβολές στις αντιλήψεις των διδασκόντων για τα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους. *Πρακτικά του 16ου Πανελληνίου Συνέδριου Μαθηματικής Παιδείας - Μαθηματικά, Νέα Γενιά και Κοινωνία* (pp. 118-128). Λάρισα.
- Καραγεώργος, Δ. (1998). Το ενιαίο πλαίσιο προγράμματος σπουδών (Ε.Π.Π.Σ.). Το πρόγραμμα σπουδών (Π.Σ.), τα διδακτικά βιβλία (Δ.Β.) και συνοδευτικό διδακτικό υλικό (Δ.Υ.) για τα

## Κλιάπης και Κασσώτη

- μαθηματικά της γενικής εκπαίδευσης (Γ.Ε.). *Πρακτικά του 15ου Πανελληνίου Συνέδριου Μαθηματικής Παιδείας - Τα Μαθηματικά στις νέες εκπαιδευτικές συνθήκες* (pp. 229-250). Χίος.
- Κασσώτη, Ό., Κλιάπης, Π., & Οικονόμου, Θ. (2006). *Μαθηματικά Στ' Δημοτικού: Βιβλίο δασκαλου*. Αθήνα: ΟΕΔΒ.
- Καφούση, Σ., & Χαβιάρης, Π. (1999). Οι απόψεις των δασκάλων του Δημοτικού σχολείου για τη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών. *Πρακτικά του 16ου Πανελληνίου Συνέδριου Μαθηματικής Παιδείας - Μαθηματικά, Νέα Γενιά και Κοινωνία* (pp. 169-176). Λάρισα.
- Κλιάπης, Π. (2013). Μαθηματικά: Μια εξελικτική διαδικασία από το Νηπιαγωγείο ως το Γυμνάσιο. Στο Α. Ήργης & Ό. Μακρή (Επιμ.), *Γονείς: Τα παιδιά μας οδηγούν* (pp. 43-61). Θεσσαλονίκη: Σύλλογος Γονέων Ασύλου του παιδιού.
- Κλιάπης, Π., & Κασσώτη, Ό. (2005). Πειραματική εφαρμογή του νέου σχολικού εγχειριδίου των Μαθηματικών της Στ Δημοτικού: Αλλαγές στις στάσεις και τις συμπεριφορές των μαθητών. Στο Χ. Κυνηγός (Επιμ.), *Πρακτικά του 1ου Πανελληνίου Συνέδριου ΕνΕΔιΜ: Η Διδακτική των Μαθηματικών ως Πεδίο Έρευνας στην Κοινωνία της Γνώσης* (pp. 148-158). Αθήνα.
- Κοθάλη, Ε. (1987). Οι μαθηματικές γνώσεις των μαθητών της Γ' Γυμνασίου. *Ευκλείδης Γ' (14)*, 63-71.
- Μάκρας, Σ., & Σαλίχος, Μ. (1991). Αξιολόγηση των γνώσεων των μαθητών στα Μαθηματικά κατά την είσοδο τους στο Λύκειο. *Ευκλείδης Γ' (30-31)*, 42-60.
- Μπούφη, Α. (1996). Η διδασκαλία των Μαθηματικών μέσα από την επίλυση προβλημάτων. *Η λέσχη των εκπαιδευτικών (13)*.
- Νικολακάκη, Μ. (1996). *Εκσυγχρονισμός του μαθήματος των Μαθηματικών στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση της Ελλάδας (1964- 1996)*. Πρακτικά του 13ου Πανελληνίου Συνέδριου Μαθηματικής Παιδείας - Κριτική και Σχεδιασμός της Ελληνικής Μαθηματικής Παιδείας (pp. 302-315). Αλεξανδρούπολη.
- Οικονόμου, Α. (2010a). *Αναπαραστάσεις χώρου σε παιδιά προσχολικής ηλικίας. Εξελικτική πορεία*. Διδακτορική Διατριβή, ΑΠΘ., Θεσσαλονίκη.
- Οικονόμου, Α., Σακονίδης, Χ., & Τζεκάκη, Μ. (2000). Αξιολόγηση των μαθηματικών γνώσεων μαθητών Στ' Δημοτικού και Γ' Γυμνασίου. Στο Μ. Τζεκάκη & Ι. Δεληγιωργάκος (Επιμ.), *Έρευνα για Εναλλακτικές Διδακτικές Προσεγγίσεις στη Διδασκαλία των Μαθηματικών* (pp. 21-39). Θεσσαλονίκη: ΑΠΘ.
- Οικονόμου, Π. (2000). Στάσεις αντιλήψεις και πρακτικές των διδασκόντων στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Στο Μ. Τζεκάκη & Ι. Δεληγιωργάκος (Επιμ.), *Έρευνα για Εναλλακτικές Διδακτικές Προσεγγίσεις στη Διδασκαλία των Μαθηματικών* (pp. 49-79). Θεσσαλονίκη: ΑΠΘ.
- Οικονόμου, Π. (2010b). *Σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης*. Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις Ζήτη.
- Παναγάκος, Ι. (2004). Η διαθεματική προσέγγιση στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών. *Πρακτικά του 21ου Πανελληνίου Συνέδριου Μαθηματικής Παιδείας - Το Αναλυτικό*

Πρόγραμμα και η Διδακτική Προσέγγιση των Μαθηματικών στην Πρωτοβάθμια και την Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση (pp. 192-201). Τρίκαλα.

Πόταρη, Δ. (1989). Δυσκολίες μάθησης των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο. *Ευκλείδης Γ'* (21), 3-22.

Σακονίδης, Χ., & Κλώθου, Α. (2007). Πεποιθήσεις των Εκπαιδευτικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης για τα Μαθηματικά και τη Διδασκαλία τους. Στο Δ. Δεσλή, & Χ. Σακονίδης (Επιμ.), *Πρακτικά του 2ου Συνεδρίου ΕνΕΔιΜ. Τυπικά και άτυπα μαθηματικά: χαρακτηριστικά, σχέσεις και αλληλεπιδράσεις στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης* (pp. 568-579). Αλεξανδρούπολη.

Σακονίδης, Χ., Πόταρη, Δ., Μαναρίδης, Α., & Χατζηγούλα, Ρ. (2007). Η Συνεργασία Μεταξύ Εκπαιδευτικών και Ερευνητών στο Πλαίσιο μιας Κοινότητας Διερεύνησης των Διδακτικών Πρακτικών στα Μαθηματικά: μια μελέτη. Στο Δ. Δεσλή, & Χ. Σακονίδης (Επιμ.), *Πρακτικά του 2ου Συνεδρίου ΕνΕΔιΜ. Τυπικά και άτυπα μαθηματικά: χαρακτηριστικά, σχέσεις και αλληλεπιδράσεις στο πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης* (pp. 556-567). Αλεξανδρούπολη.

Τζεκάκη, Μ. (2010). *Μαθηματική εκπαίδευση για την προσχολική και την πρώτη σχολική ηλικία: Αλλάζοντας την τάξη των Μαθηματικών*. Θεσσαλονίκη: Ζυγός.

Τζεκάκη, Μ., & Δεληγιωργάκος, Ι. (2000). *Παρουσίαση του έργου "Έρευνα για εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις στη διδασκαλία των μαθηματικών"*. Αθήνα: ΥΠΕΠΘ.

ΥΠΕΠΘ-ΠΙ. (1997). *Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών*. Αθήνα.

ΥΠΕΠΘ. (1985). *Αναλυτικό πρόγραμμα Φυσικών Ε' τάξης και Μαθηματικών ΣΤ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου*. Αθήνα: Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων Ανακτήθηκε από: [http://pi-schools.gr/progr\\_spoudon\\_1899\\_1999/1985\\_140.pdf](http://pi-schools.gr/progr_spoudon_1899_1999/1985_140.pdf).

ΥΠΕΠΘ. (1995). *Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών των Δ', Ε', και ΣΤ' τάξεων του Δημοτικού Σχολείου*. Αθήνα: Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων Ανακτήθηκε από: [http://pi-schools.gr/progr\\_spoudon\\_1899\\_1999/1995\\_170.pdf](http://pi-schools.gr/progr_spoudon_1899_1999/1995_170.pdf).

Φερεντίνος, Σ. (2007). Νέα βιβλία Μαθηματικών του Γυμνασίου. *Πρακτικά του 24ου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας με Διεθνή Συμμέτοχη: Η μαθηματική παιδεία σήμερα θεωρία και πράξη* (pp. 123-136). Κοζάνη.

Φιλίππου, Γ. (1990). *Οι μαθηματικές γνώσεις των αποφοίτων του Δημοτικού Σχολείου. Μια συγκριτική αξιολόγηση*. Πρακτικά του 5ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας (pp. 91-117).

Φιλίππου, Γ. (1992). *Οι μαθηματικές γνώσεις των Τελειόφοιτων του Γυμνασίου. Πρακτικά του 7ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας* (pp. 81-98). Αθήνα.

## **Παράρτημα (δοκιμασίες 1998 και 2015)**

### **Α. Δοκιμασίες 1998**

## Τεστ αξιολόγησης των γνώσεων των μαθητών Δημοτικού

ΟΝΟΜΑ	
ΣΧΟΛΕΙΟ	

1. Βάλε στη σειρά, από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο, τους αριθμούς:

1,53    1     $\frac{3}{2}$     1,058    1,6     $\frac{4}{3}$

<  <  <  <

4. Ο Γιάννης αγόρασε 5 σοκολάτες και έδωσε 2 χιλιάρικα. Πήρε ρέστα 400 δραχμές.  
Πόσες δραχμές κόστιζε κάθε σοκολάτα;

7. Συμπλήρωσε τον πίνακα:

Η πλευρά του τετραγώνου είναι:	3		5	
Η περίμετρος του τετραγώνου είναι:		4		18

9. Υπολόγισε:

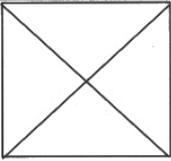
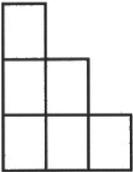
$$3 : 5 =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{7}{3} =$$

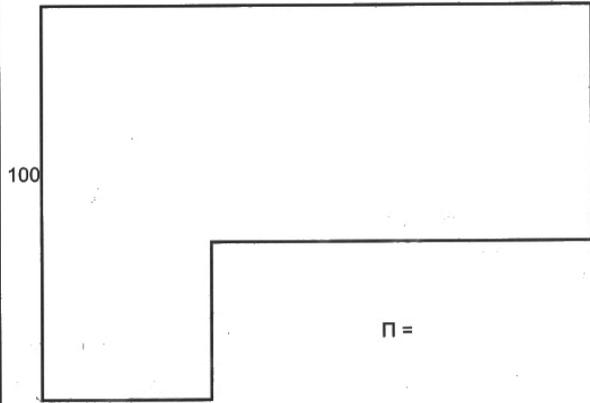
$$1 - \frac{5}{12} =$$

$$\frac{2}{5} : \frac{7}{3} =$$

**10. Σκίασε:**

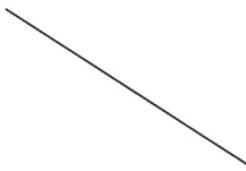
- ♦ τα  $\frac{3}{4}$  του τετραγώνου 
- ♦ τα  $\frac{2}{3}$  του σχήματος 
- ♦ τα  $\frac{3}{5}$  του τετραγώνου: 

**13. Υπολόγισε την περίμετρο του σχήματος:**



$\Pi =$

**14. Φέρε την κάθετη από το σημείο A προς την ευθεία.**



**18. Μια τάξη έχει 31 μαθητές και τα κορίτσια είναι 3 περισσότερα από τα αγόρια. Πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια;**

Β. Δοκιμασίες 2015

ΟΝΟΜΑ	
-------	--

1. Βάλε στη σειρά τους αριθμούς, από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο:

1,53    1     $\frac{3}{2}$     1,058    1,6     $\frac{4}{3}$

< 
  < 
  < 
  < 
  <

2. Ο Γιάννης αγόρασε 5 μαστίχες και έδωσε 2 ευρώ. Πήρε ρέστα 40 λεπτά. Πόσα λεπτά κόστιζε κάθε μαστίχα;

3. Συμπλήρωσε τον πίνακα:

Η πλευρά του τετραγώνου είναι:	3		5	
Η περίμετρος του τετραγώνου είναι:		4		18

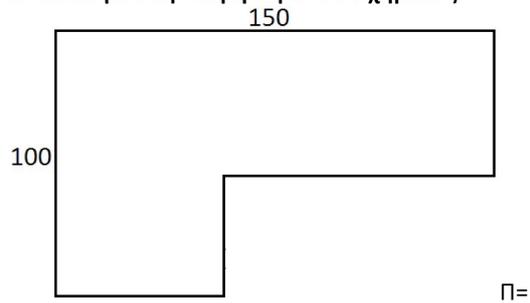
4. Υπολόγισε:

$3 : 5 =$                        $\frac{2}{5} + \frac{7}{3} =$                        $1 - \frac{5}{12} =$                        $\frac{2}{5} : \frac{7}{3} =$

5. Βάψε με το μολύβι σου:

<p style="text-align: center;">Τα <math>\frac{3}{4}</math> του τετραγώνου</p>	<p style="text-align: center;">Τα <math>\frac{2}{3}</math> του σχήματος</p>	<p style="text-align: center;">Τα <math>\frac{3}{5}</math> του τετραγώνου</p>
---	---	---

6. Υπολόγισε την περίμετρο του σχήματος



7. Μία τάξη έχει 31 μαθητές και τα κορίτσια είναι 3 περισσότερα από τα αγόρια. Πόσα είναι τα αγόρια και πόσα τα κορίτσια;

8. φέρε την κάθετη από το σημείο A προς την ευθεία.

