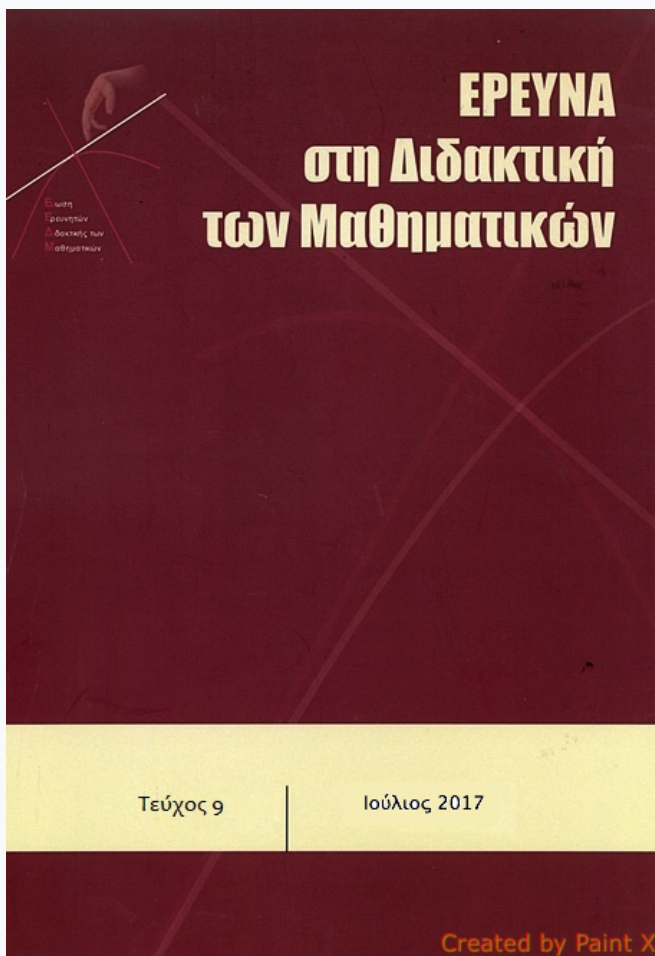


## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Αρ. 9 (2017)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



### ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΜΕΝΟ ΒΙΒΛΙΟ ΜΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΗΣ ΜΟΙΡΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΟΙ ΔΡΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΝΗΠΙΩΝ

Χρυσάνθη Σκουμπουρδή (Chrysanthi Skoumpurdi),  
Χρυσάνθη Παρακευή - Τσαμπίκα (Crisanthi Paraskevi -  
Tsampika)

doi: [10.12681/enedim.14181](https://doi.org/10.12681/enedim.14181)

Copyright © 2017, ΧΡΥΣΑΝΘΗ ΣΚΟΥΜΠΟΥΡΔΗ, ΧΡΥΣΑΝΘΗ  
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ - ΤΣΑΜΠΙΚΑ



Άδεια χρήσης [Creative Commons Αναφορά 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Σκουμπουρδή (Chrysanthi Skoumpurdi) Χ., & Παρακευή - Τσαμπίκα (Crisanthi Paraskevi - Tsampika) Χ. (2017). ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΜΕΝΟ ΒΙΒΛΙΟ ΜΕ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΑΜΒΑΝΟΜΕΝΗΣ ΜΟΙΡΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΟΙ ΔΡΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΝΗΠΙΩΝ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (9), 59–82. <https://doi.org/10.12681/enedim.14181>

---

## Εικονογραφημένο βιβλίο με καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς και οι δράσεις των νηπίων

Χρυσάνθη Σκουμπουρδή και Χρυσανθή Παρασκευή-Τσαμπίκα

Πανεπιστήμιο Αιγαίου, [kara@aegean.gr](mailto:kara@aegean.gr)

*Περίληψη. Η έννοια της διαίρεσης εισάγεται μέσω καταστάσεων μοιρασιάς οι οποίες, για αυτόν τον λόγο, έχουν εκπαιδευτικό και ερευνητικό ενδιαφέρον. Από έρευνες έχει φανεί ότι οι απλές καταστάσεις μοιρασιάς είναι μέρος της καθημερινότητας των παιδιών και παρόλο που εμπλέκονται σε αυτές και έχουν την ικανότητα να ανταποκριθούν σε έναν βαθμό, καταγράφονται και αρκετές δυσκολίες τους. Με σκοπό λοιπόν τη διερεύνηση των ικανοτήτων νηπίων να ανταποκριθούν σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς, χρησιμοποιήθηκε εικονογραφημένο βιβλίο ως το πλαίσιο του οποίου ο ρόλος έχει αναδειχθεί τόσο για την κοινωνική και συναισθηματική όσο και για τη γνωστική ανάπτυξη των μικρών παιδιών. Η έρευνα πραγματοποιήθηκε με ζευγάρια νηπίων, διαφορετικών επιδόσεων και επικοινωνιακών ικανοτήτων. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι υπήρχαν ζευγάρια νηπίων τα οποία ήταν ικανά να ανταποκριθούν, εν μέρει, σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς μέσω εικονογραφημένου βιβλίου. Στοιχεία του εικονογραφημένου όπως η επανάληψη των καταστάσεων μοιρασιάς, αλλά και η απάντηση σε κάθε κατάσταση φάνηκε να βοηθήσει εν μέρει τα νήπια, ενώ το θέμα της ιστορίας και η εικονογράφηση φάνηκε να τα εμπλέκει περισσότερο κοινωνικά και συναισθηματικά παρά γνωστικά.*

*Λέξεις κλειδιά: επαναλαμβανόμενες μοιρασιές, εικονογραφημένο βιβλίο, νήπια, προβλήματα μερισμού, προβλήματα μέτρησης*

*Abstract. In early childhood the division concept is introduced through sharing situations which, for this reason, have educational and research interest. Research results confirm that simple share situations are part of daily life and although children generally have the capacity to effectively negotiate with them they also face some difficulties. In this article, a picture book was used as a context in order to investigate kindergartner's abilities to respond to repetitive sharing situations. The research was conducted with couples of kindergartners of different abilities and communication skills. The results indicated that there were couples of kindergartners who were, in part, capable to respond to the picture book's sharing situations. Picture book's basic elements such as the repetition of sharing situations, as well as the answer that provides for each of them seemed to partially help kindergartner to respond to them, whereas the subject of the picture book and the illustrations seemed to mainly involve them socially and emotionally rather than cognitively.*

*Keywords: Repetitive sharing, picture book, kindergartners, partitive division, quotative division.*

## Εισαγωγή

Τα παιδιά από πολύ μικρή ηλικία έχουν σημαντικές άτυπες γνώσεις και εμπειρίες που σχετίζονται με τα μαθηματικά. Πριν την εισαγωγή τους στο νηπιαγωγείο έχουν αντιληφθεί, σε έναν βαθμό, έννοιες και μπορούν να ανταποκριθούν σε διαδικασίες μεταξύ των οποίων και σε απλές καταστάσεις μοιρασιάς.

Η μοιρασιά, που παραπέμπει στην μαθηματική έννοια της διαίρεσης, είναι μια διαδικασία με ενδιαφέρον, τόσο εκπαιδευτικό όσο και ερευνητικό. Περιλαμβάνεται στα Προγράμματα Σπουδών, διεθνώς, από τα προνήπια (NCTM, 1989) και απασχολεί ερευνητικά την κοινότητα της Διδακτικής των Μαθηματικών. Στο Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου της Ελλάδας (ΠΣΝ, 2011), η μοιρασιά αντικειμένων σε απτική ή αναπαραστατική μορφή, σε δυάδες, τριάδες κ.λπ., καθώς και η ομαδοποίηση εισάγουν την έννοια της διαίρεσης.

Δύο είναι οι κύριοι τύποι θεμάτων διαίρεσης που απασχολούν την έρευνα: η διαίρεση μερισμού και η διαίρεση μέτρησης<sup>1</sup>. Όσον αφορά τις διαιρέσεις μερισμού, έρευνες δείχνουν ότι τα παιδιά από πολύ μικρή ηλικία, εμπλέκονται σε τέτοιες δραστηριότητες, σε διάφορες καταστάσεις και έχουν την ικανότητα να ανταποκριθούν σε αυτές. Από την ηλικία των 3 ετών έχουν την ικανότητα να χωρίζουν μια συλλογή με μικρό αριθμό αντικειμένων (έως 4) σε δύο μικρότερες (Clements, 2004). Σε ηλικία 4 ετών μπορούν να μοιράζουν, δίκαια, αντικείμενα, όπως καραμέλες, μολύβια κ.λπ. (Κορνηλάκη, 2000), ενώ από την ηλικία των 5 ετών μπορούν να επιλύουν απλά προβλήματα μερισμού (μοίρασμα, μέχρι 20, αντικειμένων σε 3-5 άτομα). Η στρατηγική που χρησιμοποιούν συχνότερα, τα μικρά παιδιά, είναι η διανομή ανά 1, μιας ποσότητας αντικειμένων σε συγκεκριμένο αριθμό αποδεκτών, μέσω της αντιστοίχισης 'ένα προς ένα' (Frydman & Bryant, 1988). Σε αυτού του είδους τα προβλήματα απαιτείται η αντίληψη της αντίστροφης σχέσης μεταξύ του μεγέθους των μερών και του πλήθους τους, σε σχέση με τους παραλήπτες. Οι διαιρέσεις μέτρησης, η δημιουργία δηλαδή ομάδων αντικειμένων με τον ίδιο αριθμό στοιχείων, δυσκολεύουν πολύ τα μικρά παιδιά (Fischbein, Deri, Nello & Marino, 1985). Στα προβλήματα αυτά απαιτείται η αντίληψη της αντίστροφης σχέσης μεταξύ του μεγέθους των ομάδων σε σχέση με το πλήθος τους.

Με αφορμή τους παραπάνω προβληματισμούς, διερευνήθηκε η ικανότητα νηπίων να ανταποκριθούν σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς, μέσω προβλημάτων μερισμού και μέτρησης. Λόγω του ότι δεν υπάρχουν δεδομένα για την ανταπόκριση των παιδιών σε καταστάσεις μοιρασιάς μέσω εικονογραφημένου βιβλίου έγινε προσπάθεια να διερευνηθεί το ρόλο που παίζει το πλαίσιο στις απαντήσεις των μικρών παιδιών.

## Θεωρητικό υπόβαθρο

### *Ερευνητικά δεδομένα για τη διαίρεση στο νηπιαγωγείο*

Οι έρευνες για τη διαίρεση στο νηπιαγωγείο φαίνεται να εμπλέκουν και τους δύο τύπους θεμάτων - μερισμού και μέτρησης - για τη διερεύνηση των ικανοτήτων των μικρών παιδιών να ανταποκριθούν σε καταστάσεις μοιρασιάς. Τα αποτελέσματά τους δείχνουν ότι τα παιδιά από πολύ μικρά είναι ικανά να πραγματοποιούν δίκαιες μοιρασιές χρησιμοποιώντας ποικίλες στρατηγικές, όπως η 'ένα προς ένα' και η 'ένα προς πολλά' αντιστοίχιση, η καταμέτρηση, η

άμεση εκτίμηση και η κυκλική διανομή μεταξύ άλλων. Επίσης, δείχνουν ότι οι διαιρέσεις μέτρησης δυσκολεύουν περισσότερο τα μικρά παιδιά από τις διαιρέσεις μερισμού και σε κάθε περίπτωση είναι δύσκολη για τα μικρά παιδιά η αντίληψη της αντίστροφης σχέσης μεταξύ του αριθμού των αποδεκτών και του μεγέθους των μεριδιών. Αυτό φάνηκε σε έρευνα (Correa, 1995 στο Nunes & Bryant, 2007) στην οποία παρουσιάστηκαν στα παιδιά (5-7 ετών) μία σειρά από καταστάσεις, στις οποίες έπρεπε να μοιραστεί ο ίδιος αριθμός ζαχαρωτών σε δύο πάρτι με παραλήπτες λαγούς. Ο αριθμός των ζαχαρωτών ήταν ίδιος και στα δύο πάρτι. Δόθηκαν δύο ειδών προβλήματα, μερισμού και μέτρησης. Στα προβλήματα μερισμού στις μισές δοκιμασίες υπήρχαν ίδια μερίδια στα πιάτα και στις άλλες μισές υπήρχαν διαφορετικά. Η στρατηγική που χρησιμοποίησαν τα παιδιά στα προβλήματα μερισμού ήταν η 'ένα προς ένα' αντιστοιχισή. Για να επαληθεύσουν, αν η μοιρασιά ήταν δίκαιη, καταμετρούσαν τις μοιρασμένες ποσότητες. Στα προβλήματα μέτρησης, τα παιδιά καλούνταν να αποφασίσουν το πλήθος των λαγών που έπρεπε να προσκαλέσουν στα δύο πάρτι. Τα αποτελέσματα, έδειξαν, ότι τα παιδιά σημείωσαν σημαντικά καλύτερη επίδοση στις περιπτώσεις με το ίδιο μερίδιο. Στα προβλήματα μέτρησης, τα παιδιά, χωρίζαν σε ομάδες τα μερίδια, προκειμένου να σχηματίσουν μια αντιστοιχία, μεταξύ των μεριδιών και των παραληπτών, 'ένα προς πολλά'. Περισσότερο τους δυσκόλεψε να κατανοήσουν τα προβλήματα μέτρησης που απαιτούσαν την αντίληψη της αντίστροφης σχέσης παραληπτών μεριδίου.

Ανάλογα ήταν και τα αποτελέσματα έρευνας με τον ίδιο στόχο, που πραγματοποιήθηκε σε παιδιά ηλικίας 6, 7 και 8 ετών (Desli, 1994 στο Nunes & Bryant, 2007). Δόθηκαν στα παιδιά σοκολάτες (συνεχές υλικό) για να τις μοιράσουν σε δύο ομάδες παιδιών. Ο αριθμός των σοκολάτων διατηρούνταν σταθερός και αυξομειωνόταν ο αριθμός των παιδιών στις ομάδες. Έτσι, ζητήθηκε από τα παιδιά να απαντήσουν αν οι δύο ομάδες θα λάβουν την ίδια ποσότητα σοκολάτας ή αν η μία ομάδα θα έπαιρνε περισσότερη από την άλλη. Τα αποτελέσματα, έδειξαν ότι ένα ποσοστό των παιδιών πίστευε ότι η ομάδα με τους περισσότερους παραλήπτες θα λάμβανε μεγαλύτερη ποσότητα. Τα παιδιά, παρερμήνευσαν την αντίστροφη σχέση διαιρετή-πηλίκου σε μια προσπάθεια τους να λάβουν υπόψη και τις δύο μεταβλητές.

Οι Pepper & Hunting (1998), για τη διερεύνηση του πώς η καταμέτρηση και η μοιρασιά σχετίζονται μεταξύ τους, εξέτασαν τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα νήπια για να μοιράσουν αντικείμενα. Οι ερευνητές έθεσαν τρία προβλήματα: στο πρώτο πρόβλημα, τα παιδιά, έπρεπε να μοιράσουν δώδεκα μπισκότα σε δύο κούκλες, στο δεύτερο εισήχθη τρίτη κούκλα καλώντας τα να μοιράσουν είκοσι ένα μπισκότα στις τρεις κούκλες και στο τρίτο ειπώθηκε ότι η κάθε κούκλα είχε χρήματα στην τσέπη της. Αφού τοποθετήθηκε ένα κουτί μπροστά από κάθε κούκλα, ζητήθηκε να μοιράσουν δίκαια τα χρήματα στα κουτιά. Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι η καταμέτρηση χρησιμοποιήθηκε είτε στο τέλος για επαλήθευση, είτε ενδιάμεσα κατά τη διανομή, σε συνδυασμό με άλλες στρατηγικές όπως η άμεση εκτίμηση, η οποία χρησιμοποιήθηκε για τη δίκαιη μοιρασιά, και η συστηματική μοιρασιά, μέσω κυκλικής διανομής.

Προνήπια και νήπια (4-6 ετών) είναι ικανά να πάρουν τα μισά από ένα σύνολο αντικειμένων που τους παρουσιάζεται. Αυτό έδειξε έρευνα με στόχο τη διερεύνηση της κατανόησης του μισού από τα μικρά παιδιά (Tirosh, Tsamir, Tabach, Levenson & Barkai, 2011). Η στρατηγική

που χρησιμοποίησαν στηριζόταν στη δημιουργία δύο συλλογών με ίσο αριθμό στοιχείων από τις οποίες, στη συνέχεια, έπαιρναν τη μία. Όμως αυτό που διαπιστώθηκε από τις ερευνήτριες ήταν ότι τα παιδιά ενδιαφέρονταν περισσότερο να δημιουργήσουν δύο συλλογές, παρά να είναι αυτές οι συλλογές ίσες.

Επιπλέον παράγοντας που έχει διερευνηθεί για τις καταστάσεις μοιρασιάς είναι η επίδραση του τύπου του υλικού, που χρησιμοποιείται προς μοίρασμα, αλλά και του πλαισίου, στις στρατηγικές των παιδιών. Σε έρευνα, στην οποία διερευνήθηκε η ικανότητα παιδιών νηπιαγωγείου να μοιράζουν ποικίλους τύπους αντικειμένων σε δύο διαφορετικά πλαίσια, ερωτηματολόγιο και επιτραπέζιο παιχνίδι, φάνηκε ότι τα παιδιά ανάλογα με το πλαίσιο και τον τύπο των αντικειμένων χρησιμοποιούσαν διαφορετικές στρατηγικές (Skoumpourdi & Sofikiti, 2009). Στα προβλήματα μερισμού του ερωτηματολογίου, τα παιδιά μοίρασαν τα διακριτά αντικείμενα 'ανά 1', αλλά, ανάλογα με την ποσότητα των αντικειμένων, αυτή η στρατηγική μετατρέποταν σε μοιρασιά 'ανά 2', 'ανά 3' κοκ. Στο επιτραπέζιο παιχνίδι, λόγω της φύσης του, οι στρατηγικές τους περιορίστηκαν στο μοίρασμα 'ανά 1', γιατί συσχετίστηκαν με τον σκοπό του παιχνιδιού. Στα προβλήματα μέτρησης του ερωτηματολογίου, τα παιδιά χώρισαν τα αντικείμενα σε ομάδες και στη συνέχεια τις μέτρησαν. Παρατηρήθηκε, ότι τα παιδιά δυσκολεύτηκαν περισσότερο με τα προβλήματα μέτρησης σε σχέση με τα προβλήματα μερισμού και αυτό γιατί χρειάζονταν πολύ περισσότερο χρόνο προκειμένου να κατανοήσουν τι ακριβώς τους ζητούσε το πρόβλημα.

Η ικανότητα των παιδιών να μοιράζουν δίκαια επηρεάζεται και από την παρουσία του ερευνητή. Αυτό έδειξαν τα αποτελέσματα έρευνας με στόχο τη διερεύνηση της ικανότητας παιδιών προσχολικής ηλικίας για δίκαιη μοιρασιά (Ζαχάρος, 2006), κατά τη συμμετοχή τους σε κλινικές συνεντεύξεις. Τα παιδιά υπό την παρουσία του ερευνητή μοίραζαν δίκαια, ενώ όταν οι δραστηριότητες πραγματοποιούνταν στην αίθουσα διδασκαλίας χωρίς τη συμμετοχή ερευνητή, οι επιδόσεις των παιδιών διαφοροποιούνταν. Τα παιδιά σε ομάδες των δύο και τριών ατόμων, καλούνταν να μοιράσουν 12 ζελεδάκια σε ξύλινα ζωάκια. Αφού, δόθηκαν οι οδηγίες, ο ερευνητής αποσύρθηκε ενώ κάποιος άλλος βιντεοσκοπούσε κρυφά. Παρατηρήθηκε, ότι κανένα παιδί δεν ασχολήθηκε με τη μέθοδο της διανομής, αλλά το μόνο που τους ενδιέφερε ήταν να εξασφαλίζουν το μερίδιο που επιθυμούσαν, παρόλο, που κάποια εξέφρασαν τη δυσαρέσκεια τους με τη μέθοδο αυτή. Αυτό που διαπιστώθηκε ήταν ότι τα παιδιά χρειάζονταν τη βοήθεια του ερευνητή, και αυτό γιατί σε μια προηγούμενη έρευνα, υπό την παρουσία του, κατάφεραν να μοιράσουν σε δύο κούκλες έξι αντικείμενα.

### ***Το εικονογραφημένο βιβλίο ως πλαίσιο για τις μαθηματικές δραστηριότητες***

Για τη διδασκαλία των μαθηματικών, ειδικά στις μικρές ηλικίες, απαιτείται η ύπαρξη ενός περιβάλλοντος το οποίο θα εμπλέκει τα παιδιά ενεργά στη διαδικασία της μάθησης και θα τα βοηθάει να οικοδομήσουν τη γνώση. Μεταξύ των περιβαλλόντων που προτείνονται για την πλαισίωση των μαθηματικών δραστηριοτήτων, στις σύγχρονες προτάσεις της διδακτικής των μαθηματικών, είναι και η παιδική λογοτεχνία (Nicol & Crespo, 2005· Van Den Heuvel-Panhuizen, 2005). Οι μαθηματικές ιδέες και έννοιες που είναι σαφείς ή υπόδηλες σε ένα εικονογραφημένο βιβλίο μπορούν να υποστηρίξουν την οικοδόμηση και την ανάπτυξη της

μαθηματικής σκέψης των παιδιών (Elia, Van Den Heuvel-Panhuizen & Georgiou, 2010). Μέσω του εικονογραφημένου βιβλίου τα παιδιά αποκτούν (άτυπες) εμπειρίες οι οποίες ενσωματώνουν μαθηματικά αντικείμενα και δομές (Ginsburg & Seo, 1999). Αυτή η άτυπη γνώση που αποκτούν τα παιδιά μπορεί να αποτελέσει τη βάση για τη θεμελίωση μιας πιο τυπικής και γενικευμένης κατανόησης των μαθηματικών εννοιών. Πιο συγκεκριμένα, έρευνες (Hong, 1996; Jennings, Jennings, Richey & Dixon-Kraus, 1992; Young-Loveridge, 2004) οι οποίες χρησιμοποίησαν ως αφόρμηση, για τον σχεδιασμό μαθησιακών δραστηριοτήτων, εικονογραφημένο βιβλίο, κατέγραψαν βελτίωση στη μαθηματική επίδοση των μαθητών, αύξηση του ενδιαφέροντός τους για τα μαθηματικά, καθώς και αύξηση της χρήσης μαθηματικού λεξιλογίου στο ελεύθερο παιχνίδι τους. Επιπλέον, έχει φανεί ότι ακόμα και η απλή ανάγνωση εικονογραφημένου βιβλίου στα παιδιά, χωρίς σαφή πρόθεση για διδασκαλία ή παρακίνηση, ενισχύει την εμπλοκή τους στις μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες του βιβλίου (Van Den Heuvel-Panhuizen & Van Den Boogaard, 2008). Επίσης, μέσω του εικονογραφημένου βιβλίου μπορεί να παραχθεί ένα μοντέλο, να απεικονιστεί μια έννοια, να τεθεί ένας προβληματισμός, να ενθαρρυνθεί η διερεύνηση (Griffiths & Clyne, 1991).

Από τις εικόνες και την ανάγνωση της ιστορίας του βιβλίου, τα παιδιά αποκτούν κίνητρο για συμμετοχή και αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες για να αναπτύξουν δραστηριότητες οι οποίες συνδέουν τις μαθηματικές ιδέες και έννοιες με τα γεγονότα της καθημερινής τους ζωής καθώς και με τα άλλα γνωστικά αντικείμενα (Casey, Erkut, Ceder & Mercer Young, 2008; Lowe, 2007; Morrow & Gambrell, 2004). Οι προβληματισμοί που τίθενται, από το κεντρικό πρόσωπο και τους άλλους χαρακτήρες της ιστορίας, καθώς και από την εκπαιδευτικό, οδηγούν το μικρό παιδί στην ανάληψη ρόλων και πρωτοβουλιών για τη δημιουργική επίλυσή τους. Εμπλέκονται σε καταστάσεις έκπληξης, μυστηρίου, περιπέτειας, αποβάλλοντας τα αρνητικά τους συναισθήματα (π.χ. φόβος, άγχος, αντιπάθεια) απέναντι σε ένα μαθηματικό αντικείμενο και εμπλέκονται νοητικά και συναισθηματικά παρακινούμενα να σκεφτούν μαθηματικά (Κολέζα, 2009).

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι το ερευνητικό ενδιαφέρον για τη διαίρεση, μέσω καταστάσεων μοιρασιάς, εστιάζει στους παράγοντες που επηρεάζουν τις δράσεις των μικρών παιδιών, στην αντίληψη της δίκαιης μοιρασιάς και της έννοιας του μισού, στο πώς αντιμετωπίζουν τα προβλήματα μερισμού και πώς τα προβλήματα μέτρησης και τι στρατηγικές χρησιμοποιούν για να τα προσεγγίσουν, καθώς και αν αντιλαμβάνονται τις αντίστροφες σχέσεις που δημιουργούνται. Οι δραστηριότητες των παραπάνω ερευνών πλαισιώθηκαν με ψευδο-σενάρια, ερωτηματολόγια, κλινικές συνεντεύξεις, καθώς και επιτραπέζια παιχνίδια. Τα υλικά που χρησιμοποιούνται και τα οποία οδηγούν στην ανάδυση διαφορετικών στρατηγικών είναι κυρίως απτικά, ποικίλων τύπων, διακριτά, σύνθετα και συνεχή. Καμία μελέτη δεν έχει διερευνήσει τις δράσεις μοιρασιάς των νηπίων μέσω εικονογραφημένου βιβλίου παρόλο που αναδεικνύεται ο ρόλος του τόσο στη συναισθηματική όσο και στη γνωστική εμπλοκή των μικρών παιδιών. Για τον λόγο αυτόν, στη συγκεκριμένη εργασία διερευνάται η ικανότητα νηπίων να ανταποκριθούν σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς μέσω εικονογραφημένου βιβλίου.

## **Σκοπός της έρευνας και ερευνητικά ερωτήματα**

Ο σκοπός της έρευνας ήταν η διερεύνηση των ικανοτήτων των νηπίων να ανταποκριθούν στις καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς εικονογραφημένου βιβλίου και η καταγραφή των παραμέτρων που επηρέασαν τις απαντήσεις τους. Η υπόθεση που διατυπώθηκε ήταν ότι μέσω του επικοινωνιακού πλαισίου που βασίζεται στην ιστορία και τις εικόνες του εικονογραφημένου βιβλίου, το οποίο σχετίζεται άμεσα με γεγονότα της καθημερινότητας, τα νήπια θα έβρισκαν λύση στους προβληματισμούς, ανταποκρινόμενα στις καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς που τίθενται.

Τα ερευνητικά ερωτήματα που τέθηκαν ήταν τα εξής: 1α. Είναι ικανά τα νήπια να ανταποκριθούν σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς, μέσω προβλημάτων μερισμού, που τίθενται στο εικονογραφημένο βιβλίο; 1β. Τι στρατηγικές χρησιμοποιούν; 2α. Είναι ικανά τα νήπια να ανταποκριθούν σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς, μέσω προβλημάτων μέτρησης, όπως διαμορφώθηκαν στο εικονογραφημένο βιβλίο; 2β. Τι στρατηγικές χρησιμοποιούν; 3. Ποια στοιχεία του εικονογραφημένου βιβλίου επηρεάζουν τις απαντήσεις των νηπίων;

## **Μεθοδολογία**

### ***Το εικονογραφημένο βιβλίο***

Το εικονογραφημένο που χρησιμοποιήθηκε για την πραγματοποίηση της έρευνας ήταν το βιβλίο: «Η πόρτα χτύπησε» (“The doorbell rang”: Hutchins, 1986). Το συγκεκριμένο εικονογραφημένο χρησιμοποιήθηκε γιατί δεν βρέθηκε αντίστοιχο ελληνόγλωσσο βιβλίο να διαπραγματεύεται καταστάσεις μοιρασιάς με τέτοιο τρόπο: 1. Παρουσιάζει καταστάσεις προβληματισμού οικείες στα παιδιά και με πιθανότητα να έχουν βιωθεί στην καθημερινή πραγματικότητα των παιδιών. 2. Περιλαμβάνει επαναλαμβανόμενες μοιρασιές στις οποίες η ποσότητα προς μοίρασμα παραμένει σταθερή. 3. Αναφέρει την απάντηση του κάθε προβληματισμού, την οποία παρουσιάζει σε διαφορετική σελίδα και πριν τεθεί ο επόμενος (βλ. Παράρτημα).

Στο βιβλίο αυτό, το κείμενο είναι πολύ μικρό και αφορά σε μια ενδιαφέρουσα ιστορία η οποία θα μπορούσε να είναι και πραγματική. Η μητέρα έχει φτιάξει μπισκότα και προτείνει στα δύο της παιδιά να τα μοιράσουν μεταξύ τους. Κάθε φορά που αποφασίζουν τα παιδιά πώς θα μοιράσουν τα μπισκότα έρχεται η ανατροπή. Χτυπάει η πόρτα και εμφανίζονται και άλλα παιδιά. Έτσι, η μοιρασιά πρέπει να γίνει από την αρχή. Η διαδικασία τελειώνει μόλις ο αριθμός των παραληπτών εξισωθεί με την ποσότητα των μπισκότων.

Πιο συγκεκριμένα, παρουσιάζεται μια πιατέλα με δώδεκα (12) μπισκότα και δύο παιδιά, που καλούνται να μοιράσουν τα μπισκότα μεταξύ τους. Μόλις αποφασίσουν πόσα μπισκότα θα πάρει το καθένα (χωρίς να τα μοιράσουν στην πράξη) χτυπάει το κουδούνι και έρχονται δύο φίλοι τους, οπότε καλούνται να (ξανα)μοιράσουν τα μπισκότα μεταξύ τους. Μόλις αποφασίσουν πόσα μπισκότα θα πάρει το καθένα από τα τέσσερα παιδιά (χωρίς να τα μοιράσουν στην πράξη) χτυπάει το κουδούνι και έρχονται άλλοι δύο φίλοι τους, οπότε καλούνται να (ξανα)μοιράσουν τα μπισκότα μεταξύ τους. Μόλις αποφασίσουν πόσα

μπισκότα θα πάρει το καθένα από τα έξι παιδιά (χωρίς να τα μοιράσουν στην πράξη) χτυπάει το κουδούνι και έρχονται άλλοι έξι φίλοι τους, οπότε καλούνται να (ξανα)μοιράσουν τα μπισκότα μεταξύ τους. Μόλις αποφασίσουν πόσα μπισκότα θα πάρει το καθένα από τα δώδεκα παιδιά και τα μοιράζουν, παίρνοντας το καθένα από ένα μπισκότο, χτυπάει το κουδούνι και είναι η γιαγιά που φέρνει και άλλα πολλά μπισκότα για τα παιδιά.

### **Δείγμα και διαδικασία πιλοτικής έρευνας**

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε σε ένα νηπιαγωγείο της Ρόδου. Το νηπιαγωγείο επιλέχθηκε με κριτήριο αφενός την προηγούμενη συνεργασία με τη νηπιαγωγό και αφετέρου το γεγονός ότι τα νήπια είχαν ασχοληθεί με καταστάσεις μοιρασιάς στη διάρκεια της χρονιάς. Το δείγμα της έρευνας αποτέλεσαν τα παιδιά του νηπιαγωγείου (24 μαθητές: 12 αγόρια και 12 κορίτσια, μέσου κοινωνικοοικονομικού υπόβαθρου). Τα νήπια έλαβαν μέρος στην έρευνα σε ζευγάρια όπως πρότεινε η νηπιαγωγός, η οποία και τα χώρισε με βάση τις γνωστικές και επικοινωνιακές τους ικανότητες (δημιούργησε τέσσερις ομάδες νηπίων όπου κάθε ομάδα περιλάμβανε από τρία ζευγάρια νηπίων με 'πολύ καλή', 'μέτρια' και 'χαμηλή' επίδοση και επικοινωνία) για να μπορέσουν να επικοινωνήσουν με την ερευνήτρια με μεγαλύτερη άνεση. Κάθε ζευγάρι βρισκόταν με την ερευνήτρια σε ιδιαίτερο χώρο, εκτός της τάξης και η όλη διαδικασία βιντεοσκοπήθηκε.

Πριν την κυρίως έρευνα, το εικονογραφημένο βιβλίο χρησιμοποιήθηκε, πιλοτικά, με δύο τρόπους<sup>2</sup> για να αποφασιστεί αν και πώς μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως ερευνητικό εργαλείο: 1. Η ερευνήτρια διάβασε όλη την ιστορία χωρίς να σταματήσει και χωρίς να θέσει κάποιο ερώτημα και στη συνέχεια προέτρεψε τα νήπια να διηγηθούν την ιστορία. 2. Η ερευνήτρια διάβαζε την ιστορία<sup>3</sup> και σταματούσε σε κάθε σελίδα που υπήρχε προβληματισμός για να θέσει το ερώτημα στα νήπια και να περιμένει την απάντησή τους (χρησιμοποιήθηκε, εκτός από το βιβλίο και επιπλέον απτικό υλικό: πιάτο και μπισκότα φωτοτυπημένα).

Η πρώτη πιλοτική εφαρμογή διερεύνησε αν η απλή ανάγνωση του εικονογραφημένου βιβλίου, χωρίς σαφή πρόθεση για διδασκαλία ή παρακίνηση, προάγει τη μαθηματική εμπλοκή των νηπίων (6 νήπια: 2 κορίτσια και 4 αγόρια). Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι τα νήπια, μέσα από την ιστορία και τις εικόνες, αντιλήφθηκαν κάποια από τα μαθηματικά στοιχεία. Για παράδειγμα, στο ζευγάρι με την πολύ καλή επίδοση και επικοινωνία, το ένα νήπιο διηγήθηκε με άνεση την ιστορία, κάνοντας φανερό ότι την κατανόησε και αντιλήφθηκε ότι όσο αυξανόταν ο αριθμός των παραληπτών, τόσο μειωνόταν η ποσότητα των μπισκότων που αντιστοιχούσε στον καθέναν. Στις διευκρινιστικές ερωτήσεις που τέθηκαν και αφορούσαν στην ποσότητα των παιδιών και των μπισκότων που μοιράστηκαν απάντησαν σωστά. Τα άλλα δύο ζευγάρια παιδιών δεν μπόρεσαν να αφηγηθούν την ιστορία και έτσι την αφηγήθηκαν μέσω ερωτήσεων που τέθηκαν από την ερευνήτρια. Το ζευγάρι νηπίων με τη μέτρια επίδοση και επικοινωνιακή ικανότητα απάντησε σωστά σε όλες τις ερωτήσεις που τέθηκαν. Το ζευγάρι με τη χαμηλή επίδοση και επικοινωνιακή ικανότητα, παρόλο που κατανόησε ότι οι ήρωες της ιστορίας μοιράζονταν μπισκότα, δεν έδωσαν καθόλου ποσοτικές απαντήσεις.



Η δεύτερη πιλοτική εφαρμογή διερεύνησε αν η χρήση απτικού υλικού διευκολύνει τον συλλογισμό των νηπίων στις επαναλαμβανόμενες μοιρασιές (6 νήπια: 4 κορίτσια και 2 αγόρια). Από τα αποτελέσματα φάνηκε ότι τα παιδιά χειρίστηκαν το πιάτο με τα μπισκότα περισσότερο σαν φαγητό παρά σαν βοηθητικό υλικό για να οδηγηθούν στη λύση των προβλημάτων μοιρασιάς (μερισμού και μέτρησης). Περιεργάζονταν συνεχώς τα μπισκότα και ρωτούσαν πληροφορίες για την κατασκευή τους και αυτό είχε ως αποτέλεσμα να μην μπορούν να παρακολουθήσουν πλήρως την πλοκή της ιστορίας και άρα να μην μπορούν να επικεντρωθούν στην επίλυση των προβλημάτων.

### **Διαδικασία έρευνας**

Με δεδομένο ότι το εικονογραφημένο βιβλίο ενέπλεξε σε μαθηματική επικοινωνία τα νήπια, καθώς και ότι η χρήση απτικού υλικού περισσότερο ενέπλεξε συναισθηματικά τα νήπια παρά διευκόλυνε τον συλλογισμό τους, όπως φάνηκε παραπάνω, πραγματοποιήθηκε η κύρια έρευνα στην οποία το εικονογραφημένο βιβλίο χρησιμοποιήθηκε με δύο διαφορετικούς τρόπους: 1α) Η ερευνήτρια διάβαζε την ιστορία και σταματούσε σε κάθε σελίδα που υπήρχε προβληματισμός, ως πρόβλημα μερισμού, για να θέσει το ερώτημα στα νήπια και να περιμένει την απάντησή τους (6 νήπια: 4 κορίτσια και 2 αγόρια). 1β) Το βιβλίο χρησιμοποιήθηκε με τον ίδιο, με τον προηγούμενο, τρόπο, μόνο που στην περίπτωση αυτή είχαν γίνει αλλαγές στις ερωτήσεις και στην εικονογράφηση του βιβλίου. Μετασηματίστηκαν οι διαιρέσεις μερισμού σε διαιρέσεις μέτρησης και καλύφθηκαν οι εικόνες των παραληπτών, εφόσον ήταν το ζητούμενο, ενώ η ποσότητα των μπισκότων έμεινε εμφανής (6 νήπια: 2 κορίτσια και 4 αγόρια).

Παρακάτω παρουσιάζονται και αναλύονται τα αποτελέσματα για τις δύο αυτές εφαρμογές: για τα προβλήματα μερισμού και για τα προβλήματα μέτρησης.

### **Αποτελέσματα**

#### **Προβλήματα μερισμού**

Κάθε ζευγάρι νηπίων χειρίστηκε με διαφορετικό τρόπο τις καταστάσεις μοιρασιάς, οι οποίες είχαν τη μορφή προβλημάτων μερισμού και οι στρατηγικές που χρησιμοποίησαν ήταν ποικίλες: μοίρασμα μετά από χωρισμό της ποσότητας στη μέση, μοίρασμα ανά-1, μοίρασμα ανά-3 και συνδυασμό τους.

Πιο συγκεκριμένα, το πρώτο ζευγάρι (2 κορίτσια: K1 & K2), μαθήτριες με πολύ καλή επίδοση στα μαθηματικά και άνεση στην επικοινωνία, βρήκε το μερίδιο που αναλογεί σε κάθε παιδί, με επιτυχία στα 3 από τα 4 προβλήματα. Η στρατηγική που χρησιμοποίησαν ήταν ο χωρισμός της ποσότητας στη μέση και στη συνέχεια το μοίρασμά της ατομικά ή σε ζευγάρια, όταν ο αριθμός των παιδιών ήταν μικρός (στις δύο πρώτες καταστάσεις). Όταν αυξήθηκε ο αριθμός των παιδιών χρησιμοποίησαν μοίρασμα ανά-3 και μοίρασμα ανά-1. Συνήθως το ένα κορίτσι έδινε την απάντηση και το άλλο την εξηγούσε. Πιο συγκεκριμένα, μόλις τέθηκε το πρώτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 2), το ένα νήπιο απάντησε ότι το κάθε παιδί θα πάρει από έξι μπισκότα. Η εξήγηση

*Εικονογραφημένο βιβλίο με καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς και οι δράσεις των νηπίων*

δόθηκε με τη χρήση του πιάτου με τα μπισκότα, που υπήρχε στην εικόνα του βιβλίου. Τοποθέτησε το δάκτυλό της στο πιάτο με τα μπισκότα με τέτοιο τρόπο ως να μοίραζε την ποσότητα των μπισκότων στη μέση (Φωτ. 1). Στη συνέχεια έδειξε τα μισά μπισκότα του πιάτου, ορίζοντας ότι αυτά θα πάρει το αγόρι και τα υπόλοιπα το κορίτσι. Χαρακτηριστικός είναι ο διάλογος (όπου 'Ε': ερευνήτρια, 'Κ': κορίτσι):

Ε: Πόσα μπισκότα λέτε ότι θα πάρει το κάθε παιδί;

Κ1: Εγώ λέω 6!

Ε: Είσαι σίγουρη;

Κ1: Ναι.

Ε: Πώς το σκέφτηκες;

Κ2: Ξέρω πόσα θα πάρουν (Στρέφεται στη σελίδα που αναπαριστά το πιάτο με τα μπισκότα). Θα τα χωρίσουμε στη μέση (Τοποθετεί το χέρι της στη μέση της ποσότητας των μπισκότων, δείχνει τα μισά μπισκότα του πιάτου) ... αυτό θα το πάρει το αγόρι (Δείχνει τα άλλα μισά μπισκότα του πιάτου) ... Και αυτό το κορίτσι.

Ε: Πόσα δηλαδή θα πάρει το κάθε παιδί;

Κ2: 6.



**Φωτ. 1 Μοιρασιά 12 μπισκότων σε 2 παιδιά**

Στο δεύτερο πρόβλημα, («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 4), τα κορίτσια, έδωσαν λανθασμένη απάντηση, λέγοντας ότι το κάθε παιδί θα πάρει από οκτώ μπισκότα. Στην αρχή μοίρασαν ανά-1 τα μπισκότα του πιάτου στα δύο παιδιά που κάθονταν στο τραπέζι, ενώ στη συνέχεια, που αντιλήφθηκαν ότι τα παιδιά ήταν τέσσερα, δύο στο τραπέζι και δύο στην πόρτα, η εξήγησή τους ξεκίνησε με παρόμοιο, με τον προηγούμενο, τρόπο, όπου χώρισαν, με το χέρι, το πιάτο με τα μπισκότα στη μέση, αλλά αυτή τη φορά τα απόδωσαν σε ζευγάρια παιδιών για να τα μοιράσουν μεταξύ τους. Αξίζει να σημειωθεί ότι τα ζευγάρια παιδιών που ανέφεραν ότι θα μοιράσουν τα μπισκότα ήταν του ίδιου φύλου. Δείχνοντας τη μισή ποσότητα των μπισκότων του πιάτου λέει το νήπιο: «αυτό εδώ θα το μοιραστεί το αγόρι (δείχνει το αγόρι που βρίσκεται στο τραπέζι) με αυτό το αγοράκι (δείχνει το αγόρι που στέκεται στην πόρτα) και αυτό εδώ (δείχνει την άλλη μισή ποσότητα του πιάτου) θα το μοιραστεί αυτό το κοριτσάκι (δείχνει το κορίτσι που βρίσκεται στο τραπέζι) με αυτό το κορίτσι (δείχνει το κορίτσι που στέκεται στην πόρτα)».

Στο τρίτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 6), ενώ αρχικά έδωσαν τη σωστή απάντηση, λέγοντας ότι αναλογούν δύο μπισκότα στο κάθε παιδί, στη συνέχεια, κατά την αιτιολόγηση της απάντησής τους, φάνηκε να προβληματίζονται και να την αλλάζουν λέγοντας ότι κάθε παιδί θα πάρει τρία μπισκότα. Η αλλαγή της απάντησής τους ίσως να οφείλεται στη λανθασμένη απάντηση που έδωσαν στο προηγούμενο πρόβλημα ή στο ότι η ερώτηση, 'πώς το σκέφτηκες' ερμηνεύεται από τα νήπια ως να μη γίνεται η πρότερη απάντησή τους άμεσα δεκτή από την ερευνήτρια και άρα ότι είναι λανθασμένη. Έτσι, την άλλαξαν, αλλά στην αιτιολόγησή τους δεν έλαβαν υπόψη τους όλα τα δεδομένα. Το κορίτσι που ανέλαβε να αιτιολογήσει, στράφηκε στην εικόνα με τα τέσσερα παιδιά που κάθονταν στο τραπέζι και με κινήσεις των χεριών, μοίρασε τα μπισκότα ανά τρία, ενώ για τα δύο παιδιά που στέκονταν στην πόρτα είπε ότι θα πάρουν ότι περίσσεια, δηλαδή ένα το καθένα (ενώ στην πραγματικότητα δεν είχε περισσέψει κανένα μπισκότο). Για να διευκολυνθεί στην εξήγησή της έδωσε ονόματα στα παιδιά, τους μοίρασε τα μπισκότα και υπέθετε κάθε φορά ότι το παιδί έφαγε τα τρία μπισκότα που του μοίρασε και άρα δεν ήταν πια διαθέσιμα. Όμως, το γεγονός ότι τα μπισκότα συνέχιζαν να υπάρχουν στην εικόνα μέρδισε το κορίτσι, το οποίο ανέφερε ότι «περισσεύουν και δύο μπισκότα, για να πάρει, από ένα, το κάθε παιδί, που στέκεται στην πόρτα», ενώ στην πραγματικότητα τα δώδεκα μπισκότα είχαν ήδη μοιραστεί (από τρία) στα τέσσερα παιδιά του τραπεζιού.

Στο τέταρτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 12), είπαν ότι το κάθε παιδί θα πάρει από ένα μπισκότο χρησιμοποιώντας ως εξήγηση ότι ήρθαν πολλά παιδιά. Έπειτα, είπαν ότι μπορεί να είναι και επτά λέγοντας ότι τα παιδιά στην πόρτα είναι επτά. Όταν τελικά μέτρησαν τα παιδιά στην πόρτα και τα παιδιά στο τραπέζι είπαν έξι και έξι κάνουν δώδεκα, οπότε ένα στο καθένα. Στην περίπτωση αυτή, τα δύο κορίτσια, έλαβαν υπόψη τους, από την αρχή, το σύνολο όλων των παιδιών, αυτών του τραπεζιού και αυτών της πόρτας και μετά έκαναν τη μοιρασιά. Σε αυτό ίσως βοήθησε και το σχόλιο της ερευνήτριας για την ανισομερή κατανομή, στο προηγούμενο πρόβλημα, «αυτά τα παιδιά θα φάνε τόσα πολλά και εκείνα μόνο ένα;».

Το δεύτερο ζευγάρι (2 κορίτσια: K3 & K4), μαθήτριες με μέτρια επίδοση και μέτρια ικανότητα επικοινωνίας, κατά τη νηπιαγωγό, δεν έδωσε καμία σωστή απάντηση. Ο τρόπος που απαντούσαν δεν φάνηκε να βασίζεται σε κάποια στρατηγική εφόσον ο αριθμός που ανέφεραν ως απάντηση σχετιζόταν είτε με τον αριθμό των παιδιών της εικόνας είτε με την αριθμητική απάντηση που δινόταν από το βιβλίο στην προηγούμενη ερώτηση.

Στο πρώτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 2), είπαν ότι τα παιδιά θα πάρουν από επτά μπισκότα το καθένα γιατί «επτά και επτά μας κάνουν δεκατέσσερα», ενώ προηγουμένως είχε λεχθεί ότι η συνολική ποσότητα των μπισκότων ήταν δώδεκα. Αυτή η απάντηση μπορεί να οφείλεται στο ότι ξέχασαν την αρχική ποσότητα των μπισκότων γιατί γνώριζαν ότι επτά και επτά δεν κάνει δώδεκα, αλλά δεκατέσσερα. Αυτό ίσως να επιβεβαιώνεται από το γεγονός ότι όταν άκουσαν, στη συνέχεια της ιστορίας, ότι τα παιδιά πήραν από έξι μπισκότα το κορίτσι που είχε απαντήσει, είπε «επειδή έξι και έξι μας κάνουν δώδεκα».

Στο δεύτερο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 4), αρχικά απάντησαν ότι θα πάρει από επτά μπισκότα το κάθε παιδί, εξηγώντας ότι τώρα «ήρθαν και άλλα παιδιά όποτε τα μπισκότα θα γίνουν δεκατέσσερα». Παρατηρούμε ότι το συγκεκριμένο ζευγάρι είτε δε συγκράτησε την αρχική ποσότητα των μπισκότων, παρόλο που την καταμέτρησε σωστά από την αρχή είτε θεώρησε ότι η αρχική ποσότητα αυξάνεται εφόσον αυξάνονται και τα παιδιά. Επίσης, δεν αιτιολόγησε τον αριθμό των μπισκότων που θα πάρει το κάθε παιδί. Ακόμα και όταν η ερευνήτρια τις προβλημάτισε με άλλες ερωτήσεις, δεν έδωσαν τη σωστή απάντηση. Τελικά, υποστήριξαν ότι θα πάρει τέσσερα μπισκότα το κάθε παιδί, επηρεασμένες ίσως από τον αριθμό των παιδιών στην εικόνα.

Στο τρίτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 6), αρχικά η απάντηση που δόθηκε ήταν ότι θα πάρει έξι μπισκότα το κάθε παιδί γιατί είναι έξι τα παιδιά. Ίσως ο αριθμός των παιδιών να επηρεάζει και την απάντησή τους, δηλαδή να εννοούσαν ότι θα καταναλωθούν έξι μπισκότα από τα έξι παιδιά και όχι ότι θα πάρει το καθένα από έξι. Στη συνέχεια, αφού μέτρησαν τα μπισκότα, είπαν «θα πάρει τέσσερα ο καθένας για να τους φτάσουν».

Στο τέταρτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 12), η απάντηση που δόθηκε ήταν ότι το κάθε παιδί θα πάρει από δύο μπισκότα χωρίς κάποια εξήγηση. Ίσως η απάντησή τους να επηρεάστηκε από τη σωστή απάντηση που δόθηκε από το βιβλίο στο προηγούμενο πρόβλημα ή να απάντησαν πόσα μπισκότα θα ήθελαν να πάρει το κάθε παιδί παρά πόσα πραγματικά θα μπορούσε να πάρει λαμβάνοντας υπόψη το σύνολο των μπισκότων και των παιδιών κάθε φορά. Όταν άκουσαν, στη συνέχεια της ιστορίας, ότι το κάθε παιδί πήρε από ένα μπισκότο, είπαν ότι αυτό γίνεται επειδή «είναι πολλά τα παιδιά».

Το τρίτο ζευγάρι (2 αγόρια: A1 & A2), μαθητές με χαμηλή επίδοση και επικοινωνιακή ικανότητα, αν και βρήκε τη σωστή απάντηση στα δύο από τα τέσσερα προβλήματα, δεν έδωσε πολλές εξηγήσεις. Τα νήπια αυτά δεν χρησιμοποίησαν από την αρχή μία συγκεκριμένη στρατηγική και έδιναν συνήθως διαφορετικές μεταξύ τους απαντήσεις. Αρχικά, το ένα παιδί έδινε απαντήσεις χωρίς να βασιστεί σε μαθηματικά κριτήρια, αλλά στην αίσθηση του δικαίου ενώ το άλλο προσπάθησε να μοιράσει την ποσότητα. Στη συνέχεια, ο τρόπος που απάντησαν τα νήπια άλλαξε και προκαλεί ενδιαφέρον, εφόσον η απάντησή τους φάνηκε να στηρίχτηκε στις απαντήσεις των προηγούμενων προβλημάτων παρά σε δικό τους υπολογισμό μέσω δράσης μοιρασιάς.

Συγκεκριμένα στο πρώτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 2), το ένα αγόρι, αρχικά, είπε ότι το κάθε παιδί θα πάρει από δύο μπισκότα, επηρεασμένο ίσως από τον αριθμό των παιδιών στην εικόνα, ενώ το άλλο είπε ότι θα μοιραστούν από πέντε μπισκότα «για να πάρει πέντε το ένα παιδί και πέντε το άλλο». Στη συνέχεια, παρόλο που υπολόγισαν ότι πέντε και πέντε κάνει δέκα και μέτρησαν ότι η συνολική ποσότητα των μπισκότων ήταν δώδεκα, δε βρήκαν τη σωστή απάντηση, αλλά μετά από προτροπή της ερευνήτριας συμφώνησαν ότι κάθε παιδί θα πάρει περισσότερα από

## Σκουμπουρδή και Χρυσανθή

πέντε μπισκότα. Χαρακτηριστικός είναι ο διάλογος (όπου 'Ε': ερευνήτρια, 'Α': αγόρι, '...': δεν απαντάει κανείς):

Ε: Πόσα μπισκότα λέτε ότι θα πάρει το κάθε παιδί;

A1: Εγώ λέω από 2.

Ε: Πώς το σκέφτηκες;

...

Ε: Πόσα λέτε;

A2: 5;

Ε: Πώς το σκέφτηκες; Θέλετε να μου δείξει ο καθένας σας πώς το σκέφτηκε;

A2: Γιατί μπορεί να πάρει 2 και να τα αφήσει στην άκρη και να φάει πρώτα το ένα και μετά το άλλο.

Ε: Εσύ πώς το σκέφτηκες; (Απευθύνεται στο Αγόρι 1).

A1: Τα μέτρησα (δείχνει την εικόνα του πιάτου με τα μπισκότα)

Ε: Για μέτρησε μου τα. Πόσα μπισκότα έχουμε;

A1: (Μετράει ένα – ένα) 13.

Ε: Πόσα μπισκότα λες ότι θα πάρει το κάθε παιδί;

Είναι 12 τα μπισκότα πόσα λες;

A1: 5 και 5;

Ε: Πόσα μας κάνει πέντε και πέντε;

A1: 10.

Ε: Πόσα μπισκότα έχουμε;

A1: 12.

Ε: Θα πάρουν 5 και 5; ή περισσότερα;

A2: Περισσότερα.

Ε: Πόσα περισσότερα;

...

Στο δεύτερο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 4), ο ένας μαθητής είπε ότι θα πάρει έξι μπισκότα το κάθε παιδί: «γιατί πήρανε τα δύο παιδιά έξι όποτε θα πάρουν έξι και τα άλλα». Η απάντηση καθώς και η αιτιολόγησή του φάνηκε ότι επηρεάστηκε από την απάντηση του βιβλίου, στο πρώτο πρόβλημα.

Στο τρίτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 6), ο ένας μαθητής, είπε ότι θα πάρουν από δύο το καθένα γιατί μετά το τρία είναι το δύο.

Παρόμοια και στο τέταρτο πρόβλημα («Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;», αριθμός μπισκότων: 12, αριθμός παιδιών: 12), είπε ότι θα πάρουν ένα μπισκότο ο καθένας γιατί μετά το δύο είναι το ένα. Το συγκεκριμένο ζευγάρι νηπίων, ενώ στα δύο πρώτα προβλήματα έδωσε λάθος απαντήσεις, στα επόμενα δύο, το ένα από τα δύο νήπια, έδωσε σωστές, αλλά με ένα ιδιαίτερο σκεπτικό, χωρίς να μπει στη διαδικασία να μοιράσει. Αυτό μπορεί να σημαίνει είτε ότι έδωσε τυχαία τις σωστές απαντήσεις είτε ότι αντιλήφθηκε ότι όσο το πλήθος των παιδιών αυξάνεται ενώ η ποσότητα των μπισκότων μένει σταθερή, τόσο μειώνεται η ποσότητα των μπισκότων που αντιστοιχεί σε κάθε παιδί. Όμως δεν ήταν σε θέση να αιτιολογήσει την απάντησή του. Το ζευγάρι αυτό δεν παρουσίασε ομοφωνία στις απαντήσεις του, ούτε κάποιου είδους συνεργασία, όπως έγινε με τα προηγούμενα ζευγάρια.

Στον παρακάτω πίνακα (πίνακας 1) παρουσιάζονται οι απαντήσεις (σωστές απαντήσεις: √, λάθος απαντήσεις: X), του κάθε ζευγαριού σε καθένα από τα προβλήματα μερισμού που κλήθηκαν να επιλύσουν:

| Προβλήματα μερισμού   | Ζευγάρια       |                |                |
|---|----------------|----------------|----------------|
|   | 1 <sup>ο</sup> | 2 <sup>ο</sup> | 3 <sup>ο</sup> |
| 1 <sup>ο</sup> πρόβλημα<br>(2 παιδιά – 6 μπισκότα ανά παιδί)  | √              | X              | X              |
| 2 <sup>ο</sup> πρόβλημα<br>(4 παιδιά – 3 μπισκότα ανά παιδί)  | X              | X              | X              |
| 3 <sup>ο</sup> πρόβλημα<br>(6 παιδιά – 2 μπισκότα ανά παιδί)  | √              | X              | √              |
| 4 <sup>ο</sup> πρόβλημα<br>(12 παιδιά – 1 μπισκότο ανά παιδί) | √              | X              | √              |

**Πίνακας 1: Παρουσίαση των απαντήσεων των ζευγαριών στα προβλήματα μερισμού**

### **Προβλήματα μέτρησης**

Οι καταστάσεις μοιρασιάς, οι οποίες παρουσιάστηκαν με τη μορφή προβλημάτων μέτρησης, δυσκόλεψαν πολύ τα νήπια, ανεξαρτήτως επίδοσης και αυτό είχε ως αποτέλεσμα να δώσουν ελάχιστες σωστές απαντήσεις. Η παρουσίαση των καταστάσεων μέτρησης προβλημάτιζε τόσο πολύ τα παιδιά, ώστε αντιδρούσαν ως να μην γνώριζαν τι να κάνουν. Πολύ συχνά έδιναν ως απάντηση αριθμούς που είχα ακούσει είτε από την απάντηση προηγούμενου ερωτήματος είτε από την εκφώνηση.

Συγκεκριμένα, το πρώτο ζευγάρι (2 αγόρια: A3 & A4), μαθητές με καλή επίδοση και επικοινωνία στα μαθηματικά, σύμφωνα με τη νηπιαγωγό, όταν τέθηκε το πρώτο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από έξι», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 6), δεν μπόρεσε να δώσει καμία απάντηση παρόλο που έγιναν βοηθητικές ερωτήσεις από την ερευνήτρια. Κάποια στιγμή αναρωτήθηκαν οι μαθητές μεταξύ τους αν τα παιδιά θα ήταν εννιά ή οκτώ, αλλά δεν μπορούσαν να δώσουν κάποια συγκεκριμένη απάντηση, με αιτιολόγηση.

Στο δεύτερο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από τρία», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 3) και αφού είχαν ακούσει, στη συνέχεια της ιστορίας, την απάντηση στο πρώτο πρόβλημα, προσπάθησαν να δώσουν μια αιτιολογημένη απάντηση. Το ένα αγόρι είπε «θα έρθουν και άλλα δύο παιδιά». Όταν όμως ρωτήθηκε «πόσα, δηλαδή, είναι συνολικά τα παιδιά;», είπε «τρία παιδιά». Το άλλο αγόρι, είπε αρχικά «τρία» και αμέσως μετά «δύο», χωρίς περαιτέρω αιτιολόγηση. Η απάντηση, τρία, ίσως να προέρχεται από τον αριθμό των μπισκότων που τους ανέφερε η ερευνήτρια ότι θα πάρει το κάθε παιδί, τον οποίο και χρησιμοποίησαν για να δηλώσουν τον αριθμό των παιδιών. Έπειτα, από κάποιες ερωτήσεις, το ίδιο νήπιο είπε ότι τελικά νομίζει ότι όλα τα παιδιά θα είναι πέντε, δηλαδή τρία στο τραπέζι και δύο στην πόρτα.

Στο τρίτο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από δύο;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 2), ο ένας μαθητής έδωσε ως απάντηση ότι θα έρθουν «τρία παιδιά», ενώ ο άλλος απάντησε ότι «θα μοιραστούν τα μπισκότα έξι παιδιά γιατί ήρθαν άλλα δύο παιδιά». Φαίνεται, ότι το ένα νήπιο, αρχίζει να εξοικειώνεται με τις καταστάσεις μέτρησης, αλλά και να λαμβάνει υπόψη του τις απαντήσεις στα προηγούμενα ερωτήματα και έτσι δίνει σωστή απάντηση.

Στο τέταρτο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από ένα;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 1), και τα δύο αγόρια έδωσαν ως απάντηση ότι θα μοιραστούν τρία παιδιά από ένα μπισκότο, οπότε και δεν ισχύει η προηγούμενη μας υπόθεση.

Το δεύτερο ζευγάρι (2 αγόρια: A5 & A6), μαθητές με μέτρια επίδοση και επικοινωνία, στο πρώτο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από έξι;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 6), έδωσε ως απάντηση το δώδεκα και το εκατό, αλλά οι μαθητές έδειχναν να μην καταλαβαίνουν τι καλούνταν να βρουν. Ίσως ο αριθμός 12 να προέκυψε από τον αριθμό των μπισκότων. Στο δεύτερο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από τρία;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 3), δεν έδωσαν καμία απάντηση, παρόλο που τέθηκαν βοηθητικές ερωτήσεις, όπως προτροπές για καταμέτρηση των μπισκότων.

Στο τρίτο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από δύο;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 2), ο ένας μαθητής καταμέτρησε νοερά τα παιδιά δείχνοντας 'ανά 1' με το δάκτυλο πάνω από το χαρτόνι, σαν να τα έβλεπε (Φωτ. 3). Ίσως να χρησιμοποίησε τα δεδομένα, που δόθηκαν ως απάντηση στο προηγούμενο πρόβλημα, για να ξεκινήσει τον συλλογισμό του. Η όλη διαδικασία είχε ως αποτέλεσμα να

δοθεί η σωστή απάντηση, ότι δηλαδή τα μπισκότα θα μοιραστούν σε έξι παιδιά. Αυτό έγινε μετά από βοηθητική ερώτηση από την ερευνήτρια και από τη συνέχεια του συλλογισμού του ενός νηπίου από το άλλο νήπιο, κάτι που δε συνέβηκε στις προηγούμενες ερωτήσεις, αλλά ούτε και στο προηγούμενο ζευγάρι νηπίων. Χαρακτηριστικός είναι ο διάλογος:

E: Σε πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα, ώστε να πάρει το καθένα από 2; Πόσα μπισκότα είχαμε;

A5: 12 (χωρίς να καταμετρήσει).

E: Έχουμε 12 μπισκότα και μπορεί να πάρει από 2 μπισκότα το κάθε παιδί. Πόσα παιδιά δηλαδή βρίσκονται στην κουζίνα;

A6: Δεν ξέρω. Έχουμε 1, 2, 3, 4 (μετράει νοερά πάνω από το χαρτόνι που καλύπτει τα παιδιά).

E: 4 παιδιά από εδώ (δείχνει το τραπέζι) και από εκεί πόσα λέτε; (δείχνει την πόρτα).

A6: Δεν ξέρω.

E: Εσύ (απευθύνεται στο παιδί A5) πόσα λες ότι έχουμε;

A5: 2.

E: Δηλαδή όλα μαζί;

A5: 6.



**Φωτ. 3 Νοερή καταμέτρηση πάνω από το χαρτόνι**

Μόλις τέθηκε το τέταρτο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από ένα;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 1), ο ίδιος μαθητής άρχισε να καταμετράει πάλι σαν να έβλεπε τα παιδιά κάτω από το χαρτόνι, λέγοντας ότι μέτρησε δέκα παιδιά και ότι αυτά που βρίσκονταν στην πόρτα είναι δύο, ενώ το άλλο νήπιο είπε ότι είναι έξι. Παρόλο που στο προηγούμενο πρόβλημα φάνηκε να λαμβάνουν υπόψη τους τα δεδομένα που άκουσαν και προσέγγισαν κατά κάποιο τρόπο τη σωστή απάντηση, στο πρόβλημα αυτό δεν μπόρεσαν να λάβουν υπόψη τους τα νέα δεδομένα και να πραγματοποιήσουν παρόμοιο συλλογισμό.

Το τρίτο ζευγάρι (2 κορίτσια: K5 & K6), μαθήτριες αδύναμες στα μαθηματικά και στην επικοινωνία, απάντησε, σε όλα τα προβλήματα, με τον ίδιο τρόπο, λέγοντας διάφορους αριθμούς. Στο πρώτο πρόβλημα («Πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από έξι;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 6), οι απαντήσεις τους δεν ήταν κοντά στις σωστές και μάλλον επηρεάστηκαν από τη συνολική ποσότητα των μπισκότων,



καθώς ρωτούσαν αν είναι έξι ή έντεκα ή δώδεκα τα παιδιά. Στο δεύτερο πρόβλημα («πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από τρία;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 3), αναρωτιόνταν αν είναι δύο ή τρία τα παιδιά, χωρίς να μπορούν να αιτιολογήσουν την απάντησή τους, επηρεασμένα ίσως από την απάντηση που δόθηκε από το βιβλίο στο προηγούμενο πρόβλημα. Στο τρίτο πρόβλημα («πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από δύο;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 2), δόθηκε ως απάντηση ότι είναι πέντε τα παιδιά, εξηγώντας ότι πριν την προηγούμενη μοιρασιά είχαν έρθει άλλα δύο. Από την απάντησή τους, παρόλο που δεν ήταν σωστή, φάνηκε ότι χρησιμοποίησαν ένα μοτίβο +2, δηλαδή ότι κάθε φορά έρχονται δύο καινούρια παιδιά, κάτι το οποίο δεν ισχύει. Στο τέταρτο πρόβλημα («πόσα παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα ώστε να πάρει το καθένα από ένα;», αριθμός μπισκότων: 12, μερίδιο ανά παιδί: 1), έδωσαν ως απάντηση «έξι παιδιά», αλλά φάνηκε ότι εννοούσαν τους παραλήπτες που ήταν ήδη στο σπίτι γιατί επεσήμαναν ότι «ήρθαν άλλα δύο παιδιά».

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι απαντήσεις (σωστές: √, λάθος: X), του κάθε ζευγαριού σε καθένα από τα προβλήματα μέτρησης που κλήθηκαν να επιλύσουν:

| Προβλήματα Μέτρησης   | Ζευγάρια       |                |                |
|---|----------------|----------------|----------------|
|   | 1 <sup>ο</sup> | 2 <sup>ο</sup> | 3 <sup>ο</sup> |
| 1 <sup>ο</sup> πρόβλημα<br>(2 παιδιά – 6 μπισκότα ανά παιδί)  | X              | X              | X              |
| 2 <sup>ο</sup> πρόβλημα<br>(4 παιδιά – 3 μπισκότα ανά παιδί)  | X              | X              | X              |
| 3 <sup>ο</sup> πρόβλημα<br>(6 παιδιά – 2 μπισκότα ανά παιδί)  | √              | √              | X              |
| 4 <sup>ο</sup> πρόβλημα<br>(12 παιδιά – 1 μπισκότο ανά παιδί) | X              | X              | X              |

**Πίνακας 2: Παρουσίαση απαντήσεων ζευγαριών στα προβλήματα μέτρησης**

### Συζήτηση - Συμπεράσματα

Στη συγκεκριμένη έρευνα φάνηκε ότι υπήρχαν ζευγάρια νηπίων τα οποία ήταν ικανά να ανταποκριθούν, εν μέρει, σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς μέσω εικονογραφημένου βιβλίου.

Υπήρχαν νήπια τα οποία, στα προβλήματα μερισμού, αντιλήφθηκαν ότι η αρχική ποσότητα των μπισκότων παρέμενε σταθερή και σε κάθε περίπτωση η ίδια, ότι έπρεπε να μοιράσουν δίκαια τα μπισκότα σε όλα τα παιδιά, δίνοντάς τους την ίδια ποσότητα μπισκότων και ότι όσο αυξανόταν ο αριθμός των παραληπτών μειωνόταν το μερίδιό τους. Τα ίδια όμως θέματα προκάλεσαν δυσκολία σε άλλα νήπια, κάτι το οποίο αναφέρεται και σε αποτελέσματα άλλων ερευνών (Correa, 1995 & Desli, 1994 στο Nunes & Bryant, 2007· Ζαχάρος, 2006).

Από την άλλη, τα προβλήματα μέτρησης προκάλεσαν μεγάλη δυσκολία σε όλα τα νήπια, όπως δείχνουν και άλλα ερευνητικά δεδομένα (Fischbein, Deri, Nello & Marino, 1985· Skoumpourdi & Sofikiti, 2009), εφόσον σε πολλές περιπτώσεις, τα νήπια, δεν μπόρεσαν να αντιληφθούν τι καλούνταν να βρουν, με αποτέλεσμα να δίνουν τυχαίες απαντήσεις χωρίς αιτιολογήσεις. Αυτό ίσως να οφειλόταν στο γεγονός ότι στα προβλήματα μέτρησης παρουσιαζόταν εικονιστικά μόνο η ποσότητα προς μοίρασμα και μάλιστα σε τυχαία διάταξη και άρα απαιτούσαν μεγαλύτερο βαθμό αφαιρετικής σκέψης από τα προβλήματα μερισμού, στα οποία παρουσιάζονταν εικονιστικά δύο από τα δεδομένα του προβλήματος, η ποσότητα προς μοίρασμα και οι αποδέκτες. Το γεγονός αυτό δημιούργησε μεγάλη δυσκολία στα νήπια εφόσον προϋπέθετε την αντίληψη του ότι ο αριθμός των μεριδίων που αναφερόταν λεκτικά, ήταν σημαντικός και ότι έπρεπε να τον θυμούνται και να τον χρησιμοποιήσουν για να λύσουν το πρόβλημα παρόλο που δεν τον έβλεπαν να αναπαρίσταται με κάποιο τρόπο στην εικόνα του βιβλίου.

Η επίδοση των νηπίων, οι στρατηγικές που χρησιμοποίησαν, καθώς και ο τρόπος συνεργασίας τους, στα δύο είδη προβλημάτων, δεν φάνηκε να συσχετίζονται άμεσα με τις γνωστικές και επικοινωνιακές τους ικανότητες. Νήπια με μέτρια επίδοση δεν απάντησαν σε κανένα πρόβλημα και δεν χρησιμοποίησαν κανενός είδους στρατηγική ενώ νήπια με χαμηλή επίδοση απάντησαν, χρησιμοποιώντας πολύ ενδιαφέρουσες ατομικές στρατηγικές. Κάποια νήπια ήταν αρκετά εξοικειωμένα με την έννοια του μισού, θέμα που έχει απασχολήσει και άλλες έρευνες (Tirosh et al., 2011), την οποία χρησιμοποίησαν ως στρατηγική για τη λύση των προβλημάτων μερισμού. Άλλες στρατηγικές οι οποίες καταγράφηκαν από την παρατήρηση των δράσεων των νηπίων, ήταν το μοίρασμα 'ανά-1' ή 'ανά-3', για τα προβλήματα μερισμού και η νοερή καταμέτρηση, καθώς και η απάντηση μέσω της αντίστροφης σχέσης διαιρέτη-πηλίκου, για τα προβλήματα μέτρησης, οι οποίες είναι κοινές ή συμπληρώνουν τις στρατηγικές που έχουν καταγραφεί σε άλλες έρευνες (Pepper & Hunting, 1998). Βέβαια η χρήση στρατηγικής δεν οδήγησε σε όλες τις περιπτώσεις στη σωστή απάντηση. Όσον αφορά στη συνεργασία των νηπίων, παρατηρήθηκε ότι συνήθως το ένα νήπιο έδινε την απάντηση ενώ το άλλο προβληματιζόταν και αιτιολογούσε ή έδινε διαφορετική (ή καμία) απάντηση.

Το εικονογραφημένο βιβλίο, παρόλο που διαπραγματευόταν μια οικεία κατάσταση για τα νήπια και παρόλο που η επανάληψη των καταστάσεων μοιρασιάς, αλλά και η απάντηση που δινόταν από το βιβλίο σε κάθε πρόβλημα, φάνηκε να βοήθησε σε έναν βαθμό τα νήπια, τελικά δεν υποστήριξε αποτελεσματικά τον συλλογισμό τους για τις επαναλαμβανόμενες μοιρασιές. Όπως έχουν δείξει και άλλες έρευνες, το πλαίσιο των προβλημάτων, επηρεάζει την επίδοση των μαθητών σε καταστάσεις μοιρασιάς και διαμορφώνει τις στρατηγικές τους (Skoumpourdi & Sofikiti, 2009). Αυτό, για το εικονογραφημένο βιβλίο, ως διαφορετικό πλαίσιο, μπορεί να οφείλεται σε πολλούς παράγοντες, τόσο τεχνικούς όσο και κοινωνικο-πολιτισμικούς. Για παράδειγμα, ένας παράγοντας μπορεί να αφορά στη φύση της εικονογράφησης, όπου η τυχαία διάταξη των μπισκότων στο πιάτο κάνει σχετικά δύσκολη την καταμέτρησή τους, καθώς και ότι οι παραλήπτες δεν είναι πάντα τοποθετημένοι κοντά ο ένας στον άλλον. Επίσης, μπορεί να αφορά στην ίδια την ιστορία, η οποία εμπλέκει μπισκότα,

που είναι αγαπημένα στα παιδιά και άρα δεν έχουν διάθεση για μοίρασμά τους ή υπάρχει περιορισμός στην κατανάλωσή τους, καθώς και στο ότι στην καθημερινότητα είναι συχνότερο να μοιράζεται μια ποσότητα δίκαια σε συγκεκριμένο αριθμό παραληπτών, παρά να πρέπει να δημιουργηθούν ομάδες μεριδίων για παραλαβή. Επιπλέον, ίσως να θεωρείται δεδομένο ότι σερβίρουμε όποιον κάθεται στο τραπέζι και οι υπόλοιποι, που για κάποιον λόγω δεν κάθονται (π.χ. μόλις ήρθαν), θα μοιραστούν ότι περίσσεια, αν περίσσεια.

Τα παραπάνω συμπεράσματα, δίνουν στοιχεία για τις πιθανές αιτίες των δυσκολιών των νηπίων να ανταποκριθούν σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς, μέσω εικονογραφημένου βιβλίου, συνεισφέροντας στον προβληματισμό και στα ερευνητικά δεδομένα για την ανάδειξη των κριτηρίων εκείνων που επηρεάζουν την ανταπόκριση των μικρών παιδιών σε καταστάσεις μοιρασιάς. Όμως, για να βγουν ασφαλή συμπεράσματα, είναι απαραίτητο να πραγματοποιηθεί έρευνα με περισσότερα (ζευγάρια) παιδιά ή/και διδακτική παρέμβαση με χρήση του εικονογραφημένου.

### Σημειώσεις

1. Διαίρεση μερισμού είναι η απόδοση του όρου partitive division και διαίρεση μέτρησης είναι η απόδοση του όρου quotitive division.
2. Το εικονογραφημένο βιβλίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί με ποικίλους τρόπους σε μία τάξη μαθηματικών (Κολέζα, 2009· Σκουμπουρδή 2012).
3. Η ανάγνωση της ιστορίας ενός εικονογραφημένου βιβλίου στο νηπιαγωγείο γίνεται με τέτοιο τρόπο ώστε τα νήπια παράλληλα με το άκουσμα της ιστορίας να έχουν οπτική επαφή με τις αντίστοιχες εικόνες.

### Βιβλιογραφία

- Baroody, A.J. (2004). The developmental bases for early childhood number and operations standards. In D. Clements & J. Sarama (Eds.), *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 173-219). London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Casey, B., Erkut, S., Ceder, I., & Mercer Young, J. (2008). Use of a story telling context to improve girls' and boys' geometry skills in kindergarten. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29 (1), 29-48.
- Clements, D.H. (2004). Major themes and recommendations. In D.H. Clements, Sarama, J., DiBiase, E. & DiBiase, A.-M. (Eds.) *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics*. Studies in Mathematical Thinking and Learning Series. London: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Elia, I., Van Den Heuvel-Panhuizen, M., & Georgiou, A. (2010). The role of picture books on children's cognitive engagement with mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal*, 18(3), 125-147.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M.S., & Marino, M.S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16(1), 3-17.

Frydman, O., & Bryant, P.E. (1988). Sharing and understanding of number equivalence by young children. *Cognitive Development*, 3(4), 323-339.

Ginsburg, H.P., & Seo, K.-H. (1999). Mathematics in children's thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 113-129.

Griffiths, R., & Clyne, M. (1991). The power of story: Its role in learning mathematics. *Mathematics Teaching*, 135, 42-45.

Ζαχάρος, Κ. (2006) *Οι μαθηματικές έννοιες στην Προσχολική Εκπαίδευση και η διδασκαλία τους*. Αθήνα: Μεταίχμιο.

Hong, H. (1996). Effects of mathematics learning through children's literature on math achievement and dispositional outcomes. *Early Childhood Research Quarterly*, 11, 477-494.

Hutchins, P. (1986) *The doorbell rang*. New York: Greenwillow Books.

Jennings, C. Jennings, J. Richey, J. & Dixon-Kraus, L. (1992). Increasing interest and achievement in mathematics through children's literature. *Early Childhood Research Quarterly*, 7, 263-276.

Κολέζα, Ε. (2009). *Θεωρία και Πράξη στη διδασκαλία των Μαθηματικών*. Δ' Έκδοση. Αθήνα: Τόπος.

Κορνηλάκη, Α. (2000). Η κατανόηση της διαίρεσης και του πολλαπλασιασμού από τα μικρά παιδιά. 3<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο ΟΜΕΡ ΜΕΤΑ-πτυχιακά: εξελίξεις και προοπτικές στην προσχολική και πρωτοσχολική αγωγή. Αθήνα.

Lowe, V. (2007). *Stories, pictures and reality two children tell*. London: Routledge.

Morrow, L., & Gambrell, L. (2004) *Using children's literature in preschool comprehending and enjoying books*. USA: International Reading Association.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Nicol, C., & Crespo, S. (2005). Exploring mathematics in imaginative places: rethinking what counts as meaningful contexts for learning mathematics. *School Science and Mathematics*, 105(5): 240-251.

Nunes, T., & Bryant, P. (2007). *Τα παιδιά κάνουν μαθηματικά*. Αθήνα: Gutenberg.

Pepper, K., & Hunting, R. (1998). Preschoolers' Counting and Sharing. *Journal for research in Mathematics Education*, 29(2): 164-183.

ΠΣΝ: *Πρόγραμμα Σπουδών Νηπιαγωγείου*. (2011). Αθήνα: Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Σκουμπουρδή, Χ. (2012). *Σχεδιασμός ένταξης υλικών και μέσων στη μαθηματική εκπαίδευση των μικρών παιδιών*. Εκδόσεις Πατάκης, Αθήνα.

Skoumpourdi, C., & Sofikiti, D. (2009) Young children's material manipulating strategies in division tasks. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (eds.), *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, 137-144), Thessaloniki, Greece: PME.

Tirosh, D., Tsamir, P., Tabach, M., Levenson, E., & Barkai, R. (2011). Can you take half? Kindergarten Children's Responses. *7<sup>th</sup> Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1891-1901). University of Rzeszów, Poland.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2005). The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 25(2), 2-9.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M., & Van Den Boogaard, S. (2008). Picture books as an impetus for kindergartners' mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 341-373.






Young-Loveridge, J.M. (2004). Effects on early numeracy of a program using number books and games. *Early Childhood Research Quarterly*, 19, 82-98.

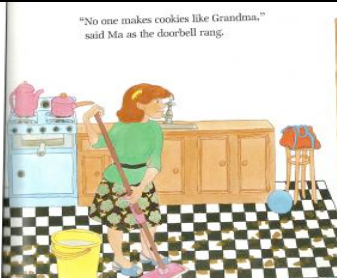



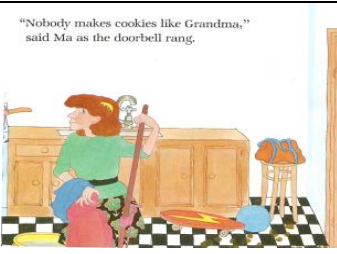

## Παράρτημα

Το εικονογραφημένο βιβλίο: [η μετάφραση του κειμένου (με πλάγια γράμματα παρουσιάζονται τα προβλήματα μερισμού [1] και τα προβλήματα μέτρησης [2] όπως τέθηκαν στα νήπια)]. Στα προβλήματα μέτρησης καλύφθηκαν οι εικόνες των παραληπτών, εφόσον ήταν το ζητούμενο. Εμφανής ήταν μόνο η ποσότητα των μπισκότων.

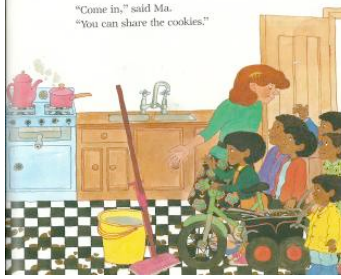


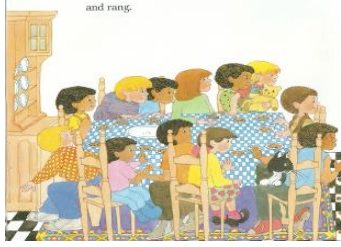

| Σελ. | Αφήγηση   | Εικόνες   |
|------|---|---|
|      | (Εξώφυλλο)  |  |
| 1.   | <p>«Έχω φτιάξει μερικά μπισκότα», είπε η μαμά.</p> <p>«Α! Ωραία», είπαν ο Σάββας και η Μαρία. «Πεινάμε».</p> <p>«Μπορείτε να τα μοιραστείτε μεταξύ σας», είπε η μαμά. «Έφτιαξα πολλά.»</p> <p>[1]: «Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;»</p> <p>[2]: «Σε ποσά παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα, ώστε το κάθε παιδί να πάρει από 6;»</p> |  |

*Εικονογραφημένο βιβλίο με καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς και οι δράσεις των νηπίων*

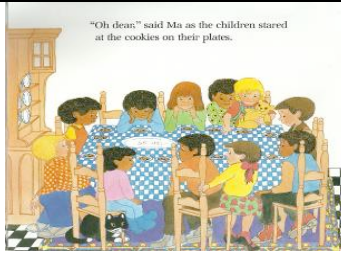
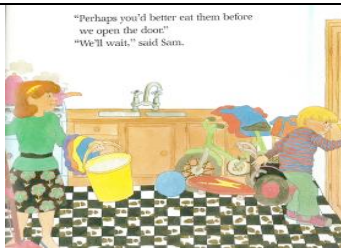

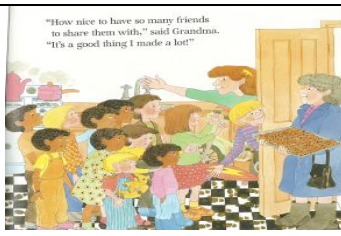
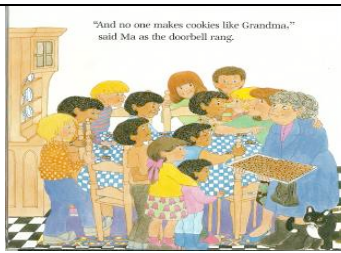
|    |  |  |
|----|--|--|
| 2. | <p>«Θα πάρει ο καθένας μας από 6 μπισκότα», είπαν ο Σάββας και η Μαρία.</p> <p>«Φαίνονται τόσο νόστιμα όσο της γιαγιάς» είπε ο Σάββας.</p> <p>«Μυρίζουν τόσο ωραία όσο της γιαγιάς», είπε η Μαρία.</p>   |  <p>"That's six each," said Sam and Victoria.<br/>"They look as good as Grandma's," said Victoria.<br/>"They smell as good as Grandma's," said Sam.</p> |
| 3. | <p>«Κανένας δεν φτιάχνει μπισκότα σαν της γιαγιάς», είπε η μαμά και τότε χτύπησε η πόρτα.</p>  |  <p>"No one makes cookies like Grandma," said Ma as the doorbell rang.</p>  |
| 4. | <p>Ήταν ο Θωμάς και η Χαρά από δίπλα.</p> <p>«Ελάτε μέσα», είπε η μαμά.</p> <p>«Μπορείτε να μοιραστείτε τα μπισκότα.»</p> <p>[1]: «Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;»</p> <p>[2]: «Σε ποσά παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα, ώστε το κάθε παιδί να πάρει από 3;»</p> |  <p>It was Tom and Hannah from next door.<br/>"Come in," said Ma.<br/>"You can share the cookies."</p>   |
| 5. |  |   |
| 6. | <p>«Θα πάρει ο καθένας μας από 3 μπισκότα», είπαν ο Σάββας και η Μαρία.</p> <p>«Μυρίζουν τόσο ωραία όσο της γιαγιάς σου», είπε ο Θωμάς.</p> <p>«Και φαίνονται τόσο νόστιμα», είπε η Χαρά.</p>  |  <p>"That's three each," said Sam and Victoria.<br/>"They smell as good as your Grandma's," said Tom.<br/>"And look as good," said Hannah.</p>        |

|     |   |  |
|-----|---|--|
| 7.  | <p>«Κανένας δεν φτιάχνει μπισκότα σαν της γιαγιάς»,<br/>είπε η μαμά και τότε χτύπησε η πόρτα.</p>   | <p>"No one makes cookies like Grandma,"<br/>said Ma as the doorbell rang.</p>   |
| 8.  | <p>Ήταν ο Πέτρος και ο μικρός του αδερφός:<br/>«Ελάτε μέσα», είπε η μαμά.<br/>«Μπορείτε να μοιραστείτε τα μπισκότα».<br/>[1]: «Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;»<br/>[2]: «Σε ποσά παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα,<br/>ώστε το κάθε παιδί να πάρει από 2;»</p> | <p>It was Peter and his little brother.<br/>"Come in," said Ma.<br/>"You can share the cookies."</p>                                |
| 9.  |   |    |
| 10. | <p>«Θα πάρει ο καθένας μας από 2 μπισκότα», είπαν ο<br/>Σάββας και η Μαρία.<br/>«Φαίνονται τόσο ωραία όσο της γιαγιάς σου», είπε ο<br/>Πέτρος.<br/>«Και μυρίζουν τόσο ωραία».</p>   | <p>"That's two each," said Victoria and Sam.<br/>"They look as good as your Grandma's,"<br/>said Peter. "And smell as good!"</p>  |
| 11. | <p>«Κανένας δεν φτιάχνει μπισκότα σαν της γιαγιάς»,<br/>είπε η μαμά και τότε χτύπησε η πόρτα.</p>   | <p>"Nobody makes cookies like Grandma,"<br/>said Ma as the doorbell rang.</p>   |
| 12. | <p>Ήταν ο Γιώργος και ο Νίκος με τα τέσσερα ξαδέρφια<br/>τους.</p>  | <p>It was Joy and Simon<br/>with their four cousins.</p>    |

*Εικονογραφημένο βιβλίο με καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς και οι δράσεις των νηπίων*

|            |  |  |
|------------|--|--|
| <p>13.</p> | <p>«Ελάτε μέσα», είπε η μαμά.<br/>«Μπορείτε να μοιραστείτε τα μπισκότα».</p> <p>[1]: «Πόσα μπισκότα θα πάρει το κάθε παιδί;»<br/>[2]: «Σε ποσά παιδιά θα μοιραστούν τα μπισκότα, ώστε το κάθε παιδί να πάρει από 1;»</p> | <p>"Come in," said Ma.<br/>"You can share the cookies."</p>   |
| <p>14.</p> | <p>«Θα πάρει ο καθένας μας από 1 μπισκότο», είπαν ο Σάββας και η Μαρία.<br/>«Μυρίζουν τόσο ωραία όσο της γιαγιάς σου», είπε ο Γιώργος.<br/>«Και φαίνονται τόσο νόστιμα», είπε ο Νίκος.</p>                               | <p>"That's one each," said Sam and Victoria.<br/>"They smell as good as your Grandma's," said Joy.<br/>"And look as good," said Simon.</p>  |
| <p>15.</p> | <p>«Κανένας δεν φτιάχνει μπισκότα σαν της γιαγιάς»,<br/>είπε η μαμά και τότε χτύπησε η πόρτα.</p>  | <p>"No one makes cookies like Grandma,"<br/>said Ma as the doorbell rang.</p>    |
| <p>16.</p> | <p>και χτύπησε.</p>  | <p>and rang.</p>    |
| <p>17.</p> |  |   |



|            |   |  |
|------------|---|--|
| <p>18.</p> | <p>«Ω θεέ μου», είπε η μαμά καθώς τα παιδιά κοίταζαν τα μπισκότα στα πιάτα τους.</p>  | <p>"Oh dear," said Ma as the children stared at the cookies on their plates.</p>                                    |
| <p>19.</p> | <p>«Ίσως να είναι καλύτερα να τα φάτε πριν ανοίξουμε την πόρτα.»<br/>«Θα περιμένουμε», είπε ο Σάββας.</p>                                       | <p>"Perhaps you'd better eat them before we open the door!"<br/>"We'll wait," said Sam.</p>                         |
| <p>20.</p> | <p>Ήταν η γιαγιά με έναν τεράστιο δίσκο από μπισκότα.</p>   | <p>It was Grandma with an enormous tray of cookies.</p>   |
| <p>21.</p> | <p>«Πόσο ωραίο είναι να έχουμε τόσους πολλούς φίλους για να μοιραζόμαστε τα μπισκότα», είπε η γιαγιά.<br/>«Ευτυχώς έφτιαξα πολλά μπισκότα.»</p> | <p>"How nice to have so many friends to share them with," said Grandma.<br/>"It's a good thing I made a lot!"</p>  |
| <p>22.</p> | <p>«Κανένας δεν φτιάχνει μπισκότα σαν της γιαγιάς», είπε η μαμά και τότε χτύπησε η πόρτα.</p>   | <p>"And no one makes cookies like Grandma," said Ma as the doorbell rang.</p>                                     |