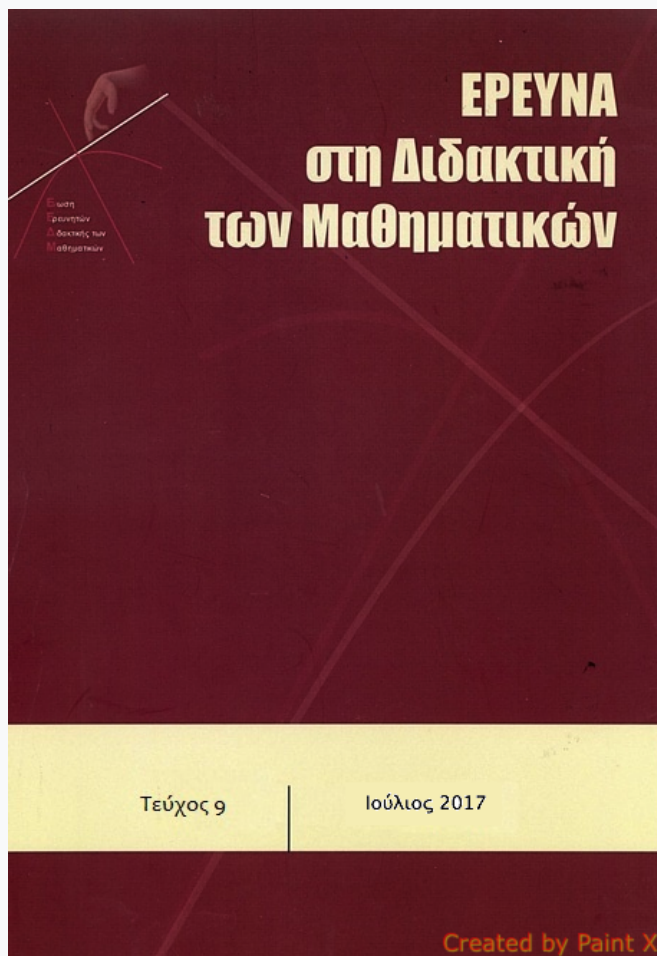


## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Αρ. 9 (2017)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



### ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΡΘΡΩΝ

Χαρούλα Σταθοπούλου (Charoula Stathopoulou),  
Μαριάννα Τζεκάκη (Marianna Tzekaki)

doi: [10.12681/enedim.14207](https://doi.org/10.12681/enedim.14207)

Copyright © 2017, ΧΑΡΟΥΛΑ ΣΤΑΘΟΠΟΥΛΟΥ, ΜΑΡΙΑΝΝΑ ΤΖΕΚΑΚΗ



Άδεια χρήσης [Creative Commons Αναφορά 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Σταθοπούλου (Charoula Stathopoulou) Χ., & Τζεκάκη (Marianna Tzekaki) Μ. (2017). ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΑΡΘΡΩΝ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (9), 5–10. <https://doi.org/10.12681/enedim.14207>

## Συζήτηση πάνω στα άρθρα του τεύχους από τις υπεύθυνες της έκδοσης

Το τεύχος αυτό είναι το πρώτο που επιμελήθηκε η νέα εκδοτική ομάδα του περιοδικού της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής των Μαθηματικών και το πρώτο σε διαδικτυακή εκδοχή. Οι υπεύθυνες της έκδοσης θα ήθελαν να ευχαριστήσουν την προηγούμενη εκδοτική ομάδα, και ιδιαίτερα τη συνάδελφο Δέσποινα Πόταρη, που είχε την ευθύνη της έκδοσης, για τη συστηματική δουλειά και την ουσιαστική προσφορά της μέχρι και το προηγούμενο τεύχος.

Το παρόν τεύχος φιλοξενεί πέντε επιστημονικά άρθρα από διαφορετικές θεματικές τα οποία παρουσιάζονται σύντομα και σε διάλογο με τη διεθνή έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση. Ορισμένα από αυτά τα άρθρα αυτά είχαν παρουσιασθεί σε πιο συνοπτική μορφή στο 6<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο της ΕΝΕΔΙΜ.

Στο άρθρο με τίτλο «**Οι μαθηματικές γνώσεις των μαθητών της Στ' Δημοτικού το 1998 και το 2015**» ο Πέτρος Κλιάπης και η Όλγα Κασσώτη παρουσιάζουν μια συγκριτική μελέτη σχετικά με τις μαθηματικές γνώσεις των μαθητών της Στ' Δημοτικού.

Οι συγκριτικές μελέτες, έχουν ιδιαίτερη σημασία στην έρευνα και στη μαθηματική εκπαίδευση, καθώς εξετάζουν και αναλύουν το πώς εμφανίζεται ένα συγκεκριμένο πρόβλημα ή/και πώς αντιμετωπίζεται σε διαφορετικά χωρικά, χρονικά και χωροχρονικά πλαίσια, αναδεικνύοντας αντιθέσεις ή/και ομοιότητες, αναζητώντας ταυτόχρονα δίκτυα αλληλεπιδράσεων που συνδέονται με την έκφραση και διαχείριση του προβλήματος σε κάθε πλαίσιο. Έτσι φωτίζουν όψεις του προβλήματος εγείροντας ερωτήματα για πιθανές γενικεύσεις.

Η χαμηλή επίδοση στα μαθηματικά στις περισσότερες χώρες του κόσμου έχει υπαγορεύσει την ανάγκη για διερεύνηση του φαινομένου όπως αποτυπώνεται σε μια σειρά ερευνών που εστιάζουν στη σύγκριση των επιδόσεων σε διαφορετικές χώρες. Τέτοιες έρευνες συχνά εστιάζουν στα αποτελέσματα διεθνών αξιολογήσεων - π.χ. Pisa, TIMSS - (Gal & Tout, 2014, Gonzales, 2001) ή σε συγκριτικές μελέτες στον ίδιο πληθυσμό σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Στον ελληνικό χώρο τέτοιες συγκριτικές έρευνες είναι περιορισμένες.

Το άρθρο των Κλιάπη και Κασσώτη αφορά στη σύγκριση των μαθηματικών γνώσεων των μαθητών της ΣΤ' δημοτικού σε δυο διαφορετικές χρονικές περιόδους. «*Ποιες είναι οι μαθηματικές γνώσεις των μαθητών που αποφοιτούν από το Δημοτικό*», και «*πώς αποτυπώνονται σε αυτές, αν αποτυπώνονται, οι όποιες θεσμικές και δομικές αλλαγές στις γνώσεις και δεξιότητες των μαθητών*» είναι ερωτήματα των συγγραφέων αλλά και ερωτήματα της διεθνούς ερευνητικής και εκπαιδευτικής κοινότητας. Συγκεκριμένα στη μελέτη τους εξετάζονται οι Μαθηματικές γνώσεις ενός μεγάλου δείγματος μαθητών της ΣΤ' Δημοτικού από την περιοχή της Θεσσαλονίκης με τις ίδιες γραπτές δοκιμασίες που εξετάστηκαν οι μαθητές στο πλαίσιο ενός προγράμματος το σχολικό έτος 1998-1999. Από τη

σύγκριση των αποτελεσμάτων των δυο ερευνών φαίνεται ότι οι μαθητές ολοκληρώνοντας τη φοίτηση στο Δημοτικό δεν έχουν αποκτήσει τις βασικές μαθηματικές γνώσεις και δεξιότητες που προβλέπονται από τα Προγράμματα Σπουδών, παρά τις αλλαγές και την εισαγωγή καινοτομιών σε πολλαπλά επίπεδα, όπως: σε επίπεδο οργάνωσης της λειτουργίας της τάξης και σύνδεσης των Μαθηματικών με άλλα διδακτικά αντικείμενα, σε επίπεδο δομής και περιεχομένου της μαθηματικής εκπαίδευσης, σε επίπεδο αλλαγής της μαθησιακής διαδικασίας, σε επίπεδο χρήσης και αξιοποίησης κατάλληλων διδακτικών/πληροφοριακών εργαλείων και του Διαδικτύου στην εκπαίδευση εφαρμόστηκαν μια σειρά από εκπαιδευτικές καινοτομίες και προγράμματα, τα τελευταία χρόνια. Επιχειρώντας να ερμηνεύσουν αυτά τα ευρήματα, οι συγγραφείς, αναγνωρίζουν την πολυπλοκότητα της (μαθηματικής) εκπαίδευσης και αποδίδουν ένα μεγάλο μερίδιο ευθύνης στις μη αποτελεσματικές επιμορφώσεις των εκπαιδευτικών είτε γιατί έχουν μια κατεύθυνση από πάνω προς τα κάτω - αναδεικνύοντας την ανάγκη για επιμορφώσεις που προκύπτουν ως ανάγκες των εκπαιδευτικών (bottom-up) - είτε γιατί εμφανίζονται ισχυρές αντιστάσεις στις αλλαγές από τους εκπαιδευτικούς.

Στο επόμενο άρθρο με τίτλο «**Μοντελοποιώντας προβλήματα στατιστικού συλλογισμού**» οι Έφη Παπαριστοδήμου, η Μαρία Μελετίου-Μαυροθήρη και η Ana Bayes στηριζόμενες στη διαπίστωση για το σημαντικό ρόλο της μοντελοποίησης μέσω της αξιοποίησης δυναμικών στατιστικών πακέτων για την καλύτερη κατανόηση των στατιστικών εννοιών και την εκτίμηση της πρακτικής τους εξετάζουν πώς οι εκπαιδευτικοί ως μεταπτυχιακοί φοιτητές μοντελοποιούν προβλήματα στατιστικού συλλογισμού. Σε μια σειρά από διεθνείς έρευνες έχει αναδειχτεί το γεγονός ότι η μοντελοποίηση, μεταξύ άλλων, μπορεί να συμβάλει στην ανάπτυξη της στατιστικής σκέψης (Wild & Pfannkuch, 1999), στην καλλίτερη κατανόηση εννοιών πιθανοτήτων (Batanero κ.ά., 2005), στη χρήση τεχνολογικών εργαλείων αναφορικά με την ενσωμάτωση προσεγγίσεων διερευνητικής ανάλυσης δεδομένων και πιθανολογικών μοντέλων μέσω προσομοιώσεων και οπτικοποίησης (Eichler & Vogel, 2014), στη σύνδεση με τον πραγματικό κόσμο (Graham, 2006).

Στην έρευνα που παρουσιάζεται σ' αυτό το άρθρο φαίνεται ότι υιοθετώντας μια άτυπη προσέγγιση της στατιστικής συμπερασματολογίας, η οποία είναι εστιασμένη στη μοντελοποίηση και την προσομοίωση μέσω της χρήσης λογισμικού δυναμικής στατιστικής μπορεί να έχουμε σημαντική επίδραση στην ανάπτυξη τόσο της στατιστικής συλλογιστικής των φοιτητών όσο και του βαθμού εκτίμησης της πρακτικής αξίας της μοντελοποίησης στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Σε συνδυασμό με άλλες μελέτες που εξετάζουν τα μαθησιακά αποτελέσματα και δείχνουν ότι ακόμη και φοιτητές που έχουν ολοκληρώσει επιτυχώς ένα ή και περισσότερα μαθήματα στατιστικής δεν έχουν αναπτύξει σε ικανοποιητικό βαθμό τον στατιστικό τους συλλογισμό και ότι οι φοιτητές που μπορούν να εφαρμόσουν με επιτυχία τις διαδικασίες για έλεγχο υποθέσεων και εκτίμηση παραμέτρων μπορεί να μην είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν αυτές τις διαδικασίες κατάλληλα σε πρακτικές εφαρμογές, καταλήγουν στη διαπίστωση ότι υπάρχει ερευνητικό ενδιαφέρον για βελτίωση της διδασκαλίας και της εκμάθησης των στατιστικών εννοιών στην τριτοβάθμια εκπαίδευση (Garfield κ.ά., 2012).

Το άρθρο με τίτλο «**Διερευνώντας τις πεποιθήσεις των μαθητών της Στ΄ τάξης δημοτικού για το άπειρο**» από τις Αγγελική Τσαμπουράκη και Σόνια Καφούση αφορά στη διερεύνηση της μαθηματικής έννοιας του “άπειρου”. Για τους ερευνητές στη Διδακτική των Μαθηματικών αποτελεί πρόκληση η προσέγγιση δύσκολων μαθηματικών εννοιών, όπως αυτή του απείρου, από παιδιά μικρής ηλικίας, αξιοποιώντας μόνο την εμπειρία τους - την άτυπη γνώση τους - όπως φαίνεται και από τη διεθνή έρευνα. Για παράδειγμα από τον Monaghan (2001) μελετάται ο ρόλος της διαισθητικής αντίληψης στην αναγνώριση της μαθηματικής έννοια του άπειρου. Οι Singer & Voica (2008) σε μια πιο πρόσφατη εμπειρική μελέτη, εξετάζουν τις πρωτογενείς και δευτερογενείς αντιλήψεις των παιδιών για το άπειρο, διερευνώντας κατηγορίες πρωτογενών αντιλήψεων. Στα συμπεράσματά τους συγκαταλέγεται η διαπίστωση ότι γύρω στα 11-13 ετών, οι διαδικαστικές και τοπολογικές αντιλήψεις αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, ενώ πριν και μετά από αυτή την ηλικία φαίνονται να συνυπάρχουν και να συνεργάζονται, ανάλογα με το πλαίσιο στο οποίο χρησιμοποιούνται.

Το παρόν άρθρο βασίζεται, επίσης, σε εμπειρική έρευνα, η οποία πραγματοποιήθηκε με τη συμμετοχή μαθητών της ΣΤ΄ τάξης δημοτικού. Παρότι οι μαθητές δεν είχαν ασχοληθεί στη διάρκεια του μαθήματος των μαθηματικών με την έννοια του απείρου, καθώς δεν προβλέπεται από τα Προγράμματα Σπουδών, φάνηκε ότι το άπειρο γίνεται αντιληπτό από τους μαθητές αυτής της ηλικίας με ποικίλους τρόπους σε διαφορετικά πλαίσια και κυρίως όταν αυτοί έχουν την ευκαιρία να αξιοποιήσουν την άτυπη γνώση τους. Από την πραγμάτευση του θέματος οι ερευνητές οδηγούνται στη διαπίστωση της ανάγκης για μελλοντικές έρευνες με εστίαση στη διερεύνηση των χαρακτηριστικών στοιχείων για το σχεδιασμό αποτελεσματικών μαθησιακών δραστηριοτήτων για μαθητές αυτής της ηλικίας μέσα στη σχολική τάξη, με την προσδοκία να οδηγήσει στη διατύπωση ολοκληρωμένων προτάσεων για τη βελτίωση του σχεδιασμού της μαθηματικής εκπαίδευσης και της εμπλοκής των μαθητών με την έννοια του άπειρου.

Στο άρθρο με τίτλο «**Εικονογραφημένο βιβλίο με καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς και οι δράσεις των νηπίων**» οι Χρυσάνδη Σκουμπούρη και Παρασκευή-Τσαμπίκα Χρυσανθή διερευνούν τις ικανότητες νηπίων να ανταποκριθούν σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς - διαδικασία εισαγωγική στην έννοια της διαίρεσης - όταν χρησιμοποιείται ως πλαίσιο το εικονογραφημένο βιβλίο. Μια σειρά διεθνών ερευνών τα τελευταία χρόνια μελετούν διαστάσεις της έννοιας της μοιρασιάς όπως οι Pepper & Hunting (1998), οι οποίοι διερευνούν πώς σχετίζονται καταμέτρηση και μοιρασιά και εξετάζουν τις στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα νήπια για να μοιράσουν αντικείμενα ή οι Squire & Bryant (2003) οι οποίοι διερευνούν μοντέλα των μαθητών σε προβλήματα διαίρεσης και τη διαφορά στο βαθμό δυσκολίας σε συνάρτηση με τη φύση των προβλημάτων: αν είναι προβλήματα μέτρησης ή μερισμού.

Επίσης τα τελευταία χρόνια τη διεθνή ερευνητική κοινότητα την απασχολεί και ο ρόλος της πολυτροπικότητας στην κατανόηση μαθηματικών ιδεών και εννοιών. Για παράδειγμα έχει μελετηθεί η χρήση πολυμεσικών εργαλείων για τη μελέτη των αναπαραστάσεων για τα

κλάσματα των μαθητών νηπιαγωγείου (Goodwin, 2008). Οι Elia, Van Den Heuvel-Panhuizen & Georgiou (2010) σε μια εμπειρική έρευνα έχουν μελετήσει το ρόλο του εικονογραφημένου βιβλίου, ως μια μορφή τροπικότητας, για την οικοδόμηση και την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των παιδιών με βάση μαθηματικές ιδέες που παρουσιάζονται ρητά ή μη στο εικονογραφημένο βιβλίο.

Η έρευνα που παρουσιάζουν οι Σκουμπουρδή και Χρυσανθή, είναι επίσης μια εμπειρική έρευνα η πραγματοποιήθηκε με ζευγάρια νηπίων, διαφορετικών επιδόσεων και επικοινωνιακών ικανοτήτων και πραγματεύεται την κατανόηση προβλημάτων μοιρασιάς από τους μαθητές όταν το πλαίσιο δίνεται από ένα εικονογραφημένο βιβλίο. Ο βαθμός ανταπόκρισης των νηπίων φάνηκε να εξαρτάται από τον τύπο της διαίρεσης: μέτρησης ή μερισμού. Η επίδοση των νηπίων, οι στρατηγικές που χρησιμοποίησαν, καθώς και ο τρόπος συνεργασίας τους, στα δύο είδη προβλημάτων, δεν φάνηκε να συσχετίζονται άμεσα με τις γνωστικές και επικοινωνιακές τους ικανότητες και ούτε το εικονογραφημένο βιβλίο να λειτουργεί πάντα διευκολυντικά. Συμπέρασμα το οποίο είναι σε συμφωνία με άλλες έρευνες, από τις οποίες έχει αναδειχθεί ο ρόλος του πλαισίου στην επίδοση των μαθητών σε καταστάσεις μοιρασιάς και το οποίο διαμορφώνει τις στρατηγικές τους για μια σειρά λόγους. Αυτό, όσον αφορά στο εικονογραφημένο βιβλίο, ως διαφορετικό πλαίσιο, μπορεί να οφείλεται σε πολλούς παράγοντες, τόσο τεχνικούς όσο και κοινωνικο-πολιτισμικούς. Στη συγκεκριμένη εμπειρική μελέτη δε φάνηκε η χρήση του εικονογραφημένου βιβλίου να διευκόλυνε την ανάπτυξη στρατηγικών σε όλες τις περιπτώσεις. Οι συγγραφείς επιχειρούν ερμηνείες όσον αφορά στις πιθανές αιτίες των δυσκολιών των νηπίων να ανταποκριθούν σε καταστάσεις επαναλαμβανόμενης μοιρασιάς, μέσω εικονογραφημένου βιβλίου, αναγνωρίζοντας την ανάγκη να πραγματοποιηθεί έρευνα με περισσότερα (ζευγάρια) παιδιά ή/και διδακτική παρέμβαση με χρήση του εικονογραφημένου βιβλίου.

Το πρώτο τεύχος σε ψηφιακή μορφή κλείνει με το άρθρο των Αριστούλας Κοντογιάννη και Κωνσταντίνου Τάτση με τίτλο **«Διερεύνηση της κατανόησης γραφημάτων από ενήλικες σε σχολείο δεύτερης ευκαιρίας μέσω διδακτικής παρέμβασης»**.

Σ' αυτό το άρθρο οι συγγραφείς διερευνούν τις γνώσεις και τις δεξιότητες των εκπαιδευομένων σε ένα Σχολείο Δεύτερης Ευκαιρίας όσον αφορά στην κατανόηση γραφημάτων Στατιστικής.

Η εκπαίδευση των ενηλίκων στα Μαθηματικά (Adults' mathematics education-AME) αποτελεί ένα πεδίο μελέτης και πρακτικής το οποίο καλύπτει ένα μεγάλο εύρος χώρων διδασκαλίας, μάθησης και έρευνας (Evans, Wedege, & Yasukawa, 2013). Ο κύριος και πρωταρχικός σκοπός, όμως, της διδασκαλίας των μαθηματικών, κυρίως στην εκπαίδευση ενηλίκων, είναι να καταστούν οι πολίτες αριθμητικώς εγγράμματοι (numerate). Η εκπαίδευση ενηλίκων και ειδικά ο μαθηματικός γραμματισμός έχει συζητηθεί από πολλές οπτικές και με διαφορετικές εστιάσεις. Πολλές διαφωνίες και αποκλίσεις, για παράδειγμα εντοπίζονται μεταξύ «ανθρωπιστικών» και «οικονομικών» προσεγγίσεων (Evans, Wedege, & Yasukawa, 2013) με την Τσατσαρώνη και τον Evans (2014) να επιχειρηματολογούν γιατί η

γνώση, στην εκπαίδευση ενηλίκων δε μπορεί να περιοριστεί σε απλή απόκτηση ικανοτήτων. Μεγάλο μέρος της έρευνας σχετικά με το μαθηματικό γραμματισμό αφορά στο στατιστικό γραμματισμό, καθώς σχετίζεται με εργαλεία που χρειάζονται οι υπεύθυνοι πολίτες ώστε να μπορούν να κατανοήσουν τον κόσμο γύρω τους και να πάρουν αποφάσεις σε θέματα που επηρεάζουν τη ζωή τους (Ben-Zvi & Garfield, 2004).

Στην εμπειρική μελέτη, η οποία παρουσιάζεται σ' αυτό το άρθρο οι συγγραφείς εστιάζουν στον τρόπο που αντιλαμβάνονται οι εκπαιδευόμενοι τα γραφήματα, τα συμπεράσματα που εξάγουν από αυτά καθώς και στην ετοιμότητά τους να αντιλαμβάνονται παραπλανητικά γραφήματα και να αντικρούουν σχετικούς λανθασμένους ισχυρισμούς. Η έρευνα έδειξε ότι ενώ αρχικά οι εκπαιδευόμενοι είχαν περιορισμένη κατανόηση εστιάζοντας στο 'διάβασμα των δεδομένων' στη συνέχεια και με κατάλληλη παιδαγωγική διαχείριση ήταν σε θέση να πραγματοποιούν συγκρίσεις, ενώ κάποιιοι μπορούσαν και να ανακατασκευάσουν τα γραφήματα για να υποστηρίξουν νέους ισχυρισμούς. Καθώς η ανάπτυξη κριτικής στάσης συνδέεται και με την ανάπτυξη της αίσθησης του πολίτη τα συμπεράσματα της έρευνας έχουν ενδιαφέρον και αξίζουν περαιτέρω διερεύνησης.

## **Αναφορές**

- Gonzales, P. A. (2001). *Pursuing excellence: Comparisons of international eighth-grade mathematics and science achievement from a US perspective, 1995 and 1999: Initial findings from the Third International Mathematics and Science Study-Repeat*. DIANE Publishing.
- Batanero, C., Henry, M., & Parzysz, B. (2005). *The Nature of Chance and Probability*. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning* (pp. 16-42). Dordrecht: Kluwer.
- Eichler, A., & Vogel, M. (2014). Three Approaches for Modelling Situations with Randomness. In E. J. Chernoff, & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking* (pp. 75-100). Dordrecht: Springer.
- Squire, S., & Bryant, P. (2003). *Children's models of division*. *Cognitive Development*, 18(3), 355-376.
- Garfield, J., delMas, R., & Zieffler, A. (2012). Developing statistical modelers and thinking in an introductory, tertiary - level statistics course. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education*, 44 (7), 883 - 898.
- Graham, A. (2006). *Developing thinking in statistics*. London: Paul Chapman Publishing.
- Gal, I., & Tout, D. (2014). *Comparison of PIAAC and PISA frameworks for numeracy and mathematical literacy*. OECD Education Working Papers, (102), 0\_1.
- Goodwin, K. 2008. The Impact of Interactive Multimedia on Kindergarten Students' Representations of Fractions. *Issues in Educational Research* 18 (2), 103-117.
- Monaghan, J. (2001). Young peoples' ideas of infinity. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 239-257.
- και των Singer, F. M., & Voica, C. (2008). *Between perception and intuition: Learning about infinity*. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(3), 188-205.

- Pepper, K., & Hunting, R. (1998). Preschoolers' Counting and Sharing. *Journal for research in Mathematics Education*, 29(2), 164-183.
- Singer, F. M., & Voica, C. (2008). Between perception and intuition: Learning about infinity. *The Journal of Mathematical Behavior*, 27(3), 188-205.
- Squire, S., & Bryant, P. (2003). Children's models of division. *Cognitive Development*, 18(3), 355-376.
- Tsatsaroni, A., & Evans, J. (2014). Adult numeracy and the totally pedagogised society: PIAAC and other international surveys in the context of global educational policy on lifelong learning. *Educational Studies in Mathematics*, 87(2), 167-186
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67 (3), 223-265.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). *Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking*, (pp. 3-15). Springer.