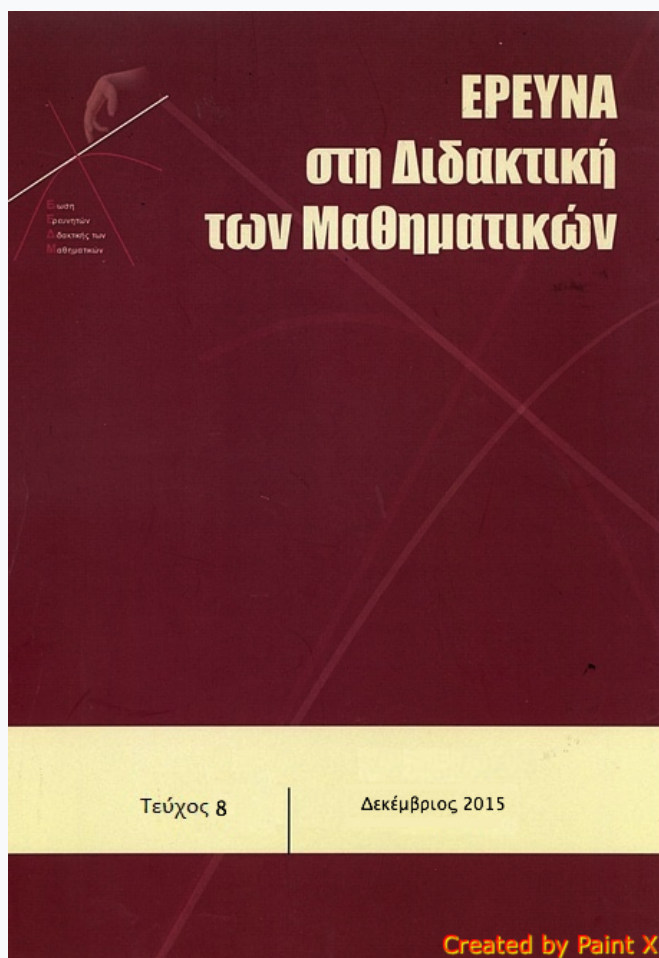


## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Αρ. 8 (2015)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



### Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΑΤΥΠΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ ΣΕ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΙΚΡΗΣ ΗΛΙΚΙΑΣ

Έφη Παπαριστοδήμου (Efi Paparistodimou), Μαρία Μελετίου - Μαυροθέρη

doi: [10.12681/enedim.14241](https://doi.org/10.12681/enedim.14241)

Copyright © 2017, ΕΦΗ ΠΑΠΑΡΙΣΤΟΔΗΜΟΥ, ΜΑΡΙΑ ΜΕΛΕΤΙΟΥ-ΜΑΥΡΟΘΕΡΗ



Άδεια χρήσης [Creative Commons Αναφορά 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Παπαριστοδήμου (Efi Paparistodimou) Έ., & Μελετίου - Μαυροθέρη Μ. (2017). Η ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΤΗΣ ΑΤΥΠΗΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΚΕΨΗΣ ΣΕ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΙΚΡΗΣ ΗΛΙΚΙΑΣ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (8), 87–106. <https://doi.org/10.12681/enedim.14241>

# Η ανάπτυξη της άτυπης στατιστικής σκέψης σε μαθητές μικρής ηλικίας

Έφη Παπαριστοδήμου

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου  
e.paparistodemou@cytanet.com.cy

Μαρία Μελητίου-Μαυροθέρη

Ευρωπαϊκό Πανεπιστήμιο Κύπρου  
m.mavrotheris@euc.ac.cy

## ► Περίληψη

Το άρθρο εστιάζεται στην ανάπτυξη της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής (*informal inferential reasoning*) με τη χρήση του δυναμικού λογισμικού *TinkerPlots*<sup>®</sup>, το οποίο σχεδιάστηκε ειδικά για παιδιά δημοτικού και γυμνασίου. Τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν ότι η διδακτική της στατιστικής μπορεί να προάγει την ανάπτυξη της επαγωγικής σκέψης σε παιδιά μικρής ηλικίας, μέσα από άτυπες, βασισμένες σε δεδομένα προσεγγίσεις. Επίσης, υποδεικνύουν ότι η χρήση του δυναμικού λογισμικού στατιστικής έχει τη δυνατότητα να ενισχύσει τη διδακτική της στατιστικής μέσω του επαγωγικού στατιστικού συλλογισμού, ο οποίος είναι προσιτός στους νεαρούς μαθητές.

**Λέξεις κλειδιά:** Στατιστική Σκέψη, Επαγωγικός Συλλογισμός, Δυναμικό Λογισμικό *TinkerPlots*

## ► Εισαγωγή

Η Στατιστική είναι η επιστήμη των δεδομένων. Ασχολείται με την συλλογή, την ανάλυση και την ερμηνεία δεδομένων και απαρτίζεται από δύο κύριες περιοχές: την περιγραφική στατιστική και την επαγωγική στατιστική. Η περιγραφική στατιστική ασχολείται με τη συλλογή, την οργάνωση, την επεξεργασία και την ερμηνεία μιας ομάδας δεδομένων. Η επαγωγική στατιστική ασχολείται με την εξαγωγή (προσεγγιστικών) συμπερασμάτων για το σύνολο μιας ομάδας (πληθυσμός) με βάση τα δεδομένα ενός υποσυνόλου της υπό μελέτη ομάδας (δείγμα). Η επαγωγική στατιστική αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο των σύγχρονων στατιστικών εννοιών και μεθόδων, αφού επιτρέπει την εξαγωγή χρήσιμων και γενικεύσιμων συμπερασμάτων κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Παρά όμως την σημαντικότητά της, παρουσιάζεται

ως ένας τομέας με ιδιαίτερη δυσκολία για τους μαθητές (Green, 1982· Garfield & Ahlgren, 1998· Gordon & Gordon, 1992· Rubin, Hammerman, & Konold, 2006).

Παραδοσιακά, η στατιστική συμπερασματολογία παρουσιαζόταν στην τάξη ως ένα σύνολο ελέγχων και διαδικασιών, μέσω των οποίων οι πληροφορίες που περιλαμβάνονται σε ένα δείγμα χρησιμοποιούνται είτε για να υπολογιστούν οι τιμές μιας άγνωστης πληθυσμιακής παραμέτρου (κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης), είτε για να γίνει έλεγχος υποθέσεων για την τιμή μιας άγνωστης πληθυσμιακής παραμέτρου. Δεδομένων των εννοιολογικών δυσκολιών που εμπρικλείει η κατανόηση των “επίσημων επαγωγικών μεθόδων” (formal inferential methods), η διδασκαλία της στατιστικής στην πρωτοβάθμια και την κατώτερη δευτεροβάθμια εκπαίδευση περιοριζόταν σε βασικές έννοιες της περιγραφικής στατιστικής και η εισαγωγή στην επαγωγική στατιστική γινόταν στις τελευταίες τάξεις της μέσης εκπαίδευσης ή ακόμα και σε πανεπιστημιακό επίπεδο. Εντούτοις, οι επιστήμονες στον τομέα της μαθηματικής παιδείας έχουν σήμερα καθορίσει ένα μεγαλύτερο σε έκταση και πιο ενδελεχή ρόλο για τη στατιστική στα σχολικά μαθηματικά (Shaughnessy, Ciancetta, Best, & Canada, 2004; Makar & Ben-Zvi, 2011). Σε ένα κόσμο όπου οι δεξιότητες ανάλυσης, παρουσίασης και σχολιασμού της πληροφορίας που περιέχεται στα δεδομένα είναι απαραίτητες για την καθημερινή ζωή και την ιδιότητα του κριτικά σκεπτόμενου πολίτη, οι ιδέες της στατιστικής καταλαμβάνουν ολοένα και πιο σημαντικό ρόλο στη μαθηματική εκπαίδευση. Είναι πλέον ευρέως αποδεκτό ότι σημαντικές στατιστικές ιδέες, συμπεριλαμβανομένων και θεμελιωδών εννοιών της επαγωγικής στατιστικής, πρέπει να εισάγονται νωρίς στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Στην Αυστραλία, για παράδειγμα, εδώ και δύο τουλάχιστον δεκαετίες το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών απαιτεί να τίθενται οι βάσεις της στατιστικής συμπερασματολογίας στις τελευταίες τάξεις του δημοτικού, προνοώντας για εμπειρίες που καθιστούν τα παιδιά να “κατανοούν την έννοια του δείγματος, να επιλέγουν κατάλληλα δείγματα από καθορισμένες ομάδες και να εξάγουν ανεπίσημα συμπεράσματα από τα δεδομένα που έχουν συγκεντρωθεί” (Australian Education Council (AEC), 1991, σελ. 172). Στις Η.Π.Α., παρόμοιες προσδοκίες διατυπώνονται στα Common Core State Standards των Μαθηματικών (CCSS-M, 2010), και στην Έκθεση GAISE (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education -GAISE Report, 2005).

Η σύγχρονη τεχνολογία παρέχει εργαλεία και ευκαιρίες στους νεαρούς μαθητές, για την ανάπτυξη του πρώιμου στατιστικού συλλογισμού τους. Επιτρέπει σε παιδιά μικρής ηλικίας να εισαχθούν, μέσα από διαδικασίες διερεύνησης και πειραματισμού, σε προηγμένα στατιστικά θέματα, συμπεριλαμβανομένων και πολύπλοκων στατιστικών εννοιών της στατιστικής συμπερασματολογίας. Αυτό αναπόδραστα οδηγεί στη μετακίνηση του επίκεντρου της διδασκαλίας από την εξοικείωση των παιδιών με διάφορα στατιστικά εργαλεία της περιγραφικής στατιστικής (γραφικές

παραστάσεις, αριθμητικά μέτρα) προς στην ανάπτυξη της ικανότητάς τους για επίλυση στατιστικών προβλημάτων. Η διαδικασία επίλυσης στατιστικών προβλημάτων προβάλλεται ως μια διερευνητική διαδικασία η οποία εμπεριέχει την διατύπωση ερευνητικών ερωτημάτων, τη συλλογή και ανάλυση δεδομένων και την εξαγωγή συμπερασμάτων βασισμένων σε δεδομένα (GAISE Report, 2005).

Η μελέτη που παρουσιάζεται στο παρόν άρθρο εστιάστηκε στην οικοδόμηση βασικών εννοιών της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής (informal inferential reasoning) ανάμεσα σε μαθητές μικρής ηλικίας. Εξετάστηκαν τα ακόλουθα ερωτήματα, με βάση τη μελέτη περίπτωσης μίας ομάδας οκτάχρονων παιδιών τα οποία διατύπωσαν στατιστικά συμπεράσματα βασισμένα σε δεδομένα τα οποία συνέλλεξαν και ακολούθως ανέλυσαν τα ίδια χρησιμοποιώντας το λογισμικό δυναμικής στατιστικής TinkerPlots® (Konold & Miller, 2005) ως εργαλείο:

- (i) Πώς αρχίζουν οι μαθητές μικρής ηλικίας να αναπτύσσουν την άτυπη επαγωγική συλλογιστική τους σε ένα μαθησιακό περιβάλλον, όπου βιώνουν όλα τα στάδια της διαδικασίας επίλυσης στατιστικών προβλημάτων (διατύπωση ερωτημάτων, συγκέντρωση δεδομένων, ανάλυση δεδομένων, ερμηνεία αποτελεσμάτων και εξαγωγή συμπερασμάτων);
- (ii) Πώς μπορούν να αξιοποιηθούν οι δυνατότητες που παρέχει ένα λογισμικό δυναμικής στατιστικής όπως το TinkerPlots® κατά τα πρώτα χρόνια της σχολικής εκπαίδευσης για υποστήριξη (scaffolding) και επέκταση της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής των μαθητών;

## ► Βιβλιογραφική ανασκόπηση

### ***Άτυπη Επαγωγική Συλλογιστική (Informal Inferential Reasoning)***

Η ανάπτυξη των άτυπων ιδεών της επαγωγικής συλλογιστικής είναι κύριο αντικείμενο ερευνητικού ενδιαφέροντος για την τρέχουσα βιβλιογραφία στον τομέα της στατιστικής παιδείας (π.χ., Gil & Ben-Zvi, 2011· Pratt, Johnston-Wilder, Ainley, & Mason, 2008). Από την υπάρχουσα βιβλιογραφία, διαφαίνεται ότι οι νεαροί μαθητές διαθέτουν διαισθητικά μοντέλα για τα δεδομένα, τα οποία μπορούν να αναγάγουν σε επαγωγική στατιστική (Paparistodemou & Meletiou, 2008· Rubin et al., 2006· Bakker, 2004· Makar, Fielding-Wells, & Allmond, 2011). Η Watson (2007) αναφέρει ότι η άτυπη επαγωγική συλλογιστική αντιπροσωπεύει την εμπειρία από το σημείο-αφετηρία, όπου οι μαθητές αρχίζουν να θέτουν ερωτήματα για σύνολα δεδομένων, μέχρι το σημείο όπου γίνονται ικανοί να κατανοήσουν την τυπική επαγωγική στατιστική. Οι Rubin κ.ά. (2006) ορίζουν ότι η άτυπη επαγωγική σκέψη αρθρώνεται στην κατανόηση των ακόλουθων συσχετιζόμενων εννοιών: 1. τις ιδιότητες του όλου αντί τις ιδιότητες συγκεκριμένων περιπτώσεων, 2. το μέγεθος του δείγματος και τις επιπτώσεις του στην εκτίμηση πληθυσμιακών παραμέτρων,

3. τον έλεγχο της μεροληψίας και 4. τη διάκριση μεταξύ υποθέσεων που ισχύουν πάντα και υποθέσεων που ισχύουν συχνά ή κάποιες φορές.

Οι Zieffler, delMas, Garfield, και Gould (2007) προσδιορίζουν την επαγωγική συλλογιστική ως τη διαδικασία όπου οι μαθητές συσχετίζουν αυτό που παρατηρούν στα δεδομένα με ένα θεωρητικό πληθυσμό και ως τον τρόπο με τον οποίο επιχειρηματολογούν ή χρησιμοποιούν πληροφορίες για να υποστηρίξουν αυτές τις συσχετίσεις. Η οικοδόμηση σχέσεων μεταξύ δείγματος και πληθυσμού αποτελεί το επίκεντρο της στατιστικής συμπερασματολογίας (Johnston-Wilder, Ainley, & Pratt, 2007). Σύμφωνα με τις Makar και Rubin (2007) η ανάπτυξη της άτυπης στατιστικής σκέψης των μαθητών στηρίζεται στις ακόλουθες τρεις αρχές: 1. διατύπωση γενικεύσεων (διατύπωση προβλέψεων, υπολογισμός εκτιμητριών παραμέτρων, εξαγωγή συμπερασμάτων) οι οποίες επεκτείνονται 'πέρα από τα δεδομένα', 2. χρησιμοποίηση δεδομένων ως τεκμηρίων για αυτές τις γενικεύσεις, και 3. χρησιμοποίηση της ορολογίας της επιστήμης των πιθανοτήτων για την περιγραφή αυτών των γενικεύσεων, συμπεριλαμβανομένων και αναφορών σε βαθμούς βεβαιότητας για τα εξαγόμενα συμπεράσματα.

### **Ο ρόλος των Δυναμικών Στατιστικών Λογισμικών στην Ανάπτυξη Επαγωγική Συλλογιστική**

Η πρόοδος της τεχνολογίας παρέχει στους εκπαιδευτικούς εργαλεία για άτυπες, κατευθυνόμενες από τα δεδομένα προσεγγίσεις, οι οποίες αποτελούν την αφετηρία για την ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού (Rubin et al., 2006). Η εμφάνιση των δυναμικών στατιστικών λογισμικών (π.χ. TinkerPlots® και Fathom®), τα οποία έχουν σχεδιαστεί ειδικά για να αναπαριστούν στατιστικές έννοιες, παρέχει την δυνατότητα ώστε ο επαγωγικός συλλογισμός να γίνει προσιτός σε νεαρούς μαθητές. Περαιτέρω, τα λογισμικά αυτά αποτελούν μέσο για το σχεδιασμό δραστηριοτήτων, οι οποίες αναπτύσσουν παράλληλα τις εμπειρίες και τα τυπικά κομμάτια της γνώσης, δημιουργώντας τις προϋποθέσεις για τους μαθητές να κάνουν άμεσες διασυνδέσεις μεταξύ της φυσικής εμπειρίας και της φορμαλιστικής αναπαράστασης εννοιών (Στυλιανού & Μελετίου-Μαυροθέρη, 2003· Paparistodemou, Noss & Pratt, 2008). Σημαντικός αριθμός ερευνητών έχουν μελετήσει την επίδραση των δυναμικών στατιστικών λογισμικών στην ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να εξαγουν συμπεράσματα και να επιχειρηματολογούν για τα δεδομένα, με πολύ ενθαρρυντικά αποτελέσματα (π.χ. Meletiou-Mavrotheris, 2003· Bakker, 2004· Ben-Zvi, 2006). Κάποιες από αυτές τις μελέτες έχουν καταδείξει ότι ακόμη και μικρά παιδιά μπορούν να αναπτύξουν ισχυρή διαισθητική σκέψη για σημαντικές έννοιες της στατιστικής συμπερασματολογίας μέσα από την χρήση κατάλληλων εργαλείων εξεικόνισης (visualisation) στατιστικών δεδομένων (e.g. Pratt, 2000· Stohl & Tarr, 2002· Ben-Zvi, 2006. Paparistodemou & Meletiou-Mavrotheris, 2008· Paparistodemou & Meletiou-Mavrotheris, 2010).

Αν και οι έρευνες των τελευταίων χρόνων έχουν αρχίσει να ρίχνουν κάποιο φως σε σχέση με την άτυπη επαγωγική σκέψη των μαθητών, η μελέτη αυτής της σημαντικής πτυχής του στατιστικού συλλογισμού βρίσκεται ακόμη σε αρχικό στάδιο στην τρέχουσα βιβλιογραφία. Ιδιαίτερα, υπάρχει ένα σημαντικό κενό γνώσης ως προς τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να αναπτυχθεί η άτυπη επαγωγική συλλογιστική των μαθητών σε μικρή ηλικία. Η παρούσα εργασία επιχειρεί να συμβάλει στην πλήρωση αυτού του κενού παρέχοντας εισηγήσεις για την ανάπτυξη κατάλληλων, εμπνευσμένων από την τεχνολογία, διδακτικών καταστάσεων, οι οποίες δίνουν στα παιδιά τη δυνατότητα να αναπτύξουν την άτυπη επαγωγική τους σκέψη μέσα από τη διερεύνηση δεδομένων που τους ενδιαφέρουν.

Η χρήση της τεχνολογίας είναι απαραίτητο εργαλείο στη σύγχρονη διδακτική της στατιστικής και η επιλογή του κατάλληλου λογισμικού είναι μεγάλης σημασίας. Όπως τονίζει ο Ben-Zvi (2000), η διδασκαλία της στατιστικής οφείλει να υιοθετήσει τη χρήση τεχνολογικών εργαλείων τα οποία να υποστηρίζουν την ενεργό κατασκευή γνώσης, να παρέχουν ευκαιρίες στους μαθητές να προβληματιστούν σχετικά με τις παρατηρηθείσες τάσεις και αποκλίσεις στα δεδομένα, και να συμβάλλουν στην ανάπτυξη των μεταγνωστικών ικανοτήτων των μαθητών. Ένα τέτοιο λογισμικό είναι και το δυναμικό εκπαιδευτικό πακέτο TinkerPlots<sup>®</sup>, το οποίο χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο για την ανάπτυξη της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής (informal inferential reasoning) των παιδιών που συμμετείχαν στην παρούσα έρευνα. Ακολουθεί μία σύντομη παρουσίαση του λογισμικού αυτού.

### ***Το Δυναμικό ΣτατιστικόΛογισμικό TinkerPlots<sup>®</sup>***

Το εκπαιδευτικό λογισμικό TinkerPlots<sup>®</sup>, είναι ένα δυναμικό εκπαιδευτικό λογισμικό, ειδικά σχεδιασμένο για τις μαθησιακές ανάγκες των μαθητών δημοτικού και γυμνασίου. Η ανάπτυξή του στηρίχθηκε σε σύγχρονες οικοδομιστικές θεωρίες μάθησης, καθώς και στα πορίσματα πολύχρονων ερευνών στο χώρο της στατιστικής παιδείας για το πώς οι μαθητές μικρής ηλικίας μπορούν να αναπτύξουν «άτυπη-δαισθητική στατιστική γνώση» μέσα από καινοτόμες διδακτικές παρεμβάσεις και αναπαραστασιακά πλούσια διδακτικά περιβάλλοντα.

Το Tinkerplots<sup>®</sup> προσφέρει ένα φιλικό προς τον νεαρό χρήστη υπολογιστικό περιβάλλον διερευνητικής επεξεργασίας δεδομένων, το οποίο ενισχύει τη βιωματική μάθηση, διευρύνοντας το μαθησιακό περιβάλλον και τις εμπειρίες των παιδιών. Αν και πλήρες πακέτο ανάλυσης στατιστικών δεδομένων, το Tinkerplots<sup>®</sup> σε αντίθεση με άλλα λογισμικά, επιτρέπει στους μαθητές να δημιουργήσουν τις δικές τους γραφικές παραστάσεις «από τη βάση» (bottom-up). Χρησιμοποιώντας το Tinkerplots<sup>®</sup>, παιδιά που δεν έχουν ακόμη διδακτεί τους συμβατικούς τύπους γραφικών παραστάσεων, ή τα είδη των μεταβλητών (ποσοτικές, ποιοτικές, συνεχείς, διακριτές κλπ.), μπορούν να προβούν στην ανάλυση ρεαλιστικών δεδομένων. Μέσω της εκτέλεσης απλών ενεργειών όπως η ιεράρχηση δεδομένων σύμφωνα με

τις τιμές μιας μεταβλητής, ή η ταξινόνησή τους σε κατηγορίες, τα παιδιά μπορούν να κατασκευάσουν μια ευρεία γκάμα τόσο συμβατικών γραφικών παραστάσεων (π.χ. κυκλικό διάγραμμα, ιστόγραμμα, διάγραμμα διασποράς), όσο και μη συμβατικών γραφημάτων που εφεύρουν τα ίδια. Μέσα από αυτούς τους νέους τρόπους αναπαράστασης δεδομένων, τα παιδιά βρίσκουν απαντήσεις στα ερωτήματά τους, αναπτύσσοντας παράλληλα στατιστικούς συλλογισμούς.

Οι αξιολογικές-επανατροφοδοτικές δυνατότητες που παρέχει το δυναμικό λογισμικό Tinkerplots® συμβάλλουν στην απόκτηση αυτογνωσίας και μεταγνωστικών δεξιοτήτων σκέψης. Ενθαρρύνεται η παραγωγή, έλεγχος και αναπροσαρμογή ιδεών και υποθέσεων. Η αλληλεπίδρασή του μαθητή με το λογισμικό ελέγχεται με τη βοήθεια μεταβαλλόμενων σχημάτων και γραφικών παραστάσεων. Μπορεί ο μαθητής να δει τα άμεσα αποτελέσματα των πράξεων του, να προβεί σε αυτοαξιολόγηση των εικασιών του και να διορθώσει τυχόν λάθη. Οι διαδικασίες αυτές βοηθούν το μαθητή να συνειδητοποιήσει σε μεταγνωστικό επίπεδο πώς ο ίδιος σκέπτεται, καθώς και να αναπτύξει στρατηγικές λύσεις προβλήματος. Ενισχύεται το αίσθημα αυτοπεποίθησης και επιμονής, η θετική αντιμετώπιση των λαθών. Το παιδί μαθαίνει πώς να μαθαίνει.

## ► Μεθοδολογία

### Συμμετέχοντες

Στην μελέτη έλαβαν μέρος είκοσι δύο οκτάχρονοι μαθητές μιας τρίτης τάξης του κατώτερου κύκλου (Τάξεις Α'-Γ') ενός δημοτικού σχολείου της Λευκωσίας στην Κύπρο. Τα παιδιά αυτά, τα οποία δεν είχαν κανένα υπόβαθρο στην στατιστική, διεξήγαγαν κάποια έρευνα και ακολούθως ανέλυσαν τα δεδομένα της έρευνάς τους χρησιμοποιώντας το λογισμικό TinkerPlots®.

Ο ρόλος των ερευνητριών κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων ήταν αυτός του 'συμμετέχοντα παρατηρητή', Είχαν αλληλεπίδραση με τα παιδιά, ενώ αυτά εργάζονταν σε μεικτές ομάδες για τις δραστηριότητες. Ο ρόλος των ερευνητριών μπορεί να διακριθεί σε 'διερευνητικές παρεμβάσεις', 'πειραματικές παρεμβάσεις' και 'τεχνικές παρεμβάσεις' (βλ. Pratt, 2000). Οι διερευνητικές παρεμβάσεις αποσκοπούσαν στην καλύτερη κατανόηση του τρόπου σκέψης των παιδιών. Οι πειραματικές παρεμβάσεις στόχευαν στο να αλλάξουν την πορεία μιας δραστηριότητας με πιθανή συνέπεια μία εννοιολογική αλλαγή (π.χ. όταν δινόταν η ευκαιρία, οι ερευνήτριες ενθάρρυναν τα παιδιά να σχεδιάσουν γενικεύσεις που εκτείνονταν πέρα από τα δεδομένα στο χέρι). Τεχνικές παρεμβάσεις γίνονταν για να δοθούν εξηγήσεις σχετικά με το λογισμικό TinkerPlots®.

### ***Εργαλεία/Δραστηριότητες-Διαδικασία***

Η έρευνα των παιδιών αφορούσε στις διατροφικές τους συνήθειες, στην υγεία και στην ασφάλεια. Οι συμμετέχοντες στην παρούσα έρευνα, αρχικά συμπλήρωσαν ένα *προσωπικό ημερολόγιο* για τις διατροφικές τους συνήθειες, την ασφάλεια και την υγεία τους. Για την συμπλήρωση του ημερολογίου τους, τα παιδιά αναμενόταν να γνωρίζουν τη σημασία των όρων διατροφική συνήθεια και κώδικας ασφάλειας και πώς αυτοί οι παράγοντες επηρεάζουν την υγεία τους. Η γνώση αυτή αποκτήθηκε μέσω των άλλων γνωστικών αντικειμένων του αναλυτικού προγράμματος. Τα παιδιά είχαν πολύ μικρή εμπειρία με τη συλλογή και την ανάλυση δεδομένων.

Αφού συμπλήρωσαν το προσωπικό τους ημερολόγιο, τα παιδιά ενθαρρύνθηκαν να συγκρίνουν τις δικές τους συνήθειες με τις *συνήθειες των διπλανών τους*. Με τον τρόπο αυτό, συνειδητοποίησαν ότι υπάρχει μεταβλητότητα στα δεδομένα από το ένα άτομο στο άλλο μέσα σε μια ομάδα. Αποφάσισαν ότι καλό θα ήταν να συγκρίνουν τις απόψεις των μαθητών της τάξης τους με αυτές των μαθητών άλλων τάξεων του σχολείου. Αρχισαν να προγραμματίζουν τη διεξαγωγή μίας έρευνας σε ολόκληρο το σχολείο τους, ούτως ώστε να παρουσιάσουν τα αποτελέσματά τους σε ένα σχολικό πανηγύρι που θα διοργανωνόταν στο σχολείο τους. Αποφάσισαν ότι, για να συλλέξουν δεδομένα από την πρώτη, δεύτερα και τρίτη τάξη του σχολείου τους, έπρεπε να κατασκευάσουν ένα δομημένο ερωτηματολόγιο.

Ετοιμάστηκε από τα ίδια τα παιδιά ένα ερωτηματολόγιο (βλ. Παράρτημα) αποτελούμενο από 16 ερωτήσεις αναφορικά με το φύλο, την ηλικία, τις διατροφικές συνήθειες, την υγεία και την ασφάλεια. Το ερωτηματολόγιο συμπληρώθηκε από όλα τα παιδιά του σχολείου. Τα δεδομένα εισήχθησαν στο λογισμικό TinkerPlots® και τα παιδιά χρησιμοποίησαν το δυναμικό περιβάλλον για να τα αναλύσουν και να τα αναπαραστήσουν (GAISE Report, 2005).

Η έρευνα εξελίχθηκε σε διάστημα τεσσάρων εβδομάδων και περιλάμβανε 3-5 σαραντάλεπτες συναντήσεις ανά εβδομάδα, κατά τις οποίες τα παιδιά χρησιμοποιούσαν το λογισμικό για την επεξεργασία των δεδομένων τους. Τα παιδιά εργάζονταν σε ομάδες μικτής ικανότητας (6 ομάδες των τριών και 1 ομάδα των τεσσάρων παιδιών). Μετά το τέλος κάθε συνάντησης, οι ερευνήτριες συζητούσαν για την εξέλιξη του μαθήματος, και μέσα από διάλογο και αναστοχασμό κατέληγαν στην λήψη αποφάσεων αναφορικά με τη μεθοδολογική οργάνωση και το περιεχόμενο της επόμενης συνάντησης.

Οι συναντήσεις οπτικογραφήθηκαν και οι παρατηρήσεις των ερευνητριών καταγράφηκαν. Επιπρόσθετα, πραγματοποιήθηκαν ομαδικές συνεντεύξεις με τα παιδιά κατά τη διάρκεια της ενασχόλησής τους με την επεξεργασία των δεδομένων τους. Επίσης, χρησιμοποιήθηκαν οι σημειώσεις των μαθητών καθώς και το κείμενο που ετοίμασαν για την παρουσίαση της έρευνάς τους στο σχολικό πανηγύρι. Αρχικά, για λόγους αξιοπιστίας, οι δύο συγγραφείς κωδικοποίησαν τα δεδομένα ανε-



ξάρτητα. Οι διαφορές στην κωδικοποίηση συζητήθηκαν και η τελική κωδικοποίηση επιτεύχθηκε μετά από αρκετούς κύκλους συζήτησης. Η ανάλυση των δεδομένων είχε διερευνητικό χαρακτήρα. Δεν αποσκοπούσε στην επαλήθευση υποθέσεων ή στη γενίκευση σε ένα μεγαλύτερο πληθυσμό, αλλά στην σε βάθος μελέτη της άτυπης επαγωγικής σκέψης των συγκεκριμένων παιδιών της Κύπρου.

Η αρχική κωδικοποίηση των δεδομένων έγινε με βάση τη διεθνή βιβλιογραφία (π.χ., GAISE Report, 2005). Η τελική κωδικοποίηση, η οποία διαμορφώθηκε μέσα από την ενδελεχή ανάλυση των δεδομένων της έρευνας, βασίστηκε σε τρεις αλληλοσχετιζόμενους άξονες επιχειρηματολογίας: (α) των δεδομένων, (β) των δεδομένων και της γενίκευσής τους, (γ) των δεδομένων και της χρήσης πιθανολογικών εκφράσεων (βλ. επίσης Paparistodemou & Meletiou-Mavrotheris, 2007).

### ► Αποτελέσματα και συζήτηση

Ο πρώτος άξονας των αποτελεσμάτων, *επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα*, αναφέρεται σε συμπεράσματα των παιδιών βασισμένα μόνο στα συγκεκριμένα δεδομένα που είχαν συλλέξει, ενώ ο δεύτερος, *επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και γενίκευση*, αναφέρεται σε συμπεράσματα των παιδιών για τα δεδομένα όπου έγινε προσπάθεια να εξαχθούν συμπεράσματα και για μεγαλύτερους πληθυσμούς χωρίς όμως να γίνεται αναφορά σε έννοιες της πιθανότητας. Ο τρίτος άξονας, η *επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και τη χρήση πιθανολογικών εκφράσεων* αναφέρεται σε συμπεράσματα των μαθητών όπου χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα της έρευνας για την διατύπωση γενικεύσεων σχετικά με μεγαλύτερους πληθυσμούς, με βάση την έννοια της πιθανότητας (π.χ., χρησιμοποιώντας εκφράσεις όπως ‘πιο πιθανόν’, ‘μπορεί’). Τα στιγμιότυπα που παρουσιάζονται στις επόμενες ενότητες προέρχονται από τις αλληλεπιδράσεις των παιδιών με το λογισμικό, ενώ ανέλυαν τα δεδομένα τους. Δείχνουν την άτυπη στατιστική συμπερασματολογία των παιδιών, ενώ αυτά προσπαθούν να αντλήσουν συμπεράσματα από τα δεδομένα. Στις γραφικές παραστάσεις που παρουσιάζονται παρακάτω, τα παιδιά χρησιμοποίησαν λατινικούς χαρακτήρες για την αναγραφή ελληνικών λέξεων, λόγω του ότι το λογισμικό δεν έχει ακόμη εξελληνιστεί. Τα στιγμιότυπα που παρουσιάζονται θεωρήθηκαν στην ανάλυση των δεδομένων ως τα πιο αντιπροσωπευτικά της κάθε κατηγορίας.

### ***Επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα***

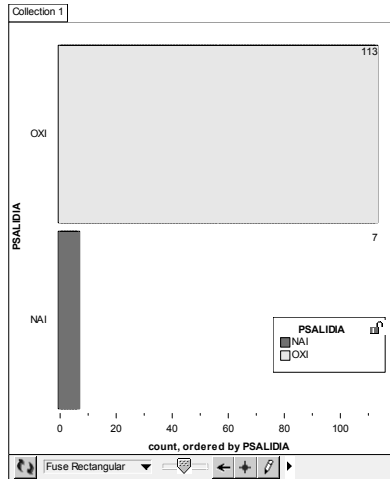
Στο ακόλουθο απόσπασμα, μια ομάδα τριών παιδιών προσπαθεί να αναλύσει τις απαντήσεις στην ερώτηση ‘Παίζεις με τα ψαλίδια μέσα στην τάξη;’ Τα παιδιά, αρχικά δημιούργησαν ένα ραβδόγραμμα, όπου παρατήρησαν ότι η μεγάλη πλειοψηφία των παιδιών που συμμετείχαν στην έρευνα (113 από τα 120 παιδιά) δεν παίζουν με τα ψαλίδια (Εικόνα 1).

Ερευνήτρια: Τι παρατηρείς εδώ;

Βασίλης: Τα περισσότερα παιδιά δεν παίζουν με τα ψαλίδια.

Φίλιππος: Είναι επικίνδυνο να παίζεις με τα ψαλίδια...Μερικά από τα παιδιά παίζουν...επτά από αυτά.

Βασίλης: Τα περισσότερα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια ανήκουν στην πρώτη τάξη.



**Εικόνα 1:** Οι απαντήσεις στην ερώτηση ‘Παίζεις με τα ψαλίδια μέσα στην τάξη;’

Η πρώτη αντίδραση των παιδιών στη γραφική παράσταση είναι το γενικό συμπέρασμα ότι τα περισσότερα παιδιά δεν παίζουν με τα ψαλίδια. Συσχετίζουν αυτό το συμπέρασμα με τις προσωπικές τους εμπειρίες, σύμφωνα με τις οποίες τα ψαλίδια είναι επικίνδυνα. Επίσης, εξαγάγουν το συμπέρασμα ότι τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια ανήκουν στην πρώτη τάξη, στηριζόμενοι αποκλειστικά στις προσωπικές τους εμπειρίες,. Η ερευνήτρια προσπαθεί να ωθήσει τα παιδιά στο να υποστηρίξουν με δεδομένα την άποψή τους αυτή.

Ερευν.: Έχετε κάποιες αποδείξεις για αυτό το συμπέρασμα;

Βασίλης: Ναι ... (προσπαθεί να κατασκευάσει μία γραφική παράσταση)

Ερευν.: Τι προσπαθείς να κάνεις;

Βασίλης: Να βάλω την τάξη ... Παρατηρώ ότι δεν είναι μόνο τα παιδιά της πρώτης τάξη που παίζουν με τα ψαλίδια, αλλά και τα παιδιά της δευτέρας και τρίτης τάξης.

Ερευν.: Από τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια, πόσα ανήκουν στην πρώτη τάξη;

- Βασίλης: Τέσσερα. [Κατ'ακρίβεια στη γραφική παράσταση υπάρχουν μόνο τρία παιδιά στην πρώτη τάξη, τα οποία παίζουν με τα ψαλίδια.]
- Ερευν.: Στις τάξεις Β και Γ;
- Βασίλης: Δύο.
- Ερευν.: Είναι αυτή μεγάλη διαφορά;
- Βασίλης: Όχι ... δεν είναι μεγάλη διαφορά.
- Μαρία: Τα περισσότερα παιδιά, τα οποία είναι στην πρώτη τάξη δεν παίζουν με τα ψαλίδια... το ίδιο ισχύει και για τη δεύτερα και τρίτη τάξη.
- Βασίλης: Αλλά τα περισσότερα παιδιά, από τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια, είναι στην πρώτη τάξη.

Η Μαρία συγκρίνει την πρώτη τάξη με τις δύο άλλες τάξεις και με βάση τα δεδομένα καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η πλειοψηφία των παιδιών και στις τρεις τάξεις δεν παίζουν με τα ψαλίδια. Ο Βασίλης επιχειρεί να βρει ενδείξεις στα δεδομένα που να δικαιολογούν την προσωπική πεποίθησή του ότι τα περισσότερα από τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια ανήκουν στην πρώτη τάξη. Εδώ γίνεται διάκριση μεταξύ των προσωπικών εμπειριών (τα μικρότερα παιδιά δεν γνωρίζουν ότι τα ψαλίδια είναι επικίνδυνα) και των δεδομένων όπως παρουσιάζονται στη γραφική παράσταση. Αν και ο Βασίλης παρατηρεί ότι δεν είναι μόνο τα παιδιά της πρώτης τάξης που παίζουν με τα ψαλίδια, εντούτοις προσπαθεί να βρει δεδομένα που να μπορούν να στηρίξουν την προσωπική του άποψη.

### **Επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και γενίκευση**

Τα δεδομένα με βάση την επιχειρηματολογία και τη γενίκευση αναφέρονται στην εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τα συγκεκριμένα δεδομένα, και στην χρήση των δεδομένων για την εξαγωγή κάποιων συμπερασμάτων για μεγαλύτερο πληθυσμό, χωρίς τη χρήση της έννοιας της πιθανότητας. Στο παρακάτω απόσπασμα μια ομάδα παιδιών αλληλεπιδρά με το λογισμικό TinkerPlots® και προσπαθεί να διερευνήσει τη σχέση μεταξύ του ενδεχομένου να παίζουν τα παιδιά του σχολείου τους με τα ψαλίδια και να αθλούνται. (Εικόνα 2).

- Μελίνα: Α! Έκανα κάτι άλλο!
- Ερευν.: Τι έκανες;
- Βάσος: Α! Εδώ βλέπουμε κατά πόσο τα παιδιά που αθλούνται παίζουν με τα ψαλίδια.
- Ερευν.: Ωραία! Τι συμπέρασμα βγάξετε;
- Βάσος: Τα παιδιά, τα οποία αθλούνται δεν παίζουν τόσο πολύ με τα ψαλίδια. Κάποια παίζουν, αλλά υπάρχουν περισσότερα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια από αυτά που δεν αθλούνται.

Ερευν.: Γιατί;

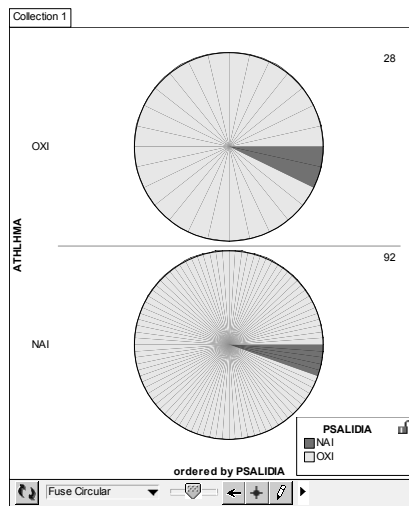
Βάσος: Διότι το βλέπουμε εδώ [δείχνει τη γραφική παράσταση].

...

Ερευν.: Αν δώσουμε αυτό το ερωτηματολόγιο σε όλες τις τάξεις του σχολείου (πρώτη μέχρι έκτη τάξη) θα παρατηρήσετε το ίδιο πράγμα;

Βάσος: Όχι!

Ερευν.: Γιατί;



**Εικόνα 2:** Η συσχέτιση των μεταβλητών άθληση και κατά πόσο τα παιδιά παίζουν με τα ψαλίδια.

Βάσος: Διότι τα παιδιά θα είναι μεγαλύτερα και θα ξέρουν ότι δεν πρέπει να κάνουμε αυτά τα πράγματα...

Ερευν.: Αν πάμε σε ένα άλλο σχολείο που έχει μόνο μικρές τάξεις, όπως τις τάξεις που πήραμε δεδομένα [πρώτη μέχρι τρίτη τάξη];

Μελίνα: Ναι! Νομίζω η πρώτη τάξη θα παίζει περισσότερο με ψαλίδια.

Βάσος: Θα ήθελα να δω τη γραφική παράσταση μεταξύ των τάξεων και των ψαλιδιών.

Ερευν.: Ωραία! Μπορείς να την κάνεις;

Ο Βάσος προσπαθεί να επιχειρηματολογήσει για τη σχέση μεταξύ του ενδεχομένου να παίζουν τα παιδιά με τα ψαλίδια και να αθλούνται. Το αρχικό του συμπέρασμα βασίζεται στις γραφικές παραστάσεις, παρόλο που στο τέλος η Μελίνα χρησιμοποιο-

εί ένα δικό της υποθετικό σενάριο για να ερμηνεύσει τα δεδομένα. Η δημιουργία αυτού του σεναρίου είναι και ο λόγος για τον οποίο τα παιδιά «υπεργενικεύουν τα δεδομένα», αλλά και από την άλλη είναι και ο λόγος που οδηγεί τον Βάσο να διερευνήσει τη σχέση μεταξύ της τάξης στην οποία βρίσκονται τα παιδιά της έρευνας και του ενδεχομένου να παίζουν με τα ψαλίδια. Ο Βάσος χρησιμοποιεί κυκλικά διαγράμματα για τη διερεύνησή του (Εικόνα 3):

Μαργαρίτα: Βλέπω ότι τα παιδιά της πρώτης τάξης παίζουν περισσότερο με τα ψαλίδια.

...

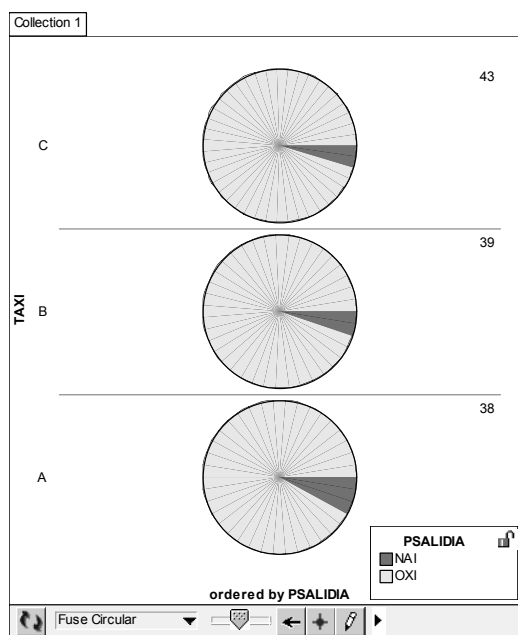
Βάσος: Τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια στη δευτέρα και τρίτη τάξη είναι λιγότερα από αυτά στην πρώτη τάξη. Στην πρώτη τάξη, τα παιδιά είναι μικρότερα και παίζουν περισσότερο με τα ψαλίδια [Δείχνει στη γραφική παράσταση].

Ερευν.: Αν ρωτήσουμε όλα τα παιδιά στο σχολείο;

Μαργαρίτα: Τα περισσότερα δε θα παίζουν με τα ψαλίδια.

Ερευν.: Τι μπορούμε να πούμε για όλα τα παιδιά στη χώρα μας;

Βάσος: Πάλι...θα είναι λιγότερο από το ένα τέταρτο των παιδιών αυτά που θα παίζουν με ψαλίδια.

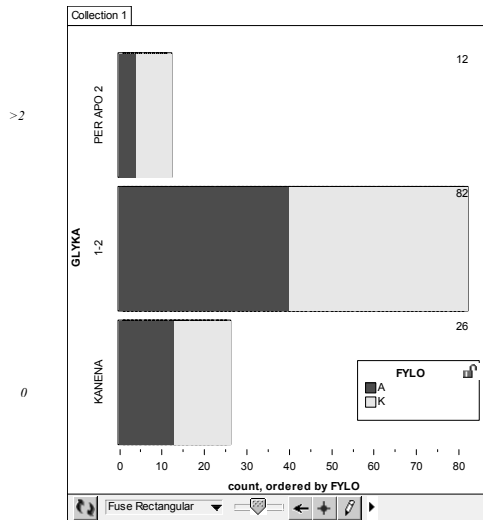


Εικόνα 3: Κυκλικά διαγράμματα για την τάξη και τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια.

Είναι ενδιαφέρον πώς ο Βάσος χρησιμοποιεί διαφορετικές αναπαραστάσεις δεδομένων. Όταν τα παιδιά ρωτήθηκαν από την ερευνήτρια κατά πόσο μπορούν να γενικευθούν τα δεδομένα τους για όλα τα παιδιά της χώρας, προσπαθούν να απαντήσουν στο ερώτημα αυτό κάνοντας υπολογισμούς.

### Επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα χρησιμοποιώντας πιθανολογικές εκφράσεις

Η ακόλουθη ομάδα μαθητών προσπαθεί να ερμηνεύσει τα δεδομένα της έρευνάς της και να κάνει εκτενέστερες αναλύσεις. Τα παιδιά επεξεργάζονται τις απαντήσεις των μαθητών που συμπλήρωσαν το ερωτηματολόγιο στην ερώτηση ‘Πόσα γλυκά τρως κάθε μέρα;’ (Εικόνα 4).



Εικόνα 4: Ο αριθμός των γλυκών που τρώνε τα παιδιά σε σχέση με το φύλο τους.

Ερευν.: Μπορείς να κάνεις μια γραφική παράσταση και να μας πεις τα συμπεράσματά σου;

Στάλω: Για τα γλυκά...Τα κορίτσια τρώνε περισσότερα γλυκά.

Η Στάλω κάνει μια γενική δήλωση για τα δεδομένα της.

...

Ερευν.: Αν βρω ένα παιδί και σου πω ότι τρώει περισσότερα από δύο γλυκά, τι θα έλεγες, είναι αγόρι ή κορίτσι;

- Στάλω: Κορίτσι...Διότι η γραφική παράσταση λέει ότι τα κορίτσια που τρώνε περισσότερα από δύο γλυκά είναι περισσότερα από τα αγόρια . . . άρα το *πιο πιθανόν* είναι να είναι κορίτσι.
- Ερευν: Αν δεν τρώει κανένα γλυκό;
- Αντρέας: Νομίζω είναι *πιο πιθανόν* το παιδί να είναι αγόρι, διότι είναι *λιγότερο πιθανόν* τα κορίτσια να μην τρώνε κανένα γλυκό.
- Στάλω: Θα έλεγα ότι το παιδί είναι αγόρι. Διότι τα αγόρια δεν τρώνε τόσα πολλά γλυκά...εμείς τρώμε περισσότερα γλυκά.

Σε αυτή την ομάδα των μαθητών, υπάρχει ανάμειξη μεταξύ της προσωπικής εμπειρίας και των δεδομένων. Εντούτοις, η αυθόρμητη χρήση της έκφρασης ‘πιο πιθανόν’ και ‘λιγότερο πιθανόν’ για τη εξαγωγή συμπερασμάτων, είναι ένα σημαντικό πρώτο βήμα των παιδιών αυτών προς την ανάπτυξη της άτυπης στατιστικής συμπερασματολογίας.

### ► Συμπεράσματα

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται διεθνώς σημαντική αναβάθμιση του ρόλου των στοχαστικών μαθηματικών (στατιστική-πιθανότητες) στα αναλυτικά προγράμματα. Η καλλιέργεια της στατιστικής σκέψης των μαθητών θεωρείται πλέον απαραίτητο εφόδιο για τη λήψη σωστών αποφάσεων στη σύγχρονη κοινωνία, όπου το άτομο κατακλύζεται καθημερινά από μεγάλο αριθμό ακατέργαστων στοιχείων και πληροφοριών (NCTM, 2000). Ένας σημαντικός στόχος της σύγχρονης διδασκαλίας των μαθηματικών είναι τα παιδιά να επιτύχουν πριν φύγουν από το σχολείο ένα επίπεδο στατιστικού αλφαριθμητισμού που θα τους επιτρέψει να συμβάλλουν σοβαρά στη λήψη κοινωνικών αποφάσεων βάσει ποσοτικών δεδομένων (Watson & Moritz, 2000).

Αντικατοπρίζοντας την πρόσφατη τάση για αναβάθμιση του ρόλου της στατιστικής στα σχολικά μαθηματικά, η παρούσα μελέτη σχεδιάστηκε με στόχο να διερευνήσει τρόπους με τους οποίους μπορούν να τεθούν τα θεμέλια της στατιστικής σκέψης κατά τα πρώτα χρόνια της σχολικής εκπαίδευσης. Συγκεκριμένα, διερευνήθηκαν τα ακόλουθα δύο ερωτήματα: (i) Πώς αρχίζουν οι μαθητές μικρής ηλικίας να αναπτύσσουν την άτυπη επαγωγική συλλογιστική τους; (ii) Πώς μπορούν να αξιοποιηθούν οι δυνατότητες που παρέχει ένα λογισμικό δυναμικής στατιστικής όπως το TinkerPlots® κατά τα πρώτα χρόνια της σχολικής εκπαίδευσης για υποστήριξη (scaffolding) και επέκταση της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής των μαθητών;

Η ποιοτική μεθοδολογία που εφαρμόστηκε στην παρούσα μελέτη περίπτωσης, το μικρό μέγεθος του δείγματος και η περιορισμένη γεωγραφική κάλυψη, δεν επιτρέπουν την γενίκευση των αποτελεσμάτων της έρευνας. Τα αποτελέσματα που

παρουσιάζονται είναι μόνο ενδεικτικά και θα πρέπει να εξεταστούν περαιτέρω, χρησιμοποιώντας πιο συστηματικές μεθόδους διερεύνησης της διαδικασίας της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής των μαθητών (π.χ. κατασκευή υποθετικών μαθησιακών μονοπατιών (hypothetical learning trajectories)). Εντούτοις, τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την έρευνα ενισχύουν την άποψη ότι η διδασκαλία της στατιστικής μπορεί όντως να συμβάλει στην ανάπτυξη της επαγωγικής συλλογιστικής των μαθητών σε νεαρή ηλικία, μέσω μιας άτυπης, στηριζόμενης στην επίλυση στατιστικών προβλημάτων, διερευνητικής προσέγγισης (Wild & Pfannkuch, 1999; Meletiou-Mavrotheris & Paparistodemou, 2015). Οι οκτάχρονοι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα βίωσαν την επίλυση στατιστικών προβλημάτων ως μια διερευνητική διαδικασία. Έθεσαν ερωτήματα για ζητήματα που τους ενδιέφεραν, συνέλεξαν δεδομένα, ανάλυσαν και ερμήνευσαν τα δεδομένα τους και τα συσχέτισαν με τα αρχικά τους ερωτήματα. Οι ερμηνείες των δεδομένων που έδωσαν τα παιδιά διακινούνταν μεταξύ της αναφοράς στα δεδομένα που είχαν στην διάθεσή τους και της γενίκευσής τους σε ένα ευρύτερο πληθυσμό. Με προτροπή από τους ερευνητές, τα παιδιά προσπάθησαν να εξάγουν συμπεράσματα “πέρα από τα δεδομένα,” παρόλο που μερικές φορές έτειναν να υπεργενικεύουν (π.χ., κάνοντας δηλώσεις του τύπου «τα περισσότερα από τα αγόρια δεν καθαρίζουν τα δόντια τους»). Διατύπωσαν το άτυπο στατιστικό συλλογισμό τους με τρεις ευδιάκριτους τρόπους: (α) επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα, (β) επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και γενίκευση, και (γ) επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και τη χρησιμοποίηση εννοιών πιθανότητας.

Τα αποτελέσματα της έρευνας καταδεικνύουν επίσης ότι το προσωπικό ενδιαφέρον είναι σημαντικό για την εμπλοκή παιδιών μικρής ηλικίας σε συλλογισμούς σχετικά με την άτυπη στατιστική σκέψη. Τα παιδιά της ερευνάς μας είχαν ενεργή συμμετοχή στη σχολική τους εργασία (project) μια και τα δεδομένα που συνέλεξαν και ανάλυσαν αφορούσαν αυτούς και τους συμμαθητές τους. Σε αυτή την ηλικία, η προσωπική εμπειρία και το ενδιαφέρον διαδραματίζουν ουσιαστικό ρόλο στις αλληλεπιδράσεις των παιδιών με τα δεδομένα. Χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα για τη διερεύνηση προβλημάτων που τους ενδιαφέρουν, τα παιδιά έχουν την ευκαιρία να συνδέσουν τις στατιστικές έννοιες με εμπειρίες της καθημερινής τους ζωής. Η ενασχόληση με δραστηριότητες που αφορούν την πραγματικότητα βοηθά επίσης τα παιδιά να αναπτύξουν μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τη στατιστική, αφού βιώνουν την πρακτική της χρησιμότητα. Τα παιδιά βιώνουν την στατιστική ως εργαλείο για την κατανόηση και επίλυση πρακτικών προβλημάτων (Makar & Confrey, 2007), και όχι μόνο ως μια συλλογή από γραφήματα, υπολογισμούς, και διαδικασίες (Sorto, 2006).

Επιπλέον, στη μελέτη υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις οι οποίες υποστηρίζουν την πεποίθησή μας ότι η χρησιμοποίηση των εργαλείων που παρέχονται από ένα δυναμικό λογισμικό στατιστικής όπως το TinkerPlots®, μπορούν πράγματι να επεκτείν-



νουν τον άτυπο στατιστικό συλλογισμό των παιδιών (Ben-Zvi, 2006) μέσα από την ενθάρρυνσή τους να οικοδομήσουν και αναδιοργανώσουν τις διαισθητικές τους αντιλήψεις για τις στατιστικές έννοιες. Τα παιδιά της έρευνάς μας χρησιμοποίησαν το λογισμικό TinkerPlots<sup>®</sup> ως διερευνητικό εργαλείο. Η παρουσία του λογισμικού διευκόλυνε το ενδιαφέρον των μαθητών για την επίλυση στατιστικού προβλήματος – τους έδωσε την ευκαιρία να διερευνήσουν τα δεδομένα που συνέλλεξαν με τρόπους που δεν θα ήταν δυνατοί χωρίς τη χρήση του λογισμικού (Hammerman & Rubin, 2003). Ιδιότητες του λογισμικού όπως η ευελιξία, η διασύνδεση πολλαπλών αναπαραστάσεων και η άμεση ανατροφοδότηση διευκόλυναν την μάθηση, επιτρέποντας στα παιδιά να διερευνήσουν, να κάνουν υποθέσεις, και ακολούθως εύκολα να ελέγξουν τις υποθέσεις αυτές βλέποντάς τις σε δράση (Στυλιανού & Μελετίου-Μαυροθέρη, 2003· Ben-Zvi, 2006). Η ενασχόληση των παιδιών με αυθεντικά πολυμεταβλητά δεδομένα, χρησιμοποιώντας το TinkerPlots<sup>®</sup> ως διερευνητικό εργαλείο, ενεργοποίησε τη χρήση της άτυπης επαγωγικής τους σκέψης.

Η λειτουργική ενσωμάτωση καινοτόμων αλληλεπιδραστικών τεχνολογικών εργαλείων (π.χ. των δυναμικών λογισμικών Fathom<sup>®</sup> και TinkerPlots<sup>®</sup>) πρέπει να έχει κεντρική θέση στη σύγχρονη διδασκαλία της στατιστικής. Οι δυνατότητες που παρέχουν τα λογισμικά αυτά διευρύνουν τους γνωστικούς ορίζοντες των παιδιών, διανοίγοντας νέες προοπτικές για την ανάπτυξη της επαγωγικής τους σκέψης. Σε μικρές ηλικίες, θα μπορούσαν να συμβάλουν, μέσα από την διερεύνηση ρεαλιστικών προβλημάτων, στην καλλιέργεια του άτυπου επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών. Ακολούθως, στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν να στηριχτούν στην εμπειρία της ανάλυσης δεδομένων που αποκτήθηκε στο δημοτικό σχολείο μέσω της χρήσης των δυναμικών λογισμικών, για να ενθαρρύνουν τα παιδιά να κινηθούν προς νέα επίπεδα αφάιρσης και γενίκευσης. Τα παιδιά αυτού του επιπέδου θα πρέπει να είναι σε θέση να εξαγουν συμπεράσματα από εμπειρικά δεδομένα και να υποστηρίζουν τα συμπεράσματά τους με τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων και αριθμητικών μέτρων. Θα πρέπει να αντιμετωπίζουν τη στατιστική ως τον προμηθευτή ισχυρών εργαλείων που τους επιτρέπουν να λαμβάνουν πληροφορημένες αποφάσεις για θέματα που τους ενδιαφέρουν. Ταυτόχρονα, τα παιδιά θα πρέπει να κατανοούν τους περιορισμούς των συμπερασμάτων που στηρίζονται σε δεδομένα που προκύπτουν από δειγματοληπτικές έρευνες και πειράματα, και θα πρέπει να είναι σε θέση να εκφράσουν την αβεβαιότητα που σχετίζεται με αυτά τα συμπεράσματα χρησιμοποιώντας εργαλεία της τυπικής επαγωγικής στατιστικής.

## ► Abstract

This paper focuses on developing students' informal inference skills, reporting on how a group of third grade students formulated and evaluated data-based inferences using the dynamic statistics data-visualization environment Tinker-

Plots® (Konold & Miller, 2005), software specifically designed to meet the learning needs of students in the early grades. Children analyzed collected data using TinkerPlots® as an investigation tool, and made a presentation of their findings to the whole school. Findings from the study support the view that statistics instruction can promote the development of learners' inferential reasoning at an early age, through an informal, data-based approach. These also suggest that the use of dynamic statistics software has the potential to enhance statistics instruction by making inferential reasoning accessible to young learners.

**Keywords:** *Statistics education research; TinkerPlots®; Informal statistical inference*

### ► Βιβλιογραφικές αναφορές

- Australian Education Council (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Melbourne: Author.
- Bakker, A. (2004). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64-83.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward Understanding the Role of Technological Tools in Statistical Learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2, 127-155.
- Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics Education: Proceedings of the Seventh International Conference of Teaching Statistics (ICOTS-7)*, Salvador, Brazil. Voorborg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Mathematics*. Washington, DC: Council of Chief State School Officers & National Governors Association Center for Best Practices.
- GAISE Report (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education: A Pre-K-12 Curriculum Framework*. Alexandria, VA: The American Statistical Association. [Online: <http://www.amstat.org/education/gaise>]
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1998). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 44-63.
- Gil, E., & Ben-Zvi, D. (2011). Explanations and Context in the Emergence of Students' Informal Inferential Reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 13 (1), 87-108.
- Gordon, F. S., & Gordon, S. P. (1992). Sampling + Simulation = Statistical Understanding. In F. S. Gordon (Ed.), *Statistics for the twenty-first century* (pp. 207-216). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Green, D. G. (1982). A survey of probability concepts in 3000 students aged 11-16. In D. V. Grey (Ed.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (pp. 766-783). London: Statistics Teaching Trust.

- Hammerman, J., & Rubin, A. (2003). Reasoning in the Presence of Variability. In C. Lee (Ed), *Reasoning about Variability: A Collection of Current Research Studies* [On CD]. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Konold, C., & Miller, C. D. (2005). *TinkerPlots: Dynamic Data Explorations*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Makar, K., & Ben-Zvi, D. (2011). The role of context in developing reasoning about informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13, 1-4.
- Makar, K., & Confrey, J. (2007). Moving the context of modeling to the forefront. In W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*. New York: Springer.
- Makar, K., Fielding-Wells, J., & Allmond, S. (2011, July). *Is this game 1 or game 2? Primary children's reasoning about samples in an inquiry classroom*. Paper presented at the Seventh International Forum for Research on Statistical Reasoning, Thinking, & Literacy. Texel, The Netherlands.
- Makar, K., & Rubin, A. (2007, August). *Beyond the bar graph: Teaching informal statistical inference in primary school*. Paper presented at the Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-5). Warwick, UK.
- Meletiou-Mavrotheris, M. (2003). Technological Tools in the Introductory Statistics Classroom: Effects on Student Understanding of Inferential Statistics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 8(3), 265-297.
- Meletiou-Mavrotheris, M., and Paparistodemou, E. (2015). *Developing Young Learners' Reasoning about Samples and Sampling in the Context of Informal Inferences*. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 385-404.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Paparistodemou, E., Noss, R., & Pratt, D. (2008). 'The Interplay between Fairness and Randomness' *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 89-110.
- Paparistodemou, E., & Meletiou-Mavrotheris, M. (2008). Enhancing Reasoning about Statistical Inference In 8 Year-Old Students. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 83-106.
- Paparistodemou, E. & Meletiou-Mavrotheris, M. (2010). Engaging Young Children in Informal Statistical Inference. In C. Reading (Ed.), *Data and Context in Statistics Education: Towards an Evidence-based Society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8, July, 2010)*, Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Pratt, D. (2000). Making Sense of the Total of two Dice. *Journal of Research in Mathematics Education*, 31, 602-625.
- Pratt, D., Johnston-Wilder, P., Ainley, J., & Mason, J. (2008). Local and Global Thinking in Statistical Inference. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 107-129.
- Pfannkuch, M. (2006). Informal inferential reasoning. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics Education: Proceedings of the Seventh*

- International Conference of Teaching Statistics*, [CDROM]. Salvador, Brazil  
Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Rubin, A., Hammerman, J., & Konold, C. (2006). Exploring informal inference with interactive visualization software. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics Education. Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, [CDROM]. Salvador, Brazil. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Shaughnessy J. M., Ciancetta M., Best K., & Canada D. (2004, April). *Students' attention to variability when comparing distributions*. Paper presented at the 82nd Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics. Philadelphia, PA.
- Sorto, M. A. (2006). Identifying Content Knowledge for Teaching Statistics. In A. Rossman and B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Stohl, H. & Tarr, J. E. (2002). Using Multi-Representational Computer Tools to Make Sense of Inference. In D. Mewborn (Ed.), *Proceedings of the Twenty-fourth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Athens, GA: PME-NA.
- Στυλιανού, Δ., & Μελετίου-Μαυροθέρη, Μ. (2003). Δυναμικά Λογισμικά: Νέες Προοπτικές για τη Χρήση Τεχνολογίας στη Διδασκαλία των Μαθηματικών. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 132, 27-37.
- Watson, J. (2007, August). *Facilitating beginning inference with TinkerPlots for novice grade 7 students*. Paper presented at the Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-5). Warwick, UK.
- Watson, J.M., & Moritz, J.B. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 44-70.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Zieffler, A., delMas, R., Garfield, J., & Gould, R. (2007, August). *Studying the development of college students' informal reasoning about statistical inference*. Paper presented at the Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-5). Warwick, UK.

## ► Παράρτημα

## ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

Είμαστε τα παιδιά της Γ<sub>2</sub> τάξης και κάνουμε μία έρευνα σχετικά με τη διατροφή, την υγεία και την ασφάλεια των παιδιών του σχολείου μας. Θα σε παρακαλούσαμε να συμπληρώσεις το πιο κάτω ερωτηματολόγιο. Μη γράψεις πουθενά το όνομά σου. Ευχαριστούμε πολύ! 😊

1. Φύλο: Αγόρι  Κορίτσι   
 2. Τάξη: Α'  Β'  Γ'

3. Διατροφή: 

3.1. Τι έφαγες χθες;

Πρόγευμα: .....

Ενδιάμεσα: .....

Μεσημεριανό: .....

Ενδιάμεσα: .....

Βραδινό: .....

3.2. Ποιο φαγητό τρως πιο συχνά την εβδομάδα; .....

3.3. Πόσα γλυκά τρως κάθε μέρα; Κανένα  1-2  περισσότερα από 2 3.4. Πόσα φρούτα τρως κάθε μέρα; Κανένα  1-2  3-4  περισσότερα από 4 4. Υγεία: 4.1. Ασχολείσαι με κάποιο άθλημα; Ναι  Όχι 4.2. Τι ώρα κοιμάσαι το βράδυ; Πριν τις εννιά  Εννιά  Μετά τις εννιά 4.3. Πόσες φορές τη μέρα πλένεις τα δόντια σου; Καμία  1 φορά  περισσότερες από 1 5. Ασφάλεια στο σχολείο: 5.1. Διασταυρώνεις πάντα από τη διάβαση πεζών; Ναι  Όχι 5.2. Τρέχεις πάνω στις σκάλες του σχολείου; Ναι  Όχι 5.3. Κουνιέσαι με την καρέκλα μέσα στην τάξη; Ναι  Όχι 5.4. Παίζεις με τα ψαλίδια μέσα στην τάξη; Ναι  Όχι