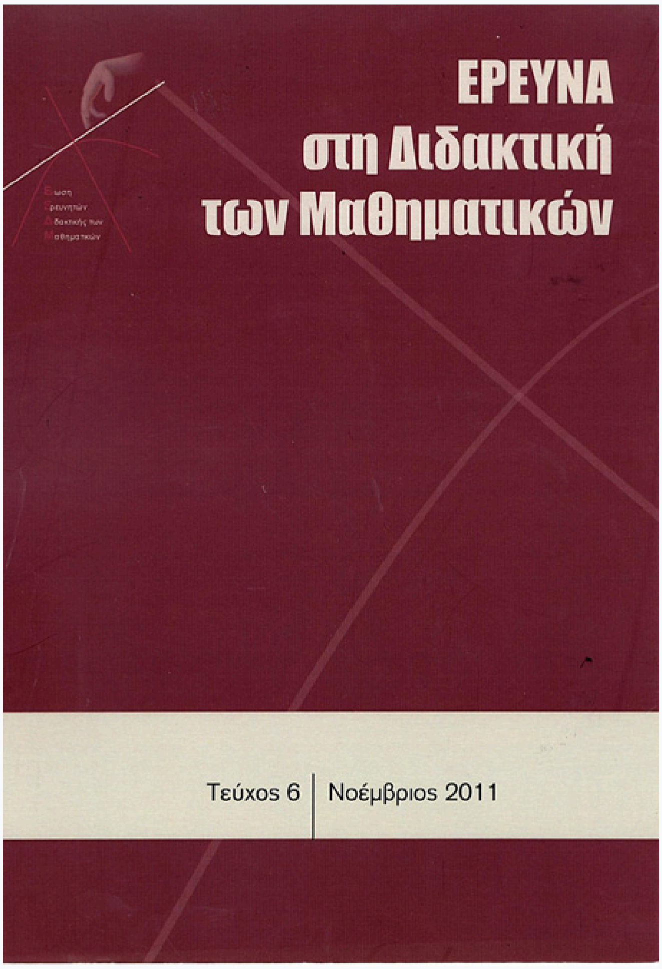
Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Αρ. 6 (2011)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



Οι διαισθητικές αντιλήψεις των παιδιών Νηπιαγωγείου, Δημοτικού και Γυμνασίου στο πρόβλημα του αθροίσματος των δύο ζαριών με τη βοήθεια ενός μικρόκοσμου

Γιώργος Φεσάκης (Giorgos Fesakis), Σόνια Καφούση (Sonia Kafoussi), Ελευθερία Μαλισιόβα (Eleftheria Malisiova)

doi: 10.12681/enedim.15033

Οι διαισθητικές αντιλήψεις των παιδιών Νηπιαγωγείου, Δημοτικού και Γυμνασίου στο πρόβλημα του αθροίσματος των δύο ζαριών με τη βοήθεια ενός μικρόκοσμου

Γιώργιος Φεσάκης
Λέκτορας, ΤΕΠΑΕΣ/Παν. Αιγαίου, gfesakis@rhodes.aegean.gr
Σόνια Καφούση
Αναπληρώτρια Καθηγήτρια, ΤΕΠΑΕΣ/Παν. Αιγαίου, kafoussi@rhodes.aegean.gr
Ελευθερία Μαλισιόβα
Νηπιαγωγός, pse05177@rhodes.aegean.gr

Περίληψη

Τα παιδιά από νεαρή ηλικία οικοδομούν διαισθητικές αντιλήψεις για τις πιθανότητες, οι οποίες είναι προσαρμόσιμες μέσω κατάλληλων μαθησιακών παρεμβάσεων. Οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές με τη δυνατότητα παραγωγής τυχαίων αριθμών και δυναμικών αναπαραστάσεων παρέχουν νέες δυνατότητες στην μάθηση των στοχαστικών εννοιών. Στην εργασία παρουσιάζεται μελέτη περίπτωσης σχετικά με την επίδραση ειδικά σχεδιασμένου λογισμικού παιχνιδιού-μικρόκοσμου στην ανάπτυξη διαισθητικών αντιλήψεων για την έννοια της πιθανότητας. Ο προτεινόμενος μικρόκοσμος βασίζεται στο πρόβλημα του αθροίσματος των δύο ζαριών και η μελέτη της επίδρασης του αφορά σε παιδιά του Νηπιαγωγείου, του Δημοτικού και του Γυμνασίου. Τα πειραματικά ευρήματα υποστηρίζουν τη μαθησιακή αξία του προτεινόμενου μικρόκοσμου στη διάγνωση πρωτογενών και τη διαμόρφωση δευτερογενών διαισθητικών αντιλήψεων για πιθανολογικές έννοιες στο πλαίσιο ελκυστικής μαθησιακής δραστηριότητας.

Λέξεις κλειδιά: *ΤΠΕ, Πιθανότητες, Διαισθητικές αντιλήψεις*

Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια το ενδιαφέρον των ερευνητών της μαθηματικής εκπαίδευσης για τις στοχαστικές έννοιες έχει αυξηθεί, καθώς έχει αναγνωριστεί ο ρόλος της πι-

* Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών, Τεύχος 5, Ιανουάριος 2011, 11-39.

θανολογικής σκέψης και της λήψης αποφάσεων κάτω από αβέβαιες συνθήκες στη σύγχρονη κοινωνία (NCTM, 2000). Σε πολλές έρευνες προτείνεται η ενσωμάτωση της θεωρίας πιθανοτήτων στα προγράμματα σπουδών των μαθηματικών, καθώς επισημαίνεται ότι η διδασκαλία των πιθανοτήτων, ξεκινώντας από τις μικρές ηλικίες, δίνει την ευκαιρία στους μαθητές να εμπλακούν σε ενδιαφέρουσες, πρόσφορες μαθησιακές δραστηριότητες (βλ. ενδεικτικά Fischbein and Schnarch 1997; Freudenthal, 1973; Jones et al., 1997; Kafoussi, 2004; Langrall and Mooney, 2005; Shaughnessy, 1992).

Ο σχεδιασμός και ο πειραματισμός κατάλληλων μαθησιακών δραστηριοτήτων σε τεχνολογικά ή μη περιβάλλοντα για τις πιθανότητες αποτελεί σήμερα βασική κατεύθυνση της έρευνας. Εξετάζοντας στοχαστικά συστήματα τα παιδιά κατανοούν σταδιακά ότι, αν και τα ακριβή αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης μπορεί να είναι αβέβαια και απρόβλεπτα, η εμπειρία από την παρατήρηση του συστήματος μπορεί να οδηγήσει στην καταγραφή όλων των δυνατών ενδεχομένων και στην εκτίμηση των πιθανότερων ενδεχομένων. Τα παιδιά μπορούν να οικοδομήσουν πάνω στη διαισθητική τους αντίληψη για τις πιθανότητες και να διακρίνουν ότι, αν και απρόβλεπτα, τα αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης μπορεί να εμφανίζονται με κάποια οριακά σταθερή συχνότητα.

Σκοπός της εργασίας αυτής είναι η μελέτη πρωτογενών και δευτερογενών διαισθητικών αντιλήψεων των μαθητών με τη χρήση ενός ειδικά σχεδιασμένου μικρόκοσμου-παιχνιδιού που βασίζεται στο πρόβλημα της κατανομής πιθανοτήτων του αθροίσματος δύο ζαριών. Στα επόμενα, αρχικά παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο που στηρίζεται κυρίως σε εργασίες για τις διαισθητικές αντιλήψεις της έννοιας της πιθανότητας και τις ευρετικές στρατηγικές λήψης απόφασης σε συνθήκες αβεβαιότητας. Κατόπιν παρουσιάζεται η προβληματική σχετικά με τις δυνατότητες επίδρασης στις διαισθητικές αντιλήψεις με τη χρήση υπολογιστικού περιβάλλοντος, ακολουθεί ο σχεδιασμός της έρευνας και τέλος αναλύονται τα ερευνητικά δεδομένα από την διάδραση παιδιών Νηπιαγωγείου, Δημοτικού και Γυμνασίου με τον πειραματικό μικρόκοσμο. Η ανάλυση γίνεται υπό το πρίσμα της επίδρασης του μικρόκοσμου στις διαισθητικές αντιλήψεις των παιδιών.

Θεωρητικό πλαίσιο

Οι Jones και Thornton (2005) σε μία συστηματική επισκόπηση των ερευνών σχετικά με την ανάπτυξη της πιθανολογικής σκέψης των μαθητών τα τελευταία 50 χρόνια, οργάνωσαν τις έρευνες σε τρεις χρονολογικές περιόδους: η πρώτη περίοδος, 1950-1970 (περίπου), χαρακτηρίζεται από τις εργασίες των Piaget και Inhelder, η δεύτερη, από το 1970-1990, χαρακτηρίζεται από έρευνες που αφορούν στις διαισθητικές αντιλήψεις για τις πιθανότητες, τις ευρετικές στρατηγικές με τις οποίες γίνεται λήψη αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας και τις πρώτες σχετικές με τις πιθανότητες εκπαιδευτικές έρευνες, και η τρίτη περίοδος, 1990-σήμερα, περιλαμβάνει περισσότερες έρευνες για την διδακτική των πιθανοτήτων σχετικά με τα προγράμματα σπουδών, έρευνες στο περιβάλλον της σχολικής τάξης επηρεασμένες από την κοινωνικοκονστρουκτιβιστική θεώρηση της μάθησης, καθώς και έρευνες για μαθησιακά περιβάλλοντα και την αξιοποίηση ΤΠΕ. Στα επόμενα θα περιγραφούν βασικά ευρήματα ερευνών που αφορούν στην προβληματική της εργασίας.

Οι έρευνες των Piaget & Inhelder

Οι έρευνες των Piaget και Inhelder (Inhelder και Piaget, 1958) για την ανάπτυξη της πιθανολογικής σκέψης έγιναν στο πλαίσιο της γενικότερης εργασίας τους για την διανοητική ανάπτυξη σε έννοιες όπως ο αριθμός, ο χώρος, ο αναλογικός συλλογισμός και η φυσική αιτιότητα. Τα βασικά πορίσματα των ερευνών αυτών αφορούν σε ζητήματα όπως η έννοια του τυχαίου, ο δειγματικός χώρος, η κατανομή πιθανοτήτων, ο νόμος των μεγάλων αριθμών κ.ά. Πιο συγκεκριμένα για το στάδιο της προσυλλογιστικής σκέψης (preoperational stage, 4-7 ετών), οι Piaget και Inhelder (βλ. Jones και Thorton, 2005) ισχυρίζονται ότι τα παιδιά δυσκολεύονται να διακρίνουν τα βέβαια από τα αβέβαια γεγονότα και να αναγνωρίσουν όλα τα δυνατά ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης με συστηματικό τρόπο. Οι εκτιμήσεις τους για τα περισσότερο και λιγότερο πιθανά ενδεχόμενα βασίζονται συνήθως σε υποκειμενικές διαισθητικές κρίσεις. Επιπλέον, τα παιδιά εμφανίζουν δυσκολία στην πρόβλεψη και την κατανόηση της έννοιας της κατανομής των πιθανοτήτων (probability distribution).

Στο στάδιο των συγκεκριμένων πράξεων (concrete operational, 8-11 ετών) τα παιδιά μπορούν να διακρίνουν τα βέβαια από τα τυχαία γεγονότα και να καταγράφουν τα πιθανά ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης, χωρίς ωστόσο να εφαρμόζουν πάντα με συνέπεια κάποια συστηματική μέθοδο. Οι εκτιμήσεις για τα περισσότερο και λιγότερο πιθανά ενδεχόμενα αρχίζουν να γίνονται με ποσοτικές συγκρίσεις, αν και δυσκολεύονται να εφαρμόσουν αναλογικό συλλογισμό για τον προσδιορισμό του βέλτιστου δειγματικού χώρου για δεδομένο επιδιωκόμενο ενδεχόμενο. Τέλος, εμφανίζουν δυσκολίες στην κατανόηση των κατανομών πιθανοτήτων.

Στο στάδιο των τυπικών λογικών πράξεων (formal operational, 11+ ετών) τα παιδιά έχουν τη δυνατότητα να τα καταφέρουν με όλα τα ζητήματα που μελετήθηκαν στην έρευνα, δηλαδή τη διάκριση των τυχαίων από τα βέβαια γεγονότα, την καταγραφή των πιθανών ενδεχομένων ενός πειράματος τύχης, την ποσοτική σύγκριση των πιθανοτήτων διαφόρων ενδεχομένων και την πρόβλεψη της κατανομής των πιθανοτήτων.

Οι έρευνες των Piaget και Inhelder και το βασικό αίτημα ότι τα παιδιά δεν έχουν τη δυνατότητα κατανόησης των πιθανοτήτων πριν το στάδιο των τυπικών λογικών πράξεων επηρέασε την μαθηματική εκπαίδευση μειώνοντας το ενδιαφέρον για τις προσπάθειες εισαγωγής της διδασκαλίας των πιθανοτήτων στις πρώτες βαθμίδες.

Οι έρευνες των Piaget και Inhelder έγιναν κατά βάση με την προσέγγιση της ψυχολογίας και όχι της εκπαίδευσης τα αποτελέσματα τους έρχονται ως ένα βαθμό σε αντίθεση με τις έρευνες του Fischbein και τα πειραματικά δεδομένα του παρόντος με την έννοια ότι οι πιθανολογικές αντιλήψεις είναι πιθανό να διαμορφωθούν και να εξελιχθούν από εκπαιδευτικές παρεμβάσεις πριν το στάδιο των τυπικών πράξεων. Τα πορίσματα των ερευνών αυτών όμως παραμένουν σημείο αναφοράς για τις μεταγενέστερες και αξιοποιούνται στην παρούσα για τον σχεδιασμό αναπτυξιακά κατάλληλης εκπαιδευτικής παρέμβασης και την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Έρευνες για τις διαισθητικές αντιλήψεις σχετικά με τις πιθανότητες

Οι έρευνες στην περίοδο 1970-1990 είναι επηρεασμένες από τις έρευνες των Piaget και Inhelder και συνεχίζουν τη μελέτη των αντιλήψεων και παρανοήσεων για τις πιθανότητες. Επιπλέον εμφανίζονται έρευνες σχετικές με την επίδραση της διδασκαλίας στη μάθηση των πιθανοτήτων (Green, 1983; Shepler, 1970; Steinbring, 1984). Τον κυρίαρχο τόνο, όμως, την περίοδο αυτή δίνουν οι έρευνες του Fischbein για τις πρωτογενείς και δευτερογενείς διαισθητικές αντιλήψεις των παιδιών στις πιθανολογικές έννοιες. Στην ίδια περίοδο εντάσσονται και οι έρευνες των Tversky και Kahneman (1974) για τις ευρετικές στρατηγικές (heuristics) συλλογισμού σε συνθήκες αβεβαιότητας.

Ο Fischbein (1975) υποστηρίζει πως οι διαισθητικές αντιλήψεις (intuitions) είναι γνωστικές κατακτήσεις ή πεποιθήσεις, οι οποίες είναι αυθόρμητες, ολιστικές και αυταπόδεικτες για το άτομο που τις κατέχει. Διαισθητικές αντιλήψεις οι άνθρωποι διαθέτουν εκτός από τις πιθανότητες και για αριθμητικές ή γεωμετρικές έννοιες καθώς και για έννοιες των φυσικών επιστημών. Βασική αρχή της θεωρίας του Fischbein είναι ότι οι διαισθητικές αντιλήψεις είναι προσαρμόσιμες και μπορούν να επηρεαστούν από συστηματική διδασκαλία. Η θέση αυτή είναι η βασική αντίθεση του Fischbein με την προσέγγιση του Piaget και οδήγησε στην διατύπωση της διάκρισης ανάμεσα στις πρωτογενείς και δευτερογενείς διαισθήσεις. Οι πρωτογενείς διαισθήσεις προκύπτουν από τις εμπειρίες του ατόμου. Αντίθετα, οι δευτερογενείς διαισθητικές αντιλήψεις αποτελούν προσαρμογές γνωστικών πεποιθήσεων που αποκτήθηκαν με διδασκαλία τυπικά στο πλαίσιο μιας μαθησιακής δραστηριότητας. Οι πρωτογενείς αντιλήψεις που αναδομούνται με διδασκαλία δεν χάνονται πάντα και είναι πιθανό να ξαναεμφανιστούν σε μια διαφορετική, αλλά συναφή εργασία. Η συνεισφορά του Fischbein στη διδακτική των πιθανοτήτων είναι ιδιαίτερα σημαντική, καθώς ερεύνησε τις διαισθητικές αντιλήψεις κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας (Fischbein, Pampu & Manzat, 1970; Fischbein & Gazit, 1984). Στις έρευνες αυτές γενικά φαίνεται ότι οι διαισθητικές αντιλήψεις των παιδιών για τις πιθανότητες επηρεάζονται από τη διδασκαλία και η έκταση της επίδρασης είναι ανάλογη με την ηλικία. Από τις έρευνές του ο Fischbein παρήγαγε αναπτυξιακή περιγραφή των διαισθητικών αντιλήψεων των μαθητών σε τρία στάδια: το προσχολικό, των συγκεκριμένων πράξεων (concrete operations) και τέλος των τυπικών πράξεων (formal operational). Τα χαρακτηριστικά κάθε σταδίου συνοψίζονται σύμφωνα με τη Way (2003) όπως στον πίνακα 1. Η διαφορά των σταδίων αυτών από τα αντίστοιχα του Piaget έγκειται στην εισαγωγή της επίδρασης συγκεκριμένων διδακτικών δραστηριοτήτων.

Πίνακας 1. Σύνοψη χαρακτηριστικών σταδίων ανάπτυξης του Fischbein κατά Way.

Στάδιο	**Διαίσθηση για το τυχαίο**	**Εκτίμηση πιθανότητας ενός γεγονότος**	**Επίδραση διδασκαλίας**	**Συνδυαστικές πράξεις**
Προσχολικό (preschool, <7 χρόνων)	* μερική αντίληψη για τη μη προβλεψιμότητα * προσαρμογή των προβλέψεων σε πειραματικά αποτελέσματα	μερικές φορές βασίζουν την κρίση μιας πιθανότητας στην εκτίμηση της πιθανότητα ενός γεγονότος	η διδασκαλία έχει μηδαμινή επίδραση	διευκολύνονται στην διάκριση των συνδυασμών χρησιμοποιώντας χειροπιαστά αντικείμενα
Συγκεκριμένων πράξεων (concrete operational, 7-12 ετών)	το τυχαίο οργανώνεται σε εννοιολογική δομή, διαμόρφωση παρανοήσεων	γίνονται διαισθητικές συγκρίσεις των πιθανοτήτων γεγονότων σε βασικές καταστάσεις	* ανταποκρίνονται στη διδασκαλία στρατηγικών σύγκρισης * αναλογικός συλλογισμός όχι πλήρως ανεπτυγμένος	υιοθέτηση απλών διαδικασιών δοκιμής και πλάνης
Τυπικών λογικών πράξεων (formal operational, >11- 12 ετών)	* η ανάπτυξη ενός πιο αφηρημένου συλλογισμού οδηγεί σε πληρέστερη κατανόηση της έννοιας της πιθανότητας * ενδεχόμενη ακόμα η αναζήτηση αιτιοκρατικών εξαρτήσεων * ανταπόκριση σε ενίσχυση πρόβλεψης	οι συγκρίσεις των πιθανοτήτων συγκεκριμένων ενδεχομένων γίνονται πιο σύνθετες	δεκτικά σε διδασκαλίες που οδηγούν στην οικοδόμηση των πιθανοτήτων	συστηματικές διαδικασίες όχι πλήρως ανεπτυγμένες, ανταποκρίνονται στη διδασκαλία

Έρευνες σχετικές με τις ευρετικές στρατηγικές

Οι Kahneman και Tversky (1972) διερεύνησαν τις ευρετικές στρατηγικές (heuristics) που εφαρμόζουν ενήλικες για την λήψη αποφάσεων σε συνθήκες αβεβαιότητας. Περιέγραψαν μια σειρά από στρατηγικές μεταξύ των οποίων αυτές της αντιπροσωπευτικότητας (representativeness) και της διαθεσιμότητας (availability) που αφορούν σε καταστάσεις που μπορούν να αντιμετωπιστούν και από νεαρά παιδιά. Για παράδειγμα εφαρμόζοντας τη στρατηγική της αντιπροσωπευτικότητας κάποιος μπορεί να προβλέψει ότι σε μια σειρά ρίψεων ενός δίκαιου κέρματος, που τελευταία εμφανίστηκε κεφαλή, θα ακολουθήσει η εμφάνιση της πλευράς με τα γράμματα για να «διατηρηθεί η τυχαιότητα» ή κεφαλή αν θεωρήσει ότι το προηγούμενο συμβάν επηρεάζει το επόμενο. Επίσης εφαρμόζοντας την αρχή της διαθεσιμότητας ένα παιδί μπορεί να υποθέσει ότι το 6 εμφανίζεται με μεγαλύτερη πιθανότητα αν δει αρκετές επαναλήψεις στα προηγούμενα πειράματα ρίψης ζαριού. Συνεχίζοντας την έρευνα των ευρετικών στρατηγικών σε μαθητές, ο Konold (1983, 1989) έδωσε διαφορετική εξήγηση στις στρατηγικές που ειπώθηκαν από τους Kahneman και Tversky και πρότεινε την στρατηγική του αποτελέσματος (outcome approach). Συγκεκριμένα ισχυρίστηκε πως οι μαθητές ερμηνεύουν τις εργασίες υπολογισμού πιθανοτήτων ως προκλήσεις πρόβλεψης του επόμενου αποτελέσματος του πειράματος τύχης. Οι μαθητές δηλαδή δεν προσπαθούν να εκτιμήσουν τη συχνότητα εμφάνισης μετά από πολλές επαναλήψεις, αλλά τι θα εμφανιστεί στην επόμενη επανάληψη. Αυτή η προσέγγιση επηρεάζει τη σκέψη των μαθητών στον υπολογισμό των πιθανοτήτων και τη διάκριση της ανεξαρτησίας των γεγονότων.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω διαπιστώνουμε ότι τα παιδιά από μικρές ηλικίες μπορούν σε διαφορετική έκταση να αναπτύξουν διαισθητικές αντιλήψεις σχετικές με πιθανολογικές έννοιες. Οι αντιλήψεις αυτές διαμορφώνονται από τις εμπειρίες τους και τις δομημένες μαθησιακές δραστηριότητες και μπορούν να ανιχνευθούν είτε μέσα από κατάλληλα σχεδιασμένες παρεμβάσεις είτε σε συνθήκες λήψης απόφασης υπό αβεβαιότητα. Είναι εύλογο να αναλογιστεί κανείς αν οι Τεχνολογίες Πληροφορίας και Επικοινωνιών (ΤΠΕ) με τη δυνατότητά τους να εμπλουτίζουν και να μετασχηματίζουν τη μάθηση και τη διδασκαλία έχουν επίδραση στις διαισθητικές αντιλήψεις των παιδιών για τις πιθανότητες. Στο ζήτημα αυτό στηρίζεται η προβληματική της παρούσας εργασίας η οποία περιγράφεται παρακάτω μετά την επόμενη ενότητα που αφορά σε επισκόπηση ερευνών που αφορούν στην αξιοποίηση των ΤΠΕ στην μάθηση των πιθανοτήτων.

ΤΠΕ και πιθανότητες

Οι περισσότερες έρευνες για τις δυνατότητες αξιοποίησης των ΤΠΕ στις πιθανότητες αφορούν σε μελέτες περίπτωσης ειδικά σχεδιασμένων μαθησιακών περιβαλλόντων ή μικρόκοσμων. Τα λογισμικά στις μελέτες, αν και είναι διαφορετικά, παρουσιάζουν αρκετά κοινά χαρακτηριστικά. Ειδικότερα αναπτύχθηκαν βασιζόμενα σε έρευνες γνωστών πιθανολογικών παρανοήσεων και μη-τεχνολογικών διδακτικών πειραμάτων για να εμπλουτίσουν τον πιθανολογικό συλλογισμό των μαθητών. Τα λογισμικά μέσω της προσομοίωσης και των γεννητριών τυχαίων αριθμών παρέχουν τη δυνατότητα στους μαθητές να δημιουργήσουν «πειραματικά» δεδομένα και να τα αναλύσουν με τη βοήθεια πολλαπλών και διασυνδεμένων δυναμικών αναπαραστάσεων (πίνακες τιμών, διαγράμματα συχνοτήτων κ.α.). Μια εκτεταμένη επισκόπηση ερευνών για τη χρήση των ΤΠΕ στην μάθηση των πιθανοτήτων καταγράφεται από την Drier (2000).

Ο Konold (1991) ανέπτυξε και χρησιμοποίησε το λογισμικό *ProbSim*. Από τις δοκιμές σε κολεγιακούς φοιτητές ο Konold υποστηρίζει τη μαθησιακή αξία της προσομοίωσης στοχαστικών συστημάτων και τα εργαλεία ανάλυσης δεδομένων που παρέχει το περιβάλλον ProbSim.

Πιο πρόσφατα ο Vahey (1998) μελέτησε την επίδραση του λογισμικού Probability Inquiry Environment (PIE) στην πιθανολογική σκέψη παιδιών της Α΄ Γυμνασίου. Χρησιμοποίησε έναν ημι-πειραματικό ερευνητικό σχήμα χρησιμοποιώντας πρόγραμμα σπουδών τριών εβδομάδων βασισμένο στο PIE σε δυο τμήματα Α' Γυμνασίου και πρόγραμμα σπουδών ίδιας διάρκειας χωρίς χρήση ΤΠΕ σε δύο άλλα τμήματα Α' Γυμνασίου. Και τα δύο προγράμματα σπουδών ακολούθησαν πειραματική διδακτική προσέγγιση, ενώ σε όλα τα τμήματα η διδασκαλία έγινε από τον κανονικό δάσκαλο της τάξης. Οι μαθητές και των δύο ομάδων υποβλήθηκαν στην ίδια εξέταση πριν και μετά την παρέμβαση. Η προ-εξέταση δεν έδειξε σημαντικές διαφορές ανάμεσα στις ομάδες σε αντίθεση με την εξέταση μετά την παρέμβαση στην οποία οι μαθητές που χρησιμοποίησαν το PIE υπερτερούσαν σημαντικά. Ο Vahey υποστηρίζει ότι η συστηματική έρευνα της δραστηριότητας των παιδιών με το λογισμικό βοηθά στη διερεύνηση της σκέψης των μαθητών γα τις πιθανότητες. Επιπλέον αναφέρει ότι οι προσομοιώσεις σε ηλεκτρονικό υπολογιστή προσφέρονται για ανάπτυξη τυπικότερης πιθανολογικής σκέψης.

Ειδικά για την προσχολική ηλικία υπάρχουν έρευνες που αφορούν στην επίδραση λογισμικών μικρόκοσμων στην ικανότητα συστηματικής παραγωγής συνδυασμών από νεαρά παιδιά (Φεσάκης & Καφούση, 2008; Fesakis & Kafoussi 2009). Σύμφωνα με τις έρευνες αυτές τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας μπορούν να εξελίξουν τις στρατηγικές τους, αν και δεν μπορούν όλα να παραθέσουν όλους τους πιθανούς συνδυασμούς επιτυχώς. Επιπλέον ο σχεδιασμός κατάλληλων λογισμικών απαιτεί την εκτεταμένη πειραματική τους μελέτη για την πληροφόρηση της διαδικασίας σχεδιασμού, ώστε οι μηχανισμοί ανάδρασης και υποστύλωσης (scaffolding) να είναι αποτελεσματικοί.

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον για την παρούσα εργασία παρουσιάζει η έρευνα του Pratt (2000) η οποία αφορά στη χρήση υπολογιστικού μαθησιακού περιβάλλοντος για τη μελέτη της κατανομής πιθανοτήτων του αθροίσματος των δύο ζαριών. Ο ερευνητής χρησιμοποίησε μια νέα προσέγγιση αναλύοντας τις σκέψεις που εξέφραζαν τα παιδιά ηλικίας 10 ως 11 ετών που μελετούσαν σε δυάδες το συγκεκριμένο στοχαστικό σύστημα. Ο Pratt έδωσε έμφαση στην ανάλυση της διάδρασης μεταξύ των άτυπων αντιλήψεων των παιδιών και των υπολογιστικών πόρων του μικρόκοσμου που σχεδίασε για τον συγκεκριμένο σκοπό. Από τα ευρήματα του Pratt γίνεται φανερό ότι οι υπολογιστικοί πόροι στο πλαίσιο διερευνητικών δραστηριοτήτων είναι δυνατό να προκαλέσουν την οικοδόμηση εξελιγμένων διαισθητικών αντιλήψεων. Όπως θα αποσαφηνιστεί στην ενότητα της προβληματικής της εργασίας παρόμοιος είναι και ο σκοπός της παρούσας εργασίας στην οποία όμως δίνεται έμφαση στην εξελικτική διάσταση του ζητήματος μελετώντας το πρόβλημα για διάφορες ηλικίες.

Προβληματική της έρευνας

Παρατηρούμε ότι οι μέχρι τώρα έρευνες αφορούν συνήθως στη χρήση ΤΠΕ σε συγκεκριμένες ηλικίες και κυρίως στη μελέτη μαθητών που βρίσκονται στο στάδιο των τυπικών πράξεων. Δεν έχουμε αρκετές έρευνες για τη χρήση ΤΠΕ στη μάθηση των πιθανοτήτων σε νεαρές ηλικίες, ενώ ακόμα μεγαλύτερη ανάγκη εμφανίζεται στην εξελικτική έρευνα της επίδρασης των ΤΠΕ στην πιθανολογική σκέψη σε διαφορετικές ηλικιακές περιόδους. Συνδυάζοντας την παρατήρηση αυτή με την εκπαιδευτική σημασία της μελέτης των διαισθητικών αντιλήψεων των παιδιών για τις πιθανότητες διαμορφώνεται η προβληματική της παρούσας έρευνας.

Τα ειδικά σχεδιασμένα λογισμικά μαθησιακά περιβάλλοντα δίνουν σήμερα νέες δυνατότητες μάθησης των πιθανοτήτων θέτοντας στη διάθεση των μαθητών χαρακτηριστικά όπως:

- Προσομοίωση ποικίλων στοχαστικών συστημάτων με τρόπο ελκυστικό που να έχουν νόημα σε διάφορες ηλικίες
- Δυνατότητα πραγματοποίησης μεγάλου αριθμού πειραμάτων τύχης
- Ανάλυση και σύνοψη των πειραματικών δεδομένων με τη βοήθεια πολλαπλών αναπαραστάσεων δυναμικών και διασυνδεμένων π.χ. πίνακες τιμών, διαγράμματα συχνοτήτων κ.α.
- Παροχή αναδραστικής πληροφόρησης και υποστηρικτικών μηχανισμών υποστύλωσης για την πραγματοποίηση δραστηριοτήτων στην ζώνη επικείμενης ανάπτυξης
- Ευκαιρίες για συνεργασία κατά τη μάθηση

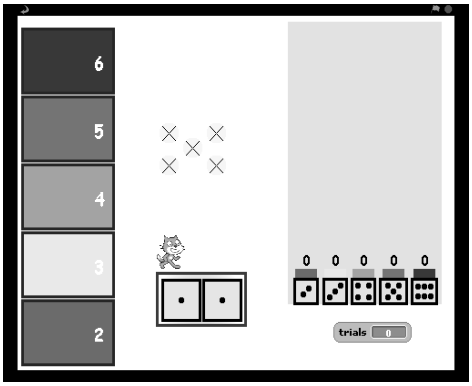
Στη συγκεκριμένη εργασία μελετήσαμε πιλοτικά την επίδραση ειδικά σχεδιασμένου λογισμικού μαθησιακού περιβάλλοντος για τις πιθανότητες σε παιδιά διαδοχικών ηλικιακών περιόδων. Το λογισμικό περιβάλλον αφορά στο πρόβλημα της κατανομής του αθροίσματος των δύο ζαριών. Το πρόβλημα του αθροίσματος των δύο ζαριών αφορά σε μη ισοπίθανα ενδεχόμενα και θεωρούμε ότι μπορεί να βοηθήσει στη διαισθητική ανάπτυξη της έννοιας της πιθανότητας. Ειδικότερα το πρόβλημα προσφέρεται ώστε με τον πειραματισμό να αναπτυχθεί εμπειρική διάκριση μεταξύ του απρόβλεπτου αποτελέσματος-ενδεχομένου και της δυνατότητας μακροπρόθεσμης πρόβλεψης του ρυθμού εμφάνισής του. Συχνά στη διδασκαλία επιλέγουμε στοχαστικά συστήματα με ισοπίθανα ενδεχόμενα π.χ. κέρμα, ζάρι κ.α. και με τον τρόπο αυτό είναι πιθανό να δημιουργηθεί η εντύπωση ότι στα τυχαία συστήματα απλά δεν υπάρχει καμιά δυνατότητα πρόβλεψης (όπως π.χ. στα χαοτικά), παραβλέποντας έτσι τη βασική ιδιότητα των πιθανολογικών συστημάτων στα οποία οι πιθανότητες εμφάνισης των ενδεχομένων παίρνουν οριακές τιμές (εμπειρικές πιθανότητες) μετά από μεγάλο αριθμό επαναλήψεων και όχι αναγκαστικά ίσες. Αναμένεται δηλαδή οι συμμετέχοντες στην έρευνα να αντιληφθούν εμπειρικά τη διαφοροποίηση στις συχνότητες εμφάνισης των ενδεχομένων και το γεγονός αυτό να ευνοήσει την παροχή περισσότερων πληροφοριών για τις πρωτογενείς αρχικές τους διαισθητικές αντιλήψεις και παρανοήσεις και για τη διαμόρφωση των όποιων δευτερογενών από την επίδραση του λογισμικού.

Το πρόβλημα των δύο ζαριών εισάγεται με τη μορφή ενός παιχνιδιού στο οποίο τα παιδιά ποντάρουν πεσσούς στα πιθανά ενδεχόμενα, κατόπιν ρίχνουν τα ζάρια και κάθε φορά που το άθροισμα αντιστοιχεί σε θέση με πεσσό αυτός απομακρύνεται. Το παιχνίδι συνεχίζεται μέχρι να αφαιρεθούν όλοι οι πεσσοί. Κερδίζει όποιος παίκτης αφαιρέσει τους πεσσούς με λιγότερες ρίψεις. Πρόκειται δηλαδή ουσιαστικά για μια δραστηριότητα επιλογής του καταλληλότερου δειγματοχώρου η οποία για την αποτελεσματική της εκτέλεση προϋποθέτει την κατανόηση της έννοιας του τυχαίου, της πιθανότητας και της κατανομής πιθανοτήτων των ενδεχομένων. Το παιχνίδι υλοποιήθηκε ως ένας λογισμικός μικρόκοσμος ο οποίος περιγράφεται στην επόμενη ενότητα. Το συγκεκριμένο παιχνίδι έχει επιλεγεί επειδή εμφανίζεται κατάλληλο για παιδιά ακόμα και προσχολικής ηλικίας (Frykholm, 2001). Για να εξασφαλισθεί η δυνατότητα των παιδιών να κατανοήσουν το παιχνίδι έγιναν επιπλέον προσαρμογές στην υλοποίηση με πιο βασική την υιοθέτηση λογισμικών «ζαριών» με ενδείξεις από 1 έως 3, ώστε τα αθροίσματα να παραμένουν μικρά (2 έως 6).

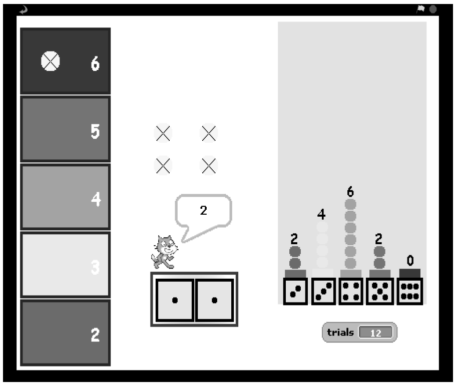
Η παρούσα εργασία ως ένα βαθμό επεκτείνει εξελικτικά τη μελέτη του Pratt, στοχεύοντας σε παιδιά νηπιαγωγείου, τετάρτης δημοτικού και δευτέρας γυμνασίου. Επιπλέον χρησιμοποιεί ένα παιγνιώδες λογισμικό περιβάλλον, που να είναι ελκυστικό για τα παιδιά. Η διερεύνηση του ζητήματος ενδιαφέρει για την παραγωγή νέων ερευνητικών ευρημάτων όσο και για την πληροφόρηση του εκπαιδευτικού σχεδιασμού για αναπτυξιακά κατάλληλες μαθησιακές εμπειρίες πάνω στις οποίες είναι δυνατό να οικοδομηθούν εξελικτικά γνωστικά σχήματα για τις πιθανότητες.

◗ Ο μικρόκοσμος

Ο μικρόκοσμος-παιχνίδι που λειτούργησε ως εκπαιδευτικό υλικό για τη συλλογή των ερευνητικών δεδομένων είναι ένα πρόγραμμα το οποίο δημιουργήθηκε με τη βοήθεια του λογισμικού Scratch (Φεσάκης, Καφούση, Σκουμπουρδή, 2008).



Εικόνα 1. Πριν το ποντάρισμα



Εικόνα 2. Μετά το ποντάρισμα

Πιο συγκεκριμένα, σε αυτόν τον μικρόκοσμο (εικόνες 1 και 2) μπορεί να παρατηρήσει κανείς στο κέντρο τα δύο «ζάρια», τα οποία όμως διαφέρουν από τα παραδοσιακά καθώς το καθένα έχει αριθμούς πάνω του από το 1 ως το 3 (προκειμένου να διευκολυνθούν τα νήπια με το άθροισμά τους). Πάνω από αυτά υπάρχει μια γάτα, η οποία μετά από κάθε ρίψη αναφέρει το άθροισμα των ζαριών, ενώ πάνω από αυτήν βρίσκονται τα 5 πούλια που πρέπει τα παιδιά να ποντάρουν. Τα πούλια τα ποντάρουν στα κουτάκια στην αριστερή πλευρά της οθόνης. Οι αριθμοί που είναι γραμμένοι πάνω σε αυτά τα κουτάκια, είναι πιθανά ενδεχόμενα του αθροίσματος των δύο ζαριών. Στη δεξιά πλευρά της οθόνης βρίσκεται το διάγραμμα συχνοτήτων των ενδεχομένων των πιθανών αποτελεσμάτων. Η συχνότητα των αποτελεσμάτων παριστάνεται με μπίλιες (ώστε τα παιδιά να μπορούν να τα μετρήσουν αν θέλουν), καθώς και με τα αραβικά σύμβολα των αριθμών. Τέλος, κάτω από το διάγραμμα συχνοτήτων φαίνεται ένα μικρό κουτί μέσα στο οποίο αναγράφεται το πλήθος των ρίψεων, μέχρι να εξαντληθούν όλα τα πούλια από τα ενδεχόμενα αποτελέσματα.

Στον ακόλουθο πίνακα (Πίνακας 2) αναλύεται ο χώρος των πιθανοτήτων των πιθανών ενδεχομένων που προκύπτει από το άθροισμα των 2 ζαριών.

Πίνακας 2. Ανάλυση αθροίσματος των 2 ζαριών

<table>
<tr><td></td><td colspan="4">Ζάρι 2ο</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Ζάρι 1ο</td><td>(+)</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
</table>

Από την ανάλυση του χώρου των ενδεχομένων διαπιστώνουμε ότι: P(2)= 1/9, P(3)= 2/9, P(4)=3/9=1/3, P(5)=2/9 και P(6)=1/9. Επομένως πιο πιθανό ενδεχόμενο είναι το 4, μετά το 3 ή το 5 και τα λιγότερα πιθανά ενδεχόμενα είναι το 2 ή το 6. Η αντίληψη των παιδιών για τις πιθανότητες των ενδεχομένων αναμένεται να αντικατοπτριστεί στα πονταρίσματα και τις αιτιολογήσεις τους, καθώς ένα παιδί που αντιλαμβάνεται την ανομοιομορφία των ενδεχομένων, ποντάρει με ανάλογο τρόπο προτιμώντας τα πιθανότερα ενδεχόμενα.

Ο συγκεκριμένος μικρόκοσμος είναι ανοικτός και διάφανος με την έννοια ότι τα παιδιά μπορούν να δουν και να τροποποιήσουν τον κώδικα που είναι γραμμένος στο σύστημα Scratch (Resnick et al, 2009). Για τις ανάγκες της παρούσας έρευνας δεν απαιτείται η διευθέτηση του κώδικα, τα παιδιά τον χρησιμοποιούν ως προσομοίωση ενός παιχνιδιού στον ΗΥ εμπλουτισμένου με υποστηρικτικές αναπαραστάσεις το διάγραμμα συχνοτήτων και τον μετρητή των γύρων. Η κατασκευή του μικρόκοσμου με τον τρόπο αυτό επιτρέπει την εστίαση των παιδιών στο συγκεκριμένο ζήτημα της διαισθητικής αντίληψης της κατανομής συχνοτήτων του αθροίσματος των δύο ζαριών και στην καλύτερη απόδοση του παιχνιδιού σε επίπεδο διεπαφής χρήστη. Η χρήση κάποιου λογισμικού πιθανοτήτων γενικού σκοπού (π.χ. ProbSim, Probability Inquiry Environment) δεν κρίθηκε σκόπιμη επειδή θα εισήγαγε αδικαιολόγητη για τους σκοπούς της έρευνας πολυπλοκότητα και αναπτυξιακά ακατάλληλη για τα νεαρά παιδιά.

Ερευνητικά ερωτήματα

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η εξελικτική διερεύνηση της επίδρασης ενός παιγνιώδους λογισμικού με βάση το πρόβλημα του αθροίσματος των δύο ζαριών στην διερεύνηση πρωτογενών διαισθητικών αντιλήψεων και παρανοήσεων για τις πιθανότητες καθώς και στην ανάπτυξη δευτερογενών. Επιπλέον στην έρευνα γίνεται αξιολόγηση της καταλληλότητας και της ελκυστικότητας του συγκεκριμένου προβλήματος και του προτεινόμενου λογισμικού για χρήση στον εκπαιδευτικό σχεδιασμό. Η εξελικτική διάσταση της έρευνας αφορά σε παιδιά νηπιακής ηλικίας, δημοτικού (Ε’ δημοτικού) και γυμνασίου (Β’ γυμνασίου) κατά αντιστοιχία με τα στάδια που προσδιόρισε ο Fischbein. Καθώς οι αντιλήψεις και οι στρατηγικές που μελετώνται στην παρούσα έρευνα αφορούν σε μη ισοπίθανα ενδεχόμενα (που απορρέουν από το άθροισμα των δύο ζαριών), τα ερευνητικά ερωτήματα που μας απασχόλησαν ήταν τα ακόλουθα:

1. Ποιες πιθανολογικές πρωτογενείς αντιλήψεις εμφανίζουν, ποιες δευτερογενείς αντιλήψεις ενδεχομένως διαμορφώνουν και ποιες ευρετικές στρατηγικές εφαρμόζουν οι μαθητές στο παιχνίδι; Για την προσέγγιση του ερωτήματος θα αναλυθούν οι επιλογές της θέσης των πεσσών (πονταρίσματα) και οι αιτιολογήσεις τους.
2. Οι μαθητές αντιλαμβάνονται ότι τα ενδεχομένα είναι μη ισοπίθανα;

3. Οι μαθητές κατανοούν το παιχνίδι και το περιβάλλον του μικρόκοσμου;
4. Πώς διαφοροποιούνται τα παιδιά των διαφορετικών ηλικιών σε σχέση με τα προηγούμενα ερωτήματα;

Μεθοδολογία

Η μεθοδολογία που ακολουθήθηκε σε αυτήν την εκπαιδευτική έρευνα είναι η μελέτη περίπτωσης κατά την οποία μέσω της παρατήρησης μπορούν να διερευνηθούν σε βάθος και να αναλυθούν συστηματικά φαινόμενα, προκειμένου να γίνουν γενικεύσεις σχετικά με τον ευρύτερο πληθυσμό που εξετάζεται (Cohen & Manion, 1994). Η Νηπιαγωγός - ερευνήτρια εφάρμοσε συμμετοχική παρατήρηση. Αρχικά επεξηγούσε τα χαρακτηριστικά του μικρόκοσμου-παιχνιδιού και παρενέβαινε όπου οι μαθητές ζητούσαν περαιτέρω διευκρινήσεις, ενώ στη συνέχεια συμμετείχε και η ίδια ως παίκτης, καθώς έπαιζε με τον τελικό νικητή.

Το δείγμα

Στην έρευνα σχεδιάστηκε ώστε να λάβουν μέρος 12 μαθητές, από τους οποίους 4 ήταν παιδιά Νηπιαγωγείου, 4 ήταν μαθητές της Δ΄ τάξης Δημοτικού σχολείου και οι υπόλοιποι 4 της Β΄ τάξης του Γυμνασίου. Για την επιλογή του δείγματος ζητήθηκε από τους εκπαιδευτικούς να υποδείξουν μαθητές διαφορετικού φύλου που είχαν μέτριες επιδόσεις στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών. Τα ονόματα των παιδιών που αναφέρονται στα αποτελέσματα της έρευνας δεν είναι πραγματικά. Η έρευνα είχε διάρκεια ενός μηνός και έλαβε χώρα στο διάστημα 26/02/2009 – 26/03/2009.

Συνθήκες πραγματοποίησης της έρευνας

Όλα τα παιδιά εργάστηκαν σε δυάδες σε ήσυχο χώρο εκτός της κανονικής τάξης μέσα στα σχολεία τους την ώρα του μαθήματος. Στοχεύοντας στην ενασχόληση των παιδιών με το μικρόκοσμο, η ερευνήτρια παρουσίασε την έρευνα ως ένα παιχνίδι που θα μπορούσε να έχει μόνο ένα νικητή. Αρχικά, ρώτησε τα παιδιά αν έχουν ενημερωθεί από τη δασκάλα-καθηγήτριά τους για το σκοπό της συνάντησης και αν έχουν ξαναχρησιμοποιήσει υπολογιστή. Όλα τα παιδιά είχαν προηγούμενη εμπειρία με ηλεκτρονικό υπολογιστή, με εξαίρεση την Αμαλία, μαθήτρια γυμνασίου, η οποία όπως φάνηκε δεν αντιμετώπισε καμία δυσκολία με το χειρισμό του. Ακόμη, στην περίπτωση που δεν γνώριζαν το λόγο συνάντησής τους, η ερευνήτρια τους ενημέρωνε πως θα παίξουν ένα παιχνίδι με ζάρια, μόνο που αυτά τα ζάρια διαφέρουν από τα παραδοσιακά, καθώς οι αριθμοί που αναγράφονται πάνω σε καθένα από αυτά είναι μέχρι το 3. Ιδιαίτερα τα νήπια ρωτήθηκαν αν έχουν ξαναπαίξει με ζάρια, σε περίπτωση που δεν γνώριζαν τι είναι, θα τους έδειχνε 2 απτά ζάρια μεγάλου μεγέθους κατάλληλα για τη νηπιακή ηλικία, κάτι που δεν κρίθηκε απαραίτητο μιας και τα νήπια γνώριζαν τα ζάρια. Η ερευνήτρια περιέγραψε το περιβάλλον του μικρόκοσμου, ενώ παράλληλα τους εξήγησε τι πρέπει να κάνουν. Πιο συγκεκριμένα, ανέφερε πως τα 5 πούλια (Εικόνα 1) έπρεπε να τα ποντάρουν στα κουτάκια των αριθμών που έβλεπαν στην αριστερή πλευρά της οθόνης με όποιο συνδυασμό επιθυμούσαν. Ακόμη, τους έδειξε πώς να ρίχνουν τα ζάρια κάνοντας «κλικ» με το ποντίκι πάνω σε αυτά, τους εξήγησε το διάγραμμα συχνοτήτων, πόσες φορές δηλαδή έχει εμφανισθεί το κάθε ενδεχόμενο-αριθμός, και τους έδειξε το σημείο που αναγράφονται οι προσπάθειες. Πριν ξεκινήσουν τα παιδιά να παίζουν η ερευνήτρια τους έχει αναφέρει πως αυτός που θα κάνει τις λιγότερες προσπάθειες θα είναι και ο νικητής, ο οποίος θα έπαιζε στη συνέχεια μαζί της. Στο παιχνίδι με την ερευνήτρια, η ίδια έκανε «έξυπνα» πονταρίσματα, ποντάροντας περισσότερο στο 3, 4 και 5, ώστε να βοηθήσει τα παιδιά να αντιληφθούν τη διαφορά στη συχνότητα των αποτελεσμάτων (στην περίπτωση που δεν την είχαν ήδη καταλάβει).

Η κάθε ομάδα έπαιξε αρχικά ένα δοκιμαστικό γύρο, ώστε να εξοικειωθούν οι μαθητές με το περιβάλλον του μικρόκοσμου και στη συνέχεια έπαιξε συνολικά 10 παρτίδες, 5 ο καθένας, και ο νικητής άλλες 5 με την ερευνήτρια. Τα παιδιά συμφώνησαν να παίζουν εκ περιτροπής. Μετά το δεύτερο γύρο η ερευνήτρια ρώτησε τους παίχτες πώς σκέφτηκαν και έβαλαν τα πούλια με αυτόν τον τρόπο, από τον τρίτο γύρο και μετά τους ρώτησε επίσης αν κάποιος αριθμός έρχεται πιο πολλές ή πιο λίγες φορές. Αφού τελείωσαν το παιχνίδι έθεσε τις ακόλουθες ερωτήσεις:

Ερώτηση 1η: «Εμφανίζονται όλοι οι αριθμοί το ίδιο εύκολα;»

Ερώτηση 2η:«Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο δύσκολα;»

Ερώτηση 3η: «Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο εύκολα;»

Ερώτηση 4η:«Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός πιο πολλές φορές;»

Ερώτηση 5η: «Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός λιγότερες φορές;»

Ερώτηση 6η: «Σας άρεσε το παιχνίδι; Σας δυσκόλεψε κάτι;».

Εργαλεία συλλογής και ανάλυσης δεδομένων

Τα εργαλεία που χρησιμοποιήθηκαν για τη συλλογή των ερευνητικών δεδομένων ήταν το πρόγραμμα Camtasia που παρέχει τη δυνατότητα καταγραφής βίντεο (ήχος και εικόνα), ενώ κρατούνταν από την ερευνήτρια χειρόγραφες σημειώσεις των πιο σημαντικών στοιχείων κατά τη διάρκεια της έρευνας όπως τα ποντarίσματα των παιδιών, οι απαντήσεις τους, σχόλια, κλπ. Για κάθε ομάδα παρουσιάζονται πίνακες με τις επιλογές των παιδιών και τις αντίστοιχες αιτιολογήσεις, οι επιλογές της ερευνήτριας όταν έπαιζε με το παιδί- νικητή καθώς και οι απαντήσεις των παιδιών στις ερωτήσεις της ερευνήτριας στο τέλος κάθε συνάντησης.

Ανάλυση ερευνητικών δεδομένων

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα ερευνητικά δεδομένα που προέκυψαν από την αποδελτίωση του βίντεο καταγραφής της πειραματικής εφαρμογής του λογισμικού ανά ηλικιακή ομάδα. Σε αντίθεση με τα παιδιά του Νηπιαγωγείου, τα παιδιά του Δημοτικού και του Γυμνασίου δεν εμφάνισαν σημαντικές διαφορές στη συμμετοχή τους στη δραστηριότητα σε σχέση με τα ερωτήματα της έρευνας. Για το λόγο αυτό παρουσιάζονται τα δεδομένα από τις δύο ομάδες του Νηπιαγωγείου και από μια ομάδα για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο.

Νηπιαγωγείο

Για το Νηπιαγωγείο παρουσιάζονται οι δύο ομάδες μαθητών, οι οποίες παρουσίασαν σημαντικές διαφορές μεταξύ τους.

1. Ομάδα 1η. Βαγγέλης-Νίκη

Οι πίνακες 4 και 5 δείχνουν τα πονταρίσματα των παιδιών σε κάθε γύρο και τις αιτιολογήσεις τους.

Πίνακας 4. Πονταρίσματα Βαγγέλη

Γύρος	2	3	4	5	6	Αιτιολόγηση
1ος	1	1	1	1	1	Αν τα βάζουμε όλα από ένα θα βγαίνουν πιο γρήγορα
2ος	-	-	-	-	5	Θα τα βάλω όλα στο ένα, για να μην πατήσω πολλές φορές
3ος	1	1	1	1	1	Θα είναι πιο εύκολο να βγουν
4ος	1	1	1	1	1	Θα βγουν πιο γρήγορα έτσι
5ος	-	-	1	2	2	Θα βγουν πιο γρήγορα έτσι

Πίνακας 5. Πονταρίσματα Νίκης

Γύρος	2	3	4	5	6	Αιτιολόγηση
1ος	1	1	1	1	1	Έτσι το σκέφτηκα
2ος	-	-	1	2	2	-
3ος	-	-	1	2	2	Έτσι
4ος	-	-	2	2	1	Επειδή αυτοί είναι οι μεγαλύτεροι αριθμοί
5ος	-	-	1	1	3	Έτσι το σκέφτηκα

Στους πίνακες 4 και 5 παρατηρούμε ότι ο Βαγγέλης και η Νίκη ποντάρουν αρχικά από ένα πεσσό σε κάθε πιθανό ενδεχόμενο. Αυτό υποδηλώνει ότι μάλλον θεωρούν όλα τα ενδεχόμενα ισοπίθανα, πεποίθηση που μπορεί να θεωρηθεί και ως πρωτογενής διαισθητική αντίληψη των παιδιών. Ο Βαγγέλης στη δεύτερη παρτίδα ποντάρει όλους τους πεσσούς στο 6 πιστεύοντας μάλλον ότι αν φέρει το 6 θα τελειώσει αμέσως το παιχνίδι. Δυσαρεστημένος από τα αποτελέσματα της επιλογής του, επιστρέφει στην αρχική του επιλογή να ποντάρει ένα πεσσό σε κάθε ενδεχόμενο και την διατηρεί μέχρι την τελευταία παρτίδα, κατά την οποία ίσως επηρεασμένος από την αντίπαλό του Νίκη ποντάρει στα μεγαλύτερα αθροίσματα, χωρίς ωστόσο να αιτιολογεί την επιλογή του. Ο Βαγγέλης φαίνεται να αντιλαμβάνεται την αναποτελεσματικότητα της πρωτογενούς διαισθητικής του αντίληψης και βρίσκεται σε μια κατάσταση διάψευσης της αρχικής του υπόθεσης. Προσπαθεί να τροποποιήσει τη στρατηγική του μιμούμενος την πιο πετυχημένη συμπαίκτρια του, χωρίς ωστόσο να στηρίζεται σε κάποια σαφή δευτερογενή αντίληψη.

Η Νίκη, μετά τη διάψευση της αρχικής της υπόθεσης, προχωρά στην επιλογή των μεγαλύτερων αθροισμάτων, στρατηγική που της επιτρέπει να κερδίσει τον Βαγγέλη και έτσι φαίνεται να υιοθετεί τη δευτερογενή αντίληψη ότι όλα τα ενδεχόμενα δεν είναι ισοπίθανα και οι μεγαλύτεροι αριθμοί βγαίνουν ευκολότερα. Η αντίληψη αυτή είναι αρκετή για να πετύχει τον σκοπό της στη συγκεκριμένη περίπτωση. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η συμπεριφορά της Νίκης όταν, ως νικήτρια του πρώτου παιχνιδιού, παίζει με την ερευνήτρια. Τα πονταρίσματα του παιχνιδιού αυτού φαίνονται στους πίνακες 6 και 7.

Πίνακας 6. Πονταρίσματα Νίκης

Γύρος	2	3	4	5	6	Αιτιολόγηση
1ος	-	-	-	-	5	-
2ος	1	1	1	1	1	Έτσι τα έβαλα
3ος	-	-	-	-	5	Το σκέφτηκα, γιατί μ’ αρέσουν οι μεγάλοι αριθμοί
4ος	-	-	-	2	3	-
5ος	-	-	-	-	-	-

Πίνακας 7. Πονταρίσματα ερευνήτριας

Γύρος	2	3	4	5	6
1ος	-	1	3	**1**	-
2ος	-	-	4	1	-
3ος	-	-	5	-	-
4ος	-	-	5	-	-
5ος	-	-	-	-	-

Η Νίκη βρίσκοντας στον πρώτο γύρο αναποτελεσματική τη στρατηγική της απέναντι στην ερευνήτρια οπισθοδρομεί στην αρχική πρωτογενή της αντίληψη και ποντάρει από ένα πεσσό σε κάθε ενδεχόμενο. Επανέρχεται όμως στη δευτερογενή αντίληψη που είχε διαμορφώσει από το πρώτο παιχνίδι, ότι τα μεγαλύτερα αθροίσματα είναι πιο πιθανά, και ποντάρει με μεγαλύτερη συχνότητα στα μεγάλα αθροίσματα. Ωστόσο και η επιλογή αυτή δεν φέρνει τα αναμενόμενα αποτελέσματα καθώς η Νίκη επιλέγει να ποντάρει όλους τους πεσσούς στο 6. Έχοντας και τη δευτερογενή διαισθητική της αντίληψη να διαψεύδεται, η Νίκη βρίσκεται σε μια κατάσταση γνωστικής σύγκρουσης και ξεκινά διαδικασία αναζήτησης νέας υπόθεσης-αντίληψης διαφορετική από αυτή.

Πίνακας 8. Απαντήσεις στις ερωτήσεις μετά την ολοκλήρωση της παρτίδας

Ερωτήσεις	ΒΑΓΓΕΛΗΣ	ΝΙΚΗ
Εμφανίζονται όλοι οι αριθμοί το ίδιο εύκολα;	Όχι	Όχι
Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο δύσκολα;	Το 6	Το 6
Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο εύκολα;	Το 3,4	Το 2
Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός πιο πολλές φορές;	Το 4	Το 4
Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός λιγότερες φορές;	Το 3	Το 3
Σας άρεσε το παιχνίδι;	Ναι, αλλά δεν έβγαινε εύκολα το 6.	Ναι
Σας δυσκόλεψε κάτι;	Ο αριθμός 6	Εμένα όχι

Από τον πίνακα 8 που παρουσιάζει τις απαντήσεις των παιδιών σχετικά με τις συχνότητες εμφάνισης των ενδεχομένων παρατηρούμε ότι η ανισοκατανομή των πιθανοτήτων γίνεται αντιληπτή ως ένα βαθμό και από τα δύο παιδιά. Ενδιαφέρον παρουσιάζει ότι τα παιδιά δεν μπορούν να μεταφράσουν την όποια αντίληψη της ανισοκατανομής σε στρατηγική επιλογής ενδεχομένων (π.χ. η Νίκη λέει ότι το 6 εμφανίζεται πιο δύσκολα ενώ ποντάρει συνέχεια σε αυτό. Ίσως βέβαια έπρεπε να το δοκιμάσει αρκετές φορές για να το διαπιστώσει). Δεν έχουμε δηλαδή μια σαφή προσαρμογή των προβλέψεων ώστε να αντιστοιχούν στα αποτελέσματα των προσπαθειών των παιδιών. Τα παιδιά επηρεάζονται το ένα από το άλλο και είναι πιθανό να επιλέγουν πώς θα ποντάρουν εφαρμόζοντας την ευρετική στρατηγική της πρόβλεψης του αποτελέσματος (outcome approach) του Konold.

2. Ομάδα 2^{η}. Δημοσθένης-Σύλβια

Οι πίνακες 9 και 10 δείχνουν τα πονταρίσματα της δεύτερης ομάδας των νηπίων σε κάθε γύρο και τις αιτιολογήσεις τους.

Πίνακας 9. Πονταρίσματα Δημοσθένη

Γύρος	2	3	4	5	6	Αιτιολόγηση
1^{ος}	-	1	1	2	1	-
2^{ος}	1	1	1	1	1	Επειδή... δεν θυμάμαι
3^{ος}	1	1	1	2	-	Δεν απάντησε
4^{ος}	-	1	1	2	1	Δεν απάντησε
5^{ος}	1	1	1	1	1	Δεν απάντησε

Πίνακας 10. Πονταρίσματα Σύλβιας

Γύρος	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Αιτιολόγηση**
1ος	1	1	-	1	2	
2ος	1	1	1	1	1	Έτσι μπορεί να κερδίσω. Ό,τι αριθμό και να βγάλει θα βγαίνει από μια φορά
3ος	1	1	1	1	1	Ήθελα να τα βάλω όπως πριν
4ος	-	2	1	1	1	Απλώς μου άρεσε
5ος	1	1	1	1	1	Δεν απάντησε

Σε αντίθεση με την πρώτη ομάδα παιδιών παρατηρούμε ότι θεωρούν τα ενδεχόμενα ισοπίθανα και η αντίληψή τους αυτή παραμένει μέχρι το τέλος χωρίς ουσιαστική μεταβολή.

Πίνακας 11. Πονταρίσματα Σύλβιας (νικήτριας παιχνιδιού)

Γύρος	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Αιτιολόγηση**
1ος	-	-	-	-	5	Είπα από μέσα μου... μάλλον ήρθε η σειρά να τα βάλω όλα στο 6
2ος	-	-	-	5	-	Τα βάζω όλα με τη σειρά από πάνω ως κάτω
3ος	-	-	5	-	-	Όπως και πριν
4ος	-	5	-	-	-	Όπως και πριν
5ος	5	-	-	-	-	Όπως και πριν

Πίνακας 12. Πονταρίσματα ερευνήτριας

Γύρος	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1ος	-	1	3	1	-
2ος	-	-	4	1	-
3ος	-	1	3	1	-
4ος	-	1	3	1	-
5ος	-	1	3	1	-

Στο παιχνίδι με την ερευνήτρια η Σύλβια αναπτύσσει μία διαφορετική στρατηγική, ποντάροντας όλα τα πούλια σε έναν αριθμό κάθε φορά. Ωστόσο, η στρατηγική αυτή δεν φαίνεται να συνδέεται με μία διαφοροποίηση στην αντίληψή της σχετικά με τις συχνότητες εμφάνισης των ενδεχομένων.

Πίνακας 13. Απαντήσεις στις ερωτήσεις μετά την ολοκλήρωση της παρτίδας

Ερωτήσεις	**Δημοσθένης**	**Σύλβια**
Εμφανίζονται όλοι οι αριθμοί το ίδιο εύκολα;	Ναι	Ναι
Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο δύσκολα;	Όχι	Δεν ξέρω
Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο εύκολα;	Όχι	Όχι

Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός πιο πολλές φορές;	Όχι	Όχι
Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός λιγότερες φορές;	Όχι	Όχι
Σας άρεσε το παιχνίδι;	Ναι	Ναι
Σας δυσκόλεψε κάτι;	Όχι	Όχι

Τα παιδιά όπως απαντούν και στον πίνακα 13 δεν αντιλαμβάνονται κάποια διαφορά στην συχνότητα εμφάνισης των ενδεχομένων. Τα παιδιά δεν εφαρμόζουν κάποια ευρετική στρατηγική όπως η διαθεσιμότητα, όπως θα ήταν αναμενόμενο, αλλά επιμένουν στη στρατηγική της πρόβλεψης του αποτελέσματος με αυθαίρετες κρίσεις παρά τον εφοδιασμό τους με εργαλεία όπως το διάγραμμα συχνοτήτων. Στη στάση αυτή των δύο παιδιών ίσως έπαιξε ρόλο ότι και τα δύο εμφάνισαν την ίδια αμετάβλητη μη αποτελεσματική στρατηγική, σε αντίθεση με την προηγούμενη δυάδα όπου το πιο αποτελεσματικό παιδί επηρέαζε τις αποφάσεις του άλλου. Σε αντίθεση με τα πορίσματα των Piaget και Inhelder για το προσυλλογιστικό στάδιο βλέπουμε ότι η Νίκη και ο Βαγγέλης αντιλαμβάνονται τα περισσότερο πιθανά ενδεχόμενα όχι όμως και η Σύλβια με τον Δημοσθένη οι οποίοι ενδεχομένως να χρειαζόντουσαν επιπλέον γύρους. Η αντίδραση των παιδιών στην παρέμβαση ανοίγει ερωτήματα για την περαιτέρω μελέτη της επιλογής κατάλληλων μαθησιακών δραστηριοτήτων και της μακροπρόθεσμης επίδρασης τους.

Δημοτικό

Ομάδα: Σωκράτης – Ερμιόνη

Οι πίνακες 14 και 15 δείχνουν τα πονταρίσματα της ομάδας σε κάθε γύρο και τις αιτιολογήσεις τους.

Πίνακας 14. Πονταρίσματα Σωκράτη

Γύρος	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Αιτιολόγηση**
1ος	1	1	1	1	1	Θα έρχεται η ζαριά και θα βγαίνει σε όλα αυτά
2ος	-	-	1	3	1	Αφού έρχεται πιο πολλές φορές στο 5
3ος	-	-	1	3	1	Αφού έρχεται πιο πολλές φορές στο 4 ή στο 5
4ος	-	-	1	4	-	Αφού βγάζει πιο πολλές φορές το 5
5ος	-	-	1	4	-	Αφού βγάζει πιο πολλές φορές το 5

Πίνακας 15. Πονταρίσματα Ερμιόνης

Γύρος	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Αιτιολόγηση**
1ος	-	1	-	2	2	Σκέφτηκα ότι αν τα ποντάρω 6 και 6 θα βγαίνουν και τα δύο μαζί, το έβαλα στο 2 γιατί έκανα
2ος	1	2	-	-	2	Δεν απάντησε
3ος	-	-	-	2	3	Επειδή έρχεται συνέχεια στο 5 και στο 6

4ος	1	1	1	1	1	Αν βγάζει κάθε φορά από ένα νούμερο… τώρα έβαλα και στο 6 για να τελειώσω πιο γρήγορα
5ος	-	4	1	-	-	Βρήκα κόλπο! Θα βάζω 3 και θα βγαίνει 3

Παρατηρώντας τους πίνακες 14 και 15 με τις επιλογές των παιδιών βλέπουμε ότι ο Σωκράτης ξεκινά ποντάροντας από ένα πεσσό σε κάθε ενδεχόμενο θεωρώντας τα αρχικά μάλλον ισοπίθανα. Στη συνέχεια όμως προσαρμόζει τις επιλογές του προς τα πιθανότερα ενδεχόμενα (4 και 5) αξιοποιώντας την εμπειρία του και εφαρμόζοντας τη στρατηγική της διαθεσιμότητας. Μπορούμε να πούμε ότι ο Σωκράτης αναπτύσσει μία δευτερογενή αντίληψη ότι τα ενδεχόμενα δεν είναι ισοπίθανα, ωστόσο η επιμονή του στον αριθμό 5 δεν του επιτρέπει να προβεί σε καλύτερες επιλογές.

Αντίθετα, η Ερμιόνη αρχίζει με κάπως αυθαίρετες επιλογές που περιέχουν και τα λιγότερο ευνοϊκά αθροίσματα (2, 6), συνεχίζει εφαρμόζοντας άστοχα την στρατηγική της διαθεσιμότητας στον 3ο γύρο ποντάροντας στο 5 και στο 6 επειδή παρατήρησε ότι είχαν μεγάλες συχνότητες εμφάνισης. Η αναποτελεσματικότητα της επιλογής της την οδηγεί να βάλει ένα πεσσό σε κάθε άθροισμα στον 4ο γύρο. Από τις αιτιολογήσεις της φαίνεται κάποτε να εφαρμόζει άστοχα λόγω μικρού δείγματος τη στρατηγική της διαθεσιμότητας (π.χ. επειδή είδα ότι σε σας έβγαινε συνέχεια το 5) και άλλοτε να επικαλείται τον τυχερό της αριθμό 3.

Πίνακας 16. Πονταρίσματα Ερμιόνης (νικήτριας παιχνιδιού)

Γύρος	2	3	4	5	6	Αιτιολόγηση
1ος	-	5	-	-	-	Είναι ο τυχερός μου αριθμός και είπα μήπως πάλι τα ξαναβγάλω
2ος	-	2	-	3	-	Επειδή είδα ότι σ' εσάς έβγαινε συνέχεια το 5
3ος	-	2	1	1	1	Γιατί στο 6 έρχεται μερικές φορές, όπως και στα άλλα
4ος	1	1	1	1	1	Έρχεται από μια φορά ο κάθε αριθμός, άσχετα που κάποιες φορές αργεί το 2
5ος	-	5	-	-	-	Γιατί πριν μερικές φορές σας έβγαινε όλο 3

Πίνακας 17. Πονταρίσματα ερευνήτριας

Γύρος	2	3	4	5	6
1ος	-	1	3	1	-
2ος	-	1	3	1	-
3ος	-	1	2	2	-
4ος	-	2	1	2	-
5ος	-	1	2	2	-

Παρατηρούμε ότι και στο δεύτερο παιχνίδι η Ερμιόνη συνεχίζει τις αναζητήσεις και προσαρμογές επιλογών μέχρι το τέλος. Οι συνεχείς αλλαγές στις επιλογές της, καθώς επηρεάζεται κάθε φορά από τα προηγούμενα αποτελέσματα, δεν μας επιτρέπουν να εκτιμήσουμε τις πρωτογενείς της αντιλήψεις.

Πίνακας 18. Απαντήσεις στις ερωτήσεις μετά την ολοκλήρωση της παρτίδας

Ερωτήσεις	Σωκράτης	Ερμιόνη
Εμφανίζονται όλοι οι αριθμοί το ίδιο εύκολα;	Όχι	Όχι
Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο δύσκολα;	Το 6, 2	Το 6,2
Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο εύκολα;	Το 5	Το 5
Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός πιο πολλές φορές;	Το 5	Το 5
Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός λιγότερες φορές;	Το 2,6	Το 2
Σας άρεσε το παιχνίδι;	Ναι	Ναι
Σας δυσκόλεψε κάτι;	Όχι	Όχι

Από τον πίνακα 18 βλέπουμε ότι τα παιδιά του δημοτικού αντιλαμβάνονται την ανισοκατανομή των ενδεχομένων, παρατήρησαν ότι το 2 και το 6 είναι τα πιο σπάνια ενδεχόμενα, και αναφέρουν το 5 ως πιο συχνό ενδεχόμενο που είναι κοντά στο θεωρητικό 4. Τα παιδιά δεν είχαν δυσκολία να χρησιμοποιήσουν το λογισμικό, κατάλαβαν τους κανόνες του παιχνιδιού το οποίο βρήκαν ευχάριστο. Από την περίπτωση αυτή των παιδιών του Δημοτικού βλέπουμε μεγαλύτερες δυνατότητες μετάφρασης της εμπειρίας σε στρατηγικές επιλογής σε σχέση με τα νήπια και ότι είναι χρήσιμο να πραγματοποιηθεί ικανός αριθμός επαναλήψεων ώστε να αποφευχθούν οι άστοχες γενικεύσεις από μικρά ή/και μη αντιπροσωπευτικά δείγματα.

Γυμνάσιο

Ομάδα: Χαρά - Βίκτωρας

Οι πίνακες 19 και 20 δείχνουν τα πονταρίσματα της ομάδας σε κάθε γύρο και τις αιτιολογήσεις τους.

Πίνακας 19. Πονταρίσματα Χαράς

Γύρος	2	3	4	5	6	Αιτιολόγηση
1ος	1	1	1	1	1	
2ος	-	2	1	2	-	Βλέπω ότι βγαίνει συνέχεια το 4 και το 5
3ος	-	1	2	1	1	Δεν απάντησε
4ος	1	2	1	1		Μου έρχονται εικόνες
5ος	-	1	2	2	-	Είναι οι αριθμοί που βγαίνουν κυρίως, γι' αυτό τα έβαλα σε αυτούς

Πίνακας 20. Πονταρίσματα Βίκτωρα

Γύρος	2	3	4	5	6	Αιτιολόγηση
1ος	-	2	2	1	-	
2ος	1	1	2	1	-	Συνήθως μπορεί να πετύχεις και μικρούς και μεγάλους αριθμούς, οπότε ποντάρεις μέχρι το 5, γιατί το 6 είναι μεγάλο και θεωρείται λιγάκι δύσκολο
3ος	-	1	2	2	-	Τα 3, 4, 5 βγαίνουν κυρίως
4ος	-	1	2	2	-	Με το ίδιο σκεπτικό
5ος	-	2	2	1	-	Με το ίδιο σκεπτικό

Η περίπτωση των δύο παιδιών του Γυμνασίου διαφέρει σαφώς από τις δύο προηγούμενες. Από τους πίνακες των επιλογών (πίνακες 19, 20) βλέπουμε ότι πολύ γρήγορα επικαλούμενοι τις συχνότητες εμφάνισης των αθροισμάτων προσαρμόζουν τα πονταρίσματα τους αποφεύγοντας τα πιο απίθανα ενδεχόμενα 2 και 6. Χαρακτηριστική είναι η αιτιολόγηση της Χαράς στο τελευταίο ποντάρισμα «Είναι οι αριθμοί που βγαίνουν κυρίως…». Ο Βίκτωρας επίσης στη 2η προσπάθεια λέει «συνήθως μπορεί να πετύχεις και μικρούς και μεγάλους αριθμούς οπότε ποντάρεις μέχρι το 5 γιατί το 6 είναι μεγάλο και θεωρείται λιγάκι δύσκολο», συνδέει δηλαδή την πιθανότητα με το μέγεθος του αριθμού και όχι με το πλήθος των συνδυασμών που τον παράγουν ως άθροισμα. Ο εμπειρικός του κανόνας μπορεί να μην εξηγεί ορθά τα φαινόμενα, του είναι όμως αρκετός για να κάνει τις σωστές επιλογές.

Πίνακας 21. Πονταρίσματα Βίκτωρα (νικητής παιχνιδιού)

Γύρος	2	3	4	5	6	Αιτιολόγηση
1ος	-	2	2	-	1	Παιχνίδι είναι
2ος	-	2	2	1	-	Αλλάζω κάθε φορά, αναλόγως
3ος	1	1	1	1	1	Επειδή παρατήρησα ότι πετύχαινα και το 2 και το 6
4ος	-	1	1	2	1	Δεν απάντησε
5ος	-	1	1	2	1	Δεν απάντησε

Πίνακας 22. Πονταρίσματα ερευνήτριας

Γύρος	2	3	4	5	6
1ος	-	1	3	1	-
2ος	-	2	2	1	-
3ος	-	1	2	2	-
4ος	-	1	2	2	-
5ος	-	2	2	1	-

Πίνακας 23. Απαντήσεις στις ερωτήσεις μετά την ολοκλήρωση της παρτίδας

Ερωτήσεις	Χαρά	Βίκτωρας
Εμφανίζονται όλοι οι αριθμοί το ίδιο εύκολα;	Όχι	Όχι
Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο δύσκολα;	Το 6	Το 2
Είναι κάποιοι αριθμοί που εμφανίζονται πιο εύκολα;	Το 3,4 και το 5	Το 3, 4, 5
Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός πιο πολλές φορές;	Το 3,4 και το 5	Το 3, 4, 5
Εμφανίστηκε κάποιος αριθμός λιγότερες φορές;	Το 6	Το 2
Σας άρεσε το παιχνίδι;	Ναι	Ναι
Σας δυσκόλεψε κάτι;	Όχι	Όχι, απλό είναι

Από τον πίνακα 23 με τις απαντήσεις των παιδιών φαίνεται ότι αντιλαμβάνονται εμπειρικά την ανισοκατανομή των πιθανοτήτων αν και εξισώνουν τις πιθανότητες των ενδεχομένων 3, 4 και 5. Φαίνεται να έχουν χωρίσει τον χώρο των ενδεχομένων σε δύο σύνολα, το σύνολο των λιγότερο (2 και 6) και το σύνολο των περισσότερο πιθανών. Το παιχνίδι τους φάνηκε απλό, ελκυστικό και κατανοητό. Τα παιδιά εμφανίζουν συμπεριφορά συμβατή με την περιγραφή του ηλικιακού τους σταδίου από τον Fischbein (πίνακας 1) με ενισχυμένες προβλέψεις, συνθετότερες συγκρίσεις των πιθανοτήτων και κυρίως ελαστικότερη προσαρμογή στην εμπειρία. Τα παιδιά της ηλικίας αυτής είναι πιθανό να μπορούν να κατανοήσουν μια ενδεχόμενη εξήγηση της κατανομής του αθροίσματος των δυο ζαριών ή να την παράγουν τα ίδια αν γνώριζαν μεθόδους της ανάλυσης του χώρου των ενδεχομένων. Για την ηλικία αυτή το συγκεκριμένο παιχνίδι μπορεί να λειτουργήσει ως εργαλείο για την εισαγωγή σε τυπικότερες έννοιες και μεθόδους με τρόπο που να έχει νόημα για τα παιδιά.

Συζήτηση

Συνοψίζοντας τα ερευνητικά δεδομένα σε σχέση με τα ερευνητικά ερωτήματα επισημαίνονται τα επόμενα:

- Τα περισσότερα παιδιά αρχικά θεωρούν τα αθροίσματα των δύο ζαριών ισοπίθανα και επιλέγουν να ποντάρουν ένα πεσσό σε καθένα από αυτά. Με την εμπειρία της ανισοκατανομής των ενδεχομένων τα περισσότερα παιδιά διαμορφώνουν νέες αντιλήψεις άλλοτε περισσότερο επιτυχείς και άλλοτε λιγότερο. Πιο συγκεκριμένα ορισμένες περιπτώσεις παιδιών, όπως αυτή της Νίκης θεωρεί ότι τα μεγαλύτερα νούμερα έχουν μεγαλύτερες πιθανότητες, ενώ άλλες αποφεύγουν το 2 και το 6 δηλώνοντας ότι εμφανίζονται πιο σπάνια, όπως συνέβη με το Βαγγέλη, το Σωκράτη, το Βίκτωρα και τη Χαρά. Τα νεαρότερα παιδιά, όπως η Σύλβια και ο Δημοσθένης μπορεί να μην διαμορφώσουν κάποια σαφή δευτερογενή αντίληψη και να επικαλούνται αυθαίρετες αιτιολογήσεις.

- Με εξαίρεση τα δύο παιδιά του Νηπιαγωγείου, τη Σύλβια και το Δημοσθένη, που δεν αντιλαμβάνονται καμιά ανομοιομορφία στις συχνότητες εμφάνισης των αθροισμάτων τουλάχιστον στα χρονικά περιθώρια του πειράματος, όλα τα υπόλοιπα δηλώνουν ανομοιομορφία έστω και όχι σύμφωνη με τη θεωρητική. Η αντίληψη αυτή είναι σημαντική γιατί μπορεί να αξιοποιηθεί για να γίνει ανάλυση του χώρου των ενδεχομένων του αθροίσματος των δύο ζαριών, ώστε να αναπτυχθεί τυπικότερη προσέγγιση της έννοιας της πιθανότητας. Η ενδεχόμενη αντίληψη της ανισοκατανομής των πιθανοτήτων των ενδεχομένων δεν μεταφράζεται πάντα σε μια βελτιωμένη στρατηγική τοποθέτησης των πεσσών. Ειδικά τα νεότερα παιδιά, όπως ο Βαγγέλης και η Νίκη εμφανίζονται να επιλέγουν εφαρμόζοντας την ευρετική στρατηγική του αποτελέσματος του Konold παρά την ευρετική της διαθεσιμότητας όπως θα ήταν ίσως περισσότερο αναμενόμενο. Αντίθετα τα μεγαλύτερα παιδιά αξιοποιώντας την εμπειρία τους, το διάγραμμα συχνοτήτων και παρακολουθώντας το παίξιμο των συμπαικτών τους εφαρμόζουν πιο ξεκάθαρα την ευρετική της διαθεσιμότητας, όπως συνέβη στις περιπτώσεις της Ερμιόνης και του Σωκράτη αλλά και του Βίκτωρα και της Χαράς.

- Σε σχέση με τη δραστηριότητα και το λογισμικό, από τις δηλώσεις των παιδιών και τις εκφράσεις τους κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού φαίνεται ότι το θεωρούν ενδιαφέρον και ελκυστικό. Η λογισμική του υλοποίηση δεν φάνηκε να δυσκολεύει τα παιδιά και είναι αναπτυξιακά κατάλληλη για τις ηλικίες των παιδιών που μελετήθηκαν. Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν ότι τέτοιου τύπου δραστηριότητες με στοχαστικά συστήματα είναι δυνατό να είναι ενδιαφέρουσες και κατανοητές από τα παιδιά του προσυλλογιστικού σταδίου δίνοντάς τους πλούσιες εμπειρίες με πιθανολογικές έννοιες πάνω στις οποίες θα αναπτυχθούν οι διαισθητικές τους αντιλήψεις. Συνεπώς σε αντίθεση με τους Piaget & Inhelder και σε συμφωνία με την άποψη του Fischbein η εμπλοκή σε στοχαστικές δραστηριότητες αναπτυξιακά κατάλληλες έχει νόημα για τα νεαρά παιδιά στο πλαίσιο της εκπαίδευσης.

- Τα παιδιά φαίνεται να συμφωνούν με τις περιγραφές και τα στάδια του Fischbein. Ειδικότερα τα μικρότερα παιδιά μπορεί να μην αντιλαμβάνονται την έννοια των ευκαιριών (chances), αλλά κατανοούν την έννοια του πειράματος τύχης στο οποίο το αποτέλεσμα δεν μπορεί να προβλεφθεί. Αντίθετα τα μεγαλύτερα παιδιά αντιδρούν στην ανομοιομορφία των συχνοτήτων εμφάνισης των ενδεχομένων και αναπτύσσουν δευτερογενείς διαισθητικές αντιλήψεις πάνω στις οποίες μπορούν να βασιστούν διδακτικές παρεμβάσεις. Στην περίπτωση των μεγαλύτερων παιδιών έχει ενδιαφέρον να μελετηθεί η επίδραση των παρεμβάσεων αυτών πριν ή/και μετά την χρήση του λογισμικού.

- Σε σχέση με τις αιτιολογήσεις των παιδιών, παρατηρούμε πως οι μαθητές της νηπιακής ηλικίας δεν αιτιολογούσαν τις επιλογές τους και όταν το έκαναν οι αιτιολογήσεις τους ήταν περισσότερο υποκειμενικές (χαρακτηριστική είναι η αιτιολόγηση της Νίκης που ισχυρίστηκε ότι ποντάρει κατά αυτόν τον τρόπο λέγοντας ότι «Το σκέφτηκα, γιατί μου αρέσουν οι μεγάλοι αριθμοί»). Σε αντίθεση με τους παραπάνω, τα παιδιά της Δ΄ δημοτικού δεν δίσταζαν να αιτιολογήσουν τις επιλογές τους, δίνοντας μάλιστα αιτιολογήσεις που ήταν περισσότερο τυπικές. Αυτό αποτελεί ένδειξη ότι με τις επαναλήψεις των παιχνιδιών άρχισαν να αντιλαμβάνονται τα πιο πιθανά ενδεχόμενα, ακολουθώντας ενδεχομένως την ευρετική της διαθεσιμότητας. Επίσης, οι μαθητές του γυμνασίου παρείχαν πιο ολοκληρωμένες απαντήσεις στην αιτιολογία τους αναφορικά με τον τρόπο σκέψης τους σε σύγκριση με τις δυο προηγούμενες βαθμίδες. Επιπρόσθετα, από τις αναλύσεις στην προηγούμενη ενότητα προκύπτει ότι κυρίως τα παιδιά του γυμνασίου, λιγότερο τα παιδιά του δημοτικού και μηδαμινά του νηπιαγωγείου, ανταπεξήλθαν στο παιχνίδι, το οποίο τους οδηγούσε διαισθητικά στην οικοδόμηση της έννοιας της πιθανότητας. Γενικά τα παιδιά αντιλαμβάνονται ότι είναι πιθανό να εμφανισθούν όλα τα ενδεχόμενα του τυχαίου πειράματος, αν και δεν στηρίζουν τη σκέψη τους στο πλήθος των ευκαιριών (το πλήθος των ευνοϊκών περιπτώσεων εμφάνισης - chances) καθενός από αυτά.

Συνεκτιμώντας τα αποτελέσματα διαπιστώνουμε ότι η έρευνα παρήγαγε ευρήματα σύμφωνα με αυτά του Fischbein για κάθε αναπτυξιακό στάδιο, χωρίς να παρουσιάζονται σαφείς αποκλίσεις λόγω της χρήσης του λογισμικού στο χρονικό πλαίσιο του πειράματος. Δεν αποκλείεται, δηλαδή, να έχει κάποια διαφορετική επίδραση η μακροχρόνια χρήση του λογισμικού σε συνδυασμό με δομημένες μαθησιακές παρεμβάσεις. Στις περιπτώσεις που οι υποθέσεις των παιδιών δεν επιβεβαιώνονταν από την εμπειρία τους έψαχναν για νέες ή οπισθοδρομούσαν στην αρχική αντίληψη των ισοπίθανων ενδεχομένων. Η εμπλοκή σε αυτή τη διαδικασία διατύπωσης υποθέσεων και εμπειρικού ελέγχου για τη βελτίωση της αρχικής μη αποτελεσματικής αντίληψης κατά τη χρήση του συγκεκριμένου παιχνιδιού σε συνδυασμό με την ελκυστικότητα που είχε στα παιδιά αποτελεί τη βάση για την υποστήριξη της μαθησιακής του αξίας.

Τα παιδιά όπως και στη περίπτωση του Pratt, (2000) χρησιμοποιούν τους υπολογιστικούς πόρους και τις αναπαραστάσεις του λογισμικού για να εξελίξουν τις αντιλήψεις τους σε σχέση με τις πιθανότητες εμφάνισης του αθροίσματος των δύο ζαριών στο πλαίσιο μιας αυθεντικής, παιγνιώδους, ελκυστικής και διαλογικής δραστηριότητας. Ο ανταγωνισμός μεταξύ των δύο παιδιών στη διάρκεια του παιχνιδιού είναι παράγοντας που βοηθά στη διατήρηση του ενδιαφέροντός τους. Από τα πειραματικά δεδομένα φαίνεται ότι τα παιδιά που αρχίζουν να αντιλαμβάνονται την ανισοκατανομή στις συχνότητες εμφάνισης των αθροισμάτων σταδιακά μπορούν να υιοθετήσουν την ευρετική στρατηγική της διαθεσιμότητας αποφεύγοντας να ποντάρουν στα σπανιότερα ενδεχόμενα. Τα παιδιά που βρίσκονται στην κατάσταση αυτή, έχοντας εγκαταλείψει τη διαισθητική αντίληψη των ισοπίθανων ενδεχομένων, είναι σε καταλληλότερη θέση να αναζητήσουν εξήγηση γι’ αυτή την ανομοιομορφία με μεθόδους, όπως η ανάλυση του χώρου των ενδεχομένων. Με τον τρόπο αυτό μπορούν να προσεγγίσουν την έννοια της ευκαιρίας εμφάνισης ενός ενδεχομένου (chance) και της σχέσης της απαρίθμησης των ευκαιριών εμφάνισης κάθε ενδεχομένου με τη θεωρητική πιθανότητα.

Η έρευνα υποστηρίζει με τα ευρήματά της την υπόθεση ότι οι δυνατότητες παραγωγής μεγάλου αριθμού πειραμάτων των ΗΥ στο πλαίσιο της προσομοίωσης στοχαστικών συστημάτων και η αξιοποίηση των δυναμικών αναπαραστάσεων εννοιών μπορούν στο πλαίσιο ελκυστικών μαθητοκεντρικών δραστηριοτήτων να δώσουν ευκαιρίες στα παιδιά να οικοδομήσουν πιθανολογικές έννοιες. Επιπλέον, αναδεικνύεται η σημασία της παρέμβασης σε διάφορα ηλικιακά στάδια ώστε να υπάρχει μια πιο ολοκληρωμένη και εξελικτική προσέγγιση στην υποστήριξη των παιδιών προς τη μάθηση των πιθανοτήτων. Συνεπώς, ο προτεινόμενος μικρόκοσμος-παιχνίδι θεωρούμε ότι μπορεί να έχει σημαντικές θετικές επιδράσεις στην προσέγγιση της έννοιας της πιθανότητας από τα παιδιά στο περιθώριο της συνείδησης (διαισθητικά).

Αυτό που προκύπτει να έχει ενδιαφέρον ως μελλοντικό ερευνητικό ερώτημα είναι η επίδραση του συγκεκριμένου παιχνιδιού στα παιδιά μετά ή/και πριν την εμπλοκή τους σε διδακτικές παρεμβάσεις καθώς και η μακροχρόνια χρήση κατάλληλων εκπαιδευτικών λογισμικών για τις πιθανότητες στα ίδια παιδιά.

◗ Abstract

Children from a young age construct intuitive perceptions about the probability concepts that are adaptable through appropriate learning interventions. The computers with the capability of generating large sequences of random numbers and multiple dynamic representations of phenomena offer new opportunities to stochastic concepts learning. In this paper we present a case study on the impact of a software microworld-game in intuitive concept of probability development. The proposed microworld problem is based on the sum of two dice and the study of its impact concerns to kindergarten, middle school, and junior high school children. The experimental findings support the learning value of the proposed microworld in the diagnosis of primary and secondary intuitive perceptions of probabilistic concepts in the context of an attractive and engaging learning activity.

◗ Βιβλιογραφία

Drier, H. S., (2000). *Children' s probabilistic reasoning with a computer microworld*. Διδακτορική μελέτη που παρουσιάστηκε στο Curry School of Education University of Virginia.

Fesakis G., Kafoussi S.. (2009). *Kindergarten children capabilities in combinatorial problems using computer microworlds and manipulatives*. In the proceedings of the

33rd Conference of the IGPME (PME33), Thessaloniki, Greece, 19-24 July, 2009, Vol. III, pp. 41-48.

Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children. Dordrecht*, The Netherlands: Reidel.

Fischbein, E., & Gazit, A. (1984). Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? *Educational Studies in Mathematics, 15*, 1-24.

Fischbein, E., Pampu, I., & Manzat, I. (1970a). Comparisons of ratios and the chance concept in children. *Child Development, 41*,377-389.

Fischbein, E. and Schnarch, D. (1997). The evolution with age of probabilistic, intuitively based misconceptions. *Journal for Research in Mathematics Education* 28 (1), 96-105.

Freudenthal, H. (1973). Mathematics *as an educational task*. Reidel Publishing Company / Dordrecht – Holland.

Frykholm, J., A. (2001). Reasearch, reflection, practice. Building on intuitive notions of chance, Teaching Children Mathematics, 8(2,), *NCTM*, pp. 112-118.

Green, D. R. (1983). A survey of probability concepts in 3000 pupils aged 1 1-16 years. In D. R. Grey, P. Holmes, V. Barnett, & G. M.. Constable (Eds.), Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics (pp. 766-783). Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.

Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence*. New York: Basic Books.

Jones, G. A., & Thornton, C. A. (2005). An overview of research into the teaching and learning probability. *Mathematics Education Library*, 40 (1).

Jones, G., Langrall, C., Thornton, C. and Mogill, T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability. *Educational Studies in Mathematics,* 32, 101-125.

Kafoussi, S. (2004) Can kindergarten children be successfully involved in probabilistic tasks?. *Statistics Education Research Journal* 3(1), 29-39.

Kahnernan, D., & Tversky, A. (1972). Subjective Probability: A judgement of representativeness. *Cognitive Psychology*, 3, 430-454.

Kahnernan, D., & Tversky, A. (1973). On the psychology of prediction. *Psychological review,* 80 (4), 237- 251.

Konold, C. (1983). Conceptions about probability: Reality between a rock and a hard place. Unpublished doctoral dissertation, University of Massachusetts, Boston.

Konold, C. (1989). Informal conceptions of probability. *Cognition and Instruction*, *6,* 59-98.

Konold, C. (1991). Understanding students' beliefs about probability. In E. von Glaserfeld (Ed.), *Radical Constructivism in Mathematics Education* (pp. 139-156). Holland: Kluwer.

Langrall, W. C. and Mooney, S. E. (2005). Characteristics of elementary school students' probabilistic reasoning. In G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school:Challenges for teaching and learning* (pp. 95-119). Springer.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

Pratt, D. (2000). Making sense of the total of two dice. *Journal of Research in Mathematics Education, 31(5)*,602-625.

Resnick, M., Maloney, J., Monroy-Hernández, A., Rusk, N., Eastmond, E., Brennan, K., Millner, A., Rosenbaum, E., Silver, J., Silverman, B., Kafai, Y., (2009). Scratch: Programming for All, November 2009, Communications of the ACM, 52(11), pp. 60-67.

Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics. In D. A. Grouws (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 465- 494). New York: Macmillan.

Shepler, J. L. (1970). Parts of a systems approach to the development of a unit in probability and statistics for the elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education, 1*, 197-205.

Steinbring, H. (1984). Mathematical concepts in didactical situations as complex systems: The case of probability. In H. Steiner & N. Balacheff (Eds.), *Theory of mathematics education* (TME: ICME 5): Occasional paper 54 (pp. 56-88). Bielefeld: IDM.

Tversky, A., & Kahneman, D. (1974). Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. *Science, 185*, 1 124- 1 13 1.

Vahey, P. (1998). Promoting Student Understanding of Elementary Probability Using a Technology-Mediated Inquiry Environment. Unpublished doctoral dissertation, University of California-Berkeley, Berkeley, CA.

Way, J. (2003). The development of children’s notions of probability. Unpublished doctoral dissertation, University of Western Sydney.

Φεσάκης Γ., Καφούση Σ., Σκουμπουρδή Χρ., (2008). *Δημιουργώντας στοχαστικές εμπειρίες για την εξέλιξη των διαισθητικών αντιλήψεων νηπίων με τη βοήθεια διαδικτυακών μικρόκοσμων*, 6ο Πανελλήνιο συνέδριο, οι ΤΠΕ στην εκπαίδευση, Κύπρος 25-28 Σεπ. 2008, από http://www.etpe.gr.

Φεσάκης, Γ. , Καφούση, Σ. , (2008). *Ανάπτυξη συνδυαστικής σκέψης νηπίων με τη βοήθεια ΤΠΕ: παραγωγή συνδυασμών με επανατοποθέτηση*. Πιλοτική έρευνα, 6ο Πανελλήνιο συνέδριο, Οι ΤΠΕ στην εκπαίδευση, Κύπρος 25-28 Σεπ. 2008, από http://www.etpe.gr.