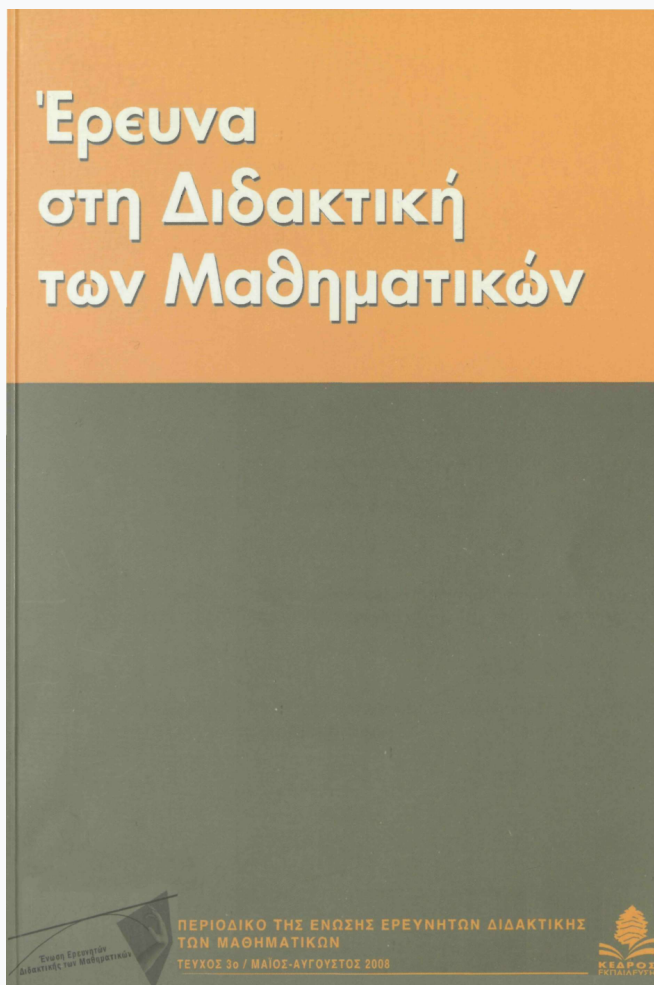


## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Αρ. 3 (2008)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΕΥΧΟΥΣ

Γιώργος Φιλίππου (*Giorgos Philippou*)

doi: [10.12681/enedim.18815](https://doi.org/10.12681/enedim.18815)

Copyright © 2018, Giorgos Philippou



Άδεια χρήσης [Creative Commons Αναφορά 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Φιλίππου (Giorgos Philippou) Γ. (2018). ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΕΥΧΟΥΣ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (3), 2–8. <https://doi.org/10.12681/enedim.18815>

# Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών



ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ ΤΗΣ ΕΝΩΣΗΣ ΕΡΕΥΝΗΤΩΝ  
ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



# Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

ΤΕΤΡΑΜΗΝΙΑΙΑ ΕΚΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΝΩΣΗΣ ΤΩΝ ΕΡΕΥΝΗΤΩΝ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
(ΕΝΕΔΙΜ)

ΤΕΥΧΟΣ 3ο, ΜΑΙΟΣ-ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ 2008, ΤΙΜΗ: 8€

**ΙΔΙΟΚΤΗΤΗΣ:** ΚΕΔΡΟΣ ΕΚΔΟΤΙΚΗ Α.Ε. • Γ. ΓΕΝΝΑΔΙΟΥ 3, 106 78 ΑΘΗΝΑ • ΤΗΛ.: 210 38.09.712  
FAX: 210 33.02.655 • E-MAIL: edu@kedros.gr

**ΕΚΔΟΤΗΣ:** ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΠΑΠΑΘΑΝΑΣΟΠΟΥΛΟΣ

**ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΙΑΦΗΜΙΣΗΣ:** ΑΓΓΕΛΙΚΗ ΠΟΡΤΟΚΑΛΟΓΛΟΥ, 210 38.09.712, εσωτ. 150

**ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΝΤΥΠΟΥ:** ΑΝΑΣΤΑΣΙΑ ΣΟΥΛΑΚΗ

<b>Υπεύθυνος Έκδοσης</b>	Γιώργος Φιλίππου (edphilip@ucy.ac.cy)	
<b>Επιτροπή Έκδοσης</b>	Δέσποινα Πόταρη (potari@upatras.gr) Κώστας Τζανάκης (tzanakis@edc.uoc.gr) Μαριάννα Τζεκάκη (tzekaki@nured.auth.gr) Κωνσταντίνος Χρίστου (edchrist@ucy.ac.cy)	
<b>Επιστημονική Επιτροπή</b>	Αθανάσιος Γαγάτσης Δέσποινα Δεσλή Θεοδόσης Ζαχαριάδης Κώστας Ζαχάρος Φραγκίσκος Καλαβάσης Μαρία Καλδρυμίδου Σόνια Καφούση Ευγενία Κολέξα Μιχάλης Κούρκουλος Χρόνης Κυνηγός Ιωάννα Μαμωνά-Downs Άντα Μπούφη Χαράλαμπος Λεμονίδης	Έλενα Ναρδή Κωνσταντίνος Νικολαντωνάκης Τάσος Πατρώνης Δήμητρα Πίττα Δημήτρης Χασάπης Χαράλαμπος Σακονίδης Χρυσάνθη Σκουμπουρδή Λίτσα Τρέσσου Τριαντάφυλλος Τριανταφυλλίδης Βασιλική Φαρμάκη Κωνσταντίνος Χατζηκυριάκου Μαρία Χιονίδου- Μοσκοφόγλου Άννα Χρονάκη

**ΕΚΤΥΠΩΣΗ:** STAR PRINT, ΧΙΟΥ 18, ΑΣΠΡΟΠΥΡΓΟΣ, ΤΗΛ.: 210 55 84 220

**ISSN:** 1791-292X

© Απαγορεύεται η αναδημοσίευση, η αναπαραγωγή, ολική, μερική ή περιληπτική ή κατά παράφραση ή διασκευή και απόδοση του περιεχομένου του περιοδικού με οποιονδήποτε τρόπο, μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό, ηχογράφησης ή άλλο, χωρίς προηγούμενη γραπτή άδεια του εκδότη. Νόμος 2121/1193 και κανόνες του Διεθνούς Δικαίου που ισχύουν στην Ελλάδα.

Το περιοδικό *ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ* είναι το επίσημο περιοδικό της Ένωσης των Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ). Απευθύνεται στην ελληνική κοινότητα των επιστημόνων που ασχολούνται με τη μελέτη των φαινομένων και ζητημάτων της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Σκοπός του είναι να αποτελέσει βήμα για τη διεξαγωγή μελετών και ερευνών με επίκεντρο τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών σε όλα τα επίπεδα, από την προσχολική μέχρι και την πανεπιστημιακή εκπαίδευση, καθώς και για την ανάπτυξη ενός γόνιμου επιστημονικά τεκμηριωμένου λόγου, που αφορά στο χώρο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.

Το περιοδικό φιλοδοξεί να καταστεί μέσο επικοινωνίας ανάμεσα στα μέλη της ελληνικής ερευνητικής και εκπαιδευτικής κοινότητας, τους ειδικούς επιστήμονες, τα στελέχη και τους φορείς όλων των βαθμίδων της εκπαίδευσης γενικά και, ειδικότερα, της Διδακτικής των Μαθηματικών, καθώς και ένα βήμα έκφρασης, δοκιμασίας και άσκησης για τους νέους ερευνητές.

#### **Εκδοτική πολιτική**

Το περιοδικό δημοσιεύει άρθρα από ένα ευρύ φάσμα μελετών, όπως πειραματικές έρευνες, εθνογραφικές μελέτες, μελέτες περιπτώσεων, έρευνες δράσης, επισκοπήσεις, θεωρητικές αναζητήσεις κ.ά., νοουμένου ότι πληρούν τα κριτήρια αξιολόγησης ενός επιστημονικού περιοδικού.

Σε ειδικά τεύχη του περιοδικού μπορεί να δημοσιεύονται και άρθρα που στοχεύουν στην εξοικείωση των εκπαιδευτικών της τάξης με το μοντέλο του δασκάλου-ερευνητή, όπως εργασίες που αναφέρονται σε πειραματισμούς στη σχολική τάξη, παιδαγωγική αξιοποίηση διδακτικών μέσων, εργαλείων και υλικών, καινοτόμες εφαρμογές και νεωτερισμούς στους οποίους συμμετέχουν και εκπαιδευτικοί. Το περιοδικό εκδίδεται στην ελληνική γλώσσα και περιλαμβάνει εκτενή περίληψη στην αγγλική ή μια άλλη ευρωπαϊκή γλώσσα. Θα κυκλοφορεί σε τρία τεύχη το χρόνο, ανά τετράμηνο.

#### **Υποβολή άρθρων και σύστημα κρίσης**

Τα άρθρα υποβάλλονται σε ηλεκτρονική μορφή στον υπεύθυνο της Εκδοτικής Επιτροπής, κατά προτίμηση στο πρόγραμμα PC Word 7, τυπωμένα σε διπλό διάστημα, σε γραμματοσειρά Times New Roman 12 και χαρτί A4, σύμφωνα με την τελευταία έκδοση του American Psychological Association. Η έκταση των άρθρων είναι κατά προτίμηση μεταξύ των 15 και των 20 σελίδων ή από 4.500 μέχρι 7.500 λέξεις. Κάθε εργασία κρίνεται από τρία μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής (τυφλό σύστημα κρίσης), οι οποίοι είναι ειδικοί στο συγκεκριμένο αντικείμενο της εργασίας. Για να γίνει αποδεκτή για δημοσίευση μια εργασία χρειάζονται δυο τουλάχιστον θετικές κρίσεις.

#### **Συνδρομές**

Για τα μέλη της ΕΝΕΔΙΜ το περιοδικό περιλαμβάνεται στη συνδρομή τους και διανέμεται δωρεάν. Για ιδιώτες μη μέλη της ΕΝΕΔΙΜ η συνδρομή είναι 20€. Για τους φοιτητές η συνδρομή είναι 15€. Για ενδιαφερόμενους εκτός Ελλάδας η συνδρομή στοιχίζει 25 €.



■ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΚΔΟΣΗ

**ΟΙ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΤΟΥ ΤΡΙΤΟΥ ΤΕΥΧΟΥΣ**

Γιώργος Φιλίππου . . . . . 6-8

**Ο ΝΟΕΡΟΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΥΠΕΡΒΑΣΗΣ ΤΗΣ ΠΡΩΤΗΣ ΔΕΚΑΔΑΣ: ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΕΣ ΚΑΙ ΕΠΙΔΟΣΕΙΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ Α΄ ΚΑΙ Β΄ ΤΑΞΗΣ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ**

Καραντζής Ι. • Βεγιάννη Ε. . . . . 9-30

**ΣΧΗΜΑΤΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΧΕΙΡΙΣΜΟΥ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΚΑΙ ΑΝΑΠΤΥΞΗ ΝΟΗΜΑΤΩΝ ΓΙΑ ΛΟΓΟΥΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ**

Ψυχάρης Γ. . . . . 31-65

**Η ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΑΡΙΘΜΟΓΡΑΜΜΗΣ ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΕΓΧΕΙΡΙΔΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΟΥ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ**

Σκουμπουρδή Χ. . . . . 67-87

## ■ ΟΙ ΕΡΓΑΣΙΕΣ ΤΟΥ ΤΡΙΤΟΥ ΤΕΥΧΟΥΣ

Σε αυτό το τεύχος περιλαμβάνονται τρία άρθρα με διαφορετικό αντικείμενο. Το αναφέρεται στον νοερό υπολογισμό από μαθητές δημοτικού σχολείου, το δεύτερο στη λειτουργία ενός δυναμικού εργαλείου από μαθητές γυμνασίου και το τρίτο καταγραφεί και αναλύει τη χρήση της αριθμογραμμής στα εγχειρίδια του δημοτικού σχολείου.

Στο πρώτο άρθρο εξετάζεται ο βαθμός χρησιμοποίησης νοερού υπολογισμού σε προσθέσεις με υπέρβαση της δεκάδας από μαθητές της Α' και Β' τάξης δημοτικού σχολείου και οι στρατηγίες που εφαρμόζουν. Η διαδικασία υπολογισμού του αποτελέσματος μιας πράξης χωρίς τη βοήθεια εξωτερικού μέσου αποτελεί μια από τις προτεραιότητες του σύγχρονου αναλυτικού προγράμματος, γιατί θεωρείται ότι προάγει την κατασκευή νοήματος, συντελεί στην ενεργητική εμπλοκή του μαθητή στη διαδικασία δημιουργίας αλγόριθμων προς εκτέλεση πράξεων καθώς και την ανάπτυξη στρατηγικής προς επίλυση προβλήματος. Με βάση αυτό το σκεπτικό η εκτέλεση νοερών υπολογισμών έχει ενταχθεί και στο δικό μας αναλυτικό πρόγραμμα.

Οι συγγραφείς επέλεξαν τυχαίο δείγμα μαθητών Α' και Β' τάξης δημοτικού σχολείου από τους οποίους συνέλεξαν και ανέλυσαν δεδομένα με τρία πειράματα τα οποία έλαβαν χώρα σε ατομικές συνεντεύξεις. Το πρώτο πείραμα αποσκοπούσε στον έλεγχο της εργαζόμενης μνήμης, το δεύτερο στην αξιολόγηση της ικανότητας του μαθητή για ανάκληση αθροισμάτων όμοιων αριθμών από τη μακροπρόθεσμη μνήμη και το τρίτο στην διαπίστωση της ικανότητας των μαθητών να εκτελούν νοερά αθροίσματα που υπερέβαιναν την δεκάδα καθώς και τη στρατηγική που εφάρμοζαν.

Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι δεν υπήρχε διαφορά ανάμεσα στους μαθητές των δύο τάξεων ως προς την ικανότητα συγκράτησης στην εργαζόμενη μνήμη και ανάκλησης σειρών αριθμών. Οι μαθητές και των δύο τάξεων ανακαλούσαν ικανοποιητικά τα διπλά αθροίσματα στην εργαζόμενη μνήμη και είχαν καλή επίδοση στον υπολογισμό αθροίσματος που υπερέβαινε τη δεκάδα. Οι μαθητές χρησιμοποιούσαν στρατηγικές καθαρά νοερού υπολογισμού και μάλιστα ανακλητικές και κατασκευαστικές στρατηγικές

παρά αριθμητικές (επαρίθμησης) και λιγότερο στρατηγικές που βασίζονταν σε χρήση αντικειμένων.

Στο δεύτερο άρθρο εξετάζεται η διαδικασία ανάπτυξης νοήματος από μαθητές Α΄ τάξης γυμνασίου κατά το χειρισμό ενός υπολογιστικού εργαλείου δυναμικού χειρισμού γεωμετρικών σχημάτων. Πρόκειται για εργασία πειραματικού σχεδιασμού που διεξήχθη σε πραγματικές σχολικές συνθήκες και εντάσσεται στο πλαίσιο ανάλυσης της διαδικασίας που λαμβάνει χώρα κατά γένεση του εργαλείου, δηλαδή κατά τη μετατροπή του λογισμικού σε εργαλείο. Το πλαίσιο γένεσης του εργαλείου βασίζεται στη διάκριση του λογισμικού ως κατασκευάσματος και ως εργαλείου που χαρακτηρίζεται από μια διαλεκτική σχέση ανάμεσα στη δράση και στην μαθηματική γνώση.

Η εργασία φιλοδοξεί να προσφέρει μια διαφορετική προοπτική για τη διαδικασία γένεσης εργαλείου που να βασίζεται στον έλεγχο κιναισθητικών σχημάτων σε ένα περιβάλλον υπολογιστή το οποίο συνδυάζει το συμβολισμό με τη γλώσσα προγραμματισμού. Τα υποκείμενα εργάστηκαν σε ομάδες των δύο με στόχο την κατασκευή μιας γραμματοσειράς κεφαλαίων γραμμάτων που να μεγθύνεται ή να σμικρύνεται κατά βούληση, με βάση μια μόνο μεταβλητή που εκφράζει την πολλαπλασιαστική σχέση. Η ανάλυση απεκάλυψε τα διάφορα σχήματα δυναμικής επεξεργασίας που ακολουθούν οι μαθητές καθώς χρησιμοποιούν το μεταβολέα ένα εργαλείο δυναμικού χειρισμού. Προέκυψε ότι η βασική διαφορά ανάμεσα στα σχήματα ήταν η πορεία γένεσης εργαλείου καθώς οι μαθητές κατανοούσαν τη λειτουργία του μεταβολέα αξιοποιώντας την ανατροφοδότηση του υπολογιστή.

Η τρίτη εργασία επιχειρεί μια συνολική καταγραφή και ανάλυση των μορφών αναπαράστασης και χρήσης της αριθμογραμμής που υπάρχουν στα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών του Δημοτικού σχολείου. Αρχικά αναδεικνύεται, μέσα από την υφιστάμενη βιβλιογραφία, ο ρόλος και η σημασία της αριθμογραμμής ως μέσου αναπαράστασης και μοντελοποίησης αριθμητικών εννοιών και πράξεων και αναφέρονται τα τέσσερα επίπεδα αναπτυξιακής χρήσης της κατά τη Ρεαλιστική Μαθηματική Εκπαίδευση. Το πρώτο επίπεδο αφορά στη στατική χρήση της αριθμογραμμής, το δεύτερο



στη δυναμική χρήση, το τρίτο στη διαχείριση της κενής αριθμογραμμής και το τέταρτο στη νοερή χρησιμοποίηση της. Κατά τη μελέτη προέκυψε η ανάγκη προσθήκης ενός επιπέδου '0' για καλυφθεί η χρήσης της αριθμογραμμής προς αναγνώριση χωρίς καμιά δράση εκ μέρους του μαθητή. Αναφορικά με τη λειτουργία της αριθμογραμμής, αυτή μπορεί να είναι βασική (αναγκαία) βοηθητική, αναφοράς ή συνοδευτική. Από την ανάλυση των πέραν των 100 περιπτώσεων που εντοπίστηκαν, βρέθηκε ότι περίπου το ένα τρίτο ήταν στο επίπεδο '0' και πάνω από το μισό στο επίπεδο '1', ενώ η λειτουργία τους ήταν κατά το πλείστο βασική. Διαπιστώνεται δηλαδή, παραμονή στο επίπεδο αναγνώρισης και στατικής χρήσης της αναπαράστασης.

Γιώργος Φιλίππου