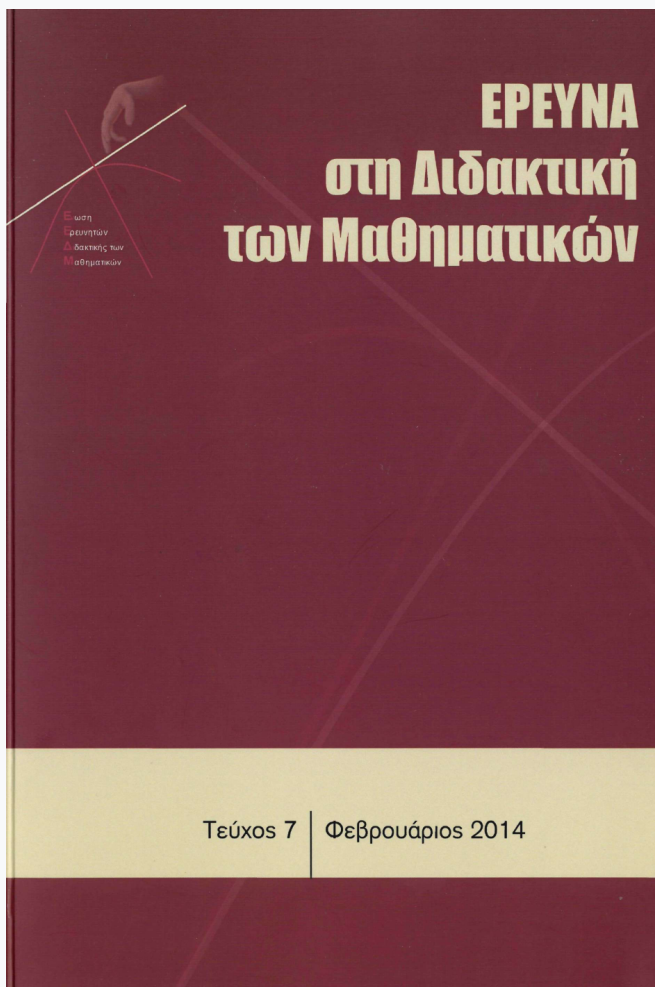


## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Αρ. 7 (2014)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



### ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΕΥΧΟΥΣ

Ιωάννα Μαμμωνά-Downs (Ioanna Mamona - Downs)

doi: [10.12681/enedim.18836](https://doi.org/10.12681/enedim.18836)

Copyright © 2018, Ιωάννα Μαμμωνά-Downs (Ioanna Mamona - Downs)



Άδεια χρήσης [Creative Commons Αναφορά 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

### Βιβλιογραφική αναφορά:

Μαμμωνά-Downs (Ioanna Mamona - Downs) I. (2018). ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΤΕΥΧΟΥΣ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (7), 1-10. <https://doi.org/10.12681/enedim.18836>

**ΕΡΕΥΝΑ  
στη Διδακτική  
των Μαθηματικών**

# ΕΡΕΥΝΑ στη Διδακτική των Μαθηματικών

εξαμηνιαία έκδοση της Ένωσης των Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ)

ΤΕΥΧΟΣ 7ο • ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2014 • ΤΙΜΗ: 8 €

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΚΔΟΣΗΣ **Παπάδης Αντώνης**, Τηλ.: 697-7095903

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΕΚΔΟΣΗΣ **Δέσποινα Πόταρη**, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών, dpotari@math.uoa.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΗΣ **Χαράλαμπος Σακονίδης**, αναπληρωτής υπεύθυνος, Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης, xsakonid@eled.duth.gr  
**Ευγενία Κολλέζα**, Πανεπιστήμιο Πατρών, ekoleza@upatras.gr  
**Ιωάννα Μαμμωνά-Downs**, Πανεπιστήμιο Πατρών, ekoleza@upatras.gr  
**Δήμητρα Πίττα-Πανταζή**, Πανεπιστήμιο Κύπρου, dpitta@ucy.ac.cy

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

**Αθανάσιος Γαγάτσος**

**Δέσποινα Δεσλή**

**Θεοδόσης Ζαχαριάδης**

**Κώστας Ζαχάρος**

**Φραγκίσκος Καλαβάσης**

**Μαρία Κολδρυμίδου**

**Σόνια Καφούση**

**Ευγενία Κολλέζα**

**Μιχάλης Κούρκουλος**

**Χρόνης Κυνηγός**

**Χαράλαμπος Λεμονίδης**

**Άντα Μπούφη**

**Έλενα Ναρδή**

**Κωνσταντίνος Νικοηαντωνάκης**

**Τάσος Πατρώνης**

**Χρυσάνθη Σκουμπουρδή**

**Κώστας Τζανάκης**

**Μαριάννα Τζεκάκη**

**Λίτσα Τρέσσου**

**Τριαντάφυλλος Τριανταφυλλίδης**

**Βασιλική Φαρμάκη**

**Γιώργος Φιλήπου**

**Δημήτρης Χασάπης**

**Κωνσταντίνος Χατζηκυριάκου**

**Μαρία Χιονίδου-Μοσκοφόγλου**

**Κωνσταντίνος Χρίστου**

**Άννα Χρονάκη**

ISSN: 1791-292X

© Απαγορεύεται η αναδημοσίευση, η αναπαραγωγή, ολική, μερική ή περιληπτική ή κατά παράφραση διασκευή και απόδοση του περιεχομένου του περιοδικού με οποιονδήποτε τρόπο, μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό, ηχογράφησης ή άλλο, χωρίς προηγούμενη γραπτή άδεια του εκδότη. Νόμος 2121/1193 και κανόνες του Διεθνούς Δικαίου που ισχύουν στην Ελλάδα.

**Τ**ο περιοδικό **ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ** είναι το επίσημο περιοδικό της Ένωσης των Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ). Απευθύνεται στην ελληνική κοινότητα των επιστημόνων που ασχολούνται με τη μελέτη των φαινομένων και ζητημάτων της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Σκοπός του είναι να αποτελέσει βήμα για τη διεξαγωγή μελετών και ερευνών με επίκεντρο τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών σε όλα τα επίπεδα, από την προσχολική μέχρι και την πανεπιστημιακή εκπαίδευση, καθώς και για την ανάπτυξη ενός γόνιμου επιστημονικά τεκμηριωμένου λόγου, που αφορά στο χώρο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.

Το περιοδικό φιλοδοξεί να καταστεί μέσο επικοινωνίας ανάμεσα στα μέλη της ελληνικής ερευνητικής και εκπαιδευτικής κοινότητας, τους ειδικούς επιστήμονες, τα στελέχη και τους φορείς όλων των βαθμίδων της εκπαίδευσης γενικά και, ειδικότερα, της Διδακτικής των Μαθηματικών, καθώς και ένα βήμα έκφρασης, δοκιμασίας και άσκησης για τους νέους ερευνητές.

### ► **Εκδοτική πολιτική**

Το περιοδικό δημοσιεύει άρθρα από ένα ευρύ φάσμα μελετών, όπως πειραματικές έρευνες, εθνογραφικές μελέτες, μελέτες περιπτώσεων, έρευνες δράσης, επισκοπήσεις, θεωρητικές αναζητήσεις κ.ά., νοουμένου ότι πληρούν τα κριτήρια αξιολόγησης ενός επιστημονικού περιοδικού.

Σε ειδικά τεύχη του περιοδικού μπορεί να δημοσιεύονται και άρθρα που στοχεύουν στην εξοικείωση των εκπαιδευτικών της τάξης με το μοντέλο του δασκάλου-ερευνητή, όπως εργασίες που αναφέρονται σε πειραματισμούς στη σχολική τάξη, παιδαγωγική αξιοποίηση διδακτικών μέσων, εργαλείων και υλικών, καινοτόμες εφαρμογές και νεωτερισμούς στους οποίους συμμετέχουν και εκπαιδευτικοί. Το περιοδικό εκδίδεται στην ελληνική γλώσσα και περιλαμβάνει εκτενή περίληψη στην αγγλική ή μια άλλη ευρωπαϊκή γλώσσα. Θα κυκλοφορεί σε δύο τεύχη το χρόνο, ανά εξάμηνο.

### ► **Υποβολή άρθρων και σύστημα κρίσης**

Τα άρθρα υποβάλλονται σε ηλεκτρονική μορφή στον υπεύθυνο της Εκδοτικής Επιτροπής, κατά προτίμηση στο πρόγραμμα PC Word 7, τυπωμένα σε διπλή διάσταση, σε γραμματοσειρά Times New Roman 12 και χαρτί A4, σύμφωνα με την τελευταία έκδοση του American Psychological Association. Η έκταση των άρθρων είναι κατά προτίμηση μεταξύ των 15 και των 20 σελίδων ή από 4.500 μέχρι 7.500 λέξεις. Κάθε εργασία κρίνεται από τρία μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής (τυφλή σύστημα κρίσης), οι οποίοι είναι ειδικοί στο συγκεκριμένο αντικείμενο της εργασίας. Για να γίνει αποδεκτή για δημοσίευση μια εργασία χρειάζονται δύο τουλάχιστον θετικές κρίσεις και άλλων κριτών.

Για τα μέλη της ΕΝΕΔΙΜ το περιοδικό περιλαμβάνεται στη συνδρομή τους και διανέμεται δωρεάν.

<i>Εισαγωγικό Σημείωμα</i> ΓΙΑΝΝΑ ΜΑΜΩΝΑ-DOWNS	7
<i>Αριθμητική προσέγγιση ή γεωμετρική ακρίβεια; Αυθόρμητες αντιλήψεις δωδεκάχρονων που αγγίζουν την αρρητότητα</i> ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΟΣΥΒΑΣ	11
<i>Σχολείο, Μαθηματικά και Οικογένεια υπό το πρίσμα της Συστημικής Προσέγγισης: μια Μελέτη περίπτωσης</i> ΕΛΕΝΑ ΚΑΡΚΑΖΗ, ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΝΙΚΟΛΑΝΤΩΝΑΚΗΣ	51
<i>Η συμβολή της λεκτικής αναδιατύπωσης και της εικονιστικής αναπαράστασης στην Επίλυση Μαθηματικού Προβλήματος σε μαθητές Δημοτικού Σχολείου</i> ΤΣΕΣΜΕΛΗ Ν. ΣΤΥΛΙΑΝΗ, ΛΙΑΠΗ ΒΑΣΙΛΙΚΗ, ΧΙΟΝΙΔΟΥ-ΜΟΣΚΟΦΟΓΛΟΥ ΜΑΡΙΑ	67

Αγαπητέ αναγνώστη,

**Μ**ε ιδιαίτερη χαρά παρουσιάζουμε το 7ο τεύχος του περιοδικού ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ. Το περιοδικό αυτό εκδίδεται από την Ένωση Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών και έχει συμπεριλάβει μέχρι στιγμής αξιόλογες εργασίες, που αφορούν στον ερευνητικό χώρο της Μαθηματικής Παιδείας. Οι εργασίες κρίθηκαν απο τουλάχιστον δύο μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής του περιοδικού και έγιναν δεκτές για συμπερίληψή τους στο παρόν τεύχος.

Το περιοδικό στοχεύοντας συνεχώς στη δημοσίευση ερευνητικών εργασιών υψηλού επιπέδου ευελπιστεί να συνεχίσει να αποτελεί ένα μέσο διάχυσης καινοτόμων ιδεών και σημείο αναφοράς για ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών και μαχόμενους εκπαιδευτικούς όλων των βαθμίδων της εκπαίδευσης.

Στο πρώτο άρθρο με τίτλο 'Αριθμητική προσέγγιση ή γεωμετρική ακρίβεια; αυθόρμητες αντιλήψεις δωδεκάχρονων που αγγίζουν την αρρητότητα' ο Γ. Κόσμβας παρουσιάζει μια πειραματική διδασκαλία που πραγματοποιήθηκε στην πρώτη τάξη του Ευρωπαϊκού Σχολείου των Βρυξελλών τον Ιούνιο του 2004. Το αντικείμενο του διδακτικού πειράματος ήταν η καταγραφή των τρόπων που προσεγγίζουν οι μαθητές το πρόβλημα του διπλασιασμού του τετραγώνου. Ο απώτερος στόχος ήταν η διερεύνηση των πρωτογενών διαισθητικών αντιλήψεων που έχουν οι μαθητές για την αρρητότητα.

Ο συγγραφέας παραθέτει βιβλιογραφική επισκόπηση από την ιστορία των Μαθηματικών των γεωμετρικών προβλημάτων (όπως αυτό του Μένωνα) που η προσπάθεια επίλυσής τους αποτέλεσε την απαρχή για τον εντοπισμό των αρρήτων (Arcavi et al., 1987, Σταμάτης, 1972). Επίσης αναφέρονται μια σειρά από ερευνητικές εργασίες της Διδακτικής Μαθηματικών που διερεύνησαν τις αντιλήψεις μαθητών και φοιτητών για την έννοια του ορίου και κατ' επέκταση για την πληρότητα του  $R$ .

Η εργασία επικεντρώνεται στην ερμηνεία των συλλογισμών που αναπτύσσονται από τους μαθητές στη διάρκεια κοινής δραστηριότητας, ακολουθώντας θεωρητικά πλαίσια όπως των Erickson (1986) και Cobb et al. (2003).

Τρία είναι τα κύρια ευρήματα αυτού του διδακτικού πειράματος:

- α. Η 'ψευδαίσθηση της γραμμικότητας' «εάν διπλασιάσουμε την πλευρά του τετραγώνου, το εμβαδόν του επίσης διπλασιάζεται».
- β. Η αριθμητική προσέγγιση, δηλαδή η προσπάθεια εντοπισμού απειροσφίφων δε-

καδικών αριθμών που μπορεί να εκφράσουν το μήκος της πλευράς τετραγώνου με διπλάσιο εμβαδό από αυτό του δοθέντος.

- γ. Η γεωμετρική στρατηγική μέσω ανατομής (Παπαδόπουλος, 2008) που οδηγεί στον διπλασιασμό του τετραγώνου.

Το διδακτικό πείραμα που εκτίθεται στην εργασία αυτή έδειξε ότι το γεωμετρικό πλαίσιο μπορεί να συμβάλλει στο να κατανοήσουν οι μαθητές την ύπαρξη αριθμών πέραν των ακεραίων και ρητών.

Στο δεύτερο άρθρο με τίτλο “Σχολείο, Μαθηματικά και Οικογένεια υπό το πρίσμα της Συστημικής Προσέγγισης: μια μελέτη περίπτωσης” οι Ε. Καρκαζή και Κ. Νικολαντωνάκης προσεγγίζουν την σχολική αποτυχία στα μαθηματικά από την οπτική της ‘συστημικής θεώρησης (Bateson, 1973): δηλαδή λαμβάνοντας υπόψιν πως τα εμπλεκόμενα συστήματα αλληλοσυσχετίζονται και συμβάλλουν στη σχολική αποτυχία στα μαθηματικά. Οι συγγραφείς αναφέρονται στο ‘άνοιγμα’ της συστημικής θεώρησης στον κονστρουκτιβισμό (Von Foerster, 1988, Maturana & Varela, 1994) και στην κονστρουκτιβιστική θεώρηση στη Διδακτική των Μαθηματικών, Von Graserfeld, 1983, 1988).

Η μελέτη περίπτωσης αφορά στις δυσκολίες στα μαθηματικά μιας 7χρονης μαθήτριας της Β΄ τάξης Δημοτικού που σε ένα βαθμό αποδίδονται στις αντιμαχόμενες αντιλήψεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών μεταξύ της δασκάλας της τάξης και του πατέρα – μαθηματικού και τη στάση της μητέρας. Οι διαφορές αντιλήψεων αναδείχθηκαν στις συνεδρίες με τα ενδιαφερόμενα μέρη. Με την παρέμβαση της ψυχολόγου (ενός εκ των συγγραφέων) επήλθε μια προσέγγιση μεταξύ της δασκάλας και του πατέρα για την αντιμετώπιση των δυσκολιών της μαθήτριας που οδήγησε στην βελτίωση της απόδοσής της. Οι συγγραφείς καταλήγουν ότι “Έτσι, στοιχεία τα οποία έχουν γίνει περιοριστικά μέσα στο τοπίο των αλληλεπιδράσεων οικογένειας-σχολείου μπορούν να ξανακερδίσουν τη δυναμική τους και να γίνουν φορείς διαφορετικών εξελίξεων...”

Στο τρίτο άρθρο με τίτλο “Η συμβολή της λεκτικής αναδιατύπωσης και της εικονιστικής αναπαράστασης στην Επίλυση Μαθηματικού Προβλήματος σε μαθητές Δημοτικού Σχολείου” οι Σ. Τσεσμελή, Β. Λιάπη, και Μ. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου μελετούν την επίδραση της λεκτικής αναδιατύπωσης και της εικονιστικής αναπαράστασης στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων σε ένα δείγμα 57 μαθητών που φοιτούσαν στις τρεις τελευταίες τάξεις του δημοτικού σχολείου.

Οι συγγραφείς αναφέρονται στους Κολέζα (2006), Maridaki-Kassotaki και Chionidou-Moskofoglou (2004), Τζεκάκη (2007) και De Corte και Verschaffel (1987) που έχουν επισημάνει τη σημασία που έχει η λεκτική διατύπωση των μαθηματικών προβλημάτων για την κατανόησή τους.

Η κύρια μελέτη συνίσταται σε δύο φάσεις αξιολόγησης μέσω της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων με κάποια από αυτά επαναδιατυπωμένα λεκτικά ή (και) με την πρόσθεση εικονικών αναπαραστάσεων στη δεύτερη φάση. Τα προβλήματα διέφεραν ανά τάξη, από κάθε δε τάξη εξετάσθηκαν δύο ομάδες παιδιών με εναλλαγή των προβλημάτων μεταξύ των ομάδων.

Οι συγγραφείς παραθέτουν στατιστικά δεδομένα που υποστηρίζουν τα συμπεράσματά τους ότι οι μαθητές, και μάλιστα ανεξάρτητα της μέχρι τότε επίδοσής τους, βελτιώθηκαν μετά την λεκτική αναδιατύπωση των προβλημάτων και τη παράθεση εικονιστικών αναπαραστάσεων. Οι παρεμβάσεις αυτές μπορεί να βοηθήσουν στη διαχείριση των ατομικών διαφορών των μαθητών στην ενιαία τάξη.

### ► Διεθνής Βιβλιογραφία

Arcavi, A., Bruckheimer, M. & Ben-Zvi, R. (1987). History of mathematics for teachers: The case of irrational numbers. *For the Learning of Mathematics*, 7(2), 18–23.

Bateson G., (1973). *Steps to an Ecology of Mind* Chandler, Publishing Comp. N. Y.

Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.

De Corte, E., & Verchaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on the first-graders strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.

Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M.C. Merlin (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). New York: Macmillan Publishing Company.

Maridaki-Kassotaki, A. & Chionidou-Moskofoglou, M. (2004). *Linguistic factors influencing problem solving performance in early school years*. Leader Books: Themes in Education.

Maturana H., Varela F. (1994): *L'arbre de la connaissance*. Addison Wesley France.

Von Forster H., (1988). La construction d'une réalité, in Watzlawick (éd.), *L'invention d'une réalité*, Le Seuil.

Von Graserfeld, E. (1983). Learning as a constructive activity. In Bergerson & N. Herscovits (Eds), *Proceedings of the Fifth Annual Meeting of the North American Chapter of the PME* (Vol1, pp.42-69). Montreal University.

Von Graserfeld, E. (1988). Introduction à un constructivisme radical, in Watzlawick (éd.), *L'invention d'une réalité*, Le Seuil

### ► Ελληνική Βιβλιογραφία

Κολέζα, Ε. (2006). *Μαθηματικά και Σχολικά Μαθηματικά. Επιστημολογική και κοινωνιολογική προσέγγιση της Μαθηματικής Εκπαίδευσης*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.



Παπαδόπουλος Ι. (2008) «Τεχνικές Επίλυσης Προβλήματος με τη συμβολή της τεχνολογίας για την ενίσχυση της έννοιας του εμβαδού», (PhD).

Σταμάτης, Ε. (1972). *Επιστημονικά εργασία, άρθρα*. τόμος Α΄ : Αθήνα, 143-151.

Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά Παιδιά, Μεγάλα Μαθηματικά Νοήματα-Προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία*. Αθήνα: Gutenberg.

Γιάννα Μαμωνά-Downs