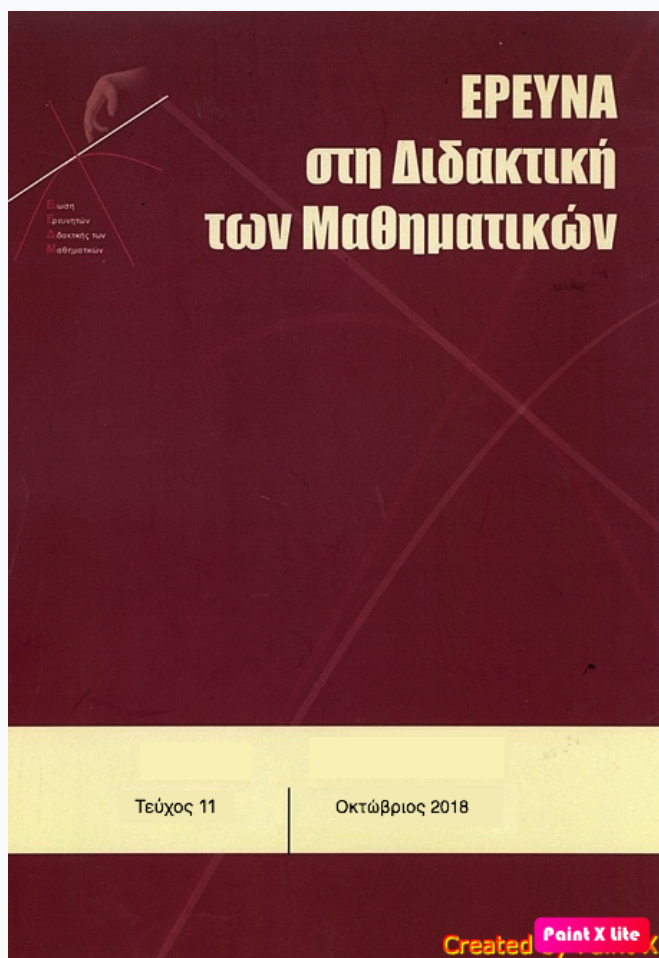


# Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

No 11 (2018)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



## Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΠΑΡΕΜΒΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΝΟΗΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΔΟΣΗ ΣΕ ΕΡΓΑ ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑΣ

*Μαρίνος Ευσταθίου (Marinos Efstathiou), Ρίτα Παναούρα (Rita Panaoura)*

doi: [10.12681/enedim.18939](https://doi.org/10.12681/enedim.18939)

Copyright © 2018, Μαρίνος Ευσταθίου (Marinos Efstathiou), Ρίτα Παναούρα (Rita Panaoura)



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

### To cite this article:

Ευσταθίου (Marinos Efstathiou) Μ., & Παναούρα (Rita Panaoura) Ρ. (2018). Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΠΑΡΕΜΒΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΝΟΗΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΔΟΣΗ ΣΕ ΕΡΓΑ ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑΣ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (11), 53–70. <https://doi.org/10.12681/enedim.18939>

## Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΠΑΡΕΜΒΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ ΤΗΣ ΙΚΑΝΟΤΗΤΑΣ ΝΟΗΤΙΚΗΣ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗΣ ΣΤΗΝ ΕΠΙΔΟΣΗ ΣΕ ΕΡΓΑ ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑΣ

Μαρίνος Ευσταθίου <sup>1</sup> και Ρίτα Παναούρα <sup>2</sup>

Πανεπιστήμιο Frederick, <sup>1</sup>[efstathioumarinos@gmail.com](mailto:efstathioumarinos@gmail.com), <sup>2</sup>[pre.pm@frederick.ac.cy](mailto:pre.pm@frederick.ac.cy)

Η παρούσα έρευνα διερευνά την επίδραση παρεμβατικού προγράμματος διδασκαλίας που είχε ως στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας νοητικής περιστροφής, καθώς και την επίδραση του φύλου και της εξάρτησης από το πεδίο στην επίδοση μαθητών Γ' Γυμνασίου σε έργα στερεομετρίας τα οποία απαιτούσαν περιστροφή. Επίσης, διερευνήθηκε η επίδραση του φύλου και της εξάρτησης από το πεδίο. Τα αποτελέσματα έδειξαν στατιστικά σημαντική αύξηση της επίδοσης των μαθητών που δέχθηκαν τη διδακτική παρέμβαση, ενώ δεν εντοπίστηκαν έμφυλες διαφορές πριν και μετά την παρέμβαση. Τόσο η ικανότητα νοητικής περιστροφής όσο και η εξάρτηση/ανεξαρτησία από το πεδίο φάνηκε να είναι παράγοντες πρόβλεψης της επίδοσης στη στερεομετρία. Η ικανότητα νοητικής περιστροφής συνδέεται με την επίδοση των μαθητών στη στερεομετρία και αποτελεί μία σημαντική γνωστική λειτουργία που επηρεάζει την επίδοση στις θετικές επιστήμες γενικά. Ως εκ τούτου συζητούνται εκπαιδευτικές προεκτάσεις των αποτελεσμάτων της έρευνας.

Λέξεις κλειδιά: Χωρικές Ικανότητες, Νοητική Περιστροφή, Εξάρτηση/Ανεξαρτησία από το Πεδίο, Στερεομετρία

*Abstract: The present study investigated the influence of gender, field dependence and an intervention program on the development of the mental rotation ability. The study was conducted with 9<sup>th</sup> grade students and it aimed to improve their performance in stereometry tasks requiring rotation. Results indicated a statistically significant increase in the performance of the experimental group, while there were no gender differences with respect to their performance in stereometry before as well as after the intervention. Both mental rotation and field dependence appeared to be predictors of performance in stereometry. The mental rotation as an important cognitive function is interrelated with the performance in stereometry and the results of the present study are discussed in relation to the educational settings.*

*Keywords: Spatial Abilities, Mental Rotation, Field Dependence, Stereometry*

## ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Η ψυχολογία της μάθησης και η γνωστική ψυχολογία έχουν εξελιχθεί πάρα πολύ κατά τη διάρκεια του 20<sup>ου</sup> αιώνα καθώς και κατά τη διάρκεια των πρώτων δεκαετιών του 21<sup>ου</sup>. Τα ερευνητικά αποτελέσματα και κυρίως η διεπιστημονική διερεύνηση των θεμάτων έχει επιφέρει σημαντικές αλλαγές στη διδακτική διαδικασία. Για παράδειγμα αποτελεί έμφαση η διαφοροποίηση της διδασκαλίας λαμβάνοντας υπόψη τις διατομικές διαφορές όσον αφορά στο γνωστικό και μαθησιακό στυλ των ατόμων εφόσον έχει υπάρξει μελέτη και διερεύνηση των συγκεκριμένων διαφορών (Sternberg, 1994; Pitta & Christou, 2009). Η μαθητοκεντρική προσέγγιση και δόμηση της διδασκαλίας με στόχο την οικοδόμηση της γνώσης μέσω της αλληλεπίδρασης των ιδεών των μαθητών, καθώς και η ανάπτυξη θετικών στάσεων και πεποιθήσεων στους μαθητές συνεχίζουν να αποτελούν υπό έμφαση στόχους στα αναλυτικά προγράμματα διεθνώς (NCTM, 2000; Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών, 2015).

Η σύνδεση συγκεκριμένων γνωστικών ικανοτήτων, όπως η νοητική περιστροφή (ΝΠ), με την επίδοση σε τομείς των Μαθηματικών, όπως η γεωμετρία και η στερεομετρία, δίνει κατευθυντήριες γραμμές για την ανάπτυξη στοχευμένων παρεμβατικών προγραμμάτων με σκοπό την ανάπτυξη της ικανότητας ΝΠ.

### **Νοητική Περιστροφή**

Η ΝΠ, η χωρική αντίληψη και η χωρική οπτικοποίηση είναι τρεις χωρικές ικανότητες, οι οποίες σύμφωνα με τους Linn και Petersen (1985) αποτελούν τις τρεις συνιστώσες της χωρικής σκέψης. Η χωρική σκέψη είναι μία γνωστική ικανότητα και χαρακτηρίζεται ως η σκέψη που δίνει νόημα σε έννοιες όπως σχήμα, μέγεθος, προσανατολισμός, τοποθεσία, κατεύθυνση της τροχιάς αντικειμένων, διαδικασιών ή φαινομένων και χρησιμοποιεί τις ιδιότητες του χώρου ως μέσο για τη δόμηση προβλημάτων, την εύρεση απαντήσεων και τη διατύπωση των λύσεων (Science Education Research Center of Carleton College, 2012). Οι χωρικές ικανότητες σύμφωνα με τον Reber (1985) είναι γνωστικές λειτουργίες, που επιτρέπουν στα άτομα να αντιμετωπίζουν αποτελεσματικά χωρικές σχέσεις, οπτικά χωρικά έργα και προσανατολισμούς αντικειμένων στο χώρο. Η ΝΠ χαρακτηρίζεται ως η ικανότητα του ατόμου να περιστρέφει νοερά δισδιάστατα και τρισδιάστατα σχήματα και να εμπλέκει το μετασχηματισμό μιας νοητικής εικόνας ενός αντικείμενου, ούτως ώστε να προβλεφθεί πώς θα εμφανισθεί το αντικείμενο αν περιστραφεί στον χώρο (Moore & Johnson, 2011). Οι χωρικές ικανότητες και ιδιαίτερα η ΝΠ έχουν άμεση σχέση με την επίδοση στα Μαθηματικά (Delgado & Prieto, 2004; Reuhkala, 2001; Weckbacher & Okamoto, 2014), την Επιστήμη, την Τεχνολογία και τη Μηχανική (Wai, Lubinski, & Benbow, 2009). Οι χωρικές ικανότητες των παιδιών βελτιώνονται με την αλληλεπίδρασή τους με δραστηριότητες της καθημερινότητας. Εμπειρίες, είτε τυπικής είτε άτυπης μάθησης των παιδιών επηρεάζουν με θετικό πρόσημο την ανάπτυξη της ικανότητας ΝΠ (Hoyek, Collet, Fargier, & Guillot, 2012). Σύμφωνα με τη Newcombe (2010), με κατάλληλη διδασκαλία και χρήση τεχνολογίας, μπορεί να αναπτυχθεί η χωρική σκέψη και να μεγιστοποιηθούν οι χωρικές ικανότητες των ατόμων.

Μετά από την παρουσίαση από τους Shepard και Metzler (1971) της έννοιας της ΝΠ στη γνωσιακή επιστήμη, η ΝΠ έγινε ένα από τα πιο γνωστά πεδία ερευνών. Η έρευνα γύρω από τη ΝΠ τις τελευταίες δεκαετίες έχει καταλήξει ότι υπάρχουν διαφορές ανάμεσα στα δύο φύλα ως προς την επίδοση σε έργα που απαιτούν τη χρήση ΝΠ (Vandenberg & Kuse, 1978; Geiser, Lehmann, & Eid, 2008), με τα αγόρια να έχουν υψηλότερες επιδόσεις από τα κορίτσια και αυτές οι διαφορές αρχίζουν να γίνονται πιο έντονες στο γυμνάσιο και μεγεθύνονται με την πάροδο του χρόνου.

Η σημαντικότητα της ικανότητας ΝΠ έδωσε ώθηση στη δημιουργία παρεμβατικών προγραμμάτων με σκοπό τη βελτίωση της. Οι Jansen, Kellner, και Rieder (2013) με τη βοήθεια δημιουργικού χορού και ασκήσεων φυσικής αγωγής βελτίωσαν την ικανότητα ΝΠ σε μαθητές 7-9 ετών. Οι Wiedenbauer και Jansen-Osmann (2006) βελτίωσαν την ικανότητα ΝΠ σε μαθητές 10-11 ετών με τη βοήθεια χειροκίνητης περιστροφής φιγούρων ζώων, σε ηλεκτρονικό υπολογιστή, μέσω τηλεχειριστηρίου. Σε έρευνα τους οι Lee, Chen και Chang (2016), αξιοποιώντας με κατάλληλη διδακτική προσέγγιση ολογράμματα ενίσχυσαν την ανάπτυξη της ικανότητας ΝΠ σε άτομα μεγαλύτερα των 65 ετών.

Η βελτίωση της ικανότητας ΝΠ σε συγκεκριμένα έργα μέσα από την έρευνα φάνηκε ότι επιφέρει βελτίωση της επίδοσης σε διαφορετικά έργα στα οποία απαιτείται η χρήση ΝΠ. Οι Samsudin, Rafi και Hanif (2011) χρησιμοποίησαν ένα πρόγραμμα εικονικού περιβάλλοντος σε ηλεκτρονικό υπολογιστή για την εκπαίδευση της ικανότητας ΝΠ σε μαθητές 15-16 ετών. Η βελτίωση της ικανότητας ΝΠ στους μαθητές επέφερε αύξηση της επίδοσής τους σε έργα ορθογωνίας προβολής. Σε έρευνά τους οι Stransky, Wilcox και Dubrowski (2010), αξιολόγησαν την επίδραση της διδασκαλίας ΝΠ σε άτομα 18-27 ετών. Η διδασκαλία περιλάμβανε εκπαίδευση στο ηλεκτρονικό παιχνίδι 3D Blocks, καθώς και δραστηριότητες σε χαρτί. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι με τη βελτίωση της ικανότητας ΝΠ βελτιώθηκε και η επίδοσή τους σε έργα λαπαροσκοπικής χειρουργικής. Σε έρευνά τους οι Rodan, Contreras, Elosua, και Gimeno (2016), εφάρμοσαν παρεμβατικό πρόγραμμα διδασκαλίας ΝΠ σε μαθητές 14-15 ετών. Η ομάδα παρέμβασης δέχτηκε εκπαίδευση με τη βοήθεια ηλεκτρονικών υπολογιστών, όπου στους μαθητές παρουσιαζόταν ένα σχήμα στόχος και δύο άλλα στα δεξιά του και οι μαθητές έπρεπε να απαντήσουν αν τα δύο σχήματα μπορούσαν να ταυτιστούν ή όχι με το σχήμα στόχο. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι η βελτίωση της ικανότητας ΝΠ επέφερε στατιστικά σημαντική αύξηση της επίδοσης μεταξύ της προ- και μετα- πειραματικής δοκιμασίας στις προοδευτικές μήτρες του Raven οι οποίες συνιστούν τυπική μέτρηση της ρέουσας ευφυΐας.

### **Στερεομετρία**

Σύμφωνα με το Υπουργείο Παιδείας της Αγγλίας οι μαθητές στη στερεομετρία μέχρι τα 16 τους χρόνια πρέπει να αποκτήσουν μία σειρά από δεξιότητες και ικανότητες, όπως (α) να αναγνωρίζουν υπό διαφορετικές οπτικές γωνίες, να κατονομάζουν και να σχεδιάζουν τρισδιάστατα σχήματα όπως πρίσματα, ορθογώνια παραλληλόγραμμα, κύβους, πυραμίδες και σφαίρες, (β) να περιγράψουν με ακρίβεια τις ιδιότητες και τα στοιχεία των στερεών, (γ) να

αναγνωρίζουν και να κατασκευάζουν τα αναπτύγματα των στερεών, (δ) να ανυψώνουν δισδιάστατα σχήματα με σκοπό τη δημιουργία στερεών, (ε) να υπολογίζουν το εμβαδόν και τον όγκο πρισμάτων, πυραμίδων, κυλίνδρων, κώνων, σφαιρών και σύνθετων στερεών και (στ) να γνωρίζουν τη σχέση του μήκους των ακμών, των εμβαδών και των όγκων δύο όμοιων στερεών (The National Curriculum in England, 2014).

Η στερεομετρία είναι ένα από τα κύρια κεφάλαια που διδάσκονται οι μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου στην Κύπρο (Αναλυτικό Πρόγραμμα 2015). Σύμφωνα με τον συνοπτικό οδηγό εκπαιδευτικού οι μαθητές με το πέρας της διδασκαλίας του κεφαλαίου πρέπει να αποκτήσουν ένα σύνολο ικανοτήτων και δεξιοτήτων όπως (α) να περιγράφουν σχέσεις ευθειών και επιπέδων στον χώρο (π.χ. ασύμβατες ευθείες, τρόποι τομής τριών επιπέδων), (β) να ορίζουν και εφαρμόζουν έννοιες στο χώρο (π.χ. ευθεία, επίπεδο, θέσεις ευθείας και επιπέδου, σχετικές θέσεις σφαίρας και επιπέδου), (γ) να σχεδιάζουν σε ισομετρικό χαρτί και στον υπολογιστή στερεά και να συμπληρώνουν αναπτύγματα, για να κατασκευάζουν στερεά, (δ) να σχεδιάζουν στερεά σε τετραγωνισμένο χαρτί όταν γνωρίζουν τις τρεις βασικές όψεις τους και (ε) να υπολογίζουν το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο στερεών σχημάτων. Ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στη σύνδεση αυτών των ικανοτήτων και δεξιοτήτων με προβλήματα της καθημερινής ζωής. Η στερεομετρία αποτελεί ένα σημαντικό τομέα των μαθηματικών και σύμφωνα με τους Pittalis και Christou (2010), η αντίληψη της αναπαράστασης τρισδιάστατων αντικειμένων, σε γενικές γραμμές θα μπορούσε να προσδιορίσει τη διαδικασία οπτικοποίησης του Duval (1998), ο οποίος διέκρινε τρεις γνωστικές διαδικασίες που εμπλέκονται στη Γεωμετρία, την οπτικοποίηση που αφορά την αναπαράσταση του χώρου, την κατασκευή και τον συλλογισμό, που είναι στενά συνδεδεμένος με την εκφορά του λόγου και έχει ως σκοπό την απόδειξη, την εξήγηση και την επέκταση της γνώσης (Εικόνα 1).



**Εικόνα 1. Βασικές γνωστικές αλληλεπιδράσεις που λαμβάνουν χώρα κατά την διάρκεια επίλυσης γεωμετρικών δραστηριοτήτων, από Duval (1998) σ.38.**

### **Εξάρτηση/ανεξαρτησία από το πεδίο**

Η εξάρτηση/ανεξαρτησία από το πεδίο είναι ένα γνωστικό χαρακτηριστικό, το οποίο αντιπροσωπεύει διαφορές στην οπτική αντίληψη και στη κατανόηση πληροφοριών των ατόμων ανάλογα με το βαθμό εξάρτησής τους από το πεδίο. Οι διαφορές αυτές έχουν άμεση σχέση με το βαθμό δυσκολίας του προβλήματος, καθώς και από το είδος του εκπαιδευτικού υλικού (Morgan, 1997; Reiff, 1996). Τα άτομα που είναι εξαρτημένα από το πεδίο όταν τους ζητηθεί να αναγνωρίσουν ένα απλό γεωμετρικό σχήμα, που είναι ενσωματωμένο σε ένα πολύπλοκο γεωμετρικό σχήμα χρειάζονται περισσότερο χρόνο να το αναγνωρίσουν σε σύγκριση με τα άτομα που είναι ανεξάρτητα από το πεδίο, ή δεν μπορούν καθόλου να το αναγνωρίσουν. Τα ανεξάρτητα του πεδίου άτομα είναι ικανά να αναλύουν ιδέες στα επιμέρους μέρη τους και να τις αναδιοργανώνουν σε νέες μορφές (Davis, 1991; Snowman & Biehler, 2003).

Σε έρευνα τους οι Guillot, Champely, Batier, Thiriet, και Collet (2006) εντόπισαν ισχυρή συσχέτιση ανάμεσα στην ικανότητα ΝΠ, την εξάρτηση από το πεδίο και την επίδοση στην ανατομία. Σύμφωνα με τους Li, Zhang, Wu, και Mei (2015) τα ανεξάρτητα του πεδίου άτομα έχουν υψηλότερες επιδόσεις από τα εξαρτημένα σε έργα ΝΠ και επηρεάζονται λιγότερο καθώς αυξάνεται η γωνιακή διαφορά ανάμεσα στα ερεθίσματα. Τα ανεξάρτητα του πεδίου άτομα έχουν καλύτερη οπτική αντίληψη από τα εξαρτημένα, είναι πιο αναλυτικοί τύποι και δημιουργούν εσωτερικά κίνητρα. Τα εξαρτημένα του πεδίου άτομα είναι πιο ολιστικοί τύποι και δημιουργούν εξωτερικά κίνητρα (Raptis, Fidas, & Avouris, 2016).

### **Σκοπός της έρευνας**

Ο σκοπός της παρούσας έρευνας είναι (α) η διερεύνηση της επίδρασης παρεμβατικού προγράμματος διδασκαλίας ΝΠ σε έργα στερεών από περιστροφή, διατομές στερεών με επίπεδα και ορθογραφικών προβολών και (β) ο εντοπισμός παραγόντων πρόβλεψης της επίδοσης στην επίλυση έργων στερεομετρίας και, συγκεκριμένα, το φύλο, η ικανότητα ΝΠ και η εξάρτηση/ανεξαρτησία από το πεδίο.

Η ικανότητα ΝΠ είναι μία σημαντική χωρική ικανότητα και η εξάρτηση από το πεδίο αντιπροσωπεύει διαφορές στην οπτική αντίληψη των ατόμων. Η μελέτη των δύο αυτών εννοιών και η σύνδεση τους με την επίδοση στη στερεομετρία μπορεί να συμβάλει στη μεγιστοποίηση της αποτελεσματικότητας της διδασκαλίας.

## **ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ**

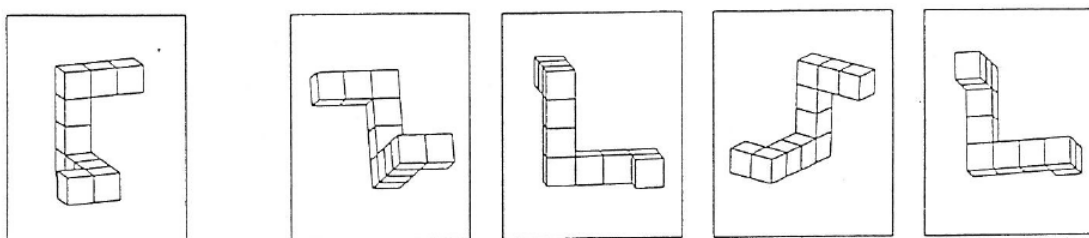
### **Δείγμα**

Για το σκοπό της έρευνας επιλέγηκαν 82 μαθητές Γ΄ Γυμνασίου από τέσσερα τμήματα ενός αστικού γυμνασίου της πόλης της Πάφου, στην Κύπρο. Από το αρχικό δείγμα εξαιρέθηκαν οι μαθητές των οποίων τα δοκίμια θεωρήθηκαν άκυρα, καθώς και οι ακραίες τιμές. Το τελικό δείγμα αποτελείτο από 78 μαθητές (40 κορίτσια και 38 αγόρια) από τους οποίους οι 42 συμμετείχαν στην

ομάδα ελέγχου και οι 36 στην πειραματική ομάδα. Οι μαθητές στις δύο ομάδες δεν επιλέγηκαν με τυχαίο τρόπο, καθώς η επιλογή τους με τυχαίο τρόπο θα επέφερε σοβαρά λειτουργικά προβλήματα στο σχολείο. Για πρακτικούς λόγους, δύο από τα τέσσερα τμήματα επιλέγηκαν ως η ομάδα ελέγχου και τα άλλα δύο ως η πειραματική ομάδα.

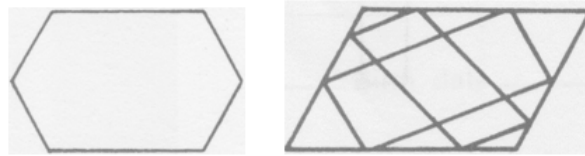
### **Μέσα Συλλογής Δεδομένων**

Η ικανότητα ΝΠ, η εξάρτηση/ανεξαρτησία από το πεδίο και η επίλυση προβλημάτων στερεομετρίας μετρήθηκαν με τρία δοκίμια. Το δοκίμιο νοητικής περιστροφής αποτελείται από 24 έργα και το κάθε ένα περιλάμβανε πέντε μαυρόασπρες δισδιάστατες εικόνες τρισδιάστατων σχημάτων (Peters, Laeng, Latham, Jackson, Zaiyouna, & Richardson, 1995). Από τα πέντε σχήματα, το πρώτο σχήμα στα αριστερά θεωρείται το σχήμα «στόχος» και οι μαθητές κλήθηκαν να επιλέξουν δύο σχήματα από τα άλλα τέσσερα με τα οποία το σχήμα «στόχος» μετά από κατάλληλη περιστροφή ταυτίζεται (Εικόνα 2). Τα άλλα δύο που δεν ταυτίζονται αποτελούν είτε το είδωλο του σχήματος «στόχος» στον καθρέφτη είτε ένα άλλο διαφορετικό σχήμα. Οι μαθητές για κάθε ερώτηση που βρήκαν ορθές και τις δύο επιλογές τους πήραν μία μονάδα και μηδέν μονάδες για κάθε άλλο είδος απάντησης. Η ελάχιστη βαθμολογία που μπορούσαν να πάρουν ήταν 0 μονάδες και η μέγιστη 24.



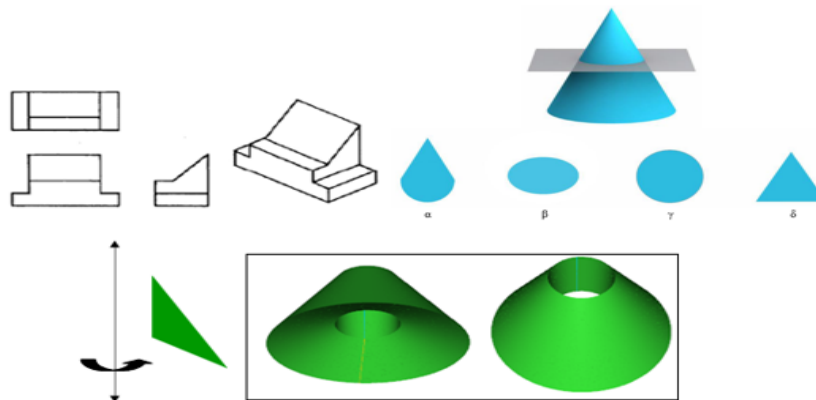
**Εικόνα 2. Έργο από το δοκίμιο νοητικής περιστροφής**

Το δοκίμιο, το οποίο χρησιμοποιήθηκε για την μέτρηση της εξάρτησης από το πεδίο, ήταν το δοκίμιο ενσωματωμένων σχημάτων (GEFT). Οι μαθητές κλήθηκαν να εντοπίσουν και να μαρκάρουν ένα σχήμα που βρίσκεται ενσωματωμένο μέσα σε ένα πιο σύνθετο σχήμα το οποίο έχει τον ίδιο προσανατολισμό και μέγεθος (Εικόνα 3). Ο βαθμός στο GEFT καθορίζει τον βαθμό εξάρτησης των μαθητών από το πεδίο, η αύξηση της επίδοσης στο δοκίμιο μειώνει την εξάρτηση από το πεδίο. Το δοκίμιο σχεδιάστηκε από τους Witkin, Oltman, Raskin, και Karp (1971) και στην παρούσα έρευνα χρησιμοποιήθηκε για τον εντοπισμό παραγόντων πρόβλεψης της επίδοσης στο δοκίμιο στερεομετρίας. Η ελάχιστη βαθμολογία που μπορούσαν να πάρουν οι μαθητές ήταν 0 μονάδες και η μέγιστη 18, μία μονάδα για κάθε ορθή απάντηση.



Εικόνα 3. Έργο από το δοκίμιο GEFT

Το δοκίμιο της στερεομετρίας περιείχε τρία μέρη και το κάθε μέρος αποτελείτο από διαφορετικούς τύπους ασκήσεων. Το πρώτο μέρος περιείχε μία άσκηση πολλαπλών επιλογών, όπου δίνονταν έξι επίπεδα σχήματα (τρίγωνα) και οι μαθητές έπρεπε να επιλέξουν μέσα από ένα σύνολο επτά επιλογών το στερεό που παράχθηκε, μετά από την περιστροφή του γύρω από ένα άξονα. Οι συγκεκριμένες ασκήσεις επιλέγηκαν καθώς η νοητική περιστροφή των τριγώνων αποτελεί μία κύρια στρατηγική για τον εντοπισμό της σωστής απάντησης. Στο δεύτερο δίνονταν οι τρεις ορθογραφικές προβολές 10 διαφορετικών στερεών και οι μαθητές κλήθηκαν να επιλέξουν από ένα σύνολο 12 ισομετρικών όψεων την ισομετρική όψη καθενός από τα 10 στερεά. Το δοκίμιο ορθογραφικών προβολών επιλέγηκε, καθώς για να τον εντοπισμό της σωστής απάντησης χρειάζεται κάποιου τύπου νοερή αναπαράσταση και περιστροφή. Το τρίτο μέρος αποτελούσαν δώδεκα ασκήσεις με τομές στερεών από επίπεδο και οι μαθητές μέσα από μία σειρά πέντε επιλογών έπρεπε να επιλέξουν τη σωστή διατομή. Οι ασκήσεις με τομές στερεών από επίπεδο ανακτήθηκαν από το διαδίκτυο, χρησιμοποιήθηκαν από τους Cohen και Hegarty (2012), (Εικόνα 4).



Εικόνα 4. Ενδεικτικά έργα του δοκιμίου στερεομετρίας. Πάνω δεξιά ένα έργο με διατομές στερεών και οι τέσσερις επιλογές, πάνω αριστερά ένα έργο ορθογραφικών προβολών και η ορθή απάντηση και κάτω ένα έργο με στερεά από περιστροφή και η ορθή απάντηση, στην οποία το στερεό παρουσιάζεται υπό διαφορετικές οπτικές γωνίες

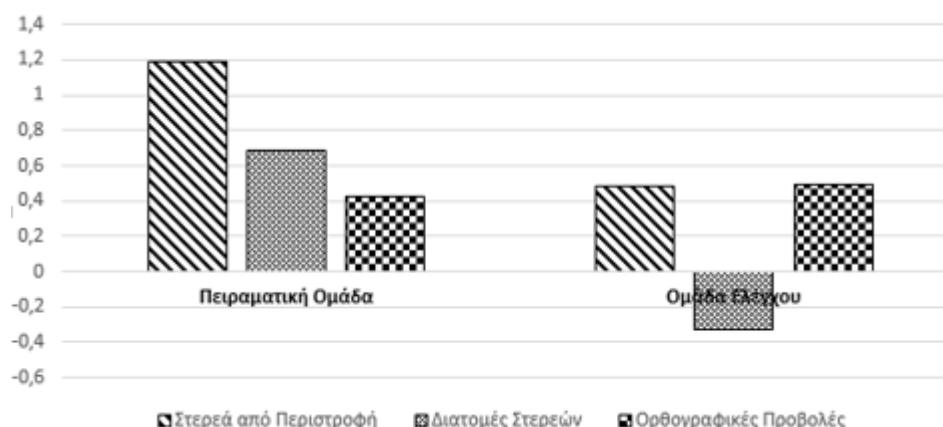
### Ερευνητική διαδικασία

Η ερευνητική διαδικασία έλαβε χώρα πριν, κατά τη διάρκεια και δύο εβδομάδες μετά τη λήξη της διδασκαλίας του κεφαλαίου της στερεομετρίας στη Γ΄ Γυμνασίου. Πριν από τη διδασκαλία του κεφαλαίου της στερεομετρίας χορηγήθηκαν σε όλους τους μαθητές τα τρία δοκίμια τα οποία παρουσιάστηκαν πιο πάνω: ΝΠ, GEFT και στερεομετρίας. Στη συνέχεια από τα τέσσερα τμήματα της Γ΄ Γυμνασίου που επιλέγηκαν, τα δύο αποτέλεσαν την ομάδα ελέγχου (ΟΕ) και ακολούθησαν το αναλυτικό πρόγραμμα, το οποίο περιλάμβανε διδασκαλία της παραβολής ( $y=ax^2$  με  $a \neq 0$ ) καθώς και κριτήρια παραλληλογράμμων, χωρίς να δεχθούν κάποιου είδους παρέμβαση και τα άλλα δύο τμήματα αποτέλεσαν την πειραματική ομάδα (ΠΟ). Οι μαθητές στην πειραματική ομάδα αφού διδάχθηκαν το κεφάλαιο της στερεομετρίας ακολούθησαν δύο εβδομάδες διδασκαλίας στη νοητική περιστροφή (τέσσερις συναντήσεις των 40 λεπτών), που περιλάμβανε (α) εξάσκηση στο κλασικό παιχνίδι tetris, το οποίο χρησιμοποιήθηκε ευρέως από ερευνητές και είναι παγιωμένο ως ένα παιχνίδι που βοηθά στη βελτίωση της ικανότητας ΝΠ (Okagaki & Frensch, 1994; Cherney, 2008; Terlecki κ.ά, 2008), (β) δραστηριότητες με χαρτί και μολύβι, για παράδειγμα δόθηκε η λέξη «**ENA**» και ζητήθηκε από τους μαθητές να την ξαναγράψουν αφού περιστρέψουν το γράμμα «**E**»  $90^\circ$  δεξιόστροφα, το γράμμα «**N**»  $180^\circ$  αριστερόστροφα και το γράμμα «**A**»  $270^\circ$  αριστερόστροφα», καθώς και (γ) δραστηριότητες στον πραγματικό χώρο, όπου στο έδαφος σχηματίστηκαν τρεις κύκλοι ακτίνας δύο μέτρων, στο εξωτερικό του πρώτου κύκλου τοποθετήθηκε ένα χαρτόνι πάνω στο οποίο ήταν γραμμένος ο αριθμός 4, που αποτελούσε το σχήμα στόχο και στο εσωτερικό του έξι χαρτόνια, στα τρία ήταν γραμμένος ο αριθμός 4 και στα άλλα τρία το είδωλο του στον καθρέφτη. Τα τεσσάρια καθώς και τα είδωλα είχαν διαφορετικούς προσανατολισμούς μέσα στον κύκλο  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  και  $270^\circ$ . Στον δεύτερο κύκλο αντί για το 4 τοποθετήθηκε ο αριθμός 2 και στον τρίτο κύκλο ένα άγνωστο σχήμα. Οι θέσεις και οι προσανατολισμοί αριθμών και σχημάτων μέσα στους τρεις κύκλους ήταν οι ίδιοι. Από τους μαθητές ζητήθηκε να εντοπίσουν τα σχήματα στόχο μέσα στους κύκλους και να τα σημειώσουν σε ένα έντυπο. Κατά τη διάρκεια της συμπλήρωσης του εντύπου για τον πρώτο κύκλο οι μαθητές είχαν το δικαίωμα να περιφέρονται έξω από τον κύκλο. Στο δεύτερο και τον τρίτο κύκλο οι μαθητές στέκονταν ακίνητοι σε ένα συγκεκριμένο σημείο, το οποίο είχε επιλέξει ο ερευνητής χωρίς να έχουν το δικαίωμα να περιφέρονται γύρω από τους κύκλους. Στον πρώτο κύκλο οι μαθητές συμπλήρωσαν το έντυπο με σχετική ευκολία, καθώς είχαν το δικαίωμα της περιφοράς γύρω από τον κύκλο. Στον δεύτερο και τρίτο κύκλο η όλη διαδικασία ωθούσε τους μαθητές να κάνουν χρήση νοητικής περιστροφής για να συμπληρώσουν το έντυπο. Με το πέρας της διδακτικής παρέμβασης επαναχορηγήθηκε σε όλους τους μαθητές το δοκίμιο στερεομετρίας. Όλοι οι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα ενημερώθηκαν με τον ίδιο τρόπο για τον σκοπό της έρευνας και τη διαδικασία επίλυσης των δοκιμίων. Επίσης, σε όλους τους μαθητές τονίσθηκε η σημασία των εννοιών, η νοητική περιστροφή, η εξάρτηση από το πεδίο, οι ορθογραφικές προβολές, οι τομές στερεών από επίπεδο και τα στερεά από περιστροφή. Τέλος δόθηκαν 40' για την επίλυση του κάθε δοκιμίου.

Η ανάλυση των δεδομένων έγινε με τη βοήθεια του λογισμικού IBM Statistics 22. Για την απάντηση των ερευνητικών ερωτημάτων, αρχικά έγινε περιγραφική στατιστική για τον έλεγχο των δεδομένων, την εύρεση των ακραίων τιμών και για τον σχηματισμό μίας πρώτης εντύπωσης για τις τάσεις των δεδομένων πριν την διεξαγωγή των παραμετρικών ελέγχων. Στη συνέχεια αφού αφαιρέθηκαν οι ακραίες τιμές και έγιναν οι έλεγχοι των προϋποθέσεων στα καινούργια δεδομένα διεξήχθησαν τα κατάλληλα παραμετρικά τεστ για την απάντηση των ερευνητικών ερωτημάτων.

## **ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

Πριν από τη διδακτική παρέμβαση έγινε έλεγχος t-test ανάμεσα στην ομάδα ελέγχου και την πειραματική ως προς την επίδοση στο δοκίμιο ΝΠ, όπου δεν βρέθηκαν αρχικές διαφορές ανάμεσα στις δύο ομάδες  $t(78) = -.528, p = .60 > .05$ . Για την αξιολόγηση της επίδρασης της διδασκαλίας στρατηγικών νοητικής περιστροφής στη στερεομετρία έγινε μία πολυμεταβλητή ανάλυση MANOVA με ανεξάρτητες μεταβλητές την ομάδα (Ομάδα Ελέγχου, Πειραματική Ομάδα) και το φύλο. Οι εξαρτημένες μεταβλητές ήταν οι διαφορές προ- και μετα- πειραματικού δοκιμίου στα τρία δοκίμια στερεομετρίας (διατομές στερεών, στερεά από περιστροφή, ορθογραφικές προβολές). Τα δεδομένα δεν είχαν πρόβλημα ετεροσκεδασμού (ανομοιογένειας) σε πολυμεταβλητό επίπεδο καθώς το κριτήριο Boxe's M προέκυψε στατιστικώς ασήμαντο  $F(18, 17098.26) = 1.106, p > .05$ . Τα αποτελέσματα της MANOVA έδειξαν ότι δεν υπήρξε στατιστικώς σημαντική η πολυμεταβλητή επίδραση του φύλου στο μαθησιακό αποτέλεσμα των δοκιμίων στερεομετρίας  $Wilk's \Lambda = .97, F(3, 72) = .74, p = .53 > .05$ . Στατιστικώς σημαντική υπήρξε η πολυμεταβλητή επίδραση της ομάδας διδασκαλίας στα δοκίμια στερεομετρίας  $Wilk's \Lambda = .81, F(3, 72) = 5.76, p = .001 < .05$ , ο δείκτης  $\eta^2 = .19$  δηλαδή το 19% της διασποράς του γραμμικού συνδυασμού του μαθησιακού αποτελέσματος στα δοκίμια στερεομετρίας ερμηνεύεται από τις ομάδες διδασκαλίας. Τέλος η αλληλεπίδραση φύλου ομάδας βρέθηκε στατιστικώς ασήμαντη  $Wilk's \Lambda = .95, F(3, 72) = 1.28, p = .287 > .05$ . Η μονομεταβλητή ανάλυση έδειξε στατιστικώς σημαντική επίδραση της ομάδας διδασκαλίας στο μαθησιακό αποτέλεσμα στα στερεά από περιστροφή, τα άτομα στην πειραματική ομάδα ( $N = 36, M = 1.19, SD = 1.43$ ) είχαν μεγαλύτερο μαθησιακό κέρδος από τα άτομα στην ομάδα ελέγχου ( $N = 42, M = .48, SD = 1.40$ ),  $F(1,74) = 12.41, p = .001 < .05$ . Στατιστικώς σημαντική επίσης βρέθηκε η επίδραση της ομάδας διδασκαλίας στο μαθησιακό αποτέλεσμα στις διατομές στερεών, τα άτομα στην πειραματική ομάδα ( $N = 36, M = .69, SD = 2.16$ ) είχαν μεγαλύτερο μαθησιακό αποτέλεσμα από τα άτομα στην ομάδα ελέγχου ( $N = 42, M = -.33, SD = 1.73$ ),  $F(1,74) = 5.12, p = .027 < .05$ . Η επίδραση της ομάδας διδασκαλίας στο μαθησιακό αποτέλεσμα στις ορθογραφικές προβολές βρέθηκε στατιστικώς ασήμαντη  $F(1,74) = .008, p = .928 > .05$ , καθώς τα άτομα στην πειραματική ομάδα ( $N = 36, M = .43, SD = 2.21$ ) είχαν περίπου το ίδιο μαθησιακό αποτέλεσμα με τα άτομα στην ομάδα ελέγχου ( $N = 42, M = .49, SD = 1.76$ ). Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται και στο Διάγραμμα 1.



**Διάγραμμα 1: Μέσοι όροι της ΠΟ και της ΟΕ στη διαφορά τελικής με αρχική μέτρηση, στα δοκίμια στερεομετρίας**

Για περαιτέρω διερεύνηση της επίδρασης της ικανότητας ΝΠ, της εξάρτησης από το πεδίο και του φύλου στην επίδοση σε έργα στερεομετρίας έγιναν αναλύσεις παλινδρόμησης. Το φύλο βρέθηκε ότι δεν είναι παράγοντας πρόβλεψης της επίδοσης στα δοκίμια στερεομετρίας. Για την πρόβλεψη της επίδοσης στα στερεά από περιστροφή χρησιμοποιήθηκαν δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, η επίδοση στο δοκίμιο ΝΠ και η επίδοση στο δοκίμιο GEFT. Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις ανάμεσα στις τρεις μεταβλητές οι οποίες ήταν όλες στατιστικά σημαντικές.

**Πίνακας 1. Οι συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές: Δοκίμιο ΝΠ, GEFT και Στερεά από περιστροφή**

	Δοκίμιο ΝΠ	GEFT
Στερεά από περιστροφή	.516**	.302**
Δοκίμιο ΝΠ	1	.510**

\*\*  $p < .01$

Στη συνέχεια αφού έγιναν οι έλεγχοι των προϋποθέσεων διεξαγωγής ανάλυσης παλινδρόμησης διεξήχθησαν τρεις διαδοχικές αναλύσεις, οι οποίες παρουσιάζονται στον Πίνακα 2. Στο πρώτο μοντέλο εξετάστηκε η προβλεπτική ικανότητα της επίδοσης στο GEFT στην επίδοση του δοκιμίου Στερεά από Περιστροφή  $F(1,76) = 7.636$ ,  $p = .007 < .01$  και  $R^2 = .091$ . Η γραμμική σχέση των δύο μεταβλητών δίνεται από τον τύπο  $\text{Στερεά από περιστροφή} = .097 \times \text{GEFT} + 1.276$ . Στο δεύτερο μοντέλο εξετάστηκε η προβλεπτική ικανότητα της επίδοσης στο Δοκίμιο ΝΠ στην επίδοση του δοκιμίου Στερεά από Περιστροφή  $F(1,79) = 28.642$ ,  $p < .001$  και  $R^2 = .266$ . Η γραμμική σχέση των δύο μεταβλητών δίνεται από τον τύπο  $\text{Στερεά από περιστροφή} = .129 \times \text{Δοκίμιο ΝΠ} + .440$ . Στο τρίτο μοντέλο η ανάλυση Ανονα βρέθηκε να είναι στατιστικά σημαντική, αλλά η επίδραση του

GEFT στην προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου βρέθηκε στατιστικά ασήμαντη. Ο λόγος αυτού του αποτελέσματος ήταν η σχετικά υψηλή συσχέτιση ανάμεσα στις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές.

**Πίνακας 2. Μοντέλα Πρόβλεψης της Επίδοσης στα Στερεά από Περιστροφή**

	<i>b</i>	<i>SE</i>	<i>B</i>
GEFT	.097	.035	.302**
<i>R</i> <sup>2</sup>		.091	
<i>F</i>		7.636**	
Δοκίμιο ΝΠ	.129	.024	.516***
<i>R</i> <sup>2</sup>		.266	
<i>F</i>		28.642***	
GEFT	.017	.036	.053
Δοκίμιο ΝΠ	.123	.028	.494***
Total <i>R</i> <sup>2</sup>		.254	
<i>F</i>		14.123***	

\*\**p*<.01, \*\*\**p*<.001

Για την πρόβλεψη της επίδοσης στις διατομές στερεών χρησιμοποιήθηκαν δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, η επίδοση στο δοκίμιο ΝΠ και η επίδοση στο GEFT. Στον Πίνακα 3 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις ανάμεσα στις τρεις μεταβλητές οι οποίες ήταν όλες στατιστικά σημαντικές.

**Πίνακας 3. Οι συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές: Δοκίμιο ΝΠ, GEFT και Διατομές Στερεών**

	Δοκίμιο ΝΠ	GEFT
Διατομές στερεών	.395**	.388**
Δοκίμιο ΝΠ	1	.510**

\*\* *p*<.01

Στη συνέχεια αφού έγιναν οι έλεγχοι των προϋποθέσεων διεξαγωγής ανάλυσης παλινδρόμησης διεξήχθησαν τρεις διαδοχικές αναλύσεις όπως φαίνεται στον Πίνακα 4. Στο πρώτο μοντέλο εξετάστηκε η προβλεπτική ικανότητα της επίδοσης στο GEFT στην επίδοση του δοκιμίου Διατομές Στερεών  $F(1,76) = 13.507$ ,  $p < .001$  και  $R^2 = .151$ . Η γραμμική σχέση των δύο μεταβλητών δίνεται από τον τύπο *Διατομές στερεών* =  $.174 \times GEFT + 2.75$ . Στο δεύτερο μοντέλο εξετάστηκε η προβλεπτική ικανότητα της επίδοσης στο Δοκίμιο ΝΠ στην επίδοση του δοκιμίου Διατομές Στερεών  $F(1,79) = 14.629$ ,  $p < .001$  και  $R^2 = .156$ . Η γραμμική σχέση των δύο μεταβλητών δίνεται από τον τύπο *Διατομές στερεών* =  $.138 \times \text{Δοκίμιο ΝΠ} + 2.387$ . Στο τρίτο μοντέλο  $F(2,75) = 9.667$ ,  $p < .001$  και  $R^2 = .205$ . Η γραμμική σχέση των τριών μεταβλητών δίνεται από τον τύπο *Διατομές στερεών* =  $.093 \times \text{Δοκίμιο ΝΠ} + .113 \times GEFT + 2.079$ .

**Πίνακας 4. Μοντέλα Πρόβλεψης της Επίδοσης στις Διατομές Στερεών**

	<i>b</i>	<i>SE</i>	<i>β</i>
GEFT	.174	.047	.388***
<i>R</i> <sup>2</sup>		.151	
<i>F</i>		13.507**	
Δοκίμιο ΝΠ	.138	.036	.395***
<i>R</i> <sup>2</sup>		.156	
<i>F</i>		14.629***	
GEFT	.113	.053	.253*
Δοκίμιο ΝΠ	.093	.041	.269*
Total <i>R</i> <sup>2</sup>		.184	
<i>F</i>		9.667***	

\**p*<.05, \*\**p*<.01, \*\*\**p*<.001

Για την πρόβλεψη της επίδοσης στις ορθογραφικές προβολές χρησιμοποιήθηκαν δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, η επίδοση στο δοκίμιο ΝΠ και η επίδοση στο GEFT. Στον Πίνακα 5 παρουσιάζονται οι συσχετίσεις ανάμεσα στις τρεις μεταβλητές οι οποίες ήταν όλες στατιστικά σημαντικές.

**Πίνακας 5. Οι συσχετίσεις ανάμεσα στις μεταβλητές**

	Δοκίμιο ΝΠ	GEFT
Ορθογραφικές Προβολές	.340**	.414**
Δοκίμιο ΝΠ	1	.510**

\*\* *p*<.01

Στη συνέχεια αφού έγιναν οι έλεγχοι των προϋποθέσεων διεξαγωγής ανάλυσης παλινδρόμησης διεξήχθησαν τρεις διαδοχικές αναλύσεις, οι οποίες παρουσιάζονται στον Πίνακα 6. Στο πρώτο μοντέλο εξετάστηκε η προβλεπτική ικανότητα της επίδοσης στο GEFT στην επίδοση του δοκιμίου Ορθογραφικές Προβολές  $F(1,76) = 15.727$ ,  $p < .001$  και  $R^2 = .171$ . Η γραμμική σχέση των δύο μεταβλητών δίνεται από τον τύπο *Ορθογραφικές Προβολές* =  $.310 \times \text{GEFT} + 3.350$ . Στο δεύτερο μοντέλο εξετάστηκε η προβλεπτική ικανότητα της επίδοσης στο Δοκίμιο ΝΠ στην επίδοση του δοκιμίου Ορθογραφικές Προβολές  $F(1,79) = 10.351$ ,  $p = .002 < .01$  και  $R^2 = .116$ . Η γραμμική σχέση των δύο μεταβλητών δίνεται από τον τύπο *Ορθογραφικές Προβολές* =  $.204 \times \text{Δοκίμιο ΝΠ} + 3.113$ . Στο τρίτο μοντέλο η ανάλυση Anova βρέθηκε να είναι στατιστικά σημαντική, αλλά η επίδραση του Δοκιμίου ΝΠ στην προβλεπτική ικανότητα του μοντέλου βρέθηκε στατιστικά ασήμαντη. Ο λόγος αυτού του αποτελέσματος ήταν η σχετικά υψηλή συσχέτιση ανάμεσα στις δύο μεταβλητές.

**Πίνακας 6. Μοντέλα Πρόβλεψης της Επίδοσης στις Ορθογραφικές Προβολές**

	<i>b</i>	<i>SE</i>	<i>β</i>
GEFT	.310	.078	.414***
<i>R</i> <sup>2</sup>		.171	
<i>F</i>		15.727**	
Δοκίμιο ΝΠ	.204	.063	.340**
<i>R</i> <sup>2</sup>		.116	
<i>F</i>		10.351**	
GEFT	.249	.090	.333**
Δοκίμιο ΝΠ	.094	.070	.162
Total <i>R</i> <sup>2</sup>		.169	
<i>F</i>		8.851**	

\*\**p*<.01, \*\*\**p*<.001

Από τις τρεις αναλύσεις παλινδρόμησης που έγιναν, φάνηκε ότι η ικανότητα ΝΠ και η εξάρτηση/ανεξαρτησία από το πεδίο, είναι παράγοντες πρόβλεψης της επίδοσης και στους τρεις τύπους έργων στερεομετρίας.

### ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΩΝ

Η διδακτική παρέμβαση, η οποία έγινε με σκοπό την ανάπτυξη της ικανότητας ΝΠ, επέφερε αύξηση της επίδοσης σε έργα στερεών από περιστροφή και διατομής στερεών με επίπεδο, στα οποία για την επίλυση τους η χρήση ΝΠ αποτελεί κύρια στρατηγική. Η ικανότητα ΝΠ καθώς και η εξάρτηση από το πεδίο φάνηκε ότι είναι παράγοντες πρόβλεψης της επίδοσης στη στερεομετρία.

Η σημαντικότητα της ανάπτυξης της ικανότητας νοητικής περιστροφής σε συγκεκριμένα έργα έχει ιδιαίτερη σημασία, αν είναι δυνατό να γενικευθεί σε άλλα έργα που περιέχονται σε σχολικά εγχειρίδια, στα οποία η ικανότητα αυτή θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ως στρατηγική επίλυσης. Στην παρούσα έρευνα τα έργα που χρησιμοποιήθηκαν για τον έλεγχο της γενίκευσης της διδασκαλίας ήταν έργα στερεών από περιστροφή, διατομές στερεών με επίπεδο και ορθογραφικές προβολές.

Στα στερεά από περιστροφή οι μαθητές της πειραματικής ομάδας είχαν μεγαλύτερο μαθησιακό κέρδος από τους μαθητές της ομάδας ελέγχου. Το παρεμβατικό πρόγραμμα φάνηκε να επηρέασε με θετικό πρόσημο την επίδοση όλων των μαθητών στους οποίους εφαρμόστηκε, αγοριών και κοριτσιών, σε έργα με στερεά από περιστροφή. Μία πιθανή αιτία είναι η χρήση ΝΠ ως στρατηγικής στη διαδικασία επίλυσης των ασκήσεων με στερεά από περιστροφή, δηλαδή η ΝΠ

των τριγώνων γύρω από τον άξονα περιστροφής φαίνεται να βοήθησε τους μαθητές να εντοπίσουν τα στερεά που παράγονταν με περισσότερη ευκολία.

Στα έργα διατομής στερεών με επίπεδο, όπως και στα στερεά από περιστροφή οι μαθητές της πειραματικής είχαν μεγαλύτερο μαθησιακό αποτέλεσμα σε σύγκριση με τους αντίστοιχους μαθητές της ομάδας ελέγχου. Στα έργα διατομής στερεών, σημαντικό βαθμό δυσκολίας επιδίδει η οπτική γωνία που παρουσιάζεται το έργο. Οι μαθητές, για να εντοπίσουν την ορθή απάντηση, έπρεπε να κάνουν νοερή αναπαράσταση της διατομής και να την μετασχηματίσουν στο μυαλό τους για να δουν πως θα έμοιαζε αν την έβλεπαν μετωπικώς. Η ικανότητα νοητικής περιστροφής φαίνεται να βοήθησε στη νοερή περιστροφή της διατομής.

Αντίθετα με τα έργα στερεών από περιστροφή και διατομής στερεών, στα έργα ορθογραφικών προβολών, δεν βρέθηκε διαφορά ανάμεσα στην πειραματική ομάδα και την ομάδα ελέγχου, ως προς το μαθησιακό αποτέλεσμα. Οι μαθητές σε προηγούμενες τάξεις, φαίνεται να ανέπτυξαν δεξιότητες επίλυσης παρόμοιων ασκήσεων στο μάθημα σχεδιασμού και τεχνολογίας, τις οποίες και χρησιμοποίησαν, χωρίς να κάνουν χρήση της ικανότητας ΝΠ.

Κάποια από τα αποτελέσματα της έρευνας είναι συναφή με αποτελέσματα προηγούμενων ερευνών. Η ικανότητα νοητικής περιστροφής γενικά μπορεί να βελτιωθεί με κατάλληλη εκπαίδευση και η βελτίωση αυτή, επιφέρει βελτίωση σε διαφορετικά έργα νοητικής περιστροφής όπως έργα Λαπαροσκοπικής Χειρουργικής (Stransky, Wilcox, & Dubrowski, 2010). Το κύριο ζητούμενο πάντοτε είναι ο καθορισμός της «κατάλληλης εκπαίδευσης» σε συγκεκριμένες ηλικίες και επίπεδα εκπαίδευσης. Αναμφίβολα έμφαση πρέπει να δίνεται στις διατομικές διαφορές των μαθητών, γνωστικού ή άλλου είδους, όπως είναι η εξάρτηση από το πεδίο, για να προτείνονται «κατάλληλες εκπαιδύσεις» οι οποίες συνάδουν με γνωστικά και μαθησιακά χαρακτηριστικά.

Στη διδασκαλία της γεωμετρίας και ειδικότερα της στερεομετρίας παρουσιάζονται κάποιες ιδιαιτερότητες, οι οποίες έχουν σχέση με τη γνωστική διαφοροποίηση των μαθητών και ορισμένες φορές αγνοούνται στη διαδικασία της διδασκαλίας και μάθησης. Η παρούσα έρευνα εξέτασε τρεις πιθανούς παράγοντες πρόβλεψης της επίδοσης στα δοκίμια στερεομετρίας: το φύλο, την εξάρτηση από το πεδίο και την ικανότητα ΝΠ.

Η σημαντικότητα της ικανότητας ΝΠ φάνηκε στις αναλύσεις παλινδρόμησης που έγιναν, στις οποίες βρέθηκε παράγοντας πρόβλεψης και στα τρία δοκίμια στερεομετρίας. Τα άτομα που είχαν αναπτυγμένη ικανότητα ΝΠ είχαν υψηλή επίδοση στα έργα στερεομετρίας. Η ικανότητα ΝΠ μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μέρος στρατηγικής για την επίλυση των τριών δοκιμίων στερεομετρίας, τα οποία χρησιμοποιήθηκαν στην έρευνα, στερεά από περιστροφή, διατομές στερεών και ορθογραφικές προβολές. Η χωρική ικανότητα μπορεί να βελτιωθεί με κατάλληλη εκπαίδευση, είτε υπό τη μορφή τυπικής, που μπορεί να αναπτυχθεί με βάση προσιτές τεχνολογίες, είτε υπό μορφή άτυπης μάθησης. Η ανάπτυξη των χωρικών ικανοτήτων των παιδιών προκαλεί αύξηση της επίδοσής τους σε έργα ορθογωνίας προβολής (Samsudin, Rafi, και Hanif, 2011). Οι

Cohen και Hegarty (2007, 2012) σε έρευνα τους έδειξαν ότι ο βαθμός δυσκολίας σε δοκίμια με τομές στερεών από επίπεδα εξαρτάται από δύο παραμέτρους, τη γωνία της διατομής και την πολυπλοκότητα του στερεού. Επίσης τα άτομα με υψηλές χωρικές ικανότητες είχαν υψηλότερες επιδόσεις από αυτούς με χαμηλές χωρικές ικανότητες σε δοκίμια που περιέχουν τομές στερεών με επίπεδα. Οι Shriki, Barkai και Patkin (2017) προτείνουν σε δασκάλους των μαθηματικών έργα με στερεά από περιστροφή για χρήση στην τάξη και αναφέρουν τη σημαντικότητα της χωρικής ικανότητας, ως απαραίτητη για την επιτυχία σε επαγγελματικούς κλάδους, όπως την Μηχανική, την Επιστήμη, την Τεχνολογία και τα Μαθηματικά.

Το γνωστικό χαρακτηριστικό της εξάρτησης/ανεξαρτησίας από το πεδίο βρέθηκε ισχυρός παράγοντας πρόβλεψης στα δοκίμια στερεομετρίας. Τα ανεξάρτητα του πεδίου άτομα φάνηκε ότι είναι πιο ευέλικτα στο να χειρίζονται χωρικές σχέσεις από τα εξαρτημένα. Πιθανή αιτία είναι οι διαφορές στην οπτική αντίληψη και στη κατανόηση πληροφοριών των ατόμων ανάλογα με το βαθμό εξάρτησης τους από το πεδίο. Η εξάρτηση/ανεξαρτησία από το πεδίο έχει άμεση σχέση με τον βαθμό και τον χρόνο, που τα άτομα είναι ικανά να ξεχωρίζουν ένα αντικείμενο, που βρίσκεται ενσωματωμένο σε ένα σύνθετο περιβάλλον (Witkin, 1974).

Μέσα από τη βιβλιογραφία αναφέρονται σημαντικές διαφορές ανάμεσα στα δύο φύλα στην ικανότητα ΝΠ (Vandenberg & Kuse, 1978; Geiser, Lehmann, & Eid, 2008). Τα αποτελέσματα της παρούσας έρευνας έδειξαν ότι το φύλο δεν ήταν παράγοντας πρόβλεψης της επίδοσης σε κανένα από τα δοκίμια στερεομετρίας παρά το ότι τα έργα στερεομετρίας που δόθηκαν απαιτούν τη χρήση ΝΠ. Αυτές οι διαφορές πιθανόν να σταθμίζονται από διαφορετικές στρατηγικές που χρησιμοποιούν τα δύο φύλα.

Η παρούσα έρευνα διερεύνησε την επίδραση παρεμβατικού προγράμματος διδασκαλίας ΝΠ στην επίδοση σε έργα στερεών. Η διδακτική παρέμβαση εφαρμόστηκε σε μόνο δύο τμήματα Γ' Γυμνασίου. Μία μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να αποτελέσει μία μεγαλύτερης κλίμακας έρευνα, για να διερευνήσει σε βάθος διαφορές ανάμεσα στα δύο φύλα ως προς τις στρατηγικές επίλυσης ασκήσεων στερεομετρίας, ιδιαίτερα έργων που η χρήση ΝΠ αποτελεί κύρια στρατηγική επίλυσης τους.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Cherney, I. D. (2008). Mom, let me play more computer games: They improve my mental rotation skills. *Sex Roles*, 59, 776-786.
- Cohen, C. A., & Hegarty, M. (2007). Sources of difficulty in imagining cross sections of 3D objects. In D. S. McNamara, & J. G. Trafton (Eds.). *Proceedings of the Twenty-Ninth Annual Conference of the Cognitive Science Society*, (pp. 179-184). Austin TX: Cognitive Science Society.
- Cohen, C. A., & Hegarty, M. (2012). Inferring cross sections of 3D objects: A new spatial thinking test. *Learning the individual Differences*, 22, 868-874.

- Davis, J. K. (1991). Educational implications of field dependence-independence. In S. Wapner, & J. Demick (Eds.), *Field dependence-independence: cognitive styles across the life span* (pp. 149-175). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Delgado, A. R., & Prieto, G. (2004). Cognitive mediators and sex-related differences in mathematics. *Intelligence, 32*, 25-32.
- Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point a view. In C. Mamana & V. Villani (Eds.). *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century: An ICMI study*, Dordrecht: Kluwer.
- Geiser, C., Lehmann, W., & Eid. (2008). A note on sex differences in mental rotation in different age groups. *Intelligence, 36*, 556-663.
- Guilot, A., Champely, C. B., Thiriet, P., & Collet, C. (2006). Relationship between spatial abilities mental rotation and functional anatomy learning. *Advances in Health Sciences Education*. doi:10.1007/s10459-006-9021-7
- Hoyek, N., Collet, C., Fargier, P., & Guillot, & A. (2012). The use of the vanderberg and kuse mental rotation test in children. *Journal of Individual Differences, 33*(1), 62-67.
- Jansen, P., Kelner, J., & Rieder, C. (2013). The improvement of mental rotation performance in second Graders after creative dance training. *Creative Education, 4*, 418-422.
- Lee, I.-J., Chen, C. H., & Chang, K. P. (2016). Augmented reality technology combined with three-dimensional holography to train the mental rotation ability of older adults. *Computers in Human Behavior, 65*, 488-500. doi:http://dx.doi.org/10.1016/j.chb.2016.09.014
- Li, H., Zhang, Y., Wu, C., & Mei, D. (2015). Effects of Field Dependence-Independence and Frame of Reference on Navigation Performance Using Multi-dimensional Electronic Maps. *Personality and Individual Differences, 97*, 289-299. doi:10.1016/j.paid.2016.03.078
- Linn, M. C., & Petersen, A. C. (1985). Emergence and Characterization of Sex. *Child Development, 56*, 1479-1498.
- Moore, D., & Johnson, S. P. (2011). Mental rotation of dynamic, three-dimensional stimuli by 3-month-old infants. *Infancy, 16*(4), 435-445.
- Morgan, H. (1997). *Cognitive styles and classroom learning*. Westport, CD: Praeger.
- National Department of Education. (2014). *The national curriculum in England*. Retrieved from [https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment\\_data/file/381344/Master\\_final\\_national\\_curriculum\\_28\\_Nov.pdf](https://www.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/381344/Master_final_national_curriculum_28_Nov.pdf)
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

- Newcombe, N. S. (2010). Picture this: Increasing math and science learning by improving spatial thinking. *American Educator*, 34(2), 29-43.
- Okagaki, L., & French, P. A. (1994). Effects of videogame playing on measures of spatial performance: gender effects in late adolescence. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 15, 33-58.
- Peters, M., Laeng, B., Latham, K., Jackson, M., Zaiyouna, R., & Richardson, C. (1995). A redrawn Vandenberg and Kuse mental rotations test: Different versions and factors that affect performance. *Brain and Cognition*, 28, 39-58.
- Pitta, D., & Christou, C. (2009). Cognitive styles, dynamic geometry and measurement performance. *Educational Studies in Mathematics*, 70, 5-26.
- Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75, 191-212.
- Raptis, G. E., Fidas, C. A., & Avouris, N. M. (2016). Differences of Field Dependent/Independent Gamers on Cultural Heritage Playing: Preliminary Findings of an Eye-Tracking Study. *Euro-Mediterranean Conference* (pp. 199-206). Springer International Publishing.
- Reber, A. S. (1985). *The Penguin dictionary of psychology*. Harmondsworth, Middlesex, England: Viking.
- Reiff, J. (1996). At-risk middle level students or field dependent learners. *Clearing house*, 69(4), 231-234.
- Reuhkala, M. (2001). Mathematical skills in ninth graders: Relationship with visuo-spatial abilities and working memory. *Educational Psychology*, 21, 387-399.
- Rodan A., C. M. (2016). Experimental but no sex differences of a mental rotation training adolescents. *Frontiers in Psychology*, 7. doi:10.3389/fpsyg.2016.01050
- Samsudin, K., Rafi, A., & Hanif, A. S. (2011). Training in mental rotation and spatial visualization and its impact on orthographic drawing performance. *Educational Technology & Society*, 14(1), 179-186.
- Science Education Research Center of Carleton College. (2012). *Spatial thinking in geosciences*.
- Shepard, R., & Metzler, J. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *American Association for the Advancement of Science*, 171, 701-703.
- Shriki, A., Barkai, R., & Patkin, D. (2017). Developing mental rotation ability through engagement in assignments that involve solids of revolution. *The Mathematics Enthusiast*, 14, 541-562.
- Snowman, J., & Biechler, R. (2003). *Psychology applied to teaching* (10th ed.). Boston, MA: Houghton Mifflin Company.

- Stenberg. (1994). Allowing for Thinking Styles. *Educational Leadership*, 52, 36-40.
- Stransky, D., Wilcox, L. M., & Dubrowski, A. (2010). Mental rotation: Cross-task training and generalization. *Journal of Experimental Psychology*, 16(4), 349-360.
- Terlecki, M. S., Newcombe, N. S., & Litle, M. (2008). Durable and generalized effects of spatial experience on mental rotation: Gender differences on growth patterns. *Applied cognitive Psychology*, 22, 996-1013.
- Vandenberg, S. G., & Kuse, A. R. (1978). Mental rotation, a group test of three dimensional spatial visualization. *Perceptual and Motor skills*, 47, 599-604.
- Wai, J., Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2009). Spatial ability for STEM domains: Aligning over 50 years of cumulative psychological knowledge solidifies its importance. *Journal of Educational Psychology*, 101, 817-835.
- Weckbacher, L. M., & Okamoto, Y. (2014). Mental rotation ability in relation to self-perceptions of high school geometry. *Learning and Individual Differences*, 30, 58-63.
- Wiedenbauer, G., & Jansen-Osmann, P. (2006). Manual training of mental rotation in children. *Learning and Instruction*, 18(1), 1-12.
- Witkin, H. A., & Moore, C. A. (1974). Cognitive style and the teaching learning process. *Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, Chicago, Illinois.*
- Witkin, H. A., Oldman, P. K., Raskin, E., & Karp, S. A. (1971). *A manual for the Embedded Figures Test*. Palo Alto, CA: Consulting Psychologists Press.
- Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθηματικών. (2015). *Αναλυτικά Προγράμματα, Δείκτες Επιτυχίας και Επάρκειας*. Retrieved from [http://www.moec.gov.cy/analytika\\_programmata/programmata\\_spoudon.html](http://www.moec.gov.cy/analytika_programmata/programmata_spoudon.html)