

Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

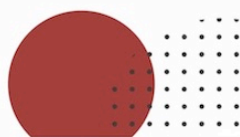
Αρ. 15 (2021)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ
ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
(ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ.)

Τεύχος 15
Ιούνιος 2021



ΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΤΡΙΤΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Ιωάννης Ρίζος (Ioannis Rizos)

doi: [10.12681/enedim.24460](https://doi.org/10.12681/enedim.24460)

Copyright © 2021, Ιωάννης Ρίζος



Άδεια χρήσης [Creative Commons Αναφορά 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Βιβλιογραφική αναφορά:

Ρίζος (Ioannis Rizos) Ι. (2021). ΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΤΡΙΤΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (15), 45–59. <https://doi.org/10.12681/enedim.24460>

ΠΟΙΗΣΗ ΚΑΙ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΤΡΙΤΟΒΑΘΜΙΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Ιωάννης Ρίζος

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, Τμήμα Μαθηματικών, ioarizos@uth.gr

Περίληψη: Στο πρώτο μέρος του άρθρου παρατίθενται σύντομα ιστορικά στοιχεία για τη σχέση Επιστήμης και Λογοτεχνίας και τεκμηριώνεται βιβλιογραφικά η ένταξη της Λογοτεχνίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Στο δεύτερο μέρος εξετάζεται η σχέση των Μαθηματικών με την Ποίηση, με ειδική αναφορά στην ποίηση χαϊκού. Στο τρίτο μέρος περιγράφεται μια έρευνα που πραγματοποιήθηκε σε τριτοβάθμιο ίδρυμα, με στόχο την αξιοποίηση της ποίησης χαϊκού στη διδασκαλία των Μαθηματικών.

Λέξεις κλειδιά: Διδακτική των Μαθηματικών, Ιστορία των Μαθηματικών, Ποίηση, Χαϊκού, Λογοτεχνία με μαθηματικό περιεχόμενο.

Abstract: In the first part of the paper we indicate brief historical data on the relationship between Science and Literature and substantiate the integration of Literature into Mathematics. Afterwards, we think out the relationship between Mathematics and Poetry and especially a type of short form poetry in the context of Mathematics Education. In the last part we describe a research carried out in a University Department in order to utilize haiku poetry in the teaching of Mathematics.

Keywords: Mathematics Education, History of Mathematics, Poetry, Haiku, Mathematical Literature.

Εισαγωγή

Προλεγόμενα

Η δυνατότητα ένταξης της Λογοτεχνίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών, είναι ένα ζήτημα που ενδιαφέρει πολλούς ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών παγκοσμίως. Στην εργασία αυτή εξετάζεται το ενδεχόμενο αξιοποίησης της Ποίησης στη διδασκαλία των Μαθηματικών στην Τριτοβάθμια εκπαίδευση. Παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο, η εμπειρία της υλοποίησης και τα συμπεράσματα μιας διδακτικής παρέμβασης βασισμένης στην ποίηση χαϊκού, που σχεδιάστηκε και πραγματοποιήθηκε κατά το χειμερινό ακαδημαϊκό εξάμηνο 2019-2020, στο πλαίσιο του μαθήματος «Ιστορία των Μαθηματικών» του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

Θεωρώντας ότι η αυξημένη συναισθηματική εμπλοκή των φοιτητών και των φοιτητριών κατά τη διδασκαλία (πρέπει να) είναι πρωταρχικός στόχος της μαθηματικής εκπαίδευσης, μελετάμε το εάν και κατά πόσο η τρίστιχη φόρμα επιγραμματικής ποίησης μπορεί να δημιουργήσει τέτοιες συναισθηματικές καταστάσεις στους φοιτητές και τις φοιτήτριες, ώστε

Ρίζος

να διαμορφώσουν, τελικά, πιο θετικές στάσεις για τα Μαθηματικά και να βελτιώσουν τον τρόπο ενασχόλησής τους με αυτά.

Για τους σκοπούς της μελέτης μας, εμπνεόμενοι από την αστείρευτη παράδοση των αρχαίων ελληνικών Μαθηματικών, γράψαμε 20 ποιήματα χαϊκού, προσπαθώντας αφενός να μείνουμε πιστοί στους περιορισμούς που θέτει η συγκεκριμένη ποιητική φόρμα, αφετέρου να καλύψουμε ολόκληρο το μέρος της ύλης που στοχεύαμε. Έτσι, επιδιώξαμε η λογοτεχνική αρτιότητα να μην λειτουργήσει εις βάρος της ανάδειξης των Μαθηματικών ως κύριου στοιχείου εκάστοτε ποιήματος. Παρακάτω, μετά την ιστορική ανασκόπηση και το θεωρητικό πλαίσιο της αξιοποίησης της Λογοτεχνίας στα Μαθηματικά, επιχειρούμε να θεμελιώσουμε θεωρητικά τη σχέση Ποίησης και Μαθηματικών και κάνουμε ιδιαίτερη μνεία στην ποίηση χαϊκού. Εν συνεχεία παραθέτουμε συγκεκριμένα αποσπάσματα από τη διδακτική πράξη και κλείνουμε την εργασία με συζήτηση και κάποιες τελικές παρατηρήσεις.

Επιστήμη και Λογοτεχνία: ιστορική ανασκόπηση

Το 1769 ο Γερμανός φιλόλογος G. E. Lessing (1729-1781), έφορος της βιβλιοθήκης χειρογράφων του Δούκα August στο Wolfenbüttel, ανακάλυψε ένα βυζαντινό χειρόγραφο του 14^{ου} αιώνα με τέσσερα άγνωστα έως τότε ποιήματα της *Παλατινής Ανθολογίας*. Η επικεφαλίδα του ενός από εκείνα τα ποιήματα δήλωνε ότι επρόκειτο για αριθμητικό πρόβλημα που είχε θέσει ο Αρχιμήδης ο Συρακούσιος στον Ερατοσθένη τον Κυρηναίο κατά τον 3^ο π.Χ. αιώνα. Επειδή το πρόβλημα –γραμμένο σε 44 στίχους– ζητούσε τον προσδιορισμό του πλήθους των βοών του θεού Ήλιου, στη βιβλιογραφία καθιερώθηκε ως το «Βοεικό πρόβλημα του Αρχιμήδη» (Λάμπρου, 1993).

Αργότερα, διαπιστώθηκε ότι πολλά από τα αριθμητικά προβλήματα που επιλύονται στον γνωστό Πάπυρο του Rhind είναι της ίδιας λογικής με τις εξισώσεις των προβλημάτων της *Παλατινής Ανθολογίας* (Τριανταφύλλου, 2014), γεγονός που ουσιαστικά καταδεικνύει ότι η αρχαία παράδοση πέρασε στους Αλεξανδρινούς μαθηματικούς της ύστερης αρχαιότητας και μέσω αυτών στους Βυζαντινούς λογίους.

Τα παραπάνω παραδείγματα είναι μερικά μόνο από τα πολλά, τα οποία μας υπενθυμίζουν εμφατικά ότι οι καταβολές των δεσμών Μαθηματικών και Ποίησης, και γενικότερα Επιστήμης και Λογοτεχνίας, χάνονται στα βάθη των αιώνων. Οι δεσμοί αυτοί εξακολούθησαν να υφίστανται και να ενδυναμώνονται τόσο στους μέσους χρόνους όσο και στην Αναγέννηση, μέχρι και τον Γαλιλαίο, ο οποίος θεωρείται από πολλούς ένας από τους μεγαλύτερους εκλαϊκευτές της Επιστήμης (Segrè, 2001).

Τα πράγματα εντούτοις άλλαξαν δραματικά τον 17^ο αιώνα, όταν ο René Descartes διχοτόμησε τη δυτική φιλοσοφική σκέψη σε *λογική* και *συναίσθημα*. Στη δυαδική αυτή ασυμφωνία η λογική επικράτησε, διαμορφώνοντας σταδιακά έναν τεχνοκρατικό κόσμο αυτάρεσκης βεβαιότητας και εξορθολογισμένης αυτοπραγμάτωσης, ενώ το συναίσθημα απέκτησε συν τω χρόνω αρνητικά, θα λέγαμε, σημασμένο εννοιολογικό περιεχόμενο. Έτσι για

δύο περίπου αιώνες, Επιστήμη και Λογοτεχνία ακολούθησαν εν πολλοίς διαφορετικούς δρόμους χωρίς αξιόλογα σημεία τομής.

Στο δεύτερο μισό του 19^{ου} αιώνα η σχέση Επιστήμης και Λογοτεχνίας περνάει σε νέα φάση με την *Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων* του L. Carroll, την *Επιπεδοχώρα* του E. Abbott και τα φανταστικά ταξίδια των J. Vern και H. G. Wells. Στα πρωτοπόρα αυτά έργα τίθενται ανοιχτά, για την εποχή τους, επιστημονικά ερωτήματα και παρουσιάζεται ο προβληματισμός για τα όρια της τεχνολογίας αλλά και η αμφισβήτηση για τις παραδεδομένες αξίες, στοιχεία που είχαν καίρια συμβολή στη διαμόρφωση του λογοτεχνικού είδους το οποίο αργότερα ονομάστηκε «Επιστημονική Φαντασία».

Παρ' όλα αυτά, στις αρχές του 20^{ου} αιώνα οι θετικοί επιστήμονες (π.χ. G. H. Hardy) και οι λογοτέχνες (π.χ. T. S. Eliot ή E. A. Poe) εξακολουθούσαν να κρατούν αποστάσεις, πιστεύοντας οι μιν για τους δε ότι δεν κατανοούν σε βάθος τα προβλήματα της ανθρωπότητας. Ένας από τους πρώτους στη σύγχρονη εποχή, αν όχι ο πρώτος, που επιχείρησε συνειδητά να γεφυρώσει τον κόσμο της Επιστήμης με εκείνον της Λογοτεχνίας, ήταν ο C. P. Snow. Σε μια ιστορική διάλεξη που έδωσε στο Cambridge με τίτλο "The two cultures and the scientific revolution", επεσήμανε τη διάσταση ανάμεσα στις δύο κουλτούρες, την *επιστημονική* και τη *λογοτεχνική* όπως τις χαρακτήρισε, και υπογράμμισε την έλλειψη επικοινωνίας που υπάρχει ανάμεσα στους επιστήμονες των θετικών και των ανθρωπιστικών επιστημών. Σύμφωνα με τον Snow (1961), η ασυνεννοησία αυτή απέβαινε εις βάρος και των δύο πλευρών, ενώ ταυτόχρονα βρισκόταν στη βάση των μεγάλων κοινωνικών προβλημάτων. Χρησιμοποιώντας τη σύγχρονη ορολογία θα μπορούσε να πει κανείς ότι με τον Snow ξεκινά μια συζήτηση για τον τρόπο με τον οποίο η επιστήμη διαχέεται στο ευρύ κοινό.

Η συζήτηση αυτή φτάνει ως τις μέρες μας γονιμοποιώντας την επιστημονική δραστηριότητα, διαμορφώνοντας νέες περιοχές καλλιτεχνικής διερεύνησης και, συγχρόνως, καθιστώντας τις παράλληλες αναζητήσεις, τις αλληλεπιδράσεις και τη συνάφεια της Λογοτεχνίας με τα Μαθηματικά μια πραγματικότητα (Φίλη, 1987).

Η αξιοποίηση της Λογοτεχνίας στη διδασκαλία των Μαθηματικών

Τις τελευταίες δεκαετίες γίνονται στη χώρα μας πραγματικά αξιόλογες προσπάθειες, τόσο από οργανωμένες λέσχες φιλιαναγνωσίας και βιβλιοθήκες, όσο και από μεμονωμένους δασκάλους και καθηγητές, που σκοπό έχουν να κινητοποιήσουν θετικά τους μαθητές απέναντι στο βιβλίο. Σημαντική παράμετρο των δράσεων αυτών αποτελεί η προβολή και προώθηση της λογοτεχνίας με μαθηματικό περιεχόμενο ή όπως πολλοί την αποκαλούν, της «Μαθηματικής Λογοτεχνίας» (αν και δεν φαίνεται να υπάρχει, ακόμα, αυστηρός ορισμός) και γενικότερα της εκλαϊκευμένης επιστήμης. Το λογοτεχνικό αυτό είδος, ασφαλώς όχι νεοεμφανιζόμενο (Μιχαηλίδης, 2002; Σπύρου, 2007), ενσωματώνει με βαθμό που ποικίλλει σε μια προσιτή αφήγηση και μυθοπλασία, δομές σκέψης και παραστάσεων, αρκετές φορές και με τη μορφή comic novel (π.χ. *Logicomix* ή *Ποιος σκότωσε τον κύριο X;*), με στόχο την ελκυστική παρουσίαση πληροφοριών, τον αναστοχασμό επάνω σε παγιωμένες πεποιθήσεις

Ρίζος

(established beliefs), τον δημιουργικό προβληματισμό αλλά και την ψυχαγωγία του αναγνώστη.

Ειδικότερα, στο πλαίσιο της διδακτικής των φυσικών επιστημών και των ερευνών που εστιάζουν στη διασύνδεση και την αλληλεπίδραση της Τέχνης με τα Μαθηματικά, έχουν αναδειχθεί τα τελευταία χρόνια αρκετές δυνατότητες για προσέγγιση των Επιστημών και της διδασκαλίας τους από τη Λογοτεχνία. Η προσέγγιση αυτή είναι από πολλές απόψεις συμβατή με τη σύγχρονη θεώρηση, σύμφωνα με την οποία η σχέση μεταξύ Επιστήμης και Λογοτεχνίας είναι αμφίδρομη (Stevens, 2000; Naumann, 2005, Corry, 2007) ή συμπληρωματική, τουλάχιστον της εικόνας που έχουν οι μαθηματικοί για τον εαυτό τους (Σπύρου, 2007). Η Λογοτεχνία προσφέρεται ως μέσο αναστοχασμού για τις Επιστήμες και οι Επιστήμες προσφέρουν στη Λογοτεχνία ορθολογικά περιγράμματα του μελλοντικού κόσμου. Έτσι γίνεται εφικτή η πραγμάτευση ζητημάτων όπως, κατά πόσο αξίζει να βιώσουμε τέτοιες καταστάσεις στο μέλλον (Naumann, 2005).

Δε θα πρέπει επίσης να αγνοηθεί το γεγονός ότι ο συναισθηματικός τομέας συνδέεται με τη μάθηση των Μαθηματικών (Φιλίππου & Χρίστου, 2001) και η Λογοτεχνία μπορεί να συμβάλει ουσιαστικά στην τόνωση αυτών των δεσμών, αφού επικεντρώνεται στον συναισθηματικό κόσμο του αναγνώστη, προκειμένου να τον ευαισθητοποιήσει. Άλλωστε η διαμόρφωση θετικών στάσεων από τη μεριά των μαθητών και των μαθητριών απέναντι στα Μαθηματικά αποτελεί προϋπόθεση για την κατανόησή τους (Μηλιώνης, 2001).

Πολλοί ερευνητές κινούμενοι στο παραπάνω πλαίσιο, έχουν αξιοποιήσει κατά καιρούς τη Λογοτεχνία στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Οι διδακτικές τους παρεμβάσεις παρουσιάζουν αξιόλογο εύρος: άλλοτε βασίζονται σε επινοημένες ιστορίες ή πραγματικές καταστάσεις που έχουν υποστεί διδακτική μετάπλαση (Bintz & Moore, 2002), άλλοτε κάνουν χρήση κλασικών βιβλίων ώστε να εκτεθούν οι μαθητές σε ανώτερες μαθηματικές έννοιες (Sriraman, 2003), άλλοτε επενδύουν στην Ιστορία των Μαθηματικών και μάλιστα με θετικά αποτελέσματα (Κοταρίνου & Σταθοπούλου, 2017), άλλοτε στηρίζονται σε στοχευμένες παρεμβάσεις για να αντιμετωπιστούν εντοπισμένες παρανοήσεις (Μαρής & Χρήστου, 2019) και άλλοτε εδράζονται σε μια διεπιστημονική προσέγγιση (Rizos, 2018).

Κανείς ωστόσο δεν ισχυρίζεται ότι η προσέγγιση των Μαθηματικών μέσω της Λογοτεχνίας είναι απαλλαγμένη από εμπόδια. Το σημαντικότερο ίσως εξ αυτών είναι οι ίδιες οι αντιλήψεις μας για την εν λόγω προσέγγιση. Κι αυτό διότι υπάρχει γενικά η αίσθηση της *ασυμβατότητας* μεταξύ Μαθηματικών και Λογοτεχνίας, αίσθηση η οποία κατά βάση είναι θέμα έλλειψης ευρύτερης Παιδείας από τη μεριά των καθηγητών Μαθηματικών και απουσίας μαθηματικής κουλτούρας από τη μεριά του ευρύτερου κοινού. Πράγματι, πολλοί φυσικοί επιστήμονες και ιδιαίτερα μαθηματικοί, θεωρούν ότι τα Μαθηματικά χαρακτηρίζονται από αντικειμενικότητα και αυστηρότητα, επομένως το περιεχόμενό τους οφείλει να είναι αμοιβαίως αποκλειόμενο με αυτό της Λογοτεχνίας, όπου κυριαρχεί η υποκειμενικότητα στην ερμηνεία και η μεταφορά.

Επιπλέον, η κατανόηση των Μαθηματικών και των θεμάτων φυσικών επιστημών που πραγματεύονται τα εκλαϊκευτικά βιβλία, δεν επιτυγχάνεται αποκλειστικά από την ανάγνωσή τους. Αντιθέτως, είναι εφικτή η διαμόρφωση κοινωνικών αναπαραστάσεων για τα

Μαθηματικά και τις Επιστήμες, οι οποίες μπορούν να οδηγήσουν τόσο στη μόρφωση όσο και σε κάποιο είδος ημιμόρφωσης (Adorno, 2000). Άλλωστε έρευνες έχουν δείξει (Μηλιώνης, 2006) ότι αν και τα Μαθηματικά γίνονται πιο ενδιαφέροντα για τους μαθητές όταν προσεγγίζονται μέσα από τη Λογοτεχνία, μολαταύτα οι δυσκολίες που εμφανίζονται στην κατανόησή τους διατηρούνται.

Στην καθημερινή διδακτική πρακτική, η σχέση Μαθηματικών και Λογοτεχνίας όχι μόνο δεν αξιοποιείται δημιουργικά στην ανάπτυξη δραστηριοτήτων μάθησης και διδασκαλίας, αλλά σε πολλές περιπτώσεις μεταβάλλεται σε πηγή σύγχυσης μεταξύ μαθηματικής γνώσης και λογοτεχνικής έκφρασης, εξαιτίας όχι μόνο των επιλογών των αναλυτικών προγραμμάτων και των σχολικών βιβλίων, αλλά και της συχνής άγνοιας και του φόβου των καθηγητών του ενός κλάδου για τον άλλο, δηλαδή των μαθηματικών για τη Λογοτεχνία και των φιλολόγων για τα Μαθηματικά (Ρίζος, 2018). Η σύγχυση αυτή φαίνεται πως συντηρείται σε μεγάλο βαθμό από τη μυθοποίηση των Μαθηματικών ανάμεσα στα μέλη της εκπαιδευτικής κοινότητας, αλλά και γενικότερα της ελληνικής, και όχι μόνο, κοινωνίας. Ας μην ξεχνάμε άλλωστε την στερεοτυπικά παγιωμένη εικόνα για τον «στριφνό» και «ακαλλιέργητο» μαθηματικό, όπως αυτή αποτυπώνεται γλαφυρά στο παλιό λατινικό ρητό: «*purus mathematicus, purus asinus*».

Όλα τα παραπάνω μας οδηγούν να θεωρήσουμε ότι τα έργα των J. Vern (π.χ. *Γύρω από τη Σελήνη, Ο γύρος του κόσμου σε 80 ημέρες*), H. G. Wells (π.χ. *Η μηχανή του χρόνου*) και E. Abbott (*Η Επιπεδοχώρα*) εντασσόμενα στο μάθημα της Λογοτεχνίας στο Γυμνάσιο, καθώς και τα έργα των D. Guedj (*Το Θεώρημα του παπαγάλου*), A. Δοξιάδη (*Ο θείος Πέτρος και η Εικασία του Γκόλντμπαχ*), M. Tent (π.χ. *Ο πρίγκιπας των Μαθηματικών, Η Κυρία της Άλγεβρας*), S. Hawking (π.χ. *Το χρονικό του χρόνου*) και R. Penrose (π.χ. *Το μεγάλο, το μικρό και η ανθρώπινη νόηση*) στο Λύκειο, μπορούν ενδεχομένως να δώσουν τη δυνατότητα στους μαθητές και τις μαθήτριες να έρθουν σε επαφή με τις φυσικές επιστήμες έξω από το στενό πλαίσιο των σχολικών εξετάσεων. Μπορούν επίσης να γίνουν η αφορμή ώστε να αναδειχθούν στη σχολική τάξη προβληματισμοί, αναφορικά τόσο με τη σημασία και τους περιορισμούς της επιστήμης, όσο και με τον τρόπο διάχυσης της γνώσης από τα κέντρα παραγωγής της προς έναν ευρύτερο κύκλο ανθρώπων. Τα αναγνώσματα αυτά αναδεικνύουν με έναν έντεχνο τρόπο, θα λέγαμε, την ομορφιά και τη δύναμη των Μαθηματικών και της Φυσικής, δίνοντας ερεθίσματα σε μαθητές και εκπαιδευτικούς να διερευνήσουν και να αξιοποιήσουν τις αμοιβαίες και πολύπλευρες σχέσεις των Μαθηματικών με τη Λογοτεχνία.

Μαθηματικά και Ποίηση

Μια ιδιαίτερη σχέση

Αν και είναι μάλλον αδύνατο να οριστεί αντικειμενικά η έννοια της ομορφιάς, εντούτοις υπάρχουν στοιχεία που καταδεικνύουν ότι τόσο στα Μαθηματικά όσο και στην Ποίηση, η ομορφιά εκπηγάει από λανθάνουσες δομές και υπόρρητες ιδέες, οι οποίες είναι τόσο αναπάντεχες που δύσκολα γίνονται αμέσως αντιληπτές (Aharoni, 2014). Η ομορφιά παρά ταύτα, δεν είναι το μόνο κοινό χαρακτηριστικό μεταξύ των δύο αυτών περιοχών της ανθρώπινης δραστηριότητας, τις οποίες η επικρατούσα αντίληψη θέλει ξένες μεταξύ τους. Η

Ρίζος

οικονομία στη διατύπωση (Lamb, 2018) και ο εσωτερικός ρυθμός (Growney, 2008), είναι δύο ακόμη συστατικά της, απροσδόκητης για πολλούς, βαθύτερης σχέσης που υπάρχει ανάμεσα στα Μαθηματικά και την Ποίηση. Επίσης η ιδιαίτερη λειτουργία που έχουν ως σημειωτικά συστήματα (Buchanan, 1962) να περιγράφουν και να ερμηνεύουν τον φυσικό κόσμο, πάντοτε με κάποιους περιορισμούς, ή τουλάχιστον να επεμβαίνουν στον τρόπο που βλέπουμε τα πράγματα (Priestley, 1990), δρα σαν κοινός παρονομαστής της μαθηματικής μοντελοποίησης και της ποιητικής έκφρασης.

Ενδεχομένως στο σημείο αυτό κάποιος να εγείρει ενστάσεις, αφορμώμενος από τον συνήθη ρόλο των σημειωτικών συστημάτων και επικαλούμενος την αφαίρεση και την πολυσημία που επικρατεί στην Ποίηση σε αντίθεση με την ακρίβεια και την απολυτότητα των Μαθηματικών. Ωστόσο, και μόνο το γεγονός ότι στα Μαθηματικά υπάρχουν έννοιες (λ.χ. σημείο, ευθεία, κύκλος, παραλληλία, καθετότητα κ.λπ.) οι οποίες σε διαφορετικά γεωμετρικά μοντέλα δημιουργούν εντελώς διαφορετικές αναπαραστάσεις –άρα κάθε άλλο παρά μονοσήμαντα ορισμένες είναι– μπορεί να αντικρούσει ενστάσεις τέτοιου είδους.

Μια ίσως όχι εντελώς τετριμμένη θέαση της σχέσης Μαθηματικών και Ποίησης, η οποία να συνάδει με τις βασικές παραμέτρους που σκιαγραφήσαμε προηγουμένως και η οποία να μην στερείται παιδαγωγικής προοπτικής, θα μπορούσε να θεμελιωθεί θεωρητικά στο πλαίσιο του μετασχηματισμένου από τους Πατρώνη και Ρίζο (2009), Τρίτου Κόσμου του Karl Popper (Popper, 1978). Ο Τρίτος Κόσμος περιέχει, σύμφωνα με τον ίδιο τον Popper (1990, σ. 83) «τα θεωρητικά συστήματα [...] τις προβληματικές καταστάσεις [...] τα κριτικά επιχειρήματα [...] και, βέβαια, τα περιεχόμενα των περιοδικών, των βιβλίων και των βιβλιοθηκών». Εμείς σαν «Τρίτο Κόσμο» ερμηνεύουμε ουσιαστικά εδώ τον κόσμο της Κουλτούρας ως συγκεκριμένη και δημιουργική Πράξη – με τη γενική σημασία που αποδίδει στον όρο “Κουλτούρα” ο Zygmunt Bauman (1994). Έτσι, συμβαδίζοντας με την κονστρουκτιβιστική άποψη, βλέπουμε τα Μαθηματικά, όπως εξάλλου και την Ποίηση, ως μια πολιτισμική κατασκευή που δεν μπορεί να υπάρξει ανεξάρτητα από την ανθρώπινη δραστηριότητα. Συνεπώς, θεωρούμε ότι, τα Μαθηματικά και η Ποίηση κατοικούν στον Τρίτο Κόσμο, μαζί με «τα περιεχόμενα των περιοδικών, των βιβλίων και των βιβλιοθηκών» και είναι σε θέση να βοηθήσουν τους ανθρώπους «να αρχίσουν και πάλι την πορεία τους, ακόμα και αν καταστραφούν όλες οι μηχανές και τα εργαλεία και όλη η υποκειμενική μας μάθηση» (Popper, 1990, σ. 84). Μια τέτοια θεώρηση μπορεί να αιτιολογήσει και το γεγονός ότι τόσο οι μαθηματικές έννοιες όσο και οι λογοτεχνικοί ήρωες αυτονομούνται, τουλάχιστον εν μέρει, από τους δημιουργούς τους.

Γιατί η ποίηση χαϊκού;

Το χαϊκού είναι ένα είδος ποίησης το οποίο εμφανίστηκε για πρώτη φορά στην Ιαπωνία τον 16^ο αιώνα και υιοθετήθηκε από τον Δυτικό κόσμο σχεδόν 400 χρόνια αργότερα. Στην αυθεντική στιχουργική μορφή τους, τα χαϊκού αποτελούνται από 17 συλλαβές, υποδιαιρούμενα σε τρεις στίχους των 5, 7 και 5 συλλαβών. Αυτή η κλειστή και συνάμα λιτή φόρμα μπορεί να γίνει φορέας πολλαπλών υπαινιγμών και συμπυκνωμένων εικόνων, αφήνοντας στον αναγνώστη την πρωτοβουλία της συμπλήρωσης του τελικού νοήματος.

Στην εγχώρια λογοτεχνία τα χαϊκού ακολούθησαν μια ιδιαίτερη πορεία σε συνδυασμό με την αρχαιοελληνική παράδοση (Καποδίστριας, 1995), με τους δημιουργούς συχνά να αποκλίνουν από τον φυσιολατρικό χαρακτήρα του κλασικού τύπου και να στιχουργούν επάνω σε μια κοινωνική βάση (π.χ. Σεφέρης, 2007; Λορεντζάτος, 1969). Κάπως έτσι τα χαϊκού πέρασαν στη λογοτεχνική μας κουλτούρα ήδη από το πρώτο τέταρτο του 20^{ου} αιώνα. Σήμερα αξιοποιούνται παιδαγωγικά σε καινοτόμα προγράμματα φιλιανγνωσίας και δημιουργικής γραφής (π.χ. Μάνεση, 2015), ενώ σε αρκετές χώρες παρατηρείται ζωηρό ενδιαφέρον για τη συγγραφή, συγκέντρωση και ανάδειξη ποιημάτων χαϊκού με μαθηματικό περιεχόμενο (βλ. π.χ. το [Math Haiku Project](#)).

Ένα ποίημα χαϊκού είναι μια στιγμιαία εικόνα, μια φευγαλέα σκέψη, μια προσωπική εμπειρία, την οποία ο συγγραφέας επιδιώκει να διατηρήσει στον χρόνο, αποτυπώνοντάς τη στη συνείδηση των αναγνωστών του. Η εσωτερική πειθαρχία του κειμένου, η πυκνότητα των νοημάτων, η εικονοποιητική δύναμη των λέξεων, η λακωνικότητα των στίχων και η ιδιότυπη γοητεία που ασκούν –στοιχεία που συναντώνται και στα Μαθηματικά– μας οδήγησε στο να επιλέξουμε το συγκεκριμένο είδος ποίησης στην έρευνά μας (βλ. παρακάτω). Η διαλεκτική φύση των ποιημάτων χαϊκού με μαθηματικό περιεχόμενο, δίνει τη δυνατότητα στον αναγνώστη να ανακαλύψει/ συμπληρώσει μόνος του τα υποκείμενα Μαθηματικά ή τα ιστορικά γεγονότα που υπαινίσσεται το ποίημα, προσδίδοντάς του ενεργό ρόλο στη διαμόρφωση του νοήματος.

Η έρευνα

Τα ερευνητικά μας ερωτήματα

Όπως είδαμε στο πρώτο κεφάλαιο, πολλές είναι οι έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί στη χώρα μας και παγκοσμίως με θέμα την αξιοποίηση της Λογοτεχνίας στα Μαθηματικά σε επίπεδο Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Αντίθετα, δεν φαίνεται να έχει γίνει πολλή δουλειά όσον αφορά την Τριτοβάθμια εκπαίδευση και ειδικότερα επάνω στη σχέση της Ποίησης με τη Διδακτική των Μαθηματικών.

Στην έρευνά μας θέσαμε δύο αλληλένδετα ερωτήματα: Μπορεί η ποίηση με μαθηματικό περιεχόμενο στη σύντομη φόρμα χαϊκού, να βοηθήσει τους φοιτητές και τις φοιτήτριες α) να βελτιώσουν τη στάση τους για τα Μαθηματικά και β) να αυξήσουν την εμπλοκή τους στην εκπαιδευτική διαδικασία;

Έχοντας ως οδηγό τα παραπάνω ερωτήματα, η έρευνά μας δεν επιδιώκει τη γενίκευση των ευρημάτων της, αλλά τη διερεύνηση του ενδεχομένου να σχεδιαστεί, μελλοντικά, μια πιο ολοκληρωμένη διδακτική πρόταση για τη διδασκαλία συγκεκριμένων μαθηματικών εννοιών στο Πανεπιστήμιο, στην οποία να περιλαμβάνεται η Λογοτεχνία και ειδικότερα η ποίηση χαϊκού. Υπ' αυτή την έννοια η έρευνά μας μπορεί να χαρακτηριστεί “πilotική”.

Η εμπειρία της έρευνας

Η έρευνα υλοποιήθηκε κατά το χειμερινό ακαδημαϊκό εξάμηνο 2019-2020 στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας και σε αυτή συμμετείχαν 44 πρωτοετείς (10 αγόρια και 34 κορίτσια). Στο πλαίσιο του μαθήματος «Ιστορία των Μαθηματικών» και συγκεκριμένα στα τελευταία μαθήματα, πραγματοποιήσαμε δύο τρίωρες συναντήσεις με στόχο την επανάληψη στην ύλη και την προετοιμασία για τις τελικές εξετάσεις. Ο χώρος των συναντήσεων ήταν το μεγάλο αμφιθέατρο της Σχολής Θετικών Επιστημών, το οποίο είχε τις κατάλληλες τεχνικές υποδομές. Ως υλικά χρησιμοποιήσαμε φορητό Η/Υ συνδεδεμένο στο διαδίκτυο, προτζέκτορα, πανί προβολής, πίνακα και μαρκαδόρους, ενώ κάθε φοιτητής και κάθε φοιτήτρια είχε στη διάθεσή του/της χαρτί, στυλό και κινητό τηλέφωνο, το οποίο του/της έδινε πρόσβαση στην eclass του μαθήματος.

Ένα μέρος της επανάληψης έγινε ανατρέχοντας στις παρουσιάσεις των μαθημάτων όλου του εξαμήνου και στις σημειώσεις του διδάσκοντα, οι οποίες ήταν ανηρτημένες στην eclass μαζί με πρόσθετο διδακτικό υλικό (εικόνες, βίντεο κ.ά.). Η υπόλοιπη ύλη, και συγκεκριμένα αυτή που αφορούσε τα αρχαία ελληνικά Μαθηματικά (Θαλής, Πυθαγόρειοι, κατασκευές με κανόνα και διαβήτη, τα άλυτα γεωμετρικά προβλήματα, τα Μαθηματικά στην Πλατωνική Ακαδημία, τα *Στοιχεία* του Ευκλείδη, ο Αρχιμήδης, ο Ερατοσθένης μέχρι και τους μαθηματικούς της ύστερης αρχαιότητας), καλύφθηκε από την ανάγνωση και συζήτηση είκοσι ποιημάτων χαϊκού που είχαμε γράψει για αυτόν ακριβώς τον σκοπό. Ουσιαστικά ακολουθήσαμε τον δεύτερο από τους τέσσερις τρόπους χρήσης λογοτεχνικών κειμένων στη διδασκαλία των Μαθηματικών (Κολέζα, 2007, σ. 45) και συγκεκριμένα αυτόν κατά τον οποίο η ιστορία (story) χρησιμοποιείται στο τέλος της διδασκαλίας και εν συνεχεία τίθενται ερωτήματα με σκοπό οι μαθητές και οι μαθήτριες (εν προκειμένω οι φοιτητές και οι φοιτήτριες) να αναστοχαστούν επάνω σε αυτά που έχουν διδαχθεί.

Με τη βοήθεια κατάλληλου προγράμματος προβάλαμε το πρώτο ποίημα, εξηγώντας ότι ανήκει σε ένα ιδιαίτερο είδος και δίνοντας κάποια σύντομα στοιχεία για το είδος αυτό. Στη συνέχεια ζητήσαμε από τους φοιτητές και τις φοιτήτριες να το ερμηνεύσουν. Έτσι, άρχισε μία συζήτηση στην οποία συμμετείχαν τελικά όλοι οι φοιτητές και όλες οι φοιτήτριες. Ένα σημαντικό στοιχείο της συζήτησης ήταν η έντονη αλληλεπίδραση που υπήρχε μεταξύ των συμμετεχόντων. Ο διδάσκων συντόνιζε (όπου ήταν απολύτως απαραίτητο) τον διάλογο και κατέγραφε τις αντιδράσεις, με πρώτη την έκπληξη των φοιτητών και των φοιτητριών, οι οποίοι και οι οποίες είπαν αυθόρμητα ότι «δεν έχουμε συνηθίσει κάτι τέτοιο». Διαδοχικά, στη διάρκεια των δύο συναντήσεων, παρουσιάστηκαν και τα είκοσι ποιήματα.

Όψεις των αρχαίων ελληνικών Μαθηματικών μέσα από την ποίηση χαϊκού

Τα ποιήματα που ακολουθούν, αντλούν τη θεματολογία τους από την αστείρευτη παράδοση των αρχαίων ελληνικών Μαθηματικών. Αν και συνολικά γράψαμε είκοσι, εδώ, για λόγους οικονομίας, παραθέτουμε και σχολιάζουμε σύντομα μόνο τα έξι, επιφυλασσόμενοι όπως δημοσιεύσουμε τα υπόλοιπα σε μελλοντική εργασία. Πηγή έμπνευσης για τη συγγραφή τους

στάθηκε η διδασκαλία του μαθήματος «Ιστορία των Μαθηματικών» στο νεοσύστατο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας κατά το χειμερινό εξάμηνο 2019-2020.

Ίσες γωνίες,
Μιλήσιε σοφέ οι
κατακορυφήν.

Το ποίημα έδωσε την ευκαιρία για να συζητηθούν στην τάξη οι προτάσεις που οφείλονται στον Θαλή τον Μιλήσιο και να αποτιμηθεί ψύχραιμα η σπουδαιότητα της προσφοράς του.

Διαγώνιο
προς την πλευρά μπορείς να
ανθυφαιρέσεις;

Υπενθύμιση του ευκλείδειου (κατ' όνομα) αλγόριθμου της ανθυφαίρεσης και εφαρμογή στον υπολογισμό του λόγου της διαγωνίου προς την πλευρά τετραγώνου. Η συζήτηση οδήγησε στη σύγχρονη έννοια της αρρητότητας, στην ανακάλυψη της ασυμμετρίας από τον Ίππασο και στην πρώτη κρίση στα θεμέλια των Μαθηματικών.

Έγραφε ρίζες,
Επτακαιδεκάποδος
ενέσχετο πως.

Το ποίημα αναφέρεται στο γνωστό χωρίο από τον διάλογο *Θεαίτητος* του Πλάτωνα και αφορά τη μέθοδο που ακολούθησε ο Θεόδωρος ο Κυρηναίος προκειμένου να αποδείξει την αρρητότητα των τετραγωνικών ριζών μέχρι και τη ρίζα του 17. Η συζήτηση στην τάξη συνεχίστηκε με την υπενθύμιση της λύσης που πρότεινε ο Θεαίτητος και με αναφορά στο 10^ο βιβλίο των *Στοιχείων* του Ευκλείδη.

Φιλοσοφία
παράδοξη. Ελέα,
Ζήνων, Αχιλλεύ!

Η Ελεατική Φιλοσοφική Σχολή με κύριους εκφραστές τον Παρμενίδη, τον Ζήνωνα και τον Μέλισσο, είναι το θέμα του επόμενου ποιήματος. Γίνεται αναφορά στο παράδοξο του Αχιλλέα και της χελώνας, και επάνω σε αυτό οι φοιτητές και οι φοιτήτριες πρότειναν τρόπους αντιμετώπισης με τη βοήθεια σειρών.

Κνίδιος ανήρ
ποιεί αναλογίες
και σφαίρες αεί.

Ο Εύδοξος ο Κνίδιος, ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς της Αρχαιότητας, είναι ο ήρωας του πέμπτου ποιήματος. Γίνεται αναφορά στη θεωρία λόγων μεγεθών και στη θεωρία των ομόκεντρων σφαιρών, η οποία έπαιξε καταλυτικό ρόλο στη γεωκεντρική θεώρηση. Η συζήτηση στάθηκε αφορμή και για μια σύντομη επανάληψη στους τρόπους που ιστορικά θεμελιώνονται οι πραγματικοί αριθμοί.

Με δοθέν τμήμα

ισόπλευρο τρίγωνο κατασκεύασε.

Το ποίημα αποτελεί άμεση αναφορά στην πρώτη πρόταση του πρώτου βιβλίου των *Στοιχείων* του Ευκλείδη, στην οποία παρουσιάζεται η κατασκευή, με κανόνα και διαβήτη, ισοπλεύρου τριγώνου όταν δίνεται το μήκος της πλευράς του. Όπως ήταν φυσικό η συζήτηση οδηγήθηκε στα δεκατρία βιβλία των *Στοιχείων*, στις γεωμετρικές κατασκευές και στα άλυτα γεωμετρικά προβλήματα της αρχαιότητας.

Συλλογή των δεδομένων

Η συλλογή των δεδομένων της έρευνας έγινε με δύο τρόπους: α) με καταγραφή από τον διδάσκοντα των αντιδράσεων των φοιτητών και των φοιτητριών κατά τη διάρκεια των δύο συναντήσεων και β) από τις απαντήσεις που έδωσαν οι φοιτητές και οι φοιτήτριες σε ένα συγκεκριμένο θέμα που τέθηκε στις τελικές εξετάσεις του μαθήματος.

Στην ερώτησή μας, κατά τη διάρκεια της δεύτερης συνάντησης, «*ποιον από τους δύο τρόπους επανάληψης ("ξεφύλλισμα" σημειώσεων και συζήτηση ή ανάγνωση ποιημάτων χαϊκού και συζήτηση) προτιμάτε και γιατί;*», όλοι και όλες δήλωσαν «*τον δεύτερο*». Κάποιες από τις εξηγήσεις που καταγράψαμε ήταν: «*σε κάνει να σκεφτείς τι θέλει να πει ο ποιητής*» και «*σου δίνει κάποιες λέξεις-κλειδιά και πρέπει να βρεις πού αναφέρονται*». Στην ερώτησή μας «*ποιες σκέψεις ή ποια συναισθήματα σου δημιούργησαν αυτά τα ποιήματα;*» λάβαμε απαντήσεις όπως: «*ενδιαφέρον*», «*τα ποιήματα αυτά βάζουν κανόνες [5-7-5] όπως η Γεωμετρία [θέτει αξιώματα]*» και «*εγώ κύριε δεν διαβάζω [λογοτεχνικά] βιβλία, αλλά αυτά μου άρεσαν*».

Στις τελικές εξετάσεις τους μαθήματος θέσαμε, μεταξύ άλλων, το ακόλουθο ερώτημα: «*Ένας φίλος σας είναι φοιτητής σε κάποια Σχολή στην οποία προσφέρεται ως μάθημα επιλογής η Ιστορία των Μαθηματικών. Θα του προτείνετε να επιλέξει το μάθημα; Αν ναι, πώς θα επιχειρηματολογήσετε;*». Σκοπός του ερωτήματος ήταν η καταγραφή των στάσεων των φοιτητών και των φοιτητριών, μετά την ολοκλήρωση του πειράματος.

Από τις απαντήσεις που πήραμε θα μπορούσε κανείς να συμπεράνει ότι οι φοιτητές και οι φοιτήτριες βελτίωσαν τη στάση τους απέναντι στο μάθημα της Ιστορίας των Μαθηματικών, αν και δεν ήταν όλοι/όλες εξ αρχής θετικά διακείμενοι/ες, όπως για παράδειγμα η Κική (γίνεται χρήση ψευδωνύμων): «*Στο σχολείο άκουγα ιστορία και δεν μου άρεσε καθόλου αλλά αυτό [το μάθημα] είναι αλλιώς. Αν και στην αρχή ήμουν αντιδραστική, κράτησα πολλά πράγματα. Διαβάσαμε ποιήματα [...] κάναμε εργασίες, παρουσιάσεις, που για μένα ήταν η πρώτη φορά*». Στο ίδιο μήκος κύματος κινείται και η απάντηση της Έλλης: «*θα μπορούσε να είναι ένα ενδιαφέρον μάθημα ακόμη και για ανθρώπους που δεν γνωρίζουν Μαθηματικά*».

Συζήτηση και συμπεράσματα

Στόχος της έρευνάς μας ήταν να διερευνήσουμε το ενδεχόμενο αξιοποίησης της ποίησης χαϊκού στη διδασκαλία των Μαθηματικών στην Τριτοβάθμια εκπαίδευση. Για τον σκοπό

αυτό θέσαμε δύο αλληλένδετα ερευνητικά ερωτήματα, τα οποία θα επιχειρήσουμε να απαντήσουμε στην παρούσα παράγραφο.

Το πρώτο ερευνητικό ερώτημα αφορά το εάν η ποίηση χαϊκού με μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να βοηθήσει στη βελτίωση των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά. Όπως προκύπτει από την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας, η εμπλοκή των παιδιών (μαθητών και μαθητριών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης) με τη λογοτεχνία με μαθηματικό περιεχόμενο, μπορεί να βελτιώσει τις στάσεις τους για τα Μαθηματικά (Sriraman, 2004; Μητακίδου & Τρέσσου, 2005; Μηλιώνης, 2006; Κοταρίνου, 2007). Από την έρευνά μας προέκυψε ότι αυτό ισχύει και για τους φοιτητές και τις φοιτήτριες. Η προσέγγιση των Μαθηματικών (εννοιών, διαδικασιών, ιστορικών γεγονότων) μέσα από την ποίηση χαϊκού θεωρήθηκε από τους φοιτητές και τις φοιτήτριες πρωτότυπη, πιο ενδιαφέρουσα και πολύ πιο ευχάριστη σε σχέση με την παραδοσιακή, από καθέδρας διδασκαλία. Αυτό το ενδιαφέρον και –κυρίως– η ευχαρίστηση επέτρεψαν στους φοιτητές και στις φοιτήτριες να εκδηλώσουν θετικά συναισθήματα και να βελτιώσουν τη στάση τους για τα Μαθηματικά.

Το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα σχετίζεται με το πρώτο και αφορά το εάν η ποίηση χαϊκού με μαθηματικό περιεχόμενο μπορεί να βοηθήσει τους φοιτητές και τις φοιτήτριες να επιδείξουν αυξημένη εμπλοκή στην εκπαιδευτική διαδικασία. Αυτό που προκύπτει από τα ευρήματα της έρευνάς μας είναι ότι το ενδιαφέρον και η ευχαρίστηση που αποκόμισαν οι φοιτητές και οι φοιτήτριες από την επαφή τους με τα ποιήματα, μετακυλίστηκε διαδοχικά από την ανάγνωση, στην αναζήτηση και μέσω αυτής στην ανακάλυψη, προσφέροντας ένα εσωτερικό κίνητρο το οποίο τους/τις ενέπλεξε ενεργά στην εκπαιδευτική διαδικασία, ενώ παράλληλα διέκριναν ένα πιο ανθρώπινο πρόσωπο για τα Μαθηματικά. Η τελευταία διαπίστωση, με την οποία συμφωνεί και η Γιαννικοπούλου (2002), είναι ιδιαίτερα σημαντική, εάν μάλιστα συνδυαστεί με τα αποτελέσματα μιας παλιότερης έρευνάς μας (Πατρώνης κ.ά., 2012) από όπου προέκυψε ότι οι φοιτητές και οι φοιτήτριες τείνουν να αποσυνδέουν τις “ιστορίες με λόγια” από τα Μαθηματικά, καθώς πιστεύουν (όπως οι περισσότεροι άνθρωποι) ότι τα Μαθηματικά περιλαμβάνουν αποκλειστικά εξισώσεις και μαθηματικούς τύπους.

Ένα άλλο σημαντικό στοιχείο που προέκυψε κατά τη διάρκεια διεξαγωγής της έρευνας, ήταν η ενεργός συμμετοχή όλων των φοιτητών και όλων των φοιτητριών. Παρατηρήθηκε έντονη αλληλεπίδραση μεταξύ των συμμετεχόντων, μέσα σε ένα κλίμα πραγματεύσεως μαθηματικών ιδεών και ανταλλαγής απόψεων. Αλλά και ο διδάσκων αύξησε τις προσδοκίες του, δείχνοντας κι αυτός με τη στάση του ότι «όλα τα παιδιά μπορούν και πρέπει να μάθουν, όλα τα παιδιά έχουν να πουν κάτι που αξίζει» (Μητακίδου & Τρέσσου, 2005, σ. 167).

Η παρούσα έρευνα είχε ως κύριο στόχο την εξέταση της επίδρασης της ποίησης με μαθηματικό περιεχόμενο στις στάσεις των φοιτητών και των φοιτητριών απέναντι στα Μαθηματικά. Μια μελλοντική έρευνα θα μπορούσε να εξετάσει τον κατάλληλο συνδυασμό τυπικών μεθόδων και χρήσης λογοτεχνικών κειμένων για τη διδασκαλία συγκεκριμένων μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών στο Πανεπιστήμιο.

Αντί επιλόγου

Κλείνουμε αυτή την εργασία παραθέτοντας το ποίημα «Αποχαιρετισμός στον Yutaka Taniyama», το οποίο γράψαμε εν μέσω πανδημίας (Μάιος 2020) και αφιερώσαμε στους φοιτητές και τις φοιτήτριές μας με σκοπό τη στήριξή τους στον πρωτόγνωρο αγώνα που εκείνη την περίοδο έδιναν. Αγώνα όχι μόνο για να πετύχουν τους ακαδημαϊκούς τους στόχους, αλλά κυρίως για να βγουν δυνατότεροι και δυνατότερες από τις δοκιμασίες.

Ο Yutaka Taniyama (1927-1958) ήταν κάτι περισσότερο από σπουδαίος μαθηματικός. Σχεδόν αυτοδίδακτος, ήταν ουσιαστικά μια μαθηματική ιδιοφυΐα, προικισμένη με την ιδιαίτερη ικανότητα «να κάνει λάθη προς τη σωστή κατεύθυνση» και να διδάσκεται απ' αυτά (Shimura, 1989). Ταυτόχρονα όμως υπήρξε ένα πάσχον πρόσωπο, μια αρχετυπική μορφή ήρωα, θα λέγαμε, αρχαίου ελληνικού δράματος. Για λόγους που ούτε ο ίδιος δεν μπόρεσε να εξηγήσει στο τελευταίο του σημείωμα, έθεσε αναπάντεχα τέλος στη ζωή του. Ίσως να θέλησε με τον τρόπο αυτό να παίξει έως εσχάτων τον ρόλο του τραγικού ήρωα, που οι θεοί ζήλεψαν επειδή κατάφερε να αγγίξει τον πλατωνικό ουρανό.

Έμεινε στην Ιστορία των Μαθηματικών για την παράτολμη, για την εποχή της, εικασία, που διατύπωσε μαζί με τον συνάδελφό του στο Πανεπιστήμιο του Τόκιο Goro Shimura (1930-2019). Η εικασία αυτή και πλέον θεώρημα, γνωστή ως «Εικασία Taniyama-Shimura», συνδέει δύο κλάδους των Μαθηματικών –την Τοπολογία με τη Θεωρία Αριθμών– και παίζει καθοριστικό ρόλο στην απόδειξη του Τελευταίου Θεωρήματος του Fermat (Ribet, 1990).

Το ποίημα που ακολουθεί, εμπνευσμένο από τη μελέτη της ζωής και του έργου του μεγάλου Ιάπωνα μαθηματικού, θα μπορούσε, ενδεχομένως, να εκληφθεί ως ένα παράδειγμα ποίησης με μαθηματικό περιεχόμενο, τουλάχιστον έτσι όπως εμείς την αντιλαμβανόμαστε.

Έφυγες νωρίς με το πρωινό τρένο,
από τον άδειο σταθμό του Τόκιο.
Και το βαγόνι σου έτεινε στο άπειρο,
διαγράφοντας ελλειπτικές καμπύλες στο επίπεδο.

Απ' τα σημεία που πέρασες άνθισαν ρητά χρυσάνθεμα
πού 'φτιαξαν όμορφες ομάδες,
παίρνοντας modular μορφές.
Συμμετρίες απίστευτα υπερβολικές.

Δυο χώροι ξένοι,
παράξενοι για τους κοινούς θνητούς,
ενώθηκαν με μια αναπάντεχη εικασία.
Χάρη σε μια λιτή Ιδέα σου.

Έφυγες όπως έζησες, με τον δικό σου τρόπο.

Τώρα στον Πλατωνικό ουρανό θα τα λες με τον Fermat,
με τον παππού μας τον Διόφαντο και με τον φίλο σου τον Goro.
Και θα φιλοσοφείτε επάνω σε ένα Τελευταίο Θεώρημα.

Αναφορές

- Adorno, T. (2000). *Θεωρία της ημιμόρφωσης*. Μετάφραση Α. Αναγνώστου. Αθήνα: Αλεξάνδρεια.
- Aharoni, R. (2014). Mathematics, poetry and beauty. *Journal of Mathematics and the Arts*, 8:1-2, 5-12.
- Bauman, Z. (1994). *Ο πολιτισμός ως πράξη*. Μετάφραση Γ. Σκαρπέλος. Αθήνα: Πατάκης.
- Bintz, W. P. & Moore, S. D. (2002). Using Literature to Support Mathematical Thinking in Middle School. *Middle School Journal*, 34(2), 25-32.
- Buchanan, S. (1962). *Poetry and Mathematics*. Chicago: University of Chicago Press.
- Corry, L. (2007). Calculating the Limits of Poetic License: Fictional Narrative and the History of Mathematics. *Configurations*, 15(3), 195-225.
- Γιαννικοπούλου, Α. (2002). Λογοτεχνία και Μαθηματικά. Στο Μ. Καϊλά, Φ. Καλαβάσης και Ν. Πολεμικός (επιμ.) *Μύθοι, Μαθηματικά, Πολιτισμοί: Αποσιωπημένες Σχέσεις στην Εκπαίδευση*, σσ. 71-101. Αθήνα: Ατραπός.
- Growney, J. (2008). Mathematics influences poetry. *Journal of Mathematics and the Arts*, 2(1), 1-7.
- Καποδίστριας, Π. (1995). Το χαϊκού: Άσκηση γλυπτικής του λόγου. *Τετράμηνα*, 56-58, σσ. 4195-4216.
- Κολέζα, Ε. (2007). Τα Μαθηματικά μέσα από τον καθρέφτη της Λογοτεχνίας: Ένα ταξίδι στη χώρα των θαυμάτων. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *Πρακτικά 6^{ου} Διήμερου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σσ. 27-47. Θεσσαλονίκη: Copy City.
- Κοταρίνου, Π. (2007). Η λογοτεχνία και οι δραματικές τέχνες στη διδασκαλία της γεωμετρίας στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *Πρακτικά 6^{ου} Διήμερου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σσ. 197-216. Θεσσαλονίκη: Copy City.
- Κοταρίνου, Π. & Σταθοπούλου, Χ. (2017). «Είναι ο Κόσμος μας Ευκλείδειος;» Ένα Διδακτικό Πείραμα με μαθητές Β' Λυκείου. Στο Η. Ανδριανός & Σ. Καρύδης (επιμ.) *Οι θετικές επιστήμες ως πολιτισμικό αγαθό* (σσ. 163-177). Θεσσαλονίκη: Ροπή.
- Lamb, E. (2018). How Poetry and Math Intersect. *Smithsonian Magazine*. Retrieved from: <https://www.smithsonianmag.com/science-nature/how-poetry-and-math-intersect-180968869/>
- Λάμπρου, Μ. (1993). Το Βοεϊκό πρόβλημα του Αρχιμήδη. Στο Δ. Α. Αναπολιτάνος & Β. Καρασμάνης (επιμ.) *Αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά* (σσ. 195-218). Αθήνα: Τροχαλία.
- Λορεντζάτος, Ζ. (1969). *Αλφαβητάρι*. Αθήνα: Συγγραφέας.
- Μάνεση, Σ. (2015). «Με ληρολογήματα και χαϊκού στις φαντασίας τα στενά και στις γωνιές του παιδικού νου»: περιγραφή και ανάπτυξη σχεδίου αξιολόγησης ενός προγράμματος Φιλαναγνωσίας και Δημιουργικής Γραφής για το Νηπιαγωγείο. *Ερευνώντας τον κόσμο του παιδιού*, 14, 22-37.

Ρίζος

- Μαρής, Δ. & Χρήστου, Κ. Π. (2019). Η μαθηματική λογοτεχνία ως εργαλείο για την κατανόηση των ρητών αριθμών. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, 13, σσ. 46- 67.
- Μηλιώνης, Χ. (2001). Μαθηματική Λογοτεχνία: Ένα εργαλείο για τη διδασκαλία των Μαθηματικών. *Πρακτικά 18^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ. 586-596. Ρόδος: Ε.Μ.Ε.
- Μηλιώνης, Χ. (2006). Τα Μαθηματικά μέσα από τη Λογοτεχνία: Διερεύνηση της άποψης των μαθητών. *Πρακτικά 23^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ. 344-355. Πάτρα: Ε.Μ.Ε.
- Μητακίδου, Σ. & Τρέσσου, Ε. (2005). *Διδάσκοντας Γλώσσα και Μαθηματικά με Λογοτεχνία. Μια δημιουργική συνάντηση*. Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.
- Μιχαηλίδης, Τ. (2002). Μαθηματική λογοτεχνία: μια πρόκληση. *Πρακτικά 19^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ. 634-642. Κομοτηνή: Ε.Μ.Ε.
- Naumann, B. (2005). Introduction: Science and Literature. *Science in Context*, 18(4), 511-523.
- Popper, K. (1978). *Three Worlds. The Tanner Lecture on Human Values*. Ann Arbor, MI: The University of Michigan.
- Popper, K. (1990). *Τι είναι διαλεκτική; Γνωσιοθεωρία χωρίς γνωστικό υποκείμενο*. Μετάφραση Στ. Δημόπουλος. Θεσσαλονίκη: Βάνιας.
- Priestley, W. M. (1990). Mathematics and poetry: How wide the gap? *The Mathematical Intelligencer*, 12, 14-19.
- Πατρώνης, Τ. & Ρίζος, Ι. (2009). Η “Φύση” γερνάει γρήγορα. Εκθετικές συναρτήσεις, εκθετικοί νόμοι μεταβολής και οι εικόνες τους σε μαθητές και φοιτητές. *Πρακτικά 26^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ. 529-541. Θεσσαλονίκη: Ε.Μ.Ε.
- Πατρώνης, Τ., Ρίζος, Ι. & Παυλοπούλου, Κ. (2012). “Διδάσκοντας τα Μαθηματικά μέσα από τις Εφαρμογές τους” – Καλαμάτα, 19 χρόνια μετά. *Πρακτικά 29^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*, σσ. 615-623. Καλαμάτα: Ε.Μ.Ε.
- Ribet, K. A. (1990). From the Taniyama-Shimura conjecture to Fermat’s last theorem. *Annales de la faculté des sciences de Toulouse 5^e série*, 11(1), 116-139.
- Rizos, I. (2018). Teaching scenarios and their role in the interdisciplinary approach. Case study: The Minkowskian Metric. *Proceedings of the First Congress of Greek Mathematicians*, pp. 216-227. Athens: Hellenic Mathematical Society.
- Ρίζος, Ι. (2018). «Εισαγωγή των μαθητών Λυκείου στη δισδιάστατη Γεωμετρία Minkowski μέσω διδακτικών σεναρίων και νοητικών πειραμάτων». PhD thesis, Πανεπιστήμιο Πατρών. Διαθέσιμη στο: <https://www.didaktorika.gr/eadd/handle/10442/42890>
- Segrè, E. (2001). *Ιστορία της Φυσικής*, τ. Α΄. Μετάφραση Κ. Μεργιάς. Αθήνα: Δίαυλος.
- Shimura, G. (1989). Yutaka Taniyama and His Time. Very Personal Recollections. *Bulletin of the London Mathematical Society*, 21, 186-196.
- Snow, C. P. (1961). *The two Cultures and the Scientific Revolution*. New York: Cambridge University Press.
- Sriraman, B. (2003). Mathematics and Literature: Synonyms, Antonyms or the Perfect Amalgam? *The Australian Mathematics Teacher*, 59(4), 26-31.

- Sriraman, B. (2004). Mathematics and Literature (the sequel): Imagination as a pathway to advanced mathematical ideas and philosophy. *The Australian Mathematics Teacher*, 60(1), 17-23.
- Stevens, B. (2000). Mathematics and Literature: Cross Fertilization. *The Pacific Institute for the Mathematical Sciences Newsletter*, 4(3), 1-8.
- Σεφέρης, Γ. (2007). *Ποιήματα* (22^η έκδοση). Αθήνα: Ίκαρος.
- Σπύρου, Π. (2007). Λογοτεχνία και Μαθηματικά: Όρια και συγκλίσεις. Στο Δ. Χασάπης (επιμ.) *Πρακτικά 6^{ου} Διήμερου Διαλόγου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών*, σσ. 59-70. Θεσσαλονίκη: Copy City.
- Τριανταφύλλου, Θ. (2014). *Μαθηματικά και Λογοτεχνία*. Θεσσαλονίκη: Επίκεντρο.
- Φίλη, Χ. (1987). *Αμφίδρομα. Παράλληλες αναζητήσεις επιστήμης και τέχνης*. Αθήνα: Σμίλη.
- Φιλίππου, Γ. & Χρίστου, Κ. (2001). *Κείμενα Παιδείας: Συναισθηματικοί παράγοντες και μάθηση των Μαθηματικών*. Αθήνα: Ατραπός.