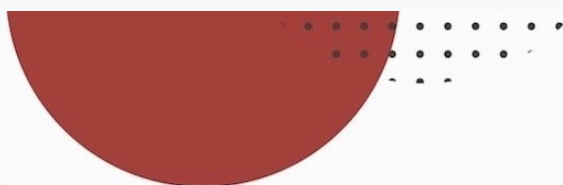


Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

No 18 & 19 (2025)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ
ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
(Ε.Ε.Δ.Ι.Μ.)

Τεύχος 18 & 19
Ιούνιος 2025

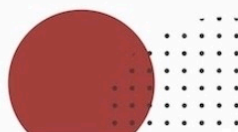
ΠΡΟΣΕΓΓΙΖΟΝΤΑΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΤΗ Β' ΤΑΞΗ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Κατερίνα Παυλίδου, Αλεξάνδρα Σταυριανουδάκη

Copyright © 2025, Κατερίνα Παυλίδου, Αλεξάνδρα Σταυριανουδάκη



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



To cite this article:

Παυλίδου Κ., & Σταυριανουδάκη Α. (2025). ΠΡΟΣΕΓΓΙΖΟΝΤΑΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΤΗ Β' ΤΑΞΗ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (18 & 19), 115–129. Consulté à l'adresse <https://ejournals.epublishing.ekt.gr/index.php/enedim/article/view/38365>

ΠΡΟΣΕΓΓΙΖΟΝΤΑΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΑΡΧΕΣ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΣΤΗ Β' ΤΑΞΗ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Κατερίνα Παυλίδου, Εκπαιδευτικός ΠΕ70 & Υποψήφια Διδασκτόρισα και Αλεξάνδρα Σταυριανουδάκη, Διδασκτόρισα

Π.Τ.Δ.Ε Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας, pavlidou.kat@gmail.com, stavrian@uth.gr

Περίληψη: Το παρόν διδακτικό σενάριο αποτελεί πρόταση διδασκαλίας βασικών αρχών στατιστικής στη Β' τάξη Δημοτικού. Το σενάριο αποσκοπεί στον μαθηματικό εγγραμματισμό των μαθητών/τριών μέσα από την καλλιέργεια των μεγάλων ιδεών της μαθηματικής δομής, της απόδειξης, της γενίκευσης και της μεταβολής. Παρουσιάζονται δραστηριότητες, που αφορούν στην διαχείριση πληροφοριών μέσα από διαδικασίες συλλογής, οργάνωσης, παρουσίασης, ερμηνείας και μοντελοποίησης δεδομένων. Τα σημαντικότερα μαθησιακά οφέλη που καταγράφηκαν είναι η ενίσχυση στρατηγικών υποθέσεων, διερευνήσεων και καταγραφών καθώς και η κριτική επίγνωση του τρόπου αξιοποίησης των μαθηματικών στην καθημερινή ζωή.

Λέξεις κλειδιά: στατιστική, μαθηματικός εγγραμματισμός, μεγάλες ιδέες μαθηματικών, απόδειξη, γενίκευση, μεταβολή

Abstract: The present teaching scenario is a proposal for teaching the basic principles of statistics in the second grade of primary school. The scenario aims at the mathematical literacy of students through the cultivation of the major ideas of mathematical structure, proof, generalization, and variation. Activities are presented that involve managing information through the processes of collecting, organizing, presenting, interpreting, and modeling data. The most significant learning benefits recorded include the enhancement of strategies for hypotheses, investigations, and recordings, as well as the critical awareness of how mathematics is utilized in everyday life.

Keywords: statistics, mathematical literacy, major ideas of mathematical structure, proof, generalization, variation

Εισαγωγή

Το παρόν διδακτικό σενάριο σχεδιάστηκε σε ακολουθία με το νέο Πρόγραμμα Σπουδών και σε αρμονία με βιώματα της καθημερινής ζωής, μέσα από συγχώνευση δεδομένων του φυσικού και κοινωνικού περιβάλλοντος με την εσωτερική εμπειρία, τη σκέψη και το συναίσθημα. Η εισαγωγή της στατιστικής από τις μικρότερες ακόμη τάξεις του Δημοτικού Σχολείου κρίνεται ότι μπορεί να συμβάλλει σημαντικά στην ανάπτυξη μαθηματικών δεξιοτήτων και στην κατανόηση του κόσμου γύρω μας (Bautista et al., 2015). Κάτι το οποίο

είναι σημαντικό και αποτέλεσε αρχή για τον σχεδιασμό του παρόντος σεναρίου είναι ότι η στατιστική διοχετεύεται μέσα από διασκεδαστικές και διαδραστικές δραστηριότητες, στις οποίες οι μαθητές όχι μόνο εξοικειώνονται με τις βασικές της έννοιες και διαδικασίες, αλλά και ενισχύουν την κριτική τους σκέψη και τις αναλυτικές τους ικανότητες.

Βασικοί στόχοι του εκπαιδευτικού σεναρίου είναι οι μαθητές να:

- διατυπώνουν ερωτήματα που μπορούν να απαντηθούν με κατηγορικά δεδομένα.
- συλλέγουν κατηγορικά δεδομένα μέσω μικρών ερευνών στο οικείο περιβάλλον τους και τα οργανώνουν χρησιμοποιώντας χειραπτικά υλικά και καταμέτρηση με γραμμές.

Οι μαθηματικές διεργασίες και πρακτικές που επιδιώκεται να καλλιεργηθούν είναι ο **συλλογισμός**, η **επιχειρηματολογία**, η **επικοινωνία** και ο **αναστοχασμός**, που ενδυναμώνουν τη μάθηση των μαθηματικών και υποστηρίζουν σε σημαντικό βαθμό ικανότητες και δεξιότητες απαραίτητες για τον πολίτη του 21ου αιώνα.

Οι μαθητές συνεργάστηκαν σε μικρές ομάδες και συμμετείχαν σε δραστηριότητες που τους έδωσαν τη δυνατότητα να κατανοήσουν την σύνδεση των μαθηματικών με τον πραγματικό κόσμο. Έτσι αναγνώρισαν την αξία τους και ερμήνευσαν με τα μαθηματικά καταστάσεις της καθημερινότητας και συγκεκριμένα του σχολικού βίου. Ταυτόχρονα επιδιώχθηκε η ερμηνεία καταστάσεων χρησιμοποιώντας όρους στατιστικής και η επίγνωση του τρόπου με τον οποίο η στατιστική χρησιμοποιείται σε κοινωνικές, περιβαλλοντικές, πολιτισμικές και οικονομικές σχέσεις. Η επίτευξη του μαθηματικού εγγραμματισμού είναι διάχυτη στο παρόν διδακτικό σενάριο και αποτελεί πυλώνα του σχεδιασμού του. Μέσα από αυτόν τον εγγραμματισμό επιδιώχθηκε μεταξύ άλλων η κατανόηση της αξία της στατιστικής από τους/τις μαθητές/τριες καθώς και η αναγνώριση περιστάσεων της καθημερινής ζωής στις οποίες η στατιστική βρίσκει εφαρμογή. Συγκεκριμένα, η στατιστική μπορεί να αξιοποιηθεί ήδη από μαθητές/τριες των μικρότερων τάξεων του δημοτικού ως εργαλείο κατανόησης προτιμήσεων και οργάνωσης του προσωπικού τους χρόνου αλλά και ως διαδραστικό παιχνίδι καταγραφής και οργάνωσης πληροφοριών (Batanero & Díaz, 2012).

Μέσα από το παρόν διδακτικό σενάριο, ακόμη, επιδιώκεται η διατύπωση μιας διδακτικής πρότασης που ευνοεί και αποσκοπεί στην εμπλοκή όλων των μαθητών σε διαδικασίες επιχειρηματολογίας, λήψης αποφάσεων που στηρίζονται στο διάλογο αλλά και διαπραγμάτευσης, αποδίδοντας αξία στις ιδέες των άλλων (Moyer, 2001; Arnold & Franklin, 2021). Αυτό συμβαίνει γιατί η συλλογή και ανάλυση δεδομένων σε ομάδες μπορεί να ενισχύσει την συνεργασία και την ομαδικότητα. Όταν οι μαθητές συνεργάζονται για να συλλέξουν δεδομένα και να τα αναλύσουν, μαθαίνουν να ακούνε τις απόψεις των άλλων, να συνεργάζονται μαζί τους για την επίτευξη κοινών στόχων και να εκτιμούν τη συμβολή κάθε μέλους της ομάδας. Μέσα από αυτή τη διαδικασία, αναγνωρίζουν την αξία της συλλογικής εργασίας και της αλληλεπίδρασης με τους άλλους.

Οι μεγάλες ιδέες που διαπερνούν την πρόταση είναι η Μαθηματική δομή, η Απόδειξη, η Γενίκευση, η Μεταβολή.

Η στοχοθεσία του σεναρίου

Όπως προαναφέρθηκε το παρόν διδακτικό σενάριο προσβλέπει, σε ακολουθία με το νέο πρόγραμμα σπουδών, προς την ολόπλευρη ανάπτυξη των δεξιοτήτων των μαθητών/τριών σε ένα ευρύτερο πλαίσιο ενίσχυσης των κοινωνικο-πολιτισμικών και των κοινωνικο-συναισθηματικών τους δεξιοτήτων αλλά και αυτών που σχετίζονται με την ίδια τη στατιστική. Οι δεξιότητες που αναμένεται να καλλιεργηθούν περιγράφονται παρακάτω:

Κοινωνικο-πολιτισμικές δεξιότητες

Αναφορικά με τις κοινωνικο-πολιτισμικές δεξιότητες, μέσα από την εφαρμογή που σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε επιδιώχθηκε η ενίσχυση των μαθητών/τριών στην ερμηνεία καταστάσεων στον προσωπικό, εργασιακό και ευρύτερα κοινωνικό τους βίο, χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά και την κριτική επίγνωση του τρόπου με τον οποίο τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται στις κοινωνικές, περιβαλλοντικές, πολιτισμικές και οικονομικές σχέσεις (NCTM, 2014). Συγκεκριμένα, επιδιώχθηκε οι μαθητές/τριες να αναγνωρίσουν τη στατιστική ως ένα ισχυρό εργαλείο που μας επιτρέπει να κατανοήσουμε και να ερμηνεύσουμε πολύπλοκες καταστάσεις με βάση τα δεδομένα (NCTM, 2000). Για τον σκοπό αυτό διερευνήθηκε η εφαρμογή της σε πεδία όπως η καταγραφή προτιμήσεων και η κυκλοφοριακή αγωγή. Οι μαθητές/τριες μέσα από τις διαδικασίες της συλλογής, της ανάλυσης και της ερμηνείας δεδομένων, μπόρεσαν στην διαδικασία να λαμβάνουν τεκμηριωμένες αποφάσεις που στηρίζονται στο διάλογο και στη διαπραγμάτευση, να αποδίδουν αξία στις ιδέες των άλλων και να επιχειρηματολογούν.

Επιπροσθέτως, ενδυναμώθηκε η κατανόηση της διαλεκτικής σχέσης ανάμεσα στη ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης και του πολιτισμού, καθώς και της αξία της για την ανθρώπινη δραστηριότητα διαχρονικά. Η διδακτική πρόταση που σχεδιάστηκε και υλοποιήθηκε προσβλέπει προς τον μαθηματικό εγγραμματισμό μέσα από τριβή των μαθητών/τριών με τη φιλοσοφία των μαθηματικών εννοιών. Οι μαθητές/τριες είναι σημαντικό να αντιμετωπίζουν τις μαθηματικές έννοιες ως εργαλεία για να οργανώσουν τα φαινόμενα του περιβάλλοντος και να διαθέτουν την ικανότητα να κατανοούν, να κρίνουν και να δημιουργούν προκειμένου να αντιμετωπίσουν ένα πεδίο ενδομαθηματικών και εξωμαθηματικών καταστάσεων.

Κοινωνικο-συναισθηματικές δεξιότητες

Οι κοινωνικο-συναισθηματικές δεξιότητες που καλλιεργούνται μέσα από το παρόν διδακτικό σενάριο αφορούν αρχικά στην ανάπτυξη θετικών κινήτρων και αυτοπεποίθησης, στην εστίαση στις θετικές πτυχές των εμπειριών και στην υπομονή και επιμονή που απαιτείται για την αντιμετώπιση οποιασδήποτε μαθηματικής κατάστασης (Arnold & Franklin, 2021). Οι μαθητές/τριες ακόμη αναγνωρίζουν και διαχειρίζονται διαφορετικού τύπου, ποιότητας και έντασης συναισθήματα με τρόπο αποτελεσματικό για τους ίδιους και τη μάθηση (Οδηγός Εκπαιδευτικού, σελ.12-13). Αξιοποιούν, ακόμη, δεξιότητες αξιολόγησης, ελέγχου και

αυτογνωστικής ρύθμισης της προόδου τους κάτι το οποίο τους εξελίσσει σε ισχυρές ταυτότητες μαθητευομένων (Moyer, 2001; Bautista et al., 2015).

Στο πλαίσιο των κοινωνικο-συναισθηματικών δεξιοτήτων οφείλουμε να σταθούμε στην ευκαιρία που δίνεται να ανακαλύψουν την ομορφιά και την κομψότητα των μαθηματικών και μέσα από αυτή την γνωριμία να καλλιεργηθεί ακόμη περισσότερο η περιέργεια και η αγάπη τους για το μάθημα. Η ανακάλυψη της ομορφιάς των μαθηματικών είναι μία επιδίωξη που συντελείται μέσα από την θετική αλληλεπίδραση με τους μαθησιακούς εταίρους και την αποδοχή της διαφορετικότητάς τους στη σκέψη και την έκφραση.

Δεξιότητες Στατιστικής

Η Στατιστική παιδεία είναι ζωτικής σημασίας για την κατανόηση του περιβάλλοντος. Στατιστικοί πίνακες και γραφήματα προβάλλονται συνεχώς από τα μέσα ενημέρωσης. Για την αποτελεσματική συμμετοχή στα κοινά είναι ουσιώδης η ικανότητα να κρίνει κάποιος τις πληροφορίες που του παρουσιάζονται (Shaugnessy, 2007). Λαμβάνοντας υπόψη ότι η Στατιστική χρησιμοποιείται με παραπλανητικό τρόπο ακόμη και σε αξιόπιστες πηγές, κατανοούμε ότι είναι εξαιρετικά σημαντικό για τους πολίτες του μέλλοντος να αποκτήσουν μια αντίληψη των βασικών εννοιών που την απαρτίζουν. Επιδιώκεται συγκεκριμένα, η πλειονότητα των μαθητών/τριών να αποκτήσει εμπειρία και εξοικείωση με την συλλογή, την οργάνωση, την ερμηνεία και την παρουσίαση ερευνητικών δεδομένων (Van de Walle et al., 2017).

Πιθανές δυσκολίες και προαπαιτούμενες γνώσεις

Οι έρευνες που έχουν πραγματοποιηθεί όσον αφορά την κατανόηση των μαθητών Δημοτικού για διάφορα είδη διαγραμμάτων έδειξαν ότι συχνά εμφανίζονται δυσκολίες στην ερμηνεία τους (Zawojewski & Heckman, 1997; Putt et al., 1999). Ειδικότερα, σύμφωνα με τους Putt et al. (1999) τα παιδιά από την ηλικία των 7 ετών είναι σε θέση να κάνουν ερμηνείες που στηρίζονται σε δεδομένα που διαβάζουν από τα διαγράμματα, ωστόσο, δυσκολεύονται να εντοπίσουν σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στα δεδομένα αυτά και να εξάγουν ασφαλή συμπεράσματα. Επιπλέον, το γεγονός ότι οι μαθητές/τριες μέχρι και την Γ Δημοτικού χρησιμοποιούν κυρίως ραβδογράμματα ως μέσο αναπαράστασης ποσοτικών δεδομένων ίσως επιφέρει δυσκολία στις αναπαραστάσεις με κυκλικά διαγράμματα όταν ζητηθεί να χρησιμοποιηθούν.

Αναμενόμενη δυσκολία αποτελεί επίσης η κατασκευή του διαγράμματος, ενώ πολλές φορές οι μαθητές δεν αντιλαμβάνονται ότι στο εικονόγραμμα χρησιμοποιούνται διαφορετικά μεγέθη μιας εικόνας για να αναπαραστήσουν διαφορετικές ποσότητες (An et al., 2004). Από την εμπειρία μας ως εκπαιδευτικοί γνωρίζουμε ότι εξαιτίας της απουσίας δια ζώσης εκπαίδευσης, οι μαθητές δεν έχουν ασχοληθεί επαρκώς με τα βασικά σημεία της στατιστικής στις προηγούμενες χρονιές οπότε επιλέξαμε προτεινόμενα μαθησιακά έργα και από μικρότερη τάξη. Για τους παραπάνω λόγους και εμείς στην διδασκαλία μας χρησιμοποιήσαμε ραβδογράμματα και δεν προχωρήσαμε σε κατασκευή κυκλικών διαγραμμάτων ούτε σε διαγράμματα στα οποία η εικόνα ή το σύμβολο αντιπροσωπεύει πολλαπλάσια του ενός.

Αναφορικά με τις προαπαιτούμενες γνώσεις, οι μαθητές είναι σημαντικό να έχουν κατακτήσει την έννοια και την διαδικασία της ταξινόμησης που διδάσκεται από την προσχολική ηλικία. Όταν κανείς ταξινομεί παίρνει αποφάσεις για το πώς θα κατηγοριοποιήσει την πληροφορία. Η κατηγοριοποίηση είναι θεμελιώδης για την ανάλυση δεδομένων και χρειάζεται στους/στις μαθητές/τριες στη φάση διατύπωσης ερωτημάτων και επιλογής του τρόπου κατηγοριοποίησης των δεδομένων που συγκέντρωσαν (Van de Walle, Lovin, Karp & Bay- Williams, 2017).

Επίσης είναι σημαντικό να υπάρχει πρότερη εμπειρία στην άντληση πληροφοριών και την οργάνωση τους σε πίνακα. Οι μαθητές/τριες είναι σημαντικό να αναγνωρίζουν και να αποκωδικοποιούν με ευκολία γραφήματα και πίνακες δεδομένων, καθώς επίσης να είναι σε θέση να χρησιμοποιούν νοερούς υπολογισμούς για μια γρήγορη εκτίμηση αφού οι υποθέσεις προηγούνται της ακριβούς προσέγγισης των δεδομένων.

Ερευνητικά ερωτήματα

Όπως προαναφέρθηκε το παρόν διδακτικό σενάριο, αποσκοπεί κατά βάση στην ανάπτυξη των δεξιοτήτων που περιγράφησαν παραπάνω. Μέσα από την εφαρμογή του σεναρίου αυτού επιδιώκεται να απαντηθούν τα κάτωθι ερευνητικά ερωτήματα:

1. Το διδακτικό σενάριο λειτούργησε υποστηρικτικά στην ανάπτυξη Κοινωνικο-πολιτισμικών, κοινωνικο-συναισθηματικών και δεξιοτήτων στατιστικής;
2. Τι είδους δυσκολίες αντιμετωπίστηκαν και πώς αυτές σχετίζονται με τις προηγούμενες γνώσεις των παιδιών;

Μεθοδολογία

Το **δείγμα** της έρευνας αποτελείται από τους μαθητές της Β' τάξης Δημοτικού (κατά το σχολικό έτος 2022-2023) και τις δυο υποφαινόμενες εκπαιδευτικούς που σχεδιάσαμε την έρευνα και την διδακτική παρέμβαση. Η επιλογή των συμμετεχόντων έγινε με τη μέθοδο σκοπιμότητας (purposive sampling), ώστε να περιλαμβάνονται άτομα που πληρούν τα κριτήρια, δηλαδή είναι μαθητές/τριες μικρής τάξης (Β' Δημοτικού) χωρίς πρότερη εμπειρία στη στατιστική και μεταξύ αυτών υπάρχει ένα εύρος βιωμάτων και αντιλήψεων.

Τα **εργαλεία Συλλογής Δεδομένων** που αξιοποιήθηκαν περιλαμβάνουν συστηματική παρατήρησης και ανάλυση εργασιών μαθητών. Η **συστηματική παρατήρηση** κατά τη διάρκεια της υλοποίησης του διδακτικού σεναρίου, η οποία επικεντρώνεται στις κοινωνικές και πολιτισμικές αλληλεπιδράσεις, την ανάπτυξη κοινωνικο-συναισθηματικών δεξιοτήτων και εννοιών στατιστικής από τους/τις μαθητές/τριες. Σχετικά με την **Ανάλυση Εργασιών Μαθητών**, πρόκειται για τις ανταποκρίσεις των μαθητών/τριών στις δραστηριότητες που σχεδιάστηκαν για τον σκοπό του σεναρίου.

Πραγματοποιήθηκε **θεματική ανάλυση** δεδομένων. Συγκεκριμένα, αρχικά έγινε ανάγνωση των καταγεγραμμένων παρατηρήσεων και των ανταποκρίσεων των μαθητών στις εργασίες. Ακολούθησε κωδικοποίηση με βάση δύο βασικούς άξονες, τις δεξιότητες που αναπτύχθηκαν και τις δυσκολίες που αντιμετωπίστηκαν. Έπειτα αναδείχθηκαν οι επιμέρους θεματικές κατηγορίες που συνδέονται με τις Κοινωνικο-πολιτισμικές, κοινωνικο-συναισθηματικές και δεξιότητες στατιστικής

αλλά και με την ανάδειξη συσχετίσεων μεταξύ των δυσκολιών και την ταυτοποίηση πιθανών επαναλαμβανόμενων μοτίβων (patterns) που σχετίζονται με τις δυσκολίες.

Αναφορικά με την ηθική της έρευνας εξασφαλίστηκε η συγκατάθεση από τους γονείς/κηδεμόνες των μαθητών και διασφαλίστηκε η ανωνυμία των συμμετεχόντων σε δράσεις εξωστρέφειας της έρευνας, όπως η δημοσίευση του παρόντος άρθρου. Για τον σκοπό αυτό τα αποσπάσματα ανταποκρίσεων μαθητών/τριών συνοδεύονται από ψευδώνυμα και όχι τα πραγματικά τους ονόματα.

Οι επιλεχθείσες δραστηριότητες της διδακτικής παρέμβασης

Στην ενότητα αυτή περιγράφονται αναλυτικά οι δύο κεντρικές δραστηριότητες του σεναρίου. Συγκεκριμένα, αναλύονται οι στόχοι, τα βήματα υλοποίησης τα πιθανά μαθησιακά οφέλη καθώς και ενδεικτικά στιγμιότυπα που καταδεικνύουν τις αλληλεπιδράσεις που λαμβάνουν χώρα κατά την διάρκεια εξαγωγής των δραστηριοτήτων.

1η Δραστηριότητα: «Ταιριάζουμε????»

Μέσα από την δραστηριότητα επιδιώκεται οι μαθητές/τριες να:

- διατυπώνουν ερωτήματα τα οποία μπορούν να απαντηθούν με δεδομένα.
- αντλούν πληροφορίες από πίνακα και ραβδογράμματα.
- «διαβάζουν» γραφήματα
- εξαγάγουν συμπεράσματα από τα δεδομένα που παρουσιάζονται.
- διατυπώνουν απόψεις

Οι μαθητές/τριες χωρίζονται σε ομάδες και η κάθε ομάδα διατυπώνει γραπτά ένα ερώτημα προκειμένου να γνωρίσουν τις προτιμήσεις των συμμαθητών τους: «Ποιο είναι το αγαπημένο σου (π.χ. χρώμα, μουσικό όργανο, αριθμό αδερφίων κ.λπ.) με περιορισμένο εύρος απαντήσεων». Τα ερωτήματά ανακοινώνονται στην ολομέλεια και οι ομάδες αποφασίζουν να ασχοληθούν με ένα από αυτά (π.χ. χρώμα).

Οι μαθητές γράφουν την απάντηση της συγκεκριμένης ερώτησης σε ένα χαρτί προκειμένου να συλλέξουν τα δεδομένα για το συγκεκριμένο ερώτημα και στη συνέχεια το τοποθετούν σε ένα καλάθι. Λόγω μικρού αριθμού μαθητών στην Β' τάξη χωρίζονται σε ομάδες και επισκέπτονται και άλλες τάξεις προκειμένου να συλλέξουν και άλλες απαντήσεις με την ίδια ακριβώς διαδικασία. Στη συνέχεια συζητούν στην ολομέλεια πιθανούς τρόπους οργάνωσης των δεδομένων που έχουν συλλεχθεί.

Μαθητής1: Μπορούμε να απλώσουμε τα χαρτάκια και ένας να μετράει πόσοι έχουν ξέρω εγώ αγαπημένο χρώμα το μπλε... τόσοι, πόσοι το ροζ; Τόσοι. Να το κάνουμε κάπως έτσι

Μαθητής2: Θα τα ξεχνάμε όμως. Πρέπει κάπως να το σημειώνουμε κατευθείαν

Στην συνέχεια, τους δίνεται ένας πίνακας σε κόλλα Α3 όπου αποτελείται από 3 στήλες. Στην 1η στήλη θα καταγράψουν τις απαντήσεις, στην 2η στήλη για κάθε απάντηση παιδιού θα κολλήσουν ξυλάκια που αντιστοιχούν στον αριθμό των απαντήσεων και στην 3η στήλη θα γράψουν το σύνολο με αριθμό. Αξίζει να σημειωθεί ότι η αναπαράσταση των δεδομένων χαρακτηρίζεται σε αυτό το στάδιο από πολυτροπικότητα. Πρόκειται για ένα χαρακτηριστικό της διδακτικής προσέγγισης το οποίο όπως μαρτυρά και το στιγμιότυπο που ακολουθεί, ευνοεί την άμεση επιδιόρθωση των όποιων λαθών.

Μαθητής6: Οι περισσότεροι οπότε έχουν 3 αδέρφια;

Μαθητής9: όχι μωρέ αποκλείεται... πολύ λίγοι είπαν ότι έχουν 3. Μέτρα πάλι τα ξυλάκια στο 3 μετά τα ξυλάκια στα αδέρφια. Κάνε το έτσι...

Μαθητής6: ναι ναι είχα συμπληρώσει ανάποδα τους αριθμούς (τον αριθμό των παιδιών που έχουν 3 αδέρφια στο πεδίο 2 αδέρφια και τούμπαλιν)

Κατά την φάση της σύνοψης οι μαθητές/τριες με αφορμή τον πίνακα όπου έχουν καταγραφεί οι απαντήσεις, καλούνται να συζητήσουν διάφορα ερωτήματα για να συγκρίνουν τα δεδομένα. Πρόκειται για ένα στάδιο της δραστηριότητας στο οποίο έχουν την ευκαιρία να «αφουγκραστούν τα δεδομένα» και να προβούν σε σχετικές συγκρίσεις και παρατηρήσεις.

Τα πιθανά μαθησιακά οφέλη που προκύπτουν από την ενασχόληση των μαθητών/τριών με τη συγκεκριμένη δραστηριότητα αφορούν αφενός στη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ των μαθηματικών και της καθημερινότητας όπως οι προτιμήσεις των συμμαθητών/ριών και η διατύπωση προβλημάτων σχετικά με την καθημερινή ζωή. Πρόκειται για μια πρακτική οπτικοποίησης πολλαπλών μορφών αναπαραστάσεων που αξιοποιούνται από τους μαθητές προκειμένου να επικοινωνήσουν τη σκέψη τους. Αφετέρου, οι μαθητές εξοικειώνονται με τη χρήση αναπαραστάσεων για την καλύτερη οπτικοποίηση των αποτελεσμάτων τους καθώς και με την ανάπτυξη των συλλογισμών και της επιχειρηματολογίας τους.

Τέλος, καθώς η δραστηριότητα ενέχει κοινωνικο-πολιτιστικά χαρακτηριστικά, μέσα από αυτήν καλλιεργούνται κοινωνικές δεξιότητες όπως η επικοινωνία, η αλληλεπίδραση, ο λόγος (discourse) και η συμπερίληψη μέσα από την αξία που αποδίδεται στις ιδέες των άλλων όταν επιχειρηματολογούν.

2η Δραστηριότητα: «Ζαλίστηκα από την κίνηση!»

Μέσα από την δραστηριότητα επιδιώκεται οι μαθητές/τριες χωρισμένοι σε ομάδες να:

- διεξάγουν μια μικρή έρευνα.
- διατυπώσουν ερωτήματα που αφορούν συγκρίσεις κατηγορικών
- αποφασίζουν τον τρόπο που θα συλλέξουν δεδομένα.
- καταγράφουν και να οργανώνουν τις πληροφορίες που έχουν συλλέξει με βάση κριτήρια που θέτουν.

- σχηματοποιούν τα αποτελέσματα τους σε ραβδόγραμμα.
- συγκρίνουν τα δεδομένα καταγραφής με τη χρήση ραβδογράμματος.

Οι μαθητές/τριες χωρίζονται σε τρεις ομάδες και κάθε ομάδα καλείται να επιλέξει μία από τις τρεις κάρτες στις οποίες αποτυπώνονται ρόδες, που μπορεί να έχει ένα όχημα. Συνεπώς, υπάρχουν κάρτες με 4, 2 και 6 ρόδες. Συζητάμε στην ολομέλεια ποια οχήματα αντιστοιχούν σε κάθε περίπτωση και ποιο είδος οχήματος πιστεύουν ότι μπορεί περνάει τις περισσότερες φορές από τον κεντρικό δρόμο. Προκειμένου, οι μαθητές/τριες να κατανοήσουν το ερώτημα δίνονται εναλλακτικές διατυπώσεις του ερωτήματος π.χ. «πιο τακτικά/ πιο συχνά/ τι βλέπουμε συνήθως περισσότερο; Αυτοκίνητα ή νταλίκες;». Συζητάμε τον τρόπο με τον οποίο θα μπορούσαμε να διαπιστώσουμε την συχνότητα των οχημάτων στο δρόμο έτσι ώστε να αποφασίσουμε την ενέργεια στην οποία πρέπει να προβούμε για να έχουμε περισσότερο έγκυρα αποτελέσματα. Όπως φαίνεται και από το στιγμιότυπο που παρατίθεται, δεν είναι αυτονόητο για όλους/ες τους/τις μαθητές/τριες ότι θα αναγνωρίσουν την παρατήρηση ως έναν έγκυρο τρόπο εξαγωγής ασφαλούς συμπεράσματος. Πολλοί απαντούν τυχαία χωρίς να το σκεφτούν περισσότερο, αναφέροντας απλά όσο περισσότερα μέσα μεταφοράς γνωρίζουν.

Μαθητής3: πιο πολλές νταλίκες

Μαθητής7: πολλές νταλίκες και πολλά λεωφορεία και μετρό.

Μαθητής11: και το σχολικό

Έπειτα από σχετική διαβούλευση, μεταφερόμαστε σε σημείο όπου υπάρχει οπτική επαφή στο δρόμο. Δίνεται στην κάθε ομάδα καρτέλα καταγραφής των οχημάτων που πρέπει να καταγράψουν κάθε φορά που περνάει το αντίστοιχο σε χρονικό διάστημα 20 λεπτών. Στη συνέχεια, καλούμε τους/τις μαθητές/τριες να οργανώσουν το πρώτο τους ραβδόγραμμα τοποθετώντας για κάθε καταγραφή που έχουν κάνει, στη συγκεκριμένη κατηγορία (αυτοκίνητο, ποδήλατο, μηχανάκι, φορτηγό, λεωφορείο) ένα μπαλάκι π.χ. 8 μπαλάκια στη στήλη με το ποδήλατο αν στα 20 λεπτά πέρασαν 8 ποδήλατα. Η κάθε κατηγορία οχήματος έχει και ένα διαφορετικό χρώμα προκειμένου να είναι περισσότερο ευδιάκριτη η διαφοροποίηση. Τα μπαλάκια, που αντιστοιχούν στον αριθμό των οχημάτων τοποθετούνται μέσα σε έναν κύλινδρο που κατασκευάσαμε από πλαστικοποιημένο διάφανο χαρτί. Τέλος, οι ομάδες των μαθητών σημειώνουν στην κορυφή του κυλίνδρου τον αριθμό που αντιστοιχεί στον αριθμό των οχημάτων που διήλθαν.

Εικόνα 1: Το ραβδόγραμμα που οι μαθητές/τριες κλήθηκαν να συμπληρώσουν προσθέτοντας εντός του τον κατάλληλο αριθμό από μπαλάκια που αντιστοιχεί στον αριθμό οχημάτων που διήλθαν.

Κατά την φάση της σύνοψης οι μαθητές/τριες με αφορμή την κάθε ράβδο η οποία αποτελείται από μετρήσιμα μέρη που παραμένουν ορατά ρωτήθηκαν για το συμπέρασμα που προέκυψε από αυτό τον τρόπο οργάνωσης. Θα ακολουθήσει συζήτηση για το πιο όχημα κινείται περισσότερο συχνά στον δρόμο ή πόσα περισσότερα αυτοκίνητα μετρήσαμε σε σχέση με μοτοσικλέτες ή τρακτέρ. Οι μαθητές/τριες ερμηνεύουν το φαινόμενο των περισσότερων αυτοκινήτων και προβαίνουν σε σχετικές κρίσεις:

Μαθητής11: ποδήλατα έχει λίγα γιατί είναι ανηφόρα και είναι δύσκολο.

Μαθητής3: μηχανάκια δεν περνάνε πολλά γιατί έχει κρύο.

Τα πιθανά μαθησιακά οφέλη από την ενασχόληση των μαθητών/τριών με αυτή τη δραστηριότητα αφορούν κυρίως στην ενίσχυση των στρατηγικών διατύπωσης υποθέσεων, καταγραφών, αποδείξεων από τους μαθητές. Ασκούνται ακόμη στην διερεύνηση και την δια-ομαδική αλληλεπίδραση.

Αποτελέσματα

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζονται τα βασικά αποτελέσματα της διδακτικής παρέμβασης που αφορούν στις **δεξιότητες** που καλλιεργούνται αλλά και στις **δυσκολίες** που παρατηρήθηκαν στην εμπλοκή των μαθητών/τριών με τις βασικές έννοιες της στατιστικής.

Κοινωνικο-πολιτισμικές Δεξιότητες

Αναφορικά με τις Κοινωνικο-πολιτισμικές δεξιότητες, σε συμφωνία με την κεντρική ιδέα του διδακτικού σεναρίου, η εμπλοκή των μαθητών/τριών σε μία έρευνα που λαμβάνει χώρα εντός του οικείου σχολικού περιβάλλοντος, ευνόησε τις δεξιότητες ερμηνείας καταστάσεων που συνδέουν τον προσωπικό και κοινωνικό τους βίο με τον κόσμο των Μαθηματικών (Moyer, 2001; Λεμονίδης, 2003). Συγκεκριμένα, φάνηκε ότι καλλιεργήθηκε η κριτική επίγνωση του τρόπου με τον οποίο τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται σε κοινωνικές και οικονομικές σχέσεις όπως και κατανόησαν την αξία της μαθηματικής σκέψης για την ανθρώπινη δραστηριότητα (ΠΣ, Οδηγός Εκπαιδευτικού, 2021).

Πιο συγκεκριμένα και σε σχέση με την στατιστική, η κοινωνικοπολιτισμική διάσταση του σεναρίου, όπως αυτή εκδηλώνεται μέσα από την ενθάρρυνση της συνεργασίας, ευνόησε την ερμηνεία στατιστικών δεδομένων όπως οι πίνακες. Οι μαθητές/τριες, δηλαδή, είτε στο έργο που καλούνται να αναλύσουν ραβδογράμματα και να καταλήξουν σε συμπεράσματα είτε στο έργο που οργανώνουν την δική τους έρευνα στην τάξη, εμπλέκονται σε μαθηματικές συζητήσεις, επικοινωνώντας με τους συμμαθητές τους και ανταποκρινόμενοι/ες σε ερωτήματα της ομάδας ή των εκπαιδευτικών (Λεμονίδης, 2003). Μέσα από τα ερωτήματα αυτά κατάφεραν όχι μόνο να περιγράψουν διαδικασίες και προσεγγίσεις που ακολούθησαν αλλά κυρίως διαμορφώθηκε το κατάλληλο περιβάλλον για την εξοικείωση και ανάπτυξη δεξιοτήτων όπως όπως η ενεργητική ακρόαση του συνομιλητή, η κριτική προσέγγιση της άποψής του, η επιχειρηματολογία και η τεκμηρίωση των απόψεων τους.

Κοινωνικο-συναισθηματικές Δεξιότητες

Αναφορικά με τις κοινωνικο-συναισθηματικές δεξιότητες που καλλιεργήθηκαν μέσα από την διδακτική παρέμβαση, καθώς οι εκπαιδευτικές δραστηριότητες του σεναρίου στηρίζονταν στη λογική της επίλυσης ενός αυθεντικού προβλήματος, οι μαθητές/τριες εξοικειώθηκαν σε σημαντικό βαθμό στην επίλυση «προβληματικών» καταστάσεων σε ζεύγη. Συγκεκριμένα, ενεπλάκησαν ενεργά σε διαδικασίες μάθησης και προοδευτικής κατασκευής της μαθηματικής γνώσης (άντληση πληροφοριών από ραβδογράμματα και εικονογράμματα). Εκπαιδεύτηκαν ακόμη στο να εξηγούν και να τεκμηριώνουν τα συμπεράσματά τους. Η προβληματική κατάσταση που οι μαθητές κλήθηκαν να επιλύσουν γεφυρώνει την προηγούμενη γνώση με νέες δεξιότητες και βρίσκει εφαρμογή σε καταστάσεις της καθημερινότητας (Xu et al., 2023). Μέσα από αυτή την προσέγγιση της επίλυσης προβλήματος, που καλλιεργεί τις ικανότητες ανάλυσης και αιτιολόγησης, ενισχύθηκε σημαντικά η αυτοπεποίθηση των συμμετεχόντων/ουσών.

Μία ακόμη δεξιότητα που καλλιεργήθηκε είναι αυτή της κατασκευής νέων εργαλείων, που να προσφέρουν νέα οπτική για την επίλυση ενός προβλήματος. Συγκεκριμένα, καθώς η γενικότερη φιλοσοφία των δραστηριοτήτων στηρίζεται στις αρχές της διερευνητικής μάθησης, οι μαθητές/ήτριες βρισκόμενοι/ες σε ρόλο ερευνητή είχαν την ευκαιρία να

δημιουργήσουν και να συνθέσουν νέα εργαλεία. Η διαμόρφωση μιας τάξης διερεύνησης φάνηκε ότι οδήγησε σε γνωστικές συγκρούσεις που δύναται να λειτουργήσουν ως εργαλείο ενεργούς εμπλοκής και κινητοποίησης των μαθητών με σκοπό την αναζήτηση νέων οπτικών ή ιδεών όταν η προηγούμενη γνώση δεν τους καλύπτει, πρόκειται για ένα στόχο που διατυπώνεται ρητά και στον Οδηγό Εκπαιδευτικού (2021). Η διαμόρφωση νέων εργαλείων στατιστικής έρευνας μέσα από διαδικασίες κατανόησης και εκμάθησης υποστηρίχθηκε σημαντικά από την εργασία σε ομάδες και συγκεκριμένα από τον διαμοιρασμό ιδεών και την ανταλλαγή απόψεων που συντελείται στις ομάδες αυτές. Οι ερωταποκρίσεις των μαθητών/τριών, η λήψη αποφάσεων και η παρουσίαση των ιδεών είναι οι διαδικασίες που ανάδειξαν λάθη και παρανοήσεις, με αποτέλεσμα την τελική διαμόρφωση των νέων εργαλείων.

Δεξιότητες στατιστικής

Από τις αμιγώς μαθηματικές δεξιότητες φαίνεται ότι τίθεται σε λειτουργία η οπτικοποίηση για την κατανόηση και την ανάπτυξη της νέας μαθηματικής γνώσης. Οι μαθητές/τριες κατέστησαν ικανοί/ες να αξιοποιούν αναπαραστάσεις για να επικοινωνήσουν την σκέψη τους. Η δεξιότητα έγινε αντιληπτή μέσα από την κατασκευή ραβδογράμματος αξιοποιώντας σχετικό πίνακα δεδομένων, κάτι που βοήθησε τους/τις μαθητές/τριές να γνωρίσουν και αξιολογήσουν την καταλληλότητα νέων τρόπων αναπαράστασης (Portnoy et al., 2006).

Η οπτικοποίηση των δεδομένων ευνόησε ακόμη τη δεξιότητα επίλυσης προβλημάτων των μαθητών/τριών μέσα από τη βίωση ανοιχτών καταστάσεων έρευνας και πρόσβασης σε ένα διαθεματικό πεδίο γνώσης. Οι προτεινόμενες καταστάσεις προβληματισμού στο παρόν σενάριο, ούσες ελκυστικές και ικανές να προκαλούν το ενδιαφέρον των μαθητών/τριων (Σκουμπουρδή & Βαϊτσίδα, 2019), οδηγούν σε μια πρόδηλη σύνδεση της στατιστικής με την καθημερινή ζωή. Έτσι οι μαθητές/τριες εργαζόμενοι/ες σε ομάδες για τη λύση ενός προβλήματος, συζητούν, υποστηρίζουν και να οδηγούνται σε συμπεράσματα. Με αυτόν τον τρόπο φαίνεται ότι ασκήθηκαν στην διερεύνηση λύσεων σε ανοιχτές ή κλειστές καταστάσεις προβληματισμού στη στατιστική, σε συνθήκες βίωσης από λογική αναγκαιότητα και εν τέλει στην κατασκευή της νέας γνώσης.

Δυσκολίες

Ένα από τα σημαντικότερα ευρήματα της έρευνας αφορά και στις δυσκολίες που συναντήσαμε και κυρίως στον τρόπο που αυτές αντιμετωπίστηκαν.

Μία από τις προκλήσεις της εφαρμογής του παρόντος σεναρίου αφορά στη συμμετοχή **μαθητή με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες**. Πρόκειται για έναν μαθητή με χαμηλή αυτοπεποίθηση κυρίως ως προς την επάρκεια του στα μαθηματικά. Για την ενίσχυση της συμμετοχής του μαθητή αυτού υιοθετήθηκε η διδακτική της ενθάρρυνσης της συνεργασίας. Πράγματι το συνεργατικό περιβάλλον ενίσχυσε την ανάπτυξη μαθηματικών ιδεών και παράλληλα συνεισέφερε στην ανάπτυξη της αυτοπεποίθησης, του αισθήματος της αυτεπάρκειας, των θετικών συναισθημάτων ικανοποίησης αλλά και της δημιουργίας δεσμών συνάφειας με τα υπόλοιπα μέλη του συνόλου. Η κοινωνική δυναμική που δημιουργήθηκε μέσα από την εφαρμογή του σεναρίου συνεισέφερε στην συμπερίληψη όλων των

μαθητών/τριών ανεξαιρέτως κοινωνικο-οικονομικού, πολιτισμικού υπόβαθρου και αναπηρίας σε ένα σύνολο ισότιμης συμμετοχής και δημιουργίας όπου τους χωρά όλους και δεν καλλιεργεί την περιθωριοποίηση και τον ρατσισμό (Sunitamm et al, 2015 στον Οδηγό Εκπαιδευτικού, 2021).

Μια δεύτερη πρόκληση, που αντιμετωπίστηκε, αφορά στον **φόβο του λάθους**. Πρόκειται για τον εύλογο δισταγμό των μαθητών απέναντι σε μία νέα γνώση, που εμπίπτει μεν στο χώρο των μαθηματικών αλλά βρίσκεται εκτός του εννοιολογικού τους πλαισίου. Για την αντιμετώπιση του φόβου αυτοί, η γενικότερη αντιμετώπιση των εκπαιδευτικών ήταν θετική, γι' αυτό και η πλειοψηφία των μαθητών/τριών δήλωσε ότι ένιωσε ελευθερία και επιθυμία να εκφράσει τις απόψεις της στην ολομέλεια της τάξης. Ακόμη, για την αντιμετώπιση του φόβου των μαθητών/τριών απέναντι στο λάθος, επιλέχθηκε ως διδακτική προσέγγιση πραγματοποίηση συζητήσεων με αφορμή λάθος διατυπώσεις των μαθητών/τριών. Μια ακόμη πρακτική που αξιοποιήθηκε και έρχεται σε συμφωνία με τη μελετηθείσα βιβλιογραφία, αφορά στον έλεγχο από πλευράς εκπαιδευτικού για το αν και κατά πόσο ο/η μαθητής/τρια γνωρίζει τις ενέργειες στις οποίες οφείλει να προβεί για να διορθώσει το λάθος στον συλλογισμό και στις ενέργειές του (Γκαρνάρα, Παντελάκης & Τασίδης, 2013). Οι μαθητές/τριες, που συμμετείχαν στο πρόγραμμα, μέσα από τη συζήτηση στην ομάδα και στην ολομέλεια φαίνεται ότι οδηγήθηκαν στην κατανόηση των λαθών και των αστοχιών τους (Ράπτη, 2002). Ο στόχος αυτός επιτεύχθηκε σε μεγάλο βαθμό εξαιτίας της ικανότητας των εκπαιδευτικών να συντονίζουν και να κατευθύνουν με εύστοχες ερωτήσεις μαθηματικό διάλογο στην τάξη επιδεικνύοντας τον απαραίτητο σεβασμό στις απόψεις που διατυπώθηκαν είναι η ανάπτυξη ενός μαθηματικού διαλόγου μέσω του συντονισμού της συζήτησης, στην οποία θα εισακούονται με σεβασμό όλες οι απόψεις.

Συζήτηση

Μετά και την αναλυτική παρουσίαση των βασικών δραστηριοτήτων του προτεινόμενου διδακτικού σεναρίου, είναι πλέον πρόδηλο, ότι μέσα από αυτό και σε ακολουθία με το νέο πρόγραμμα σπουδών, επιδιώκεται η ολόπλευρη ανάπτυξη των δεξιοτήτων των μαθητών/τριών σε ένα ευρύτερο πλαίσιο ενίσχυσης των κοινωνικο-πολιτισμικών και των κοινωνικο-συναισθηματικών τους δεξιοτήτων αλλά και αυτών που σχετίζονται με την ίδια τη στατιστική. Οι στόχοι αυτοί επιτεύχθηκαν ως ένα βαθμό μέσα από την εκ νέου νοηματοδότηση «παραδοσιακών» εργαλείων της στατιστικής. Τα ραβδογράμματα και οι πίνακες δεδομένων για παράδειγμα, δύο μέσα που μπορεί και να δυσκόλευαν μαθητές/τριες μικρότερης ηλικίας (Zawojewski & Heckman, 1997; Putt et. Al., 1999), δεν αξιοποιήθηκαν αποκλειστικά για την οπτικοποίηση αναπαράσταση δεδομένων. Κυρίως αξιοποιήθηκαν ως μια «γέφυρα» μεταξύ των μαθηματικών και του προσωπικού και κοινωνικού βίου των μαθητών/τριών. Συγκεκριμένα, οι μαθητές/τριες προσπαθώντας να οπτικοποιήσουν αλλά και να ερμηνεύσουν τα δεδομένα τους με όρους στατιστικής αναγνώρισαν περιστάσεις της καθημερινής ζωής στις οποίες η στατιστική βρίσκει εφαρμογή.

Εδώ έγκειται και η σημαντικότερη συνεισφορά του παρόντος σεναρίου, στο ό,τι αποτελεί δηλαδή μια διδακτική πρόταση, που όχι μόνο φέρνει τη στατιστική στο επίπεδο μαθητών

μικρής ηλικίας, αλλά κυρίως στο ότι τη συνδέει με βιώματα και καταστάσεις της καθημερινής τους ζωής. Επιπλέον, η στατιστική προβάλλει ως ένα πεδίο που ευνοεί την ανάπτυξη δεξιοτήτων απαραίτητων στη σημερινή εποχή όπως η επίλυση προβλημάτων μέσα από τον διάλογο, την ανταλλαγή επιχειρημάτων και τη ομαδοσυνεργατικότητα εν γένει, μέσα σε ένα πλαίσιο αλληλοσεβασμού και αποδοχής της διαφορετικότητας.

Η έρευνα απέδειξε ακόμη ότι η διδασκαλία της στατιστικής σε μικρή τάξη του δημοτικού, ως ένα διαδραστικό παιχνίδι οργάνωσης πληροφοριών (Batanero & Díaz, 2012), δύναται να ευνοήσει την εμπλοκή όλων των μαθητών σε διαδικασίες επιχειρηματολογίας και λήψης αποφάσεων. Πράγματι, και οι δυο προτεινόμενες δραστηριότητες του σεναρίου στηρίζονται σε μεγάλο βαθμό στον διάλογο και στην διαπραγμάτευση (Arnold & Franklin, 2021). Μέσα από τις διαδικασίες αυτές αποδίδεται ουσιαστική αξία στις ιδέες των άλλων και ενισχύονται η συνεργασία και η ομαδικότητα. Αυτό συμβαίνει γιατί οι απόψεις των άλλων, η συνεργασία και η αλληλεπίδραση αναγνωρίζονται ως πολύτιμο εργαλείο για την επίτευξη κοινών στόχων. Συνεπώς, η αξία του διδακτικού σεναρίου που παρουσιάστηκε, έγκειται στο ότι τέτοιου είδους διδακτικές προσεγγίσεις διαμορφώνουν κουλτούρα αποδοχής και συμπερίληψης στο σχολικό περιβάλλον.

Αναφορές

- An, S. H., Kulm, G., & Wu, Z. H. (2004). The Pedagogical Content Knowledge of Middle School Mathematics Teachers in China and the U.S. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 7, 145-172.
<https://doi.org/10.1023/B:JMTE.0000021943.35739.1c>
- Arnold, P., & Franklin, C. (2021). What Makes a Good Statistical Question? *Journal of Statistics and Data Science Education*, 29(1), 122–130. <https://doi.org/10.1080/26939169.2021.1877582>
- Batanero, C., & Díaz, C. (2012). Training teachers to teach probability: Reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, 3(1), 3–13.
- Bautista, A., Cañadas, M. C., Brizuela, B. M., & Schliemann, A. D. (2015). Examining how teachers use graphs to teach mathematics during a professional development program. *Journal of Education and Training Studies*, 3(2), 91–106. <https://doi.org/10.11114/jets.v3i2.676>
- Charlesworth, R., & Lind, K. K. (2003). *Math and science for children*. Albany, NY: Delmar.
- Clements, D. H. (1998). *Geometric and Spatial Thinking in Young Children*.
- Clements, D. H., Battista, M. T., Sarama, J., & Swaminathan, S. (1997). Development of students' spatial thinking in a unit on geometric motions and area. *The Elementary School Journal*, 98(2), 171-186.
- Dakin, S.C & Herbert, A.M. (1998). *The spatial region of integration for visual symmetry detection*. The Royal Society
- Donoghue, M.J., Ree, R.H. & Baun, D.A. (1998). Phylogeny and the evolution of flower symmetry in the Asteridae. *Trends in Plant Science*, 3, 311-314
- Galton, M., & Williamson J. (1992). *Group Work in the Primary Classroom*. London: Routledge

- Λεμονίδης, Χ. (2003). *Μία νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού σχολείου*. Πατάκη.
- Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (2021). Οδηγός για τον εκπαιδευτικό, Αθήνα: ΙΕΠ.
- Moyer, P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 175-197.
- Mcguire P. & Kinzie M. (2013). Analysis of Place Value Instruction and Development in Pre-Kindergarten Mathematics. *Early Childhood Education Journal*, 41, 355–364. doi 10.1007/s10643-013-0580-y.
- Μπασλάμ, Δημήτρης (2016). *Πιθανότητες*, Πατάκης
- National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to actions. National Council of Teachers of Mathematics*. https://curriculum.gov.mt/en/Assessment/Assessment-of-Learning/Documents/assessment_of_for_as_learning.pdf
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Πόταρη, Δ. (2016). Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση (Δημοτικό): Οδηγός για τον εκπαιδευτικό: «Εργαλεία Διδακτικών Προσεγγίσεων». Αθήνα: Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής.
- Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση (2021). Αθήνα: ΙΕΠ.
- Portnoy, N., Grundmeier, T. A., & Graham, K. J. (2006). Students' understanding of mathematical objects in the context of transformational geometry: Implications for constructing and understanding proofs. *The Journal of Mathematical Behavior*, 25(3), 196-207.
- Putt, C. A. (1999). *Outcome research in substance abuse treatment*. In E. T. Dowd & L. Rugle (Eds.), *Comparative treatments of substance abuse* (pp. 8–49). Springer Publishing Company.
- Ράπτη, Μ. (2002). Τα Λάθη των Μαθητών και ο Ρόλος τους στη Διαδικασία της Μάθησης. Αθήνα: Gutenberg
- Schultz, K. & Austin, J. (1983). Directional effects in transformation tasks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14 (2), 95-101.
- Σκουμπουρδή, Χ., & Βαϊτσίδη, Γ. (2019). Η διερευνητική προσέγγιση στη μαθηματική εκπαίδευση. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, 12, 8–22.
- Trigueros, M., Lozano, M.D., & Sandoval, I. (2014). Integrating technology in the primary school mathematics classroom: The role of the teacher. Springer, Dordrecht
- Υπουργείο παιδείας και Πολιτισμού. (2018). Ενιαίο σύστημα αξιολόγησης μαθητή/μαθήτριας
- Van de Walle, J., Lovin, H. L., Karp, S. K., & Bay-Williams, M. J. (2017). Μαθηματικά από το Νηπιαγωγείο ως το Γυμνάσιο: Διδασκαλία με επίκεντρο το παιδί και την ανάπτυξή του (Επιμ.: Τριανταφυλλίδης). Gutenberg.

Xu, E., Wang, W., & Wang, Q. (2023). The effectiveness of collaborative problem solving in promoting students' critical thinking: A meta-analysis based on empirical literature. *Humanities and Social Sciences Communications*, 10(16). <https://doi.org/10.1057/s41599-023-01508-1>