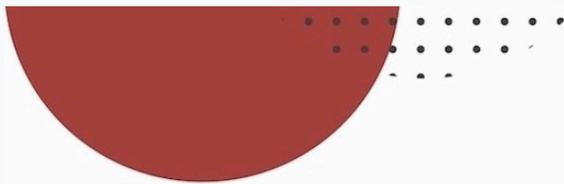


## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Αρ. 18 & 19 (2025)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



### ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΟΙΧΤΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΠΟ ΤΙΣ ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ

Μαριάνθη Ζιώγα, Δέσποινα Δεσλή

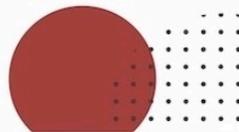
ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ  
ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ  
(ΕΝ.Ε.ΔΙ.Μ.)

Τεύχος 18 & 19  
Ιούνιος 2025

Copyright © 2025, Μαριάνθη Ζιώγα, Δέσποινα Δεσλή



Άδεια χρήσης [Creative Commons Αναφορά 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



### Βιβλιογραφική αναφορά:

Ζιώγα Μ., & Δεσλή Δ. (2025). ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΟΙΧΤΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΠΟ ΤΙΣ ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, (18 & 19), 7–25. ανακτήθηκε από <https://ejournals.epublishing.ekt.gr/index.php/enedim/article/view/39522>

---

## ΕΡΓΑ ΑΝΟΙΧΤΗΣ ΑΠΑΝΤΗΣΗΣ ΚΑΙ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟΤΗΤΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ: ΑΠΟ ΤΙΣ ΑΝΤΙΛΗΨΕΙΣ ΤΩΝ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΣΧΟΛΙΚΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ

Μαριάνθη Ζιώγα και Δέσποινα Δεσλή

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Α.Π.Θ.

[mizioga@eled.auth.gr](mailto:mizioga@eled.auth.gr) , [ddesli@eled.auth.gr](mailto:ddesli@eled.auth.gr)

*Περίληψη: Η δημιουργικότητα των μαθητών στα μαθηματικά μπορεί να ενισχυθεί μέσω της αναζήτησης πολλών λύσεων σε έργα ανοιχτής απάντησης. Ωστόσο, έχει φανεί ότι οι εκπαιδευτικοί συχνά αγνοούν ή δεν αξιοποιούν κατάλληλα τέτοια έργα. Η παρούσα εργασία εστιάζει σε επτά εν ενεργεία εκπαιδευτικούς πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και εξετάζει κατά πόσον συνδέουν τα έργα ανοιχτής απάντησης με την καλλιέργεια της δημιουργικότητας καθώς και τον βαθμό στον οποίο τις αξιοποιούν στη σχολική τάξη. Πραγματοποιήθηκαν συνεντεύξεις με τους εκπαιδευτικούς και παρατήρηση της διδασκαλίας τους, πριν από και μετά τη συμμετοχή τους σε επιμορφωτική παρέμβαση, εστιασμένη στην καλλιέργεια της μαθηματικής δημιουργικότητας. Τα αποτελέσματα αναδεικνύουν την περιορισμένη παρουσία έργων ανοιχτής απάντησης στη σχολική τάξη και την ασυνέπεια μεταξύ των αντιλήψεων των εκπαιδευτικών και των διδακτικών πρακτικών τους.*

*Λέξεις κλειδιά: Δημιουργικότητα στα μαθηματικά, έργα ανοιχτής απάντησης, επιμορφωτική παρέμβαση, αντιλήψεις εκπαιδευτικών, διδακτικές πρακτικές, παρατήρηση διδασκαλίας*

*Abstract: While students' creativity in mathematics can be fostered by exploring multiple solutions in open-ended tasks, it has been observed that teachers often overlook or fail to effectively utilize such tasks. This paper examines seven in-service primary school teachers, investigating the extent to which they associate open-ended tasks with fostering creativity and the degree to which they implement these tasks into their classrooms. For this purpose, interviews with teachers and observations of their teaching were conducted before and after their participation in an intervention aimed at cultivating mathematical creativity. The absence of open-ended tasks in school reality and an inconsistency between teachers' perceptions and their actual teaching practices are highlighted.*

*Keywords: Mathematical creativity, open-ended tasks, intervention, teachers' perceptions, teaching practices, classroom observation*

### Εισαγωγή

Η διδασκαλία των μαθηματικών μέσα από δημιουργικές δραστηριότητες, με στόχο την ανάπτυξη της δημιουργικότητας, προσφέρει πολλαπλά γνωστικά και συναισθηματικά οφέλη

στους μαθητές [1] (Mann, 2006). Μεταξύ αυτών περιλαμβάνονται η βαθύτερη κατανόηση των μαθηματικών εννοιών και η αναγνώριση της αξίας των μαθηματικών, γεγονός που την καθιστά έναν επιδιωκόμενο στόχο στο πλαίσιο του σχολείου. Στη βιβλιογραφία (Guilford, 1966; Torrance, 1965), η δημιουργικότητα στα μαθηματικά συνήθως ορίζεται και αξιολογείται με βάση την ευχέρεια (ικανότητα εύρεσης πολλών απαντήσεων σε ένα ερώτημα), την ευελιξία (ικανότητα αναζήτησης διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης), την πρωτοτυπία (ικανότητα εύρεσης ασυνήθιστων και καινοτόμων απαντήσεων) και την επεξεργασία (εξέλιξη μιας ιδέας, ενσωμάτωση λεπτομερειών και σύνδεσή της με άλλες). Επίσης, η δημιουργικότητα στα μαθηματικά συνδέεται με τη μη αλγοριθμική σκέψη, καθώς και με την ικανότητα για αφαιρετική σκέψη και γενίκευση (Sriraman, 2009).

Όπως εξηγούν οι Leikin και Elgrably (2020), η δημιουργικότητα των μαθητών μπορεί να καλλιεργηθεί μέσω της αξιοποίησης έργων ανοιχτής απάντησης (open tasks). «Έργα ανοιχτής απάντησης» θεωρούνται τα έργα που έχουν περισσότερες από μία σωστές λύσεις ή αποτελέσματα (open-end tasks) ή/και τα έργα που επιτρέπουν την εφαρμογή διαφορετικών στρατηγικών επίλυσης (open-start tasks). Συχνά, ένα έργο ανοιχτής απάντησης μπορεί να συνδυάζει και τα δύο αυτά χαρακτηριστικά, διευρύνοντας τις δυνατότητες εξερεύνησης και σκέψης των μαθητών. Σύμφωνα με τους Levenson et al. (2018), τα έργα ανοιχτής απάντησης ενδείκνυνται για την καλλιέργεια της δημιουργικότητας των μαθητών στα μαθηματικά, καθώς προάγουν όχι μόνο την ευχέρεια, αλλά και την ευελιξία και την πρωτοτυπία. Παρ' όλα αυτά, οι εκπαιδευτικοί συχνά εμφανίζονται με περιορισμένες αντιλήψεις σχετικά με τη δημιουργικότητα (Levenson, 2015). Μάλιστα, οι (λιγοστές) έρευνες που περιλαμβάνουν παρατήρηση διδασκαλίας, δείχνουν ότι οι εκπαιδευτικοί συχνά δεν είναι σε θέση να καλλιεργήσουν τη δημιουργικότητα των μαθητών τους ή να αξιοποιήσουν αποτελεσματικά τις δυνατότητες των δραστηριοτήτων που επιλέγουν για την ενίσχυσή της (π.χ., Meyer & Lederman, 2013; Zioga & Desli, 2023). Οι διδακτικές πρακτικές που εφαρμόζουν οι εκπαιδευτικοί έχουν μελετηθεί ελάχιστα διεθνώς υπό το πρίσμα της καλλιέργειας της δημιουργικότητας στα μαθηματικά. Ιδιαίτερα στον ελληνικό χώρο, παρατηρείται έλλειψη ερευνών που να εξετάζουν κατά πόσο ενισχύεται η δημιουργικότητα των μαθητών στα μαθηματικά μέσα στη σχολική τάξη.

Η παρούσα εργασία επιχειρεί να καλύψει το κενό αυτό και αποτελεί τμήμα μιας διδακτορικής διατριβής, η οποία εξετάζει τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τη δημιουργικότητα στα μαθηματικά καθώς και τις διδακτικές πρακτικές τους που ευνοούν την καλλιέργεια της δημιουργικότητας στο σχολείο. Η εργασία επικεντρώνεται, πιο συγκεκριμένα, στις αντιλήψεις και τις διδακτικές πρακτικές που αφορούν τα έργα ανοιχτής απάντησης.

## **Θεωρητικό υπόβαθρο**

### ***Έργα ανοιχτής απάντησης***

Η πλειονότητα των έργων που χρησιμοποιούνται παραδοσιακά στη διδασκαλία των μαθηματικών απαιτούν από τους μαθητές να δώσουν μία απάντηση με τη μορφή ενός αριθμού ή ενός μαθηματικού αντικειμένου. Δεδομένου ότι οι αναμενόμενες απαντήσεις είναι

προκαθορισμένες και συγκεκριμένες, αυτές οι ασκήσεις χαρακτηρίζονται ως «κλειστού τύπου» (Mihajlonić & Dejić, 2015). Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα κλειστού τύπου προβλήματος είναι το εξής: «Ποια είναι η περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου με πλευρές 4εκ. και 5εκ.»; Αντίθετα, τα προβλήματα ανοιχτής απάντησης επιτρέπουν ποικιλία σωστών απαντήσεων και ενθαρρύνουν διαφορετικούς τρόπους σκέψης. Ένα παράδειγμα τέτοιου προβλήματος είναι: «Σχεδιάστε διάφορα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με περίμετρο 18εκ.». Επομένως, όπως εξηγούν οι Kwon et al. (2006), τα κλειστού τύπου προβλήματα έχουν πολύ συγκεκριμένη αφητηρία και στόχους, περιορίζοντας τη δυνατότητα για αποκλίνουσα σκέψη. Αντίθετα, τα προβλήματα ανοιχτής απάντησης, παρά το γεγονός ότι ενδέχεται να έχουν συγκεκριμένα δεδομένα, ενθαρρύνουν την αναζήτηση πολλών διαφορετικών πιθανών λύσεων και τη χρήση αποκλίνουσας σκέψης. Καθώς οι μαθητές ψάχνουν διάφορες λύσεις και προσεγγίσεις, εκφράζουν ελεύθερα πολλές ιδέες (ευχέρεια), προσπαθούν να βρουν καινούριες στρατηγικές, όταν οι προηγούμενες δεν αρκούν για να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα (ευελιξία), και εφευρίσκουν έξυπνες και απρόσμενες ιδέες (πρωτοτυπία). Επιπλέον, όπως εξηγούν οι Klavir και Hershkovitz (2008), τα προβλήματα ανοιχτής απάντησης όχι μόνο καταρρίπτουν το στερεότυπο που υποστηρίζει ότι κάθε πρόβλημα έχει μία και μοναδική σωστή λύση, αλλά επιτρέπουν στους μαθητές να εργαστούν πάνω στο ίδιο πρόβλημα, καθένας με βάση τις δικές του δυνατότητες.

### ***Αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τη δημιουργικότητα***

Έχει διαπιστωθεί ότι το σχολικό περιβάλλον μπορεί να επηρεάσει την ανάπτυξη της δημιουργικότητας, είτε ενθαρρύνοντας είτε αποθαρρύνοντας τους μαθητές να εμπλακούν σε δημιουργικές δραστηριότητες (Gralewski, 2016). Ωστόσο, πλήθος ερευνών αναδεικνύουν τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι εκπαιδευτικοί στην αναγνώριση της δημιουργικότητας και των έργων που την καλλιεργούν στην τάξη (π.χ., Aljughaiman & Mowrer-Reynolds, 2005; Bolden et al., 2010). Για παράδειγμα, σύμφωνα με τους Aljughaiman και Mowrer-Reynolds (2005), οι εν ενεργεία εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στις ΗΠΑ αναφέρουν συχνά ότι θεωρούν τις δημιουργικές δραστηριότητες ως κάτι επιπρόσθετο και διαχωρισμένο από το αναλυτικό πρόγραμμα, το οποίο μπορεί να προσφέρει διασκέδαση στην τάξη, αλλά δεν δημιουργεί πολλές ευκαιρίες για μάθηση.

Φαίνεται ότι και στην Ελλάδα οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τη δημιουργικότητα είναι συχνά περιορισμένες και συγκεκριμένες. Σύμφωνα με τις Desli και Zioga (2015), οι Έλληνες εν ενεργεία εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης συνδέουν τη δημιουργικότητα στα μαθηματικά κυρίως με την καθοδηγούμενη δημιουργία προβλημάτων από τους μαθητές και την αλγοριθμική σκέψη, θεωρώντας ότι η δημιουργικότητα στα μαθηματικά καλλιεργείται μέσα από προβλήματα που επιλύονται σε πολλά, αλλά καθορισμένα, βήματα. Παρατηρείται, επομένως, ότι οι αντιλήψεις των εν ενεργεία εκπαιδευτικών στην Ελλάδα απέχουν αρκετά από τις απόψεις των ερευνητών, δείχνοντας προσκόλληση στον «παραδοσιακό» τρόπο διδασκαλίας (αλγοριθμική σκέψη, καθορισμένα βήματα επίλυσης, περιορισμένη σύνδεση με τα ενδιαφέροντα των μαθητών).

Πολύ πιο αισιόδοξα αποτελέσματα, ωστόσο, προκύπτουν από τη διακρατική έρευνα που πραγματοποιήθηκε σε έξι χώρες από τους Leikin et al. (2013), στην οποία συμμετέχουν περίπου 1.100 εν ενεργεία εκπαιδευτικοί δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης από την Κύπρο, την Ινδία, το Ισραήλ, τη Λετονία, το Μεξικό και τη Ρουμανία. Σύμφωνα με τα ευρήματα αυτής της έρευνας, οι εκπαιδευτικοί από όλες τις χώρες συνδέουν έντονα τη δημιουργικότητα των μαθητών στα μαθηματικά με τις ικανότητες διατύπωσης μαθηματικών υποθέσεων, ανακάλυψης μαθηματικών μοτίβων και ανεξαρτησίας στη σκέψη (διερευνητικές ικανότητες). Επίσης, τη συνδέουν με τη μαθηματική ευελιξία και, συγκεκριμένα, με την ικανότητα των μαθητών να επιλύουν μαθηματικά προβλήματα με πολλούς τρόπους καθώς και να χρησιμοποιούν διαφορετικές στρατηγικές κατά την επίλυσή τους. Έτσι, παρατηρείται ότι τα αποτελέσματα των ερευνών αναφορικά με τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τη δημιουργικότητα είναι αντικρουόμενα. Ωστόσο, είτε οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών συμφωνούν με αυτές των ερευνητών είτε όχι, η επιρροή του σχολείου στην καλλιέργεια της δημιουργικότητας των μαθητών είναι δεδομένη.

### **Διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών**

Τα αποτελέσματα των ερευνών που εξετάζουν τη συνέπεια ανάμεσα στις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τη δημιουργικότητα και τις πρακτικές που εφαρμόζουν στην τάξη είναι, επίσης, αντικρουόμενα. Υπάρχουν έρευνες που δείχνουν ότι οι ορισμοί που αποδίδουν οι εκπαιδευτικοί στη δημιουργικότητα έχουν αντίκτυπο στη διδασκαλία τους. Για παράδειγμα, σύμφωνα με τους Lasky και Yoon (2011), οι πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης για τη δημιουργικότητα είναι εμφανείς στις διδακτικές πρακτικές τους και μπορεί να οδηγήσουν είτε στην ενίσχυση της δημιουργικότητας των μαθητών είτε στην αναχαίτισή της.

Εντούτοις, σύμφωνα με άλλους ερευνητές, συχνά παρατηρείται σημαντική αντίθεση και ασυνέπεια ανάμεσα στις δηλώσεις των εκπαιδευτικών και στη συμπεριφορά τους στην τάξη (Gralewski, 2016). Όπως αναφέρει χαρακτηριστικά ο Cropely (2010), αν και οι περισσότεροι εκπαιδευτικοί στη θεωρία εκφράζονται υπέρ της δημιουργικότητας και δηλώνουν ότι την υποστηρίζουν και επιθυμούν να έχουν δημιουργικούς μαθητές στην τάξη τους, στην πράξη η κατάσταση είναι πολύ διαφορετική. Οι εκπαιδευτικοί συχνά εκφράζουν δυσαρέσκεια προς τους περισσότερο δημιουργικούς μαθητές και δεν εκτιμούν τα χαρακτηριστικά της προσωπικότητας που σχετίζονται με τη δημιουργικότητα. Όπως εξηγούν οι Aljughaiman και Mowrer-Reynolds (2005), οι πρακτικές που χρησιμοποιούνται συνήθως στην τάξη αποθαρρύνουν τη δημιουργικότητα, δίνοντας έμφαση στην υπακοή, τους καλούς τρόπους και τον παραδοσιακό τρόπο σκέψης.

Επιπλέον, όπως επισημαίνουν οι Meyer και Lederman (2013), οι εκπαιδευτικοί συχνά δηλώνουν ότι αναγνωρίζουν την αξία της δημιουργικότητας και ότι προσπαθούν να την καλλιεργήσουν στην τάξη τους. Ωστόσο, στην πράξη προκύπτουν αδυναμίες σχετικά με την αποτελεσματικότητα ορισμένων έργων που επιλέγουν οι εκπαιδευτικοί για τον σκοπό αυτό. Για παράδειγμα, οι εκπαιδευτικοί δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης που συμμετείχαν στην έρευνά τους, οι οποίοι δίδασκαν φυσική σε σχολεία των Η.Π.Α., επέλεξαν σε ερωτηματολόγιο

δραστηριότητες που εν δυνάμει προσφέρονται για την καλλιέργεια της ευχέρειας, της ευελιξίας και της πρωτοτυπίας των μαθητών. Ωστόσο, σύμφωνα με τους Meyer και Lederman, η παρατήρηση της διδασκαλίας των εκπαιδευτικών έδειξε ότι, στην πράξη, δεν αξιοποίησαν τις δυνατότητες που προσφέρουν αυτές οι δραστηριότητες για την ενίσχυση της δημιουργικότητας των μαθητών.

### **Προηγούμενες παρεμβάσεις για τη δημιουργικότητα στα μαθηματικά**

Στο παρελθόν, οι επιμορφωτικές παρεμβάσεις που είχαν στόχο τον εμπλουτισμό των γνώσεων των εκπαιδευτικών αναφορικά με τη δημιουργικότητα στα μαθηματικά ήταν περιορισμένες. Για παράδειγμα, οι Bicer et al. (2022), η Levenson (2015) και η Shriki (2010) έδειξαν ότι οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης εξελίχθηκαν σε θεωρητικό επίπεδο, χωρίς ωστόσο να έχει παρατηρηθεί η διδασκαλία τους. Αντίθετα, οι Papanoua και Papanoua (2014) βρήκαν ότι οι υποψήφιοι εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, όταν ετοίμαζαν σχέδια διδασκαλίας, συνέχιζαν να προτιμούν τυποποιημένες δραστηριότητες από το σχολικό εγχειρίδιο, ακόμα και μετά την παρακολούθηση ενός εκπαιδευτικού προγράμματος που εστίαζε στον σχεδιασμό δραστηριοτήτων για την ενίσχυση της ευχέρειας και της ευελιξίας. Βέβαια, οι συγκεκριμένοι συμμετέχοντες αποδίδουν το γεγονός αυτό στην έλλειψη αυτοπεποίθησης που προκύπτει από την απουσία διδακτικής εμπειρίας.

Ωστόσο, οι διδακτικές πρακτικές και τα έργα που επιλέγουν οι εκπαιδευτικοί, μετά τη συμμετοχή τους σε προγράμματα που αφορούν την καλλιέργεια της μαθηματικής δημιουργικότητας, δεν έχουν μελετηθεί επαρκώς. Ανακύπτει, επομένως, το ερώτημα: οι εκπαιδευτικοί που συμμετέχουν σε αυτά τα προγράμματα ενσωματώνουν τελικά στη διδασκαλία τους τις γνώσεις και τις ιδέες που αποκόμισαν;

### **Η παρούσα εργασία**

Η παρούσα εργασία εξετάζει τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τα έργα που μπορούν να ενισχύσουν τη μαθηματική δημιουργικότητα των μαθητών, με έμφαση στα έργα ανοιχτής απάντησης. Επιπλέον, διεισδύοντας σε σχολικές τάξεις, παρέχει μία ρεαλιστική εικόνα του βαθμού στον οποίο οι εκπαιδευτικοί ενισχύουν τη δημιουργικότητα των μαθητών τους στην πράξη, επιλέγοντας έργα ανοιχτής απάντησης στη διδασκαλία τους. Τέλος, διερευνά αν οι εκπαιδευτικοί, μετά τη συμμετοχή τους σε επιμορφωτική παρέμβαση, εμπλουτίζουν τις αρχικές αντιλήψεις τους και αξιοποιούν κατάλληλα στη διδασκαλία τους ή σχεδιάζουν έργα ανοιχτής απάντησης τα οποία καλλιεργούν τη δημιουργικότητα των μαθητών τους. Στο πλαίσιο αυτό, η εργασία επιχειρεί να απαντήσει στα εξής ερωτήματα:

α) Σε ποιο βαθμό οι εκπαιδευτικοί συνδέουν την καλλιέργεια της δημιουργικότητας των μαθητών στα μαθηματικά με την αξιοποίηση έργων ανοιχτής απάντησης, πριν από και μετά την παρέμβαση;

β) Ποια είναι η συχνότητα αξιοποίησης έργων ανοιχτής απάντησης, πριν από και μετά την παρέμβαση; και

γ) Οι αντιλήψεις τους συμβαδίζουν με τις πρακτικές τους;

## Μεθοδολογία

### Οι συμμετέχοντες

Στην έρευνα συμμετείχαν εθελοντικά επτά εν ενεργεία εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (τρεις γυναίκες), οι οποίοι, κατά την περίοδο συλλογής των δεδομένων, δίδασκαν σε διαφορετικές τάξεις, σε δημόσια δημοτικά σχολεία της πόλης της Θεσσαλονίκης. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 1, ο οποίος συνοψίζει τα στοιχεία των συμμετεχόντων, δύο από αυτούς είχαν μεταπτυχιακές σπουδές στη διδακτική των Μαθηματικών. Η προϋπηρεσία τους κυμαινόταν από 8 έως 30 έτη, με μέσο όρο τα 21 έτη. Η ηλικία τους κυμαινόταν από 32 έως 55 έτη, με μέσο όρο τα 45,6 έτη. Οι εκπαιδευτικοί επιλέχθηκαν μετά από πρόσκληση των ερευνητριών μέσω της Πρωτοβάθμιας Διεύθυνσης Θεσσαλονίκης, καθώς εκδήλωσαν ενδιαφέρον για συμμετοχή στο επιμορφωτικό πρόγραμμα. Για λόγους ηθικής δεοντολογίας, τα ονόματα που αναφέρονται είναι ψευδώνυμα.

Εκπαιδευτικός	Φύλο	Ηλικία	Έτη υπηρεσίας	Μεταπτυχιακές σπουδές	Τάξη
Χαρά	Θ	48	25	-	Α'
Γεωργία	Θ	47	22	-	Α'
Ιάσοντας	Α	43	18	Διδακτική των Μαθηματικών	Δ'
Ελένη	Θ	32	8	Γλωσσικός Γραμματισμός	Δ'
Πέτρος	Α	41	15	Διδακτική Θετικών Επιστημών	Δ'
Μάριος	Α	55	30	-	Ε'
Βασίλης	Α	53	28	-	Ε'

Πίνακας 1: Στοιχεία εκπαιδευτικών που συμμετείχαν στην έρευνα

### Η παρέμβαση

Η επιμορφωτική παρέμβαση στην οποία συμμετείχαν οι εκπαιδευτικοί πραγματοποιήθηκε σε έξι συναντήσεις, διάρκειας τριών ωρών η καθεμία, και για τη διεξαγωγή της λήφθηκε σχετική άδεια από το Ι.Ε.Π. Κατά τη διάρκεια της παρέμβασης, οι εκπαιδευτικοί ενημερώθηκαν για τις σύγχρονες έρευνες σχετικά με την καλλιέργεια της δημιουργικότητας στα μαθηματικά και, ειδικότερα, για τις διδακτικές προσεγγίσεις και τα είδη των μαθηματικών έργων που ευνοούν την καλλιέργειά της. Ειδικότερα, συζητήθηκαν έργα που ενισχύουν την ευχέρεια, την

ευελιξία, την πρωτοτυπία και την εξεργασία, όπως τα έργα ανοιχτής απάντησης, τα μη τυποποιημένα προβλήματα, τα ασθενώς δομημένα προβλήματα και τα έργα που οδηγούν σε μαθηματική γενίκευση. Κάθε συνάντηση περιλάμβανε συζήτηση με τους συμμετέχοντες, μελέτη και σχολιασμό δημιουργικών έργων, καθώς και την τροποποίηση επιλεγμένων έργων, με στόχο να τα καταστήσουν περισσότερο πρόσφορα για την καλλιέργεια της δημιουργικότητας στα μαθηματικά.

### ***Ερευνητικά εργαλεία***

Για τον σκοπό της παρούσας εργασίας, η συλλογή των δεδομένων πραγματοποιήθηκε μέσω ημιδομημένης συνέντευξης και δομημένης παρατήρησης. Η ημιδομημένη συνέντευξη επιλέχθηκε καθώς ενδείκνυται για τη διερεύνηση των αντιλήψεων των συμμετεχόντων, προσφέροντας ευελιξία και δυνατότητα εμβάθυνσης στα υπό συζήτηση θέματα (Bryman, 2017). Μέσω αυτής της μεθόδου, οι ερευνητές έχουν την ευκαιρία να προσαρμόσουν τις ερωτήσεις κατά τη διάρκεια της συνέντευξης και να διερευνήσουν τις απόψεις των συμμετεχόντων με μεγαλύτερη ακρίβεια. Από την άλλη πλευρά, η παρατήρηση επιτρέπει την άντληση δεδομένων για τα υπό μελέτη φαινόμενα, σε πραγματικό χρόνο και μέσα στο φυσικό περιβάλλον των συμμετεχόντων. Αυτό συντελεί στην καλύτερη κατανόηση των φαινομένων, καθώς οι ερευνητές μπορούν να παρατηρήσουν άμεσα τις διδακτικές πρακτικές και την αλληλεπίδραση με τους μαθητές, καταγράφοντας λεπτομέρειες που δεν θα ήταν δυνατό να εντοπιστούν μέσω άλλων εργαλείων, όπως τα ερωτηματολόγια ή οι συνεντεύξεις (Bryman, 2017).

Οι ερωτήσεις της συνέντευξης επιλέχθηκαν με σκοπό να προσφέρουν μια πλήρη εικόνα των αντιλήψεων των εκπαιδευτικών σχετικά με τη δημιουργικότητα στα μαθηματικά. Ειδικότερα, επικεντρώθηκαν στις διάφορες πτυχές της δημιουργικότητας, όπως οι τρόποι με τους οποίους μπορεί να εκδηλωθεί στα μαθηματικά, τα χαρακτηριστικά των δημιουργικών ανθρώπων, τα στοιχεία που καθιστούν ένα έργο δημιουργικό, και την ατμόσφαιρα της τάξης που υποστηρίζει την καλλιέργεια της δημιουργικότητας. Για παράδειγμα, ορισμένες από τις ερωτήσεις της συνέντευξης που εστίαζαν στα προβλήματα που ενισχύουν τη δημιουργικότητα στα μαθηματικά ήταν οι εξής: *«Ποια είδη προβλημάτων πιστεύετε ότι καλλιεργούν τη δημιουργικότητα στους μαθητές; Ποια χαρακτηριστικά πρέπει να έχει ένα πρόβλημα για να το χαρακτηρίσετε δημιουργικό; Μπορείτε να δώσετε κάποια παραδείγματα δημιουργικών προβλημάτων; Επιλέγετε δημιουργικά προβλήματα στη διδασκαλία σας; Αν ναι, από πού αντλείτε ιδέες; Με ποιον τρόπο τα διδάσκετε στους μαθητές;»*

Το φύλλο παρατήρησης που χρησιμοποιήθηκε σχεδιάστηκε ειδικά για τις ανάγκες της έρευνας και εστίαζε στο είδος των έργων που επέλεξαν οι εκπαιδευτικοί κατά τη διδασκαλία τους καθώς και στη διδακτική προσέγγιση που υιοθετούσαν (π.χ., αξιοποίηση έργων ανοιχτής απάντησης, μη τυποποιημένων προβλημάτων, έργων που οδηγούν σε μαθηματική γενίκευση). Η εισαγωγή των δεδομένων πραγματοποιούνταν με δύο τρόπους: α) με δειγματοληψία συμβάντων (εισαγωγή μιας μικρής καθέτου (/) δίπλα σε κάθε χαρακτηριστικό κάθε φορά που παρατηρείται) και β) με καταγραφή σε διαστήματα, ώστε τα γεγονότα να καταγράφονται σε προκαθορισμένα διαστήματα (1 λεπτού) και να

αποτυπώνεται η διάρκεια και η χρονολογική σειρά τους (Cohen et al., 2008). Επιπλέον, κατά τη διάρκεια της παρατήρησης η ερευνήτρια κατέγραφε εν συντομία σημαντικές πληροφορίες (για παράδειγμα, εκφώνηση προβλήματος εκτός του σχολικού εγχειριδίου, ιδέες των μαθητών κ.λπ.), ενώ αμέσως μετά τη λήξη κάθε ώρας παρατήρησης κρατούσε σημειώσεις για οποιοδήποτε άλλο γεγονός σχετικό με την έρευνα είχε λάβει χώρα.

### **Διαδικασία**

Προκειμένου να αξιολογηθούν οι αλλαγές που επήλθαν στις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τη δημιουργικότητα στα μαθηματικά μετά την παρέμβαση, οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν να συμμετάσχουν σε συνέντευξη δύο φορές: έναν μήνα πριν από την έναρξη της παρέμβασης και δύο έως τρεις μήνες μετά την ολοκλήρωσή της. Οι συνεντεύξεις είχαν διάρκεια περίπου 30 λεπτών η καθεμία, ηχογραφήθηκαν μετά από έγκριση των συμμετεχόντων και απομαγνητοφωνήθηκαν. Επίσης, πραγματοποιήθηκε παρατήρηση της διδασκαλίας κάθε εκπαιδευτικού στην ώρα των μαθηματικών, σε συνολικά οκτώ ώρες, ισάριθμα μοιρασμένες πριν από και μετά την παρέμβαση. Η μέρα και η ώρα της παρατήρησης καθορίζονταν μετά από συνεννόηση με τους εκπαιδευτικούς, ενώ η επιλογή του περιεχομένου διδασκαλίας αποτελούσε αποκλειστική ευθύνη των συμμετεχόντων.

### **Ανάλυση των δεδομένων**

Για την ανάλυση των αποτελεσμάτων αξιοποιήθηκε η θεματική ανάλυση (Bryman, 2017), μέθοδος που ενδείκνυται για την επεξεργασία ποιοτικών δεδομένων, καθώς βασίζεται στην αναγνώριση, ανάλυση και οργάνωση επαναλαμβανόμενων νοηματικών μοτίβων στο σύνολο των δεδομένων (Braun & Clarke, 2006). Πιο συγκεκριμένα, ακολουθήθηκε η διαδικασία που περιγράφει αναλυτικά ο Τσιώλης (2018). Αρχικά, πραγματοποιήθηκε η απομαγνητοφώνηση των συνεντεύξεων. Στη συνέχεια, μετά από προσεκτική ανάγνωση του κειμένου, εντοπίστηκαν τα αποσπάσματα που παρέχουν πληροφορίες για κάθε ερευνητικό ερώτημα. Αντίστοιχη διαδικασία ακολουθήθηκε και για την επεξεργασία των δεδομένων που προέκυψαν από την παρατήρηση, καθώς οι σημειώσεις που καταγράφηκαν κατά τη διάρκεια της παρατήρησης ήταν κειμενικού τύπου. Οι αντιλήψεις και οι διδακτικές πρακτικές των συμμετεχόντων οργανώθηκαν αρχικά σε ευρύτερες κατηγορίες (π.χ., προβλήματα που οι εκπαιδευτικοί θεωρούν δημιουργικά, είδη δημιουργικών έργων που αξιοποιούν οι εκπαιδευτικοί). Στη συνέχεια, συγκεντρώθηκαν ομοειδή (ως προς το περιεχόμενο) αποσπάσματα, προκειμένου να αναγνωριστούν κοινά νοηματικά μοτίβα (θέματα) που σχετίζονται με το αντικείμενο της έρευνας (π.χ., έργα που καλλιεργούν την ευχέρεια). Ακολούθησε η κατανόηση και ερμηνεία των δεδομένων καθώς και η απόδοση εννοιολογικών προσδιορισμών (κωδικών) σε αυτά (π.χ., έργα ανοιχτής απάντησης). Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας, θα παρουσιαστούν μόνο τα αποτελέσματα που αφορούν τα έργα ανοιχτής απάντησης.

## Αποτελέσματα

### Αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τη σύνδεση των έργων ανοιχτής απάντησης με τη δημιουργικότητα

Οι εκπαιδευτικοί, ήδη πριν από την παρέμβαση, αν και σε περιορισμένο βαθμό, εξέφρασαν την αντίληψη ότι τα έργα ανοιχτής απάντησης προσφέρουν στους μαθητές τη δυνατότητα να ενισχύσουν τη δημιουργικότητά τους στα μαθηματικά. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 2, τρεις εκπαιδευτικοί, όταν τους ζητήθηκε κατά τη διάρκεια της συνέντευξης πριν από την παρέμβαση να περιγράψουν ποια προβλήματα θεωρούν δημιουργικά, αναφέρθηκαν σε προβλήματα με πολλές λύσεις. Ο Ιάσοντας και ο Πέτρος τόνισαν, μάλιστα, τη δυνατότητα που προσφέρουν τα προβλήματα αυτά στους μαθητές να επιλέξουν μεταξύ των λύσεων αυτές που προτιμούν.

Μετά την παρέμβαση, επιχειρώντας να περιγράψουν τα δημιουργικά προβλήματα κατά τη διάρκεια των συνεντεύξεων, όλοι οι εκπαιδευτικοί, χωρίς εξαίρεση, αναφέρθηκαν σε προβλήματα ανοιχτής απάντησης (βλ. Πίνακα 2). Τονίστηκε ξανά η ευκαιρία που προσφέρουν αυτά τα προβλήματα στους μαθητές να επιλέξουν μεταξύ των διαφορετικών λύσεων, ανάλογα με τις εμπειρίες, τον τρόπο σκέψης και τις προτιμήσεις τους, κάτι που ανέφεραν αυτή τη φορά η Ελένη και ο Μάριος. Επιπλέον, ο Βασίλης σημείωσε και τη χρονική παράμετρο, δηλώνοντας ότι τα προβλήματα ανοιχτής απάντησης απαιτούν συνήθως περισσότερο χρόνο από τα κλειστής απάντησης, καθώς οι μαθητές πρέπει να αναζητήσουν πολλές λύσεις. Επομένως, φαίνεται ότι η παρέμβαση είχε θετικό αντίκτυπο στους συμμετέχοντες, τουλάχιστον σε θεωρητικό επίπεδο, όσον αφορά στον εμπλουτισμό των αντιλήψεών τους σχετικά με τις ευκαιρίες που προσφέρουν τα έργα ανοιχτής απάντησης για την καλλιέργεια της δημιουργικότητας στα μαθηματικά.

Εκπαιδευτικός	Αντιλήψεις για τα δημιουργικά προβλήματα	
	Πριν από την παρέμβαση	Μετά την παρέμβαση
Χαρά	-	Προβλήματα που έχουν πολλές λύσεις, γενικά που καλλιεργούν την αποκλίνουσα σκέψη, είναι δημιουργικά.
Γεωργία	-	Προβλήματα με πολλές λύσεις (είναι δημιουργικά).
Ιάσοντας	(Δημιουργικό είναι) το πρόβλημα που δεν έχει (μόνο) μία λύση. Δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να κάνουν διάφορους συνδυασμούς λαμβάνοντας υπόψη και τα ενδιαφέροντά τους, τις προτιμήσεις τους.	(Δημιουργικά είναι τα) ανοιχτά προβλήματα που δεν επιδέχονται (μόνο) μία λύση.

Ελένη	<i>Είναι δημιουργικό γιατί έχει πολλές λύσεις, είναι ανοιχτού τύπου.</i>	<i>Να είναι ανοιχτού τύπου πρόβλημα, να έχει πολλές λύσεις ώστε ο κάθε μαθητής να προτείνει αυτό που είναι κοντά στη σκέψη του, όπως το αντιλαμβάνεται.</i>
Πέτρος	<i>Τα πιο ανοιχτά προβλήματα, δηλαδή, τα προβλήματα που επιδέχονται παραπάνω από μία λύση. Να μην υπάρχει, δηλαδή, η μία και μοναδική σωστή λύση, να είναι περισσότερες από μία, να υπάρχει η δυνατότητα επιλογών... και, εφόσον ο καθένας έχει βρει κάποια ή κάποιες, να κινητοποιηθεί και να τις βρει όλες. Τονίζοντας φυσικά ότι όλες είναι σωστές.</i>	<i>(Δημιουργικό) μπορεί να είναι (ένα) πρόβλημα που ζητούνται περισσότερες από μία λύσεις, ή γενικότερα ανοιχτά προβλήματα, προβλήματα τα οποία πιθανόν προτείνουν μία λύση και στη συνέχεια ζητείται αν μπορούμε να βρούμε κάποια άλλη λύση.</i>
Μάριος	-	<i>(Ένα πρόβλημα είναι δημιουργικό όταν) το κάθε παιδί δίνει τη δική του λύση από τις εμπειρίες του.</i>
Βασίλης	-	<i>Τα δημιουργικά (προβλήματα) είναι πιο δύσκολα για τα παιδιά, γιατί πρέπει να σκεφτούν, να δώσουν διάφορες απαντήσεις. Χρειάζεται χρόνος.</i>

---

**Πίνακας 2: Ενδεικτικά παραδείγματα απαντήσεων των εκπαιδευτικών σχετικά με τη σύνδεση των έργων ανοιχτής απάντησης με την καλλιέργεια της δημιουργικότητας στα μαθηματικά, πριν από και μετά την παρέμβαση**

### **Αξιοποίηση έργων ανοιχτής απάντησης στην τάξη**

Πριν από την παρέμβαση, η αξιοποίηση έργων ανοιχτής απάντησης από τους εκπαιδευτικούς πραγματοποιήθηκε σε πολύ περιορισμένο βαθμό. Πιο συγκεκριμένα, κατά τη διάρκεια των 28 ωρών παρατήρησης της διδασκαλίας που προηγήθηκε της παρέμβασης (7 εκπαιδευτικοί x 4 ώρες/εκπαιδευτικό), μόλις δύο εκπαιδευτικοί (η Χαρά και ο Βασίλης) επέλεξαν συνολικά τέσσερα έργα ανοιχτής απάντησης, στα οποία αφιερώθηκαν 49 λεπτά. Η παρουσίασή τους στην τάξη ήταν αυτουσία, όπως περιλαμβάνονται στο σχολικό εγχειρίδιο. Επιπλέον, παρόλο που επιλέχθηκαν αυτά τα έργα, δεν αξιοποιήθηκαν πλήρως οι ευκαιρίες που προσφέρουν για την καλλιέργεια της δημιουργικότητας των μαθητών. Ενδεικτικά, στην Εικόνα 1 φαίνεται μία εργασία που επέλεξε ο Βασίλης από το σχολικό εγχειρίδιο της Ε' τάξης.

Αρχικά ο Βασίλης, προκειμένου να βοηθήσει τους μαθητές του να ανασύρουν από τη μνήμη τους όσα είχαν συζητήσει στην τάξη την προηγούμενη ημέρα, τους ρώτησε: “Πότε ένα κλάσμα είναι μικρότερο της μονάδας;”. Ένας από τους μαθητές απάντησε ότι ένα κλάσμα είναι μικρότερο της μονάδας όταν ο αριθμητής του είναι μικρότερος από τον παρονομαστή. Στη συνέχεια, προχώρησαν στην εκτέλεση της εργασίας, κατά την οποία οι μαθητές πρότειναν από ένα κλάσμα μικρότερο της μονάδας, το οποίο ο Βασίλης έγραφε στον πίνακα. Έπειτα, πάλι με προφορική συμμετοχή των μαθητών, ο Βασίλης τοποθέτησε ο ίδιος τα κλάσματα πάνω στην αριθμογραμμή. Με δεδομένο ότι ένας μαθητής είχε ήδη υπενθυμίσει τον κανόνα ότι ο αριθμητής πρέπει να είναι μικρότερος από τον παρονομαστή, οι μαθητές προέβαιναν ουσιαστικά σε σύγκριση φυσικών αριθμών για να σχηματίσουν κλάσματα μικρότερα της μονάδας. Η εργασία ολοκληρώθηκε με αρκετά μηχανιστικό τρόπο, μέσα σε πέντε λεπτά, χωρίς να προκύψουν δυσκολίες.

ε. Φτιάχνω διαφορετικά κλάσματα, μικρότερα του 1, παίρνοντας κάθε φορά δύο από τις παρακάτω κάρτες με τους αριθμούς:

● Βάζω στην αριθμογραμμή τα παραπάνω κλάσματα:

0 1

● Διατάσσω τα κλάσματα από το μικρότερο στο μεγαλύτερο:

Εικόνα 1: Εργασία που δόθηκε από τον Βασίλη πριν από την παρέμβαση (Ε' τάξη, Τ.Ε., Κεφάλαιο 16, σελ. 11)

Ένα ακόμα έργο ανοιχτής απάντησης, το οποίο αξιοποίησε η Χαρά, προέκυψε από τροποποίηση εργασίας του σχολικού εγχειριδίου της Α' τάξης (Β.Μ., σελ. 25, εργασία 2). Η Χαρά έδωσε σε κάθε ζευγάρι μαθητών δύο καλαθάκια και έξι κύβους και τους ζήτησε να συνεργαστούν με τον διπλανό τους ώστε να χωρίσουν τους κύβους, τοποθετώντας τους στα καλαθάκια με διάφορους τρόπους. Αφού κάθε ζευγάρι πρότεινε από έναν τρόπο (συχνά επαναλαμβάνοντας κάποιον που είχε ήδη ειπωθεί, καθώς οι τρόποι ήταν αριθμητικά περιορισμένοι), η Χαρά τούς μοίρασε φωτοτυπίες με πολλά ζεύγη από καλαθάκια, ώστε να συμπληρώσουν γραπτώς όλους τους δυνατούς συνδυασμούς. Η δραστηριότητα αυτή διήρκεσε είκοσι λεπτά.

Στην προηγούμενη ενότητα φάνηκε ότι μετά την παρέμβαση, όλοι οι συμμετέχοντες συνδέουν την καλλιέργεια της δημιουργικότητας με την αξιοποίηση προβλημάτων ανοιχτής απάντησης, όπως προκύπτει από τις συνεντεύξεις τους. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια της παρατήρησης μετά την παρέμβαση, φάνηκε ότι ο αριθμός των εκπαιδευτικών που πράγματι

επιλέγουν τέτοια προβλήματα στη διδασκαλία τους είναι σχεδόν ο ίδιος με πριν. Πιο συγκεκριμένα, όπως φαίνεται στον Πίνακα 3, μετά την παρέμβαση, τρεις εκπαιδευτικοί επιλέγουν έργα ανοιχτής απάντησης (η Χαρά, η Γεωργία και η Ελένη), ενώ πριν τα είχαν επιλέξει δύο (η Χαρά και ο Βασίλης). Παρά τη θεωρητική στήριξη της καλλιέργειας της δημιουργικότητας, παρατηρείται ασυνέπεια μεταξύ των αντιλήψεων και των διδακτικών πρακτικών των εκπαιδευτικών, καθώς οι επιλογές τους δεν ανταποκρίνονται πλήρως στις δηλώσεις τους. Εντούτοις, μετά την παρέμβαση παρατηρείται σημαντική αύξηση στον χρόνο που αφιερώνεται σε έργα ανοιχτής απάντησης. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 3, μετά την παρέμβαση, οι τρεις εκπαιδευτικοί που προαναφέρθηκαν επιλέγουν στη διδασκαλία τους συνολικά έξι έργα ανοιχτής απάντησης (ενώ πριν από την παρέμβαση αξιοποιήθηκαν μόνο τέσσερα), διαθέτοντας συνολικά 144 λεπτά για αυτά, δηλαδή τριπλάσιο χρόνο σε σχέση με πριν.

Εκπαιδευτικός	Έργα ανοιχτής απάντησης που αξιοποίησε και χρόνος που αφιερώθηκε (σε λεπτά)	
	Πριν από την παρέμβαση	Μετά την παρέμβαση
Χαρά	3 (44)	2 (61)
Βασίλης	1 (5)	-
Γεωργία	-	1 (15)
Ελένη	-	3 (68)

**Πίνακας 3: Συχνότητα και χρόνος αξιοποίησης έργων ανοιχτής απάντησης από τους εκπαιδευτικούς κατά τη διάρκεια της παρατήρησης, πριν από και μετά την παρέμβαση**

Ένα ενδιαφέρον εύρημα που προέκυψε από την παρατήρηση είναι ότι οι περισσότεροι από τους εκπαιδευτικούς δεν συνθέτουν οι ίδιοι τα έργα ανοιχτής απάντησης ούτε τα αναζητούν σε διάφορες πηγές, μετά την παρέμβαση. Αντίθετα, επιλέγουν σχεδόν αυτούσια έργα που παρουσιάστηκαν κατά τη διάρκεια της παρέμβασης. Για παράδειγμα, η Ελένη ανέθεσε στους μαθητές της, της Δ' τάξης, το εξής πρόβλημα, το οποίο είχε συζητηθεί κατά τη διάρκεια των συναντήσεων με τους εκπαιδευτικούς: «Έχω δύο σχήματα με ίση περίμετρο, 28εκ. Μπορούν να έχουν το ίδιο εμβαδόν;». Αρχικά, ένας μαθητής σχεδίασε στον πίνακα ένα τετράγωνο με πλευρά 7εκ. Στη συνέχεια, μετά από παρότρυνση της Ελένης, αναζήτησαν και άλλα ισοπεριμετρικά σχήματα και σχεδίασαν τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με πλευρές 10εκ. x 4εκ., 8εκ. x 6εκ. και, τέλος, 9εκ. x 5εκ. “Τι παρατηρούμε επομένως;”, ρώτησε τους μαθητές της η Ελένη, οι οποίοι σχολίασαν ότι υπάρχουν πολλά σχήματα που έχουν περίμετρο 28εκ. Στο σημείο αυτό, η εκπαιδευτικός τους ζήτησε να εκτιμήσουν αν τα σχήματα αυτά έχουν ίδιο εμβαδόν, και οι μαθητές απάντησαν καταφατικά, οπότε η Ελένη τους ζήτησε να υπολογίσουν το εμβαδόν για να επαληθεύσουν την εκτίμησή τους. Οι μαθητές έδειξαν μεγάλο ενδιαφέρον

για την εργασία και υπολόγισαν το εμβαδόν, ορισμένοι γεμίζοντας τα σχήματα με τετραγωνάκια πλευράς 1εκ., ενώ άλλοι χρησιμοποιώντας τον τύπο του εμβαδού. Συνειδητοποίησαν, τελικά, ότι τα σχήματα δεν έχουν ίδιο εμβαδόν. “*Ποιο σχήμα έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν;*” ρώτησε η Ελένη, και οι μαθητές απάντησαν ότι το σχήμα με το μεγαλύτερο εμβαδόν είναι το τετράγωνο. Στο έργο αυτό αφιερώθηκε ολόκληρη η διδακτική ώρα (40’).

Η ίδια εκπαιδευτικός επέλεξε ακόμα ένα έργο που συζητήθηκε κατά τη διάρκεια της παρέμβασης: «*Σχεδιάστε σχήματα με το ίδιο εμβαδόν, 24τ.εκ.*». Ενθάρρυνε εξαρχής τους μαθητές να αναζητήσουν πολλές λύσεις. Σύντομα, κάποιοι μαθητές πρότειναν ως λύση το τετράγωνο με πλευρά 6εκ. Η Ελένη, προκειμένου να αντιληφθούν το λάθος τους, τους ζήτησε να το σχεδιάσουν και να υπολογίσουν το εμβαδόν του, το οποίο προέκυψε 36τ.εκ. Αφού οι μαθητές συνειδητοποίησαν πού οφειλόταν η παρανόησή τους, πρότειναν με ευκολία τα ορθογώνια παραλληλόγραμμα με πλευρές 12εκ.×2εκ., 8εκ.×3εκ. και 6εκ.×4εκ.

Ένα ακόμα έργο ανοιχτής απάντησης, το οποίο αξιοποιήθηκε από τη Χαρά κατά τη διδασκαλία της στην Α’ τάξη, φαίνεται στην Εικόνα 2. Η Χαρά επέλεξε ως έχει ένα από τα προβλήματα που αποτέλεσαν αντικείμενο συζήτησης κατά τη διάρκεια της παρέμβασης και προέρχεται από το σχολικό εγχειρίδιο των μαθηματικών της Κύπρου. Επέλεξε να το τροποποιήσει ελαφρώς, όχι ως προς το περιεχόμενο, αλλά ως προς την παρουσίασή του στην τάξη. Προσπάθησε να το προσομοιώσει με αληθινό παιχνίδι, ζωγράφησε στον πίνακα τους κουβάδες με τους αντίστοιχους βαθμούς, κάλεσε τους μαθητές έναν-έναν στον πίνακα, τους έδωσε ένα μπαλόνι και τους ζήτησε να το ακουμπούν στους κουβάδες που ήθελαν, σχηματίζοντας το ζητούμενο άθροισμα. Παράλληλα, τους ενθάρρυνε να βρουν διαφορετικές λύσεις, ενισχύοντας έτσι, όχι μόνο την ευχέρεια, αλλά και την πρωτοτυπία τους. Τα αθροίσματα που σχημάτισαν οι μαθητές αφορούσαν δύο όρους (π.χ., 4+2, 3+3), τρεις όρους (π.χ., 3+2+1, 4+1+1) ή τέσσερις όρους (π.χ., 2+1+2+1). Η Χαρά πρότεινε επίσης αθροίσματα με περισσότερους από τέσσερις όρους (π.χ., 1+1+1+1+1). Τέλος, επέκτεινε το συγκεκριμένο έργο, ζητώντας από τους μαθητές να βρουν νέους τρόπους για να συγκεντρώσουν ακριβώς 8 βαθμούς.

Η Χαρά αξιοποίησε και δεύτερο έργο που είχε συζητηθεί κατά τη διάρκεια της παρέμβασης, το οποίο φαίνεται στην Εικόνα 3 και προέρχεται επίσης από το σχολικό εγχειρίδιο της Κύπρου. Πρόκειται για πρόβλημα ανοιχτής απάντησης με τέσσερις διαφορετικές λύσεις. Αρχικά, ζωγράφησε στον πίνακα τέσσερα παιδιά και έπειτα δραματοποίησε το πρόβλημα. Συγκεκριμένα, έδωσε χαρτάκια με αυτοκόλλητο σε έναν μαθητή για να γράψει πάνω τους τους αριθμούς παραγγελίας κάθε παιδιού και να τους κολλήσει στον πίνακα, δίπλα σε κάθε ζωγραφισμένο παιδί. Ο μαθητής έγραψε τους αριθμούς 9, 10, 11 και 12. Ακολούθησε δραματοποίηση, κατά την οποία η εκπαιδευτικός ανέλαβε τον ρόλο της ταμιά και τέσσερις μαθητές τον ρόλο των παιδιών με τους αριθμούς παραγγελίας. Μετά από ενθάρρυνση της Χαράς να βρουν κι άλλες λύσεις, οι μαθητές πρότειναν τους υπόλοιπους τρεις συνδυασμούς: «11, 12, 13, 14», «12, 13, 14, 15» καθώς και «10, 11, 12, 13». Κάθε φορά που εντοπιζόταν νέος συνδυασμός, το σκετσάκι επαναλαμβανόταν. Στο πρόβλημα αφιερώθηκαν 25 λεπτά, οι

μαθητές συμμετείχαν με πολύ καλή διάθεση και η Χαρά τους ενθάρρυνε επανειλημμένως να λύσουν το πρόβλημα και με άλλους τρόπους.

Ο Πέτρος μπορεί να ρίξει την μπάλα στους κουβάδες όσες φορές θέλει.

(α) Σε ποιους κουβάδες έριξε την μπάλα ο Πέτρος, για να πάρει συνολικά 6 βαθμούς;

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



(β) Να βρεις τρεις τρόπους με τους οποίους μπορεί κάποιος να πάρει συνολικά 8 βαθμούς.

**Εικόνα 2: Εργασία που μετατράπηκε σε παιχνίδι από τη Χαρά μετά την παρέμβαση (Μαθηματικά Α' τάξης Κύπρου, μέρος 3, σελ. 37)**

 Ο Ηλίας, η Ζωή, ο Γιάννης και η Λία είναι στη σειρά, για να πάρουν την παραγγελία τους. Ένα από τα παιδιά έχει τον αριθμό παραγγελίας 12. Ποιοι είναι οι αριθμοί παραγγελίας των παιδιών; Να γράψεις όλες τις περιπτώσεις.



**Εικόνα 3: Εργασία που δόθηκε από τη Χαρά και δραματοποιήθηκε μετά την παρέμβαση (Μαθηματικά Α' τάξης Κύπρου, μέρος 4, σελ. 13)**

### Συζήτηση – Συμπεράσματα

Η ανάλυση των αποτελεσμάτων έδειξε ότι, πριν από την παρέμβαση, οι εκπαιδευτικοί αναγνωρίζουν σε μικρό βαθμό τον ρόλο που διαδραματίζουν τα έργα ανοιχτής απάντησης

στην καλλιέργεια της δημιουργικότητας στα μαθηματικά. Μάλιστα, η παρατήρηση της διδασκαλία τους αποκάλυψε ότι σχεδόν απουσιάζουν από τη σχολική τάξη τα έργα ανοιχτής απάντησης. Κατ' επέκταση, οι ευκαιρίες που προσφέρονται στους μαθητές για αναζήτηση πολλών λύσεων και για καλλιέργεια της ευχέρειας και της δημιουργικότητας στα μαθηματικά είναι πολύ περιορισμένες. Κατά τη διάρκεια της παρατήρησης, πέντε από τους επτά εκπαιδευτικούς δεν απευθύνουν στους μαθητές τους κανένα ερώτημα που επιδέχεται πολλές απαντήσεις. Διαφαίνεται, επομένως, μία τάση των εκπαιδευτικών να προτιμούν έργα κλειστού τύπου.

Παράλληλα, οι εκπαιδευτικοί εμφανίζονται προσηλωμένοι στο σχολικό εγχειρίδιο, επιλέγοντάς το σχεδόν αποκλειστικά ως πηγή για τις εργασίες που αναθέτουν στους μαθητές, χωρίς να παρεκκλίνουν από τη διατύπωση των εργασιών σε αυτό. Ακόμα και όταν επιλέγουν έργα του σχολικού εγχειριδίου που εν δυνάμει προσφέρονται για καλλιέργεια της ευχέρειας και της δημιουργικότητας των μαθητών, δεν τις τροποποιούν κατάλληλα ώστε να αξιοποιήσουν τις ευκαιρίες που εμφωλεύουν σε αυτές. Παρόμοια αδυναμία αξιοποίησης των δυνατοτήτων που προσφέρουν οι δραστηριότητες που οι ίδιοι έχουν επιλέξει, εντόπισαν και οι Meyer και Lederman (2013) σε εκπαιδευτικούς δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Στην εργασία που ανέθεσε ο Βασίλης, για παράδειγμα, οι μαθητές, αντί να επιλέγουν αποκλειστικά συνδυασμούς ανάμεσα σε πέντε συγκεκριμένους, δοσμένους αριθμούς, θα μπορούσαν να προτείνουν διάφορα κλάσματα μικρότερα της μονάδας, χρησιμοποιώντας αριθμούς της αρεσκείας τους, δίνοντάς τους έτσι περιθώριο για μεγαλύτερη ενίσχυση της ευχέρειας και της πρωτοτυπίας. Με τον τρόπο αυτό, «ανοίγοντας» το αρχικό έργο, η δημιουργικότητα των μαθητών καλλιεργείται σε μεγαλύτερο βαθμό.

Μετά την παρέμβαση, οι αντιλήψεις των συμμετεχόντων εμφανίζονται εμπλουτισμένες, καθώς ομόφωνα περιγράφουν έργα ανοιχτής απάντησης όταν ερωτώνται ποια προβλήματα προσφέρουν ευκαιρίες στους μαθητές για την καλλιέργεια της δημιουργικότητάς τους. Αντίστοιχα αισιόδοξα αποτελέσματα έχουν αναδειχθεί και από άλλα προγράμματα που επικεντρώθηκαν στη δημιουργικότητα, εξετάζοντας την εξέλιξη των αντιλήψεων των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν σε αυτά (Bicer et al., 2022; Levenson, 2015; Shriki, 2010). Ωστόσο, τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την παρατήρηση της διδασκαλίας των εκπαιδευτικών μετά την παρέμβαση δεν είναι τόσο ενθαρρυντικά όσο θα αναμέναμε, λαμβάνοντας υπόψη την εξέλιξη των αντιλήψεων των εκπαιδευτικών που συμμετείχαν, τόσο στην παρούσα εργασία όσο και στα προγράμματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως. Βέβαια, στις προαναφερθείσες έρευνες, οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών εξετάστηκαν μόνο σε θεωρητικό επίπεδο, χωρίς παρατήρηση της διδασκαλίας τους. Όπως επισημαίνει η Levenson (2015), η θεωρητική αυτή εξέλιξη δεν συνεπάγεται απαραίτητα αντίστοιχη πρόοδο στις διδακτικές τους προσεγγίσεις μέσα στη σχολική τάξη. Στην παρούσα εργασία, η αύξηση στον αριθμό των εκπαιδευτικών που επιλέγουν έργα ανοιχτής απάντησης μετά την παρέμβαση, αλλά και στο πλήθος των έργων ανοιχτής απάντησης που αξιοποιούνται, είναι περιορισμένη. Εμφανίζεται, επομένως, μια ασυνέπεια μεταξύ των αντιλήψεών τους, όπως διαφάνηκαν στις συνεντεύξεις, και των διδακτικών τους πρακτικών. Από την άλλη πλευρά, ο χρόνος που διαθέτουν σε έργα ανοιχτής απάντησης είναι τριπλάσιος σε σχέση με πριν. Η αναντιστοιχία

αυτή φαίνεται να οφείλεται στο γεγονός ότι τα έργα που επιλέγονται μετά την παρέμβαση διαφέρουν ποιοτικά, καθώς είναι πιο απαιτητικές τόσο σε γνωστικό όσο και σε δημιουργικό επίπεδο. Επιπλέον, μπορεί να αντανακλά ότι το πλήθος των δημιουργικών έργων δεν μπορούσε να αυξηθεί δραματικά, δεδομένου ότι απαιτούν περισσότερο διδακτικό χρόνο, ένα ζήτημα που σχολιάστηκε και από τον Βασίλη στη συνέντευξή του.

Όσον αφορά την προσήλωση στο σχολικό εγχειρίδιο, οι εκπαιδευτικοί που αξιοποιούν έργα ανοιχτής απάντησης ξεφεύγουν μεν από το στενό πλαίσιο του, αλλά διστάζουν ή δυσκολεύονται να αναζητήσουν καινούρια ούτε επιχειρούν να τα συνθέσουν μόνοι τους ή να τα δημιουργήσουν τροποποιώντας άλλα, πιθανότατα κλειστού τύπου έργα. Αντίθετα, επιλέγουν (σχεδόν) αυτούσια έργα που παρουσιάστηκαν και συζητήθηκαν κατά τη διάρκεια της παρέμβασης, παρά το γεγονός ότι μία από τις έξι συναντήσεις αφιερώθηκε στη διαδικασία τροποποίησης έργων, ώστε να ενισχύεται η δημιουργικότητα. Το συγκεκριμένο εύρημα επιβεβαιώνει προηγούμενα ευρήματα των Ραπαούρα και Ραπαούρα (2014) σε υποψήφιους εκπαιδευτικούς, οι οποίοι αποδίδουν τον δισταγμό τους να συνθέσουν έργα κυρίως στην έλλειψη αυτοπεποίθησης και διδακτικής εμπειρίας. Ωστόσο, όπως φαίνεται από την παρούσα εργασία, ακόμη και οι έμπειροι, εν ενεργεία εκπαιδευτικοί καταφεύγουν συχνά στο υλικό της παρέμβασης. Φαίνεται, επομένως, ότι οι εκπαιδευτικοί χρειάζονται συστηματική υποστήριξη, προκειμένου να ενσωματώσουν δημιουργικά έργα στη διδασκαλία τους, γεγονός που αξίζει να ληφθεί υπόψη στο πλαίσιο της επαγγελματικής ανάπτυξης των εκπαιδευτικών. Παράλληλα, αναδεικνύεται η ανάγκη για εμπλουτισμό των σχολικών εγχειριδίων και, γενικότερα, του διδακτικού υλικού με δημιουργικά έργα.

Ο αριθμός των συμμετεχόντων στην παρούσα εργασία είναι μικρός και, ως εκ τούτου, δεν επαρκεί για τη γενίκευση των αποτελεσμάτων. Εντούτοις, η εικόνα που σκιαγραφείται αναδεικνύει την ανάγκη, αφενός, για εμπλουτισμό των γνώσεων των εκπαιδευτικών αναφορικά με την καλλιέργεια της δημιουργικότητας στα μαθηματικά (Levenson, 2015; Zioga & Desli, 2023) και, αφετέρου, για ενίσχυση της ικανότητάς τους να τροποποιούν υπάρχοντα έργα, καθώς και να σχεδιάζουν και να εφαρμόζουν νέα δημιουργικά έργα. Επιπλέον, θα είχε ενδιαφέρον να μελετηθεί περεταίρω αν οι εκπαιδευτικοί ενσωματώνουν τέτοια έργα στη διδασκαλία τους σε βάθος χρόνου.

### Σημειώσεις

1. Οι όροι “μαθητές” και “εκπαιδευτικοί” χρησιμοποιούνται χάριν συντομίας για να δηλώσουν και τα δύο φύλα. Έτσι, με τους όρους αυτούς υπονοούνται και οι μαθήτριες καθώς και οι γυναίκες εκπαιδευτικοί.

### Ευχαριστίες

Η ερευνητική εργασία υποστηρίχτηκε από το Ελληνικό Ίδρυμα Έρευνας και Καινοτομίας (ΕΛΙΔΕΚ) και από τη Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας (ΓΓΕΤ), στο πλαίσιο της Δράσης «Υποτροφίες ΕΛΙΔΕΚ Υποψηφίων Διδακτόρων» (κωδικός 1901).

## Αναφορές

- Aljughaiman, A., & Mowrer-Reynolds, E. (2005). Teachers' conceptions of creativity and creative students. *The Journal of Creative Behavior*, 39(1), 17–34. <https://doi.org/10.1002/j.2162-6057.2005.tb01247.x>
- Bicer, A., Bicer, A., Perihan, C., & Lee, Y. (2022). Pre-service teachers' preparations for designing and implementing creativity-directed mathematical tasks and instructional practices. *Mathematics Education Research Journal*, 34, 491–521. <https://doi.org/10.1007/s13394-022-00409-x>
- Bolden, D. S., Harries, A. V., & Newton, D. P. (2010). Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 73(2), 143–157. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9207-z>
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, 3(2), 77–101. <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Bryman, A. (2017). *Μέθοδοι κοινωνικής έρευνας*. Gutenberg.
- Cohen, J., Manion, L., & Morrison, K. (2008). *Μεθοδολογία εκπαιδευτικής έρευνας*. Μεταίχιμο.
- Cropley, A. J. (2010). Creativity in the classroom: The dark side. In D. H. Cropley, A. J. Cropley, J. C. Kaufman, & M. A. Runco (Eds.), *The dark side of creativity* (pp. 297–315). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/cbo9780511761225.016>
- Desli, D., & Zioga, M. (2015). Looking for creativity in primary school mathematical tasks. In K. Krainer, & N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the 9th congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 989–995). ERME. <https://hal.science/hal-01287299>
- Gralewski, J. (2016). Teachers' beliefs about creativity and possibilities for its development in Polish high schools: A qualitative study. *Creativity. Theories – Research - Applications*, 3(2), 292–329. <https://doi.org/10.1515/ctra-2016-0019>
- Guilford, J. P. (1966). Measurement and creativity. *Theory into Practice*, 5(4), 185–189. <https://doi.org/10.1080/00405846609542023>
- Klavir, R., & Hershkovitz, S. (2008). Teaching and evaluating 'open-ended' problems. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 20(5), 23. <https://www.cimt.org.uk/journal/klavir.pdf>
- Kwon, O.N., Park, J.S., & Park, J.H. (2006). Cultivating divergent thinking in mathematics through an open-ended approach. *Asia Pacific Education Review*, 7(1), 51–61. <https://doi.org/10.1007/bf03036784>
- Lasky, D., & Yoon, S. A. (2011). Making space for the act of making: Creativity in the engineering design classroom. *Science Educator*, 20(1), 34–43. <https://eric.ed.gov/?id=EJ940936>
- Leikin, R., & Elgrably, H. (2020). Problem posing through investigations for the development and evaluation of proof-related skills and creativity skills of prospective high school mathematics teachers. *International Journal of Educational Research*, 102, 1–13. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.04.002>

- Leikin, R., Subotnik, R., Pitta-Pantazi, D., Singer, F. M., & Pelczer, I. (2013). Teachers' views on creativity in mathematics education: an international survey. *ZDM Mathematics Education*, 45(2), 309–324. <https://doi.org/10.1007/s11858-012-0472-4>
- Levenson, E. (2015). Exploring Ava's developing sense for tasks that may occasion mathematical creativity. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18, 1–25. <https://doi.org/10.1007/s10857-013-9262-3>
- Levenson, E., Swisa, R., & Tabach, M. (2018). Evaluating the potential of tasks to occasion mathematical creativity: Definitions and measurements. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 273–294. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1450777>
- Mann, E. (2006). Creativity: The essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted*, 30(2), 236–260. <https://doi.org/10.4219/jeg-2006-264>
- Meyer, A. A., & Lederman, N. G. (2013). Inventing creativity: An exploration of the pedagogy of ingenuity in science classrooms. *School Science and Mathematics*, 113(8), 400–409. <https://doi.org/10.1111/ssm.12039>
- Mihajlović, A. & Dejić, M. (2015). Using open-ended problems and problem posing activities in elementary mathematics classroom. In F. M. Singer, F. Toader & C. Voica (Eds.), *Proceedings of the ninth Mathematical Creativity and Giftedness International Conference* (pp. 34–40). Sinaia: Romania. Ανακτήθηκε από <https://mcg.edusigma.ro/pdfuri/MCG-9-Conference-proceedings.pdf#page=36>
- Panaoura, A., & Panaoura, G. (2014). Teachers' awareness of creativity in mathematical teaching and their practice. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers: The Journal*, 4, 1-11. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1043048.pdf>
- Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: Developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 159–179. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9212-2>
- Sriraman, B. (2009). The characteristics of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education*, 41, 13-27. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0114-z>
- Torrance, E. P. (1965). Scientific views of creativity and factors affecting its growth. *Daedalus*, 94(3), 663–681. <https://www.jstor.org/stable/20026936>
- Τσιώλης, Γ. (2018). Θεματική ανάλυση ποιοτικών δεδομένων. Στο Γ. Ζαϊμάκης (Επιμ.), *Ερευνητικές διαδρομές στις Κοινωνικές Επιστήμες. Θεωρητικές – μεθοδολογικές συμβολές και μελέτες περίπτωσης* (σελ. 97–125). Πανεπιστήμιο Κρήτης – Εργαστήριο Κοινωνικής Ανάλυσης και Εφαρμοσμένης Κοινωνικής έρευνας.
- Zioga, M., & Desli, D. (2023). Fostering mathematical creativity through problem posing: The use of “What-if...” strategy. In I. Papadopoulos, & N. Patsiala (Eds.), *Proceedings of the 22nd ProMath conference* (pp. 149–163). Faculty of Education, Aristotle University of Thessaloniki. [http://promath.org/docs/ProMath22\\_Proceedings.pdf](http://promath.org/docs/ProMath22_Proceedings.pdf)

*Έργα ανοιχτής απάντησης και δημιουργικότητα στα μαθηματικά: Από τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών στη σχολική πραγματικότητα*

ΥΠΕΠΘ-ΠΙ. Διδακτικά πακέτα Δημοτικού Σχολείου. Διαθέσιμο σε: <http://www.pi-schools.gr/books/dimotiko/>