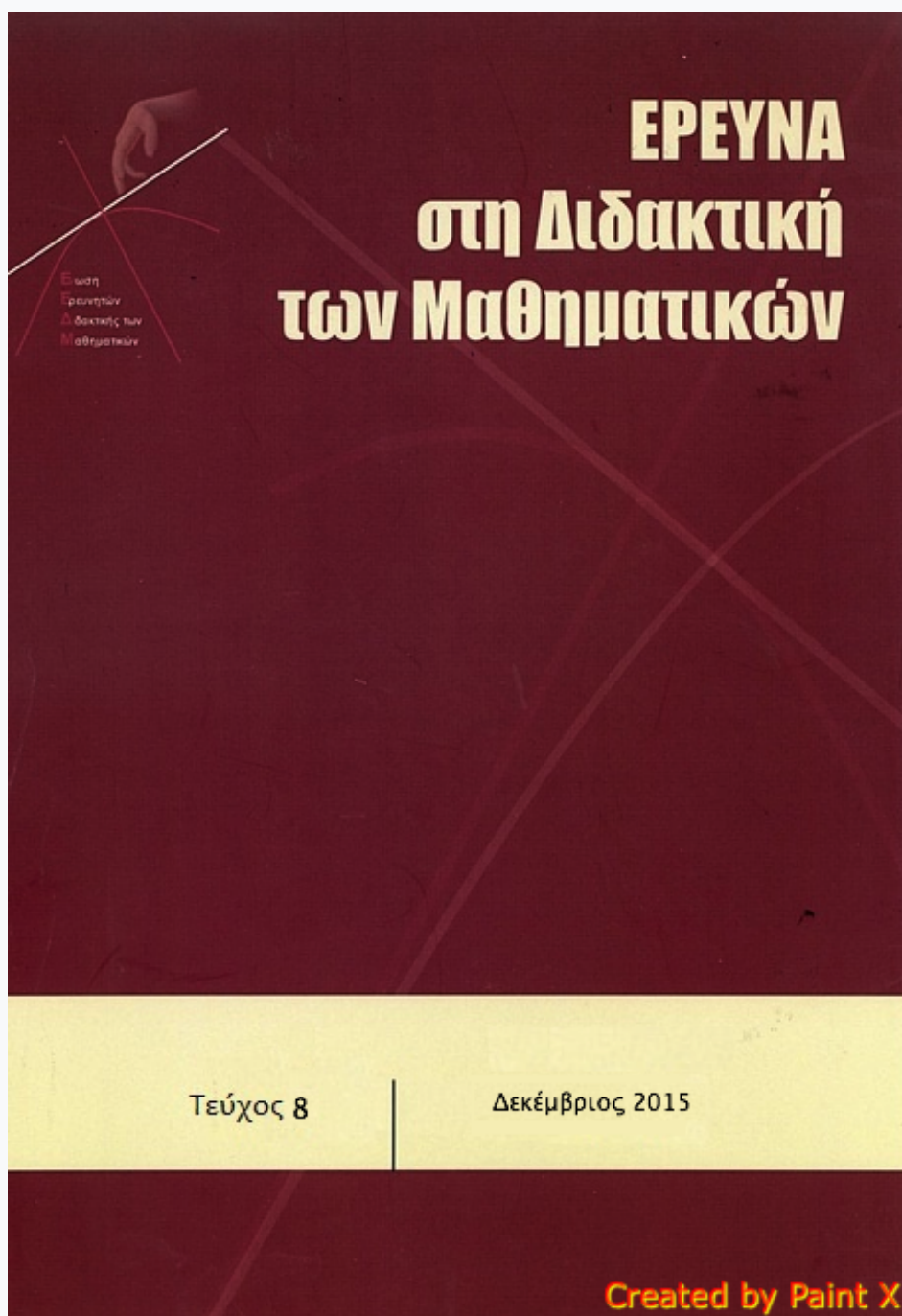
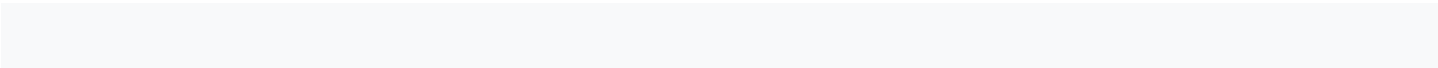


## Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών

Αρ. 8 (2015)

ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ









**ΕΡΕΥΝΑ  
στη Διδακτική  
των Μαθηματικών**

# ΕΡΕΥΝΑ στη Διδακτική των Μαθηματικών

εξαμηνιαία έκδοση της Ένωσης των Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ)

ΤΕΥΧΟΣ 8ο • ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 2015 • ΤΙΜΗ: 8 €

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΕΚΔΟΣΗΣ **Παπάδης Αντώνης**, Τηλ.: 697-7095903

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΕΚΔΟΣΗΣ **Δέσποινα Πόταρη**, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών,  
dprotari@math.uoa.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΕΚΔΟΣΗΣ **Χαράλαμπος Σακονίδης**, αναπηρωτής υπεύθυνος, Δημοκρίτειο  
Πανεπιστήμιο Θράκης, xsakonid@eled.duth.gr  
**Ευγενία Κολέζα**, Πανεπιστήμιο Πατρών, ekoleza@upatras.gr  
**Ιωάννα Μαμμωνά-Downs**, Πανεπιστήμιο Πατρών, ekoleza@upatras.gr  
**Δήμητρα Πίττα-Πανταζή**, Πανεπιστήμιο Κύπρου, dpitta@ucy.ac.cy

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ

**Αθανάσιος Γαγάτσος**

**Δέσποινα Δεσλή**

**Θεοδόσης Ζαχαριάδης**

**Κώστας Ζαχάρος**

**Φραγκίσκος Καλαβάσης**

**Μαρία Κολδρυμίδου**

**Σόνια Καφούση**

**Ευγενία Κολέζα**

**Μιχάλης Κούρκουλος**

**Χρόνης Κυνηγός**

**Χαράλαμπος Λεμονίδης**

**Άντα Μπούφη**

**Έλενα Ναρδή**

**Κωνσταντίνος Νικολαντωνάκης**

**Τάσος Πατρώνης**

**Χρυσάνθη Σκουμπουρδή**

**Κώστας Τζανάκης**

**Μαριάννα Τζεκάκη**

**Λίτσα Τρέσσου**

**Τριαντάφυλλος Τριανταφυλλίδης**

**Βασιλική Φαρμάκη**

**Γιώργος Φιλίππου**

**Δημήτρης Χασάπης**

**Κωνσταντίνος Χατζηκυριάκου**

**Μαρία Χιονίδου-Μοσκοφόγλου**

**Κωνσταντίνος Χρίστου**

**Άννα Χρονάκη**

ISSN: 1791-292X

© Απαγορεύεται η αναδημοσίευση, η αναπαραγωγή, ολική, μερική ή περιληπτική ή κατά παράφραση διασκευή και απόδοση του περιεχομένου του περιοδικού με οποιοδήποτε τρόπο, μηχανικό, ηλεκτρονικό, φωτοτυπικό, ηχογράφησης ή άλλο, χωρίς προηγούμενη γραπτή άδεια του εκδότη. Νόμος 2121/1993 και κανόνες του Διεθνούς Δικαίου που ισχύουν στην Ελλάδα.

**Τ**ο περιοδικό **ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ** είναι το επίσημο περιοδικό της Ένωσης των Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών (ΕΝΕΔΙΜ). Απευθύνεται στην ελληνική κοινότητα των επιστημόνων που ασχολούνται με τη μελέτη των φαινομένων και ζητημάτων της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Σκοπός του είναι να αποτελέσει βήμα για τη διεξαγωγή μελετών και ερευνών με επίκεντρο τη διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών σε όλα τα επίπεδα, από την προσχολική μέχρι και την πανεπιστημιακή εκπαίδευση, καθώς και για την ανάπτυξη ενός γόνιμου επιστημονικά τεκμηριωμένου λόγου, που αφορά στο χώρο της Μαθηματικής Εκπαίδευσης.

Το περιοδικό φιλοδοξεί να καταστεί μέσο επικοινωνίας ανάμεσα στα μέλη της ελληνικής ερευνητικής και εκπαιδευτικής κοινότητας, τους ειδικούς επιστήμονες, τα στελέχη και τους φορείς όλων των βαθμίδων της εκπαίδευσης γενικά και, ειδικότερα, της Διδακτικής των Μαθηματικών, καθώς και ένα βήμα έκφρασης, δοκιμασίας και άσκησης για τους νέους ερευνητές.

### ► **Εκδοτική πολιτική**

Το περιοδικό δημοσιεύει άρθρα από ένα ευρύ φάσμα μελετών, όπως πειραματικές έρευνες, εθνογραφικές μελέτες, μελέτες περιπτώσεων, έρευνες δράσης, επισκοπήσεις, θεωρητικές αναζητήσεις κ.ά., νοουμένου ότι πληρούν τα κριτήρια αξιολόγησης ενός επιστημονικού περιодικού.

Σε ειδικά τεύχη του περιοδικού μπορεί να δημοσιεύονται και άρθρα που στοχεύουν στην εξοικείωση των εκπαιδευτικών της τάξης με το μοντέλο του δασκάλου-ερευνητή, όπως εργασίες που αναφέρονται σε πειραματισμούς στη σχολική τάξη, παιδαγωγική αξιοποίηση διδακτικών μέσων, εργαλείων και υλικών, καινοτόμες εφαρμογές και νεωτερισμούς στους οποίους συμμετέχουν και εκπαιδευτικοί. Το περιοδικό εκδίδεται στην ελληνική γλώσσα και περιλαμβάνει εκτενή περίληψη στην αγγλική ή μια άλλη ευρωπαϊκή γλώσσα. Θα κυκλοφορεί σε δύο τεύχη το χρόνο, ανά εξάμηνο.

### ► **Υποβολή άρθρων και σύστημα κρίσης**

Τα άρθρα υποβάλλονται σε ηλεκτρονική μορφή στον υπεύθυνο της Εκδοτικής Επιτροπής, κατά προτίμηση στο πρόγραμμα PC Word 7, τυπωμένα σε διπλό διάστημα, σε γραμματοσειρά Times New Roman 12 και χαρτί A4, σύμφωνα με την τελευταία έκδοση του American Psychological Association. Η έκταση των άρθρων είναι κατά προτίμηση μεταξύ των 15 και των 20 σελίδων ή από 4.500 μέχρι 7.500 λέξεις. Κάθε εργασία κρίνεται από τρία μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής (τυφλή σύστημα κρίσης), οι οποίοι είναι ειδικοί στο συγκεκριμένο αντικείμενο της εργασίας. Για να γίνει αποδεκτή για δημοσίευση μια εργασία χρειάζονται δύο τουλάχιστον θετικές κρίσεις και άληων κριτών.

Για τα μέλη της ΕΝΕΔΙΜ το περιοδικό περιλαμβάνεται στη συνδρομή τους και διανέμονται δωρεάν.

<i>Εισαγωγικό Σημείωμα</i> ΓΙΑΝΝΑ ΜΑΜΩΝΑ-DOWNS	7
<i>Η διαχείριση πολλαπλασιαστικών έργων στο πλαίσιο του συνδρόμου Asperger: μια μελέτη περίπτωσης</i> ΙΩΑΝΝΗΣ ΝΟΥΛΗΣ, ΣΟΝΙΑ ΚΑΦΟΥΣΗ, ΦΡΑΓΚΙΣΚΟΣ ΚΑΛΑΒΑΣΗΣ	11
<i>Διερευνώντας τις αξίες των δασκάλων της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στα μαθηματικά</i> ΣΟΝΙΑ ΚΑΦΟΥΣΗ, ΠΕΤΡΟΣ ΧΑΒΙΑΡΗΣ	37
<i>Η αξιολόγηση στα μαθηματικά: όψεις της νοηματοδότησης των εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης</i> ΑΝΝΑ ΚΛΩΘΟΥ, ΧΑΡΑΛΑΜΠΟΣ ΣΑΚΟΝΙΔΗΣ	55
<i>Η ανάπτυξη της άτυπης στατιστικής σκέψης σε μαθητές μικρής ηλικίας</i> ΕΦΗ ΠΑΠΑΡΙΣΤΟΔΗΜΟΥ, ΜΑΡΙΑ ΜΕΛΕΤΙΟΥ-ΜΑΥΡΟΘΕΡΗ	87



Αγαπητέ αναγνώστη,

**Μ**ε ιδιαίτερη χαρά παρουσιάζουμε το 7ο τεύχος του περιοδικού ΕΡΕΥΝΑ ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ. Το περιοδικό αυτό εκδίδεται από την Ένωση Ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών και έχει συμπεριλάβει μέχρι στιγμής αξιόλογες εργασίες, που αφορούν στον ερευνητικό χώρο της Μαθηματικής Παιδείας. Οι εργασίες κρίθηκαν απο τουλάχιστον δύο μέλη της Επιστημονικής Επιτροπής του περιοδικού και έγιναν δεκτές για συμπερίληψή τους στο παρόν τεύχος.

Το περιοδικό στοχεύοντας συνεχώς στη δημοσίευση ερευνητικών εργασιών υψηλού επιπέδου ευελπιστεί να συνεχίσει να αποτελεί ένα μέσο διάχυσης καινοτόμων ιδεών και σημείο αναφοράς για ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών και μαχόμενους εκπαιδευτικούς όλων των βαθμίδων της εκπαίδευσης.

Στο πρώτο άρθρο με τίτλο 'Αριθμητική προσέγγιση ή γεωμετρική ακρίβεια; αυθόρμητες αντιλήψεις δωδεκάχρονων που αγγίζουν την αρρητότητα' ο Γ. Κόσυβας παρουσιάζει μια πειραματική διδασκαλία που πραγματοποιήθηκε στην πρώτη τάξη του Ευρωπαϊκού Σχολείου των Βρυξελλών τον Ιούνιο του 2004. Το αντικείμενο του διδακτικού πειράματος ήταν η καταγραφή των τρόπων που προσεγγίζουν οι μαθητές το πρόβλημα του διπλασιασμού του τετραγώνου. Ο απώτερος στόχος ήταν η διερεύνηση των πρωτογενών διαισθητικών αντιλήψεων που έχουν οι μαθητές για την αρρητότητα.

Ο συγγραφέας παραθέτει βιβλιογραφική επισκόπηση από την ιστορία των Μαθηματικών των γεωμετρικών προβλημάτων (όπως αυτό του Μένωνα) που η προσπάθεια επίλυσής τους αποτέλεσε την απαρχή για τον εντοπισμό των αρρήτων (Arcavi et al., 1987, Σταμάτης, 1972). Επίσης αναφέρονται μια σειρά από ερευνητικές εργασίες της Διδακτικής Μαθηματικών που διερεύνησαν τις αντιλήψεις μαθητών και φοιτητών για την έννοια του ορίου και κατ' επέκταση για την πληρότητα του  $\mathbb{R}$ .

Η εργασία επικεντρώνεται στην ερμηνεία των συλλογισμών που αναπτύσσονται από τους μαθητές στη διάρκεια κοινής δραστηριότητας, ακολουθώντας θεωρητικά πλαίσια όπως των Erickson (1986) και Cobb et al. (2003).

Τρία είναι τα κύρια ευρήματα αυτού του διδακτικού πειράματος:

- α. Η 'ψευδαίσθηση της γραμμικότητας' «εάν διπλασιάσουμε την πλευρά του τετραγώνου, το εμβαδόν του επίσης διπλασιάζεται».
- β. Η αριθμητική προσέγγιση, δηλαδή η προσπάθεια εντοπισμού απειροσικών δε-

καδικών αριθμών που μπορεί να εκφράσουν το μήκος της πλευράς τετραγώνου με διπλάσιο εμβαδό από αυτό του δοθέντος.

- γ. Η γεωμετρική στρατηγική μέσω ανατομής (Παπαδόπουλος, 2008) που οδηγεί στον διπλασιασμό του τετραγώνου.

Το διδακτικό πείραμα που εκτίθεται στην εργασία αυτή έδειξε ότι το γεωμετρικό πλαίσιο μπορεί να συμβάλλει στο να κατανοήσουν οι μαθητές την ύπαρξη αριθμών πέραν των ακεραίων και ρητών.

Στο δεύτερο άρθρο με τίτλο “Σχολείο, Μαθηματικά και Οικογένεια υπό το πρίσμα της Συστημικής Προσέγγισης: μια μελέτη περίπτωσης” οι Ε. Καρκαζή και Κ. Νικολαντωνάκης προσεγγίζουν την σχολική αποτυχία στα μαθηματικά από την οπτική της ‘συστημικής θεώρησης (Bateson, 1973): δηλαδή λαμβάνοντας υπόψιν πως τα εμπλεκόμενα συστήματα αλληλοσυσχετίζονται και συμβάλλουν στη σχολική αποτυχία στα μαθηματικά. Οι συγγραφείς αναφέρονται στο ‘άνοιγμα’ της συστημικής θεώρησης στον κονστρουκτιβισμό (Von Foerster, 1988, Maturana & Varela, 1994) και στην κονστρουκτιβιστική θεώρηση στη Διδακτική των Μαθηματικών, Von Graserfeld, 1983, 1988).

Η μελέτη περίπτωσης αφορά στις δυσκολίες στα μαθηματικά μιας 7χρονης μαθήτριας της Β΄ τάξης Δημοτικού που σε ένα βαθμό αποδίδονται στις αντιμαχόμενες αντιλήψεις για τη διδασκαλία των μαθηματικών μεταξύ της δασκάλας της τάξης και του πατέρα – μαθηματικού και τη στάση της μητέρας. Οι διαφορές αντιλήψεων αναδείχθηκαν στις συνεδρίες με τα ενδιαφερόμενα μέρη. Με την παρέμβαση της ψυχολόγου (ενός εκ των συγγραφέων) επήλθε μια προσέγγιση μεταξύ της δασκάλας και του πατέρα για την αντιμετώπιση των δυσκολιών της μαθήτριας που οδήγησε στην βελτίωση της απόδοσής της. Οι συγγραφείς καταλήγουν ότι “Έτσι, στοιχεία τα οποία έχουν γίνει περιοριστικά μέσα στο τοπίο των αλληλεπιδράσεων οικογένειας-σχολείου μπορούν να ξανακερδίσουν τη δυναμική τους και να γίνουν φορείς διαφορετικών εξελίξεων...”

Στο τρίτο άρθρο με τίτλο “Η συμβολή της λεκτικής αναδιατύπωσης και της εικονιστικής αναπαράστασης στην Επίλυση Μαθηματικού Προβλήματος σε μαθητές Δημοτικού Σχολείου” οι Σ. Τσεσμελή, Β. Λιάπη, και Μ. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου μελετούν την επίδραση της λεκτικής αναδιατύπωσης και της εικονιστικής αναπαράστασης στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων σε ένα δείγμα 57 μαθητών που φοιτούσαν στις τρεις τελευταίες τάξεις του δημοτικού σχολείου.

Οι συγγραφείς αναφέρονται στους Κολέζα (2006), Maridaki-Kassotaki και Chionidou-Moskofoglou (2004), Τζεκάκη (2007) και De Corte και Verschaffel (1987) που έχουν επισημάνει τη σημασία που έχει η λεκτική διατύπωση των μαθηματικών προβλημάτων για την κατανόησή τους.

Η κύρια μελέτη συνίσταται σε δύο φάσεις αξιολόγησης μέσω της επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων με κάποια από αυτά επαναδιατυπωμένα λεκτικά ή (και) με την πρόσθεση εικονικών αναπαραστάσεων στη δεύτερη φάση. Τα προβλήματα διέφεραν ανά τάξη, από κάθε δε τάξη εξετάστηκαν δύο ομάδες παιδιών με εναλλαγή των προβλημάτων μεταξύ των ομάδων.

Οι συγγραφείς παραθέτουν στατιστικά δεδομένα που υποστηρίζουν τα συμπεράσματά τους ότι οι μαθητές, και μάλιστα ανεξάρτητα της μέχρι τότε επίδοσής τους, βελτιώθηκαν μετά την λεκτική αναδιατύπωση των προβλημάτων και τη παράθεση εικονιστικών αναπαραστάσεων. Οι παρεμβάσεις αυτές μπορεί να βοηθήσουν στη διαχείριση των ατομικών διαφορών των μαθητών στην ενιαία τάξη.

### ► Διεθνής Βιβλιογραφία

- Arcavi, A., Bruckheimer, M. & Ben-Zvi, R. (1987). History of mathematics for teachers: The case of irrational numbers. *For the Learning of Mathematics*, 7(2), 18–23.
- Bateson G., (1973). *Steps to an Ecology of Mind* Chandler, Publishing Comp. N. Y.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- De Corte, E., & Verschaffel, L. (1987). The effect of semantic structure on the first-graders strategies for solving addition and subtraction word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 363-381.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M.C. Merlin (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). New York: Macmillan Publishing Company.
- Maridaki-Kassotaki, A. & Chionidou-Moskofoglou, M. (2004). *Linguistic factors influencing problem solving performance in early school years*. Leader Books: Themes in Education.
- Maturana H., Varela F. (1994): *L'arbre de la connaissance*. Addison Wesley France.
- Von Forster H., (1988). La construction d'une réalité, in Watzlawick (éd.), *L'invention d'une réalité*, Le Seuil.
- Von Graserfeld, E. (1983). Learning as a constructive activity. In Bergerson & N. Herscovits (Eds), *Proceedings of the Fifth Annual Meeting of the North American Chapter of the PME* (Vol1, pp.42-69). Montreal University.
- Von Graserfeld, E. (1988). Introduction à un constructivisme radical, in Watzlawick (éd.), *L'invention d'une réalité*, Le Seuil

### ► Ελληνική Βιβλιογραφία

- Κολέζα, Ε. (2006). *Μαθηματικά και Σχολικά Μαθηματικά. Επιστημολογική και κοινωνιολογική προσέγγιση της Μαθηματικής Εκπαίδευσης*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Παπαδόπουλος Ι. (2008) «Τεχνικές Επίλυσης Προβλήματος με τη συμβολή της τεχνολογίας για την ενίσχυση της έννοιας του εμβαδού», (PhD).

Σταμάτης, Ε. (1972). *Επιστημονικά εργασία, άρθρα*. τόμος Α΄ : Αθήνα, 143-151.

Τζεκάκη, Μ. (2007). *Μικρά Παιδιά, Μεγάλα Μαθηματικά Νοήματα-Προσχολική και πρώτη σχολική ηλικία*. Αθήνα: Gutenberg.

Γιάννα Μαμωνά-Downs

# Η διαχείριση πολλαπλασιαστικών έργων στο πλαίσιο του συνδρόμου Asperger: μια μελέτη περίπτωσης

Ιωάννης Νούλης

Υποψήφιος διδάκτορας Πανεπιστημίου Αιγαίου

Σόνια Καφούση

Αναπληρώτρια καθηγήτρια Πανεπιστημίου Αιγαίου

Φραγκίσκος Καθαβάσης

Καθηγητής Πανεπιστημίου Αιγαίου

## ► Περίληψη

Το Σύνδρομο Asperger (ΣΑ) αντιστοιχεί σε διάγνωση μορφής αυτισμού υψηλής λειτουργικότητας και σε υποστηριζόμενη εκπαιδευτική ένταξη στις σχολικές τάξεις. Ο εντοπισμός χαρακτηριστικού τρόπου μαθηματικού συλλογισμού και υπολογιστικών πρακτικών γι' αυτή την πληθυσμιακή κατηγορία δεν έχει προχωρήσει πέρα από τη διάγνωση επιμέρους δυσκολιών στο πλαίσιο ψυχολογικών τεστ. Η έρευνά μας είναι εστιασμένη στην πολλαπλασιαστική δομή ώστε να συνδέεται με ορισμένα ψυχολογικά χαρακτηριστικά του ΣΑ, αλλά και με εικονικές αναπαραστάσεις του διδακτικού μαθηματικού υλικού που μπορούν να συμβάλλουν στην ανάπτυξη κατάλληλου εκπαιδευτικού σχεδιασμού. Τα ερευνητικά αποτελέσματα που παρουσιάζουμε σε αυτή την εργασία αφορούν στρατηγικές για τον υπολογισμό γινομένων και τρόπους αντίληψης της σχέσης μερών-όλου.

**Λέξεις κλειδιά:** σύνδρομο Asperger, πολλαπλασιασμός, πρωτοβάθμια εκπαίδευση.

## ► Εισαγωγή

Η μελέτη της μάθησης και διδασκαλίας των μαθηματικών σε παιδιά και μαθητές που έχουν διαγνωστεί με ειδικά μαθησιακά προβλήματα ή με συγκεκριμένες δυσκολίες ή αναπηρίες έχει αρχίσει να καταγράφεται στη διεθνή βιβλιογραφία και σε συνέδρια της Διδακτικής των Μαθηματικών (βλ. ενδεικτικά Nunes, 2012· Πέτρου, 2012). Οι ερευνητικές δυσκολίες σε αυτή την κατεύθυνση ειδικών πληθυσμιακών κατηγοριών είναι πολλαπλές καθώς απαιτούν συγκεκριμένες διεπιστημο-

νικές προσεγγίσεις ως προς την νοητική ανάπτυξη και τον μαθηματικό συλλογισμό, αλλά και διεπιστημονικές συμφωνίες ως προς την ερευνητική μεθοδολογία και την εγκυρότητα των αποτελεσμάτων. Είναι εντούτοις μια αναγκαία κατεύθυνση και προϋπόθεση για τον εκπαιδευτικό σχεδιασμό της σχολικής ένταξης, της δημοκρατικής εκπαίδευσης και ανθρωπιστικής αγωγής στις σύγχρονες κοινωνίες. Σε αυτό το πλαίσιο εντάσσεται η ευρύτερη έρευνα που εκπονούμε για το μαθηματικό συλλογισμό και τα ενδεχόμενα ειδικά χαρακτηριστικά που εμφανίζει σε περιπτώσεις μαθητών στους οποίους έχει διαγνωστεί το Σύνδρομο Asperger. Σκοπός μας είναι να συνδέσουμε τα ερευνητικά ευρήματα με τις δυνατότητες επιλογής κατάλληλου εκπαιδευτικού υλικού και δραστηριοτήτων διδακτικής υποστήριξης. Διαμορφώσαμε κατά συνέπεια εξαρχής την ερευνητική μεθοδολογία σε διεπιστημονική συνεργασία και ενσωματώσαμε αναπαραστατικό εκπαιδευτικό υλικό έτσι ώστε να μπορούν να αξιοποιούνται τα επιμέρους συμπεράσματα στην αναπροσαρμογή των διδακτικών πρακτικών. Η επιλογή ειδικών δραστηριοτήτων πολλαπλασιαστικής δομής, που παρουσιάζουμε σε αυτή την εργασία, επέτρεψε αυτόν το σύνθετο σκοπό με μαθητές της Δ΄ Δημοτικού.

Όπως αναφέρεται στο άρθρο 7, παράγραφο 4<sup>α</sup>, του πρόσφατου νόμου περί Ειδικής Αγωγής και Εκπαίδευσης ατόμων με αναπηρία ή με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες (νόμος 3699/2008), οι μαθητές με σύνδρομο Asperger (υψηλής λειτουργικότητας αυτισμός) φοιτούν σε σχολικές τάξεις του Γενικού Σχολείου με υποστήριξη από τον εκπαιδευτικό της τάξης και κατά περίπτωση και με παράλληλη στήριξη από εκπαιδευτικό της Ειδικής Αγωγής. Η όσο το δυνατό καλύτερη ενσωμάτωση των μαθητών αυτών στην τυπική εκπαίδευση κρίνεται απαραίτητη όχι μόνο για την ψυχοσωματική τους ομαλότητα και εξέλιξη, αλλά και για την καταπολέμηση των κοινωνικών τους δυσκολιών.

Τα Μαθηματικά και οι εφαρμογές τους αποτελούν βασικό μέρος των απαραίτητων γνώσεων στη σύγχρονη κοινωνία της πληροφορίας και της τεχνολογίας. Η πλειοψηφία των παιδιών με ΣΑ, σύμφωνα με μελέτες που βασίζονται σε αριθμητικά υποτέστ ψυχομετρικών τεστ σχολικών και γνωστικών ικανοτήτων, φαίνεται να παρουσιάζουν μαθηματική επίδοση αντίστοιχη των συνομηλίκων τους. Σχετικές πιο συστηματικές έρευνες δείχνουν ότι το μεγαλύτερο ποσοστό των παιδιών αυτών παρουσιάζει τυπική μαθηματική ικανότητα (Griswold, Barnhill, Myles, Hagiwara & Simpson, 2002· Chiang & Lin, 2007). Ωστόσο, αρκετά παιδιά με ΣΑ «εμφανίζουν σημαντικές δυσκολίες στην κατανόηση ακόμα και στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών» (Attwood, 2009 : 298).

### ► Θεωρητικό πλαίσιο

Το Σύνδρομο Asperger (ΣΑ) είναι μια διάχυτη αναπτυξιακή διαταραχή και ανήκει στις Διαταραχές Αυτιστικού Φάσματος (ΔΑΦ) (APA, 1994). Οι χαρακτηριστικές δυσκολίες του αυτισμού, οφείλονται κυρίως στην «τριάδα διαταραχών» ή αναλυτι-

κότερα στην *κοινωνική αλληλεπίδραση*, στην *κοινωνική επικοινωνία* και στο *φανταστικό παιχνίδι* (Wing & Gould, 1979). Τα άτομα με ΣΑ παρουσιάζουν επίσης συναισθηματική ευαισθησία και κινητική αδεξιότητα (Wing, 1981· Attwood, 2009). Με άλλα λόγια, τα άτομα ΔΑΦ παρουσιάζουν ελλείμματα στην ικανότητα για διαπροσωπική επικοινωνία και αλληλεπίδραση, αδυναμία στην εκδήλωση ενσυναίσθησης και προβλήματα στη λεπτή και την αδρή κινητικότητα (Wilmhurst, 2009).

Σύμφωνα με τον Asperger (1944), που πρώτος μελέτησε το σύνδρομο αυτό σε ένα δείγμα τεσσάρων αγοριών, το σύνδρομο μπορεί να είναι κληρονομικό. Νευροβιολογικά το σύνδρομο περιγράφεται ως εγκεφαλική δυσλειτουργία κυρίως του προμετωπιαίου φλοιού, όπου εμφανίζεται ανωμαλία του μετωπιαίου λοβού και του μεταιχμιακού συστήματος (Aylward et al., 1999· Attwood, 2005). Η ανάγκη εξήγησης των κοινωνικών δυσκολιών και της δημιουργίας προγραμμάτων αξιολόγησης και παρέμβασης για τα άτομα ΔΑΦ «οδήγησαν στη διερεύνηση της ψυχολογικής λειτουργίας του παιδιού και στις ψυχολογικές θεωρίες» (Cumine, Leach & Stevenson, 2000: 39). Τρεις θεωρίες δικαιολογούν ψυχολογικά τις δυσκολίες του συνδρόμου. Η Θεωρία του Νου, όπου η έλλειψή της φαίνεται να δημιουργεί δυσκολία στην ενσυναίσθηση, η αδύναμη Κεντρική Συνοχή που έχει ως αποτέλεσμα τη δυσκολία στην επεξεργασία πληροφοριών, στην οργάνωση της σκέψης καθώς και στην αντίληψη και κατανόηση της συνολικής εικόνας και η διαταραχή της Επιτελικής Λειτουργικότητας που δημιουργεί δυσκολίες στην επίλυση προβλήματος καθώς και στη διαχείριση νέων καταστάσεων (Baron-Cohen, Leslie & Frith, 1985· Cumine et al., 2000· Attwood, 2009).

Η Lorna Wing (1981), που πρώτη έδωσε το όνομα στο συγκεκριμένο σύνδρομο, τόνισε τα ακόλουθα διαγνωστικά κριτήρια για το ΣΑ σύμφωνα με το άρθρο του Asperger (1944) και την τριάδα διαταραχών: διαταραχή στην αμοιβαία κοινωνική αλληλεπίδραση, απουσία ενσυναίσθησης, παράξενος και σχολαστικός λόγος, περιορισμένες δεξιότητες μη λεκτικής επικοινωνίας, αντίσταση στις αλλαγές και ευχαρίστηση από επαναλαμβανόμενες δραστηριότητες, περιορισμένο εύρος ενδιαφερόντων και μηχανική απομνημόνευση (rote memory) καθώς και ανεπαρκής κινητικός συντονισμός. Τα πιο αυστηρά κριτήρια τέθηκαν από δύο οργανισμούς: τον Παγκόσμιο Οργανισμό Υγείας και την Αμερικανική Ψυχιατρική Ένωση. Πολλά άτομα με το σύνδρομο αυτό παρουσιάζουν παράλληλα και κάποια ή κάποιες άλλες διαταραχές όπως Διαταραχή Ελλειμματικής Προσοχής – Υπερκινητικότητας, Μη λεκτική Μαθησιακή Δυσκολία, Δυσλεξία κ. ά. Η ελλειμματική προσοχή φαίνεται να αποτελεί βασικό χαρακτηριστικό του ΣΑ (Cumine et al., 2000· Attwood 2005, 2009). Τα επιδημιολογικά στοιχεία δείχνουν ότι το ΣΑ παρουσιάζεται σε 36-48/10000 παιδιά με αναλογία αγοριών/κοριτσιών 4:1 (Ehlers & Gillberg, 1993). Ενώ για τους περισσότερους ερευνητές το ΣΑ ταυτίζεται με τον Υψηλής Λειτουργικότητας Αυτισμό (ΥΛΑ) (Wing, 1981· Ozonoff, South & Miller, 2000· Attwood, 1998, 2005, 2009), για κάποιους άλλους (Klin, Volkmar, Sparrow, Cicchetti &

Rourke 1995· Reizel & Szatmari, 2003) ταιριάζει περισσότερο με το προφίλ των ατόμων με Μη Λεκτικές Μαθησιακές Δυσκολίες (ΜΛΜΔ) (Klin et al., 1995· Rourke & Tsatsanis, 2000).

Σύμφωνα με σχετικές έρευνες τα άτομα με ΣΑ φαίνεται να έχουν Γενικό Δείκτη Νοημοσύνης μέσα στα φυσιολογικά πλαίσια ή και μεγαλύτερο του φυσιολογικού και συνήθως παρουσιάζουν μεγαλύτερο Λεκτικό Δείκτη Νοημοσύνης από Πρακτικό (Nyden et al., 2010), σημαντικές δυσκολίες στις οπτικοχωρικές δεξιότητες (Ehlers et al., 1997· Klin et al., 1995), δυσκολίες στην επιτελική λειτουργικότητα (δηλαδή της ικανότητας να εφαρμόζει κάποιος μια κατάλληλη στρατηγική επίλυσης προβλημάτων για να πετύχει έναν σκοπό), στην επεξεργασία πληροφοριών, το σημασιολογικό και πραγματολογικό τομέα της γλώσσας, την κατανόηση αφηρημένων εννοιών (Ehlers et al., 1997· Griswold et al., 2002· Thede & Coolidge, 2007· Attwood, 2009) καθώς και σε μεγάλο ποσοστό ελλειμματική προσοχή (Attwood, 2009) και υπερβολικό άγχος (Thede & Coolidge, 2007). Οι βασικότερες διαφορές που παρουσιάζουν τα άτομα με ΣΑ από τα υπόλοιπα άτομα του αυτιστικού φάσματος είναι το υψηλότερο νοητικό τους επίπεδο, η καλύτερη γλωσσική τους ανάπτυξη και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον για κοινωνική επαφή (Κάκουρος & Μανιαδάκη, 2006). Ως προς το σχολικό και γνωστικό τους προφίλ ικανοτήτων τα άτομα με ΣΑ φαίνεται να παρουσιάζουν σημαντικές δυσκολίες στην επίλυση προβλήματος και στη γλωσσική κριτική σκέψη (Griswold et al., 2002). Ενώ επίσης παρουσιάζουν ικανότητες στη βασική ανάγνωση και την προφορική έκφραση, εντούτοις φαίνεται να δυσκολεύονται στην κατανόηση κειμένου και την επεξεργασία ακουστικών ερεθισμάτων (Griswold et al., 2002· Attwood, 2005, 2009). Εστιάζουν στη λεπτομέρεια και αδυνατούν να «δουν το σύνολο» (Ehlers et al., 1997). Βασίζονται στις οπτικές πληροφορίες και απεικονίσεις για την κατανόηση εννοιών (Griswold et al., 2002· Attwood, 2005, 2009).

Όσον αφορά στη μαθηματική ικανότητα των ατόμων με ΣΑ, οι λιγοστές μελέτες που υπάρχουν δεν μας παρέχουν εξειδικευμένα συμπεράσματα. Ωστόσο, οι περισσότερες έρευνες, που στηρίζονται σε ψυχομετρικά τεστ σχολικών και γνωστικών ικανοτήτων (Wechsler Intelligence Scale for Children – WISC, Wechsler Individual Achievement Test – WIAT, Test of Problem Solving-Elementary, Revised – TOPS-E, και Wide Range Achievement Test – WRAT), έδειξαν ότι τα άτομα με ΣΑ έχουν μέσου όρου μαθηματική επίδοση και παρουσιάζουν δυσκολίες στην επίλυση προβλημάτων (Griswold et al., 2002· Chiang & Lin, 2007). Σχεδόν τα μισά παιδιά παρουσιάζουν ειδικές μαθησιακές δυσκολίες στα Μαθηματικά (Reizel & Szatmari, 2003) και ιδιαίτερα στις αριθμητικές πράξεις (Griswold et al., 2002). Αντιμετωπίζουν ακόμα δυσκολία με την εφαρμογή της μαθηματικής γνώσης σε καθημερινές καταστάσεις και με διαδικασίες όπως η εκτίμηση (Jordan, 2003). Σύμφωνα με τον Attwood (2009) τα παιδιά με ΣΑ έχουν το δικό τους τρόπο σκέψης στην επίλυση προβλημάτων, τον οποίο περιγράφει ως «Σύνδρομο Frank Sinatra» ή «Ο Δικός μου



Τρόπος», και μπορεί να είναι ευκολότερος από τους συμβατικούς για τα άτομα αυτά. Η μεγαλύτερη αδυναμία των ατόμων αυτών στην επίλυση προβλήματος φαίνεται να είναι οι αναγνωστικές τους δυσκολίες (Attwood, 2005, 2009). Οι αδυναμίες τους στον υπολογισμό αριθμητικών πράξεων, αλλά και της ορθής επιλογής των πράξεων που δίνουν λύση στο πρόβλημα, μπορεί να οφείλονται στις ελλείψεις τους στον πραγματολογικό και σημασιολογικό τομέα της γλώσσας, καθώς και στις δυσκολίες τους στην επεξεργασία πληροφοριών και στις οπτικοχωρικές ικανότητες (Cumine et al., 2000· Griswold et al., 2002). Κάποιοι μαθητές με ΣΑ που είναι ικανοί να λύσουν ένα σύνθετο μαθηματικό πρόβλημα αδυνατούν να εκφράσουν προφορικά τον τρόπο σκέψης τους κατά τη διάρκεια επίλυσης του προβλήματος (Asperger, 1944· Attwood, 2009). Ένα επίσης σημαντικό πρόβλημα των ατόμων με ΣΑ στα μαθηματικά είναι η αδυναμία γενίκευσης των διαδικασιών σε άλλα πλαίσια. Αδυνατούν να εφαρμόσουν τη μαθηματική γνώση σε καθημερινές καταστάσεις (Jordan, 2003) λόγω ελλείψεων στη θεωρία του Νου και στην επιτελική λειτουργικότητα (Attwood, 1998).

Στην έρευνά μας επιλέξαμε να μελετήσουμε τη μαθηματική ικανότητα των παιδιών με ΣΑ, ηλικίας 9-10 ετών σε πολλαπλασιαστικές καταστάσεις καθώς:

- Η αυτοτελής αξία και σημασία του πολλαπλασιασμού είναι ουσιαστική στην ανάπτυξη της μαθηματικής αντίληψης.
- Οι πολλαπλασιαστικές δομές παίζουν σημαντικό ρόλο στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης των μαθητών, αλλά αποτελούν ταυτόχρονα γι' αυτούς ένα μεγάλο πεδίο δυσκολιών (Kafoussi, Skoumpourdi & Kalabassis, 2003).
- Σύμφωνα με πρόσφατες έρευνες η επίδοση των παιδιών στον πολλαπλασιαστικό συλλογισμό μπορεί να αποτελέσει προγνωστικό δείκτη της μαθηματικής τους επίδοσης (Bryant & Nunes, 2009).
- Έχει παρατηρηθεί ότι τα άτομα με ΣΑ δυσκολεύονται με τον υπολογισμό αριθμητικών πράξεων (Griswold et al., 2002· Reitzel & Szatmari, 2003) και παρουσιάζουν δυσκολίες στις οπτικοχωρικές δεξιότητες (Klin et al., 1995· Ehlers et al., 1997), οι οποίες είναι υπεύθυνες για υπολογιστικά λάθη (Αγαλιώτης, 2000).
- Υπάρχει έλλειψη συστηματικών ερευνητικών εργασιών για την πολλαπλασιαστική αντίληψη των παιδιών με ΣΑ.

Σύμφωνα με τους Verschaffel και De Corte (1997), κεντρικό ζήτημα στην κατηγοριοποίηση των πολλαπλασιαστικών καταστάσεων αποτελεί η αντιμεταθετικότητα του πολλαπλασιασμού. Ο Greer (1992) υποστήριξε ότι οι καταστάσεις πολλαπλασιαστικών προβλημάτων που περιέχουν επαναλαμβανόμενη πρόσθεση ίσων ποσοτήτων δεν επιτρέπουν αντιμεταθέσεις και διέκρινε τα λεκτικά προβλήματα πολλαπλασιασμού σε δύο μεγάλες καταστάσεις: τις *συμμετρικές*, που επιδέχονται αντιμετάθεση (π.χ. πόσο είναι το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με μήκος 4 μέτρα και πλάτος 3 μέτρα;) και τις *ασύμμετρες*, που δεν επιδέχονται (π.χ. 3 παιδιά έχουν

από 4 μήλα το καθένα, πόσα μήλα έχουν όλα μαζί; - ίσες ομάδες). Τα προβλήματα των ασύμμετρων καταστάσεων αντιπροσωπεύουν ένα μεγάλο ποσοστό των πολλαπλασιαστικών προβλημάτων της καθημερινής ζωής.

Από έρευνες φαίνεται ότι τα παιδιά από πολύ μικρή ηλικία (5 - 6 ετών) μπορούν να κατανοούν σχέσεις που εμπιέρονται στον πολλαπλασιασμό, αλλά δεν είναι σε θέση να λύσουν ποσοτικά προβλήματα, κατανοώντας πλήρως την έννοια της πράξης αυτής πριν από την ηλικία των 9 -10 ετών (Piaget, 1965· Nunes & Bryant, 2007· Καπέλου, 2004· Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008). Τα παιδιά μέχρι την ηλικία αυτή χρησιμοποιούν περισσότερο το διαισθητικό μοντέλο της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης στα πολλαπλασιαστικά προβλήματα των ασύμμετρων καταστάσεων (Fischbein, Deri, Nello & Marino 1985· Bell, Fischbein & Greer, 1984· Mulligan, 1992). Σύμφωνα με έρευνα της Anghileri (1989) φαίνεται επίσης ότι τα πολλαπλασιαστικά δεδομένα ( $3 \times 4 = 12$ ) χρησιμοποιούνται, για την επίλυση έργων, περισσότερο από παιδιά που παρουσιάζουν ικανότητες πάνω από το μεσαίο επίπεδο στην τάξη τους, ενώ αυτά με μεσαίο και κάτω του μεσαίου προτιμούν να χρησιμοποιούν στρατηγικές υπολογισμού που βασίζονται σε ένα λεκτικό αριθμητικό μοτίβο (verbalized number pattern) (ένα τεσσάρι 4, δύο τεσσάρια 8, τρία τεσσάρια 12) και σχετίζονται περισσότερο με αθροιστική παρά με πολλαπλασιαστική κατανόηση.

Ένα σημαντικό στοιχείο στην ανάπτυξη πολλαπλασιαστικής συλλογιστικής είναι να δημιουργεί ο μαθητής «σύνθετες» μονάδες» τις οποίες να μπορεί να τις αξιοποιεί ως υλικό σε άλλες νοητικές ενέργειες (Steffe, 1988). Συγκεκριμένα στην αρχή ο μαθητής συνήθως μετρά ανά ένα (αριθμητικές μονάδες), στη συνέχεια αφαιρετικά αναγνωρίζει τις σύνθετες μονάδες ως «ένα πράγμα» (αφηρημένες μονάδες) και τέλος μπορεί να συνεχίσει την αρίθμηση των σύνθετων μονάδων από κάποιο ενδιάμεσο στοιχείο της αριθμοακολουθίας (επαναλαμβανόμενες μονάδες) (Steffe, 1988· Καφούση & Σκουμπουρδή, 2008· Bryant & Nunes, 2009· Νούλης & Καφούση, 2011). Ο μαθητής που κατασκευάζει επαναλαμβανόμενες μονάδες είναι σε θέση να τις αξιοποιεί σαν «υλικό» και σε περαιτέρω νοητικές ενέργειες όπως την κατασκευή σχέσης μερών - όλου μεταξύ δύο διαφορετικών επαναλαμβανόμενων μονάδων (π. χ. αν γνωρίζει το  $7 \times 6$ , να μπορεί να βρει το  $7 \times 7$  ως επτά φορές το 6 και επτά φορές το 1,  $7 \times 7 = 7 \times (6 + 1) = 7 \times 6 + 7 \times 1$ ) (Μπούφη, 1996: 267).

Οι ασύμμετρες καταστάσεις πολλαπλασιασμού ή ένα προς πολλά αντιστοιχίας (one-to-many correspondence), και κυρίως των ίσων ομάδων, είναι κατάλληλες για τα παιδιά της έρευνάς μας όχι μόνο γιατί ενδείκνυνται και για τα τυπικά παιδιά της ηλικίας αυτής (9 - 10), αλλά και γιατί βρίσκονται πιο κοντά στους διαισθητικούς τρόπους επίλυσης προβλημάτων που χρησιμοποιούν τα παιδιά με ΣΑ.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, η έρευνα που πραγματοποιήθηκε αποσκοπούσε στη διερεύνηση των τρόπων λύσης των παιδιών με σύνδρομο Asperger, για τον υπολογισμό γινομένων σε ασύμμετρες πολλαπλασιαστικές καταστάσεις ίσων ομά-

δων, η οποία μπορεί να επιτρέψει το σχεδιασμό πρόσφορων δραστηριοτήτων που οδηγούν τα παιδιά με ΣΑ στην απόκτηση πολλαπλασιαστικού συλλογισμού έτσι ώστε να μπορούν να αναπτυχθούν κατάλληλα προγράμματα παρέμβασης, που θα επιτρέψουν την ομαλή ένταξη των παιδιών αυτών στην τυπική εκπαίδευση. Τα ερευνητικά μας ερωτήματα ήταν τα ακόλουθα:

- Ποιους τρόπους λύσης αναπτύσσουν τα παιδιά με ΣΑ για τον υπολογισμό γινομένων σε ασύμμετρες πολλαπλασιαστικές καταστάσεις ίσων ομάδων όταν αυτές αναπαριστώνται με:
  - 1) χειραπτικό υλικό;
  - 2) εικονικές αναπαραστάσεις;
  - 3) λεκτικές αναφορές;
- Ποιους τρόπους λύσης αναπτύσσουν τα παιδιά με ΣΑ για τον υπολογισμό γινομένων που παρουσιάζονται αριθμητικά;
- Ποιες από τις παραπάνω κατηγορίες πολλαπλασιαστικών καταστάσεων είναι πιο πρόσφορες για παιδιά με ΣΑ προκειμένου:
  - 1) να αναπτύσσουν αυθόρμητα στρατηγικές γινομένων;
  - 2) να κατανοούν τη σχέση μερών - όλου μεταξύ δύο διαφορετικών επαναλαμβανόμενων μονάδων;

## ► Μεθοδολογία

Λόγω της μεγάλης ετερογένειας των ατόμων με ΣΑ, η έρευνά μας εστίασε στη μελέτη πολλαπλών περιπτώσεων (multiple-case studies).

Η έρευνα διενεργήθηκε το πρώτο τετράμηνο του 2012 σε τέσσερα παιδιά με ΣΑ (*πειραματική ομάδα*) και σε τέσσερα τυπικά παιδιά (*ομάδα ελέγχου*). Δημιουργήθηκαν τέσσερα ζεύγη υποκειμένων (παιδί Asperger (A) – παιδί Τυπικό (T)) ταιριασμένα ως προς:

- Δείκτη αντιστοίχισης της τιμής της μέτρησης της μαθηματικής ικανότητας στα μαθηματικά (μεσαίου και προς τα κάτω, μεσαίου και προς τα πάνω, υψηλής και χαμηλής, που καθορίστηκε από την εκτίμηση του/της δασκάλου/δασκάλας τους και την άποψη των γονέων τους καθώς και από το αριθμητικό υποτέστ του WISC, κλίμακας 1 – 19, για τα παιδιά με ΣΑ, που τους είχε χορηγηθεί σε ειδικά κέντρα από ψυχολόγους).
- Δείκτη της τάξης φοίτησης (Δ΄ Δημοτικού, καθώς τα παιδιά έχοντας τελειώσει την Γ΄ τάξη έχουν διδαχθεί, σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα, τη θεματική περιοχή των μαθηματικών με την οποία θα ασχοληθούμε στην έρευνά μας, δηλαδή ασύμμετρες πολλαπλασιαστικές καταστάσεις ίσων ομάδων, πολλαπλασιασμό μονοψήφιου με διψήφιο και στη φάση έναρξης της έρευνας είχαν διδαχτεί ήδη στην Δ΄ στρατηγικές γινομένων).

- Δείκτη του φύλου (3 ζεύγη αγοριών και 1 κοριτσιών, καθώς σε αυτή περίπτωση την αναλογία δίνονται τα παιδιά με ΣΑ σύμφωνα με τα επιδημιολογικά στοιχεία).

Χρησιμοποιήσαμε τις παρακάτω κατηγορίες πολλαπλασιαστικών έργων και σχεδιάσαμε αντίστοιχα έργα σύμφωνα με τη σχετική βιβλιογραφία της Διδακτικής των Μαθηματικών (NCTM, 2000· Steffe 1988· Angileri, 1989· Mulligan, 1992· Bryant & Nunes, 2009· Kafoussi, Skoumpourdi & Kalabassis, 2003· Μπούφη, 1996· Τάτσης & Σκουμπουρδή, 2009· Σκουμπουρδή, 2008).

1. *Χειραπτικό Υλικό (ΧΥ)* (αναπαράσταση των παραγόντων με ένα υλικό και σχηματισμός ομάδων με αναπαράσταση των παραγόντων με δύο υλικά)
2. *Εικονικές Αναπαραστάσεις (ΕΑ)* (σχηματισμός ομάδων και ορθογώνιος σχηματισμός με πραγματικά και μη αντικείμενα - ρεαλιστικού, τεχνητού ρεαλιστικού και μαθηματικού πλαισίου (βλ. Τάτσης & Σκουμπουρδή, 2009: 387), και αριθμογραμμές - δομημένες, ημιδομημένες και κενές ( βλ. Σκουμπουρδή, 2008: 67))
3. *Λεκτικά Προβλήματα (ΛΠ)* (που αντιστοιχούσαν στα έργα ΕΑ με σχηματισμό ομάδων και ορθογώνιο σχηματισμό και ΕΑ με αριθμογραμμές)
4. *Αριθμητικούς Υπολογισμούς (ΑΥ)* (σε οριζόντια και κάθετη μορφή)

Για την παρουσίαση της σειράς των έργων στα παιδιά βασιστήκαμε στη θεωρία του Bruner περί των τριών εξελικτικών σταδίων αναπαράστασης της γνώσης: α) την πραξιακή (enactive) β) την εικονική (iconic) και γ) τη συμβολική αναπαράσταση (symbolic representation).

Κάθε έργο δόθηκε σε τρεις φάσεις για να ερευνηθεί αν το υποκείμενο κατέχει τις επαναλαμβανόμενες μονάδες και αν τις αξιοποιεί για την κατανόηση της σχέσης μερών - όλου μεταξύ δύο διαφορετικών επαναλαμβανόμενων μονάδων.

- Στην πρώτη φάση δόθηκε ως γινόμενο της μορφής  $\alpha \times \beta$ , όπου  $\alpha$  και  $\beta$  πολλαπλασιαστές και πολλαπλασιαστέος αντίστοιχα. Ο πολλαπλασιαστής  $\alpha$  και ο πολλαπλασιαστέος  $\beta$  κυμαίνονταν ανάμεσα στους φυσικούς αριθμούς 3 - 8 και 11 - 18, αντίστοιχα.
- Στη δεύτερη φάση δόθηκε ως γινόμενο της μορφής  $(\alpha+1) \times \beta$ , ώστε το αποτέλεσμα να μπορεί να προκύπτει βάση της γνώσης του  $\alpha \times \beta$  (στρατηγική του ένα παραπάνω σε πολλαπλασιαστή).
- Στην τρίτη φάση δόθηκε ως γινόμενο της μορφής  $(\alpha+1) \times (\beta+1)$ , ώστε το αποτέλεσμα να μπορεί να προκύπτει βάση της γνώσης του  $(\alpha+1) \times \beta$ , και να διερευνήσουμε τη δυνατότητα της αξιοποίησής του για την κατανόηση της σχέσης μερών - όλου (στρατηγική του ένα παραπάνω σε πολλαπλασιαστέο).

Σε όλα τα έργα και σε όλα τα υποκείμενα ακολουθήσαμε γενικά τις παρακάτω λεκτικές οδηγίες:

- Διάβασε προσεκτικά αυτό που σου δίνεται.
- Τι θα κάνεις για να βρεις αυτό που σου ζητάει;
- Γιατί κάνεις αυτό; Πώς το βρήκες; Πώς το σκέφτηκες;
- Γράψε το.
- Τελείωσε;

Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα έργου από κάθε κατηγορία και υποκατηγορία και από την κάθε συνάντηση.

### **1. Χειραπτικό υλικό**

Στην πρώτη συνάντηση δόθηκε ένα έργο στο οποίο αναπαρίσταται κάθε παράγοντας του γινομένου με το ίδιο υλικό.

1) Φτιάξε 6 μπαστούνια με 12 κυβάκια το καθένα. Πόσα είναι όλα τα κυβάκια που χρησιμοποίησες;



1 α) Φτιάξε τώρα 7 μπαστούνια με 12 κυβάκια το καθένα. Πόσα είναι όλα τα κυβάκια που χρησιμοποίησες;

1 β) Φτιάξε 7 μπαστούνια με 13 κυβάκια το καθένα. Πόσα είναι όλα τα κυβάκια που χρησιμοποίησες;

Στη δεύτερη συνάντηση δόθηκε ένα έργο με σχηματισμό ομάδων στο οποίο κάθε παράγοντας του γινομένου αναπαρίσταται με διαφορετικό υλικό.

1) Θέλουμε να φτιάξουμε 4 φωλιές λαγών που στην καθεμιά να μπούνε 14 λαγοί. Χρησιμοποίησε τα χαρτόνια για φωλιές και τα κυβάκια για λαγούς. Πόσοι λαγοί υπάρχουν συνολικά στις φωλιές;

1 α) Αν τώρα φτιάξουμε με τον ίδιο τρόπο 5 φωλιές λαγών που στην καθεμιά να μπούνε 14 λαγοί, πόσοι λαγοί υπάρχουν συνολικά στις φωλιές;

1 β) Θέλουμε τώρα να φτιάξουμε 5 φωλιές λαγών που στην καθεμιά να μπούνε 15 λαγοί. Χρησιμοποίησε πάλι τα χαρτόνια για φωλιές και τα κυβάκια για λαγούς. Πόσοι λαγοί υπάρχουν συνολικά στις φωλιές;

## 2. Εικονικές αναπαραστάσεις

### Με σχηματισμό ομάδων και ορθογώνιο σχηματισμό

Στην τρίτη συνάντηση δόθηκαν τέσσερα έργα καθημερινής ζωής που υποστηρίζονταν από εικονικές αναπαραστάσεις του πολλαπλασιασμού σε σχηματισμό ομάδων ή ορθογώνιο σχηματισμό με πραγματικά αντικείμενα. Ένα αναφερόταν στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα του υποκειμένου με ΣΑ.

1. Στις εικόνες υπάρχουν 4 τραπέζια με 12 καρέκλες το καθένα. Πόσες καρέκλες υπάρχουν συνολικά;



1α) Αν βάζαμε άλλο ένα τραπέζι με τις καρέκλες του πόσες καρέκλες θα είχαμε συνολικά;

1β) Στα τραπέζια τώρα αυτά αν βάζαμε από 1 επιπλέον καρέκλα, πόσες καρέκλες θα είχαμε συνολικά;

2. Στα ράφια ενός καταστήματος ηλεκτρονικών υπολογιστών υπάρχουν οι φορητοί υπολογιστές που βλέπεις στην παρακάτω εικόνα. Πόσοι είναι όλοι;

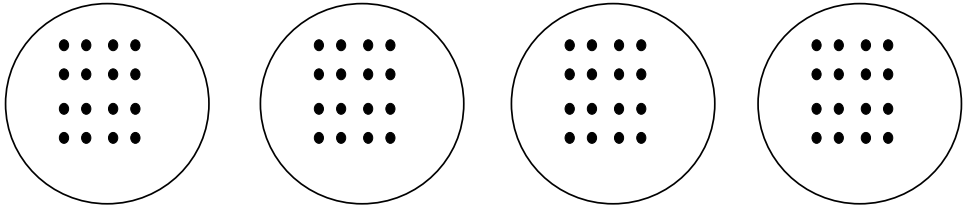


2α) Αν το κατάστημα βάλει μία ακόμα σειρά υπολογιστών οριζόντια, πόσους θα έχει τώρα να πουλήσει;

2β) Τώρα αν σε αυτούς βάλει 1 υπολογιστή σε κάθε οριζόντια σειρά, πόσους θα έχει τώρα να πουλήσει;

Επίσης δόθηκαν δύο έργα με εικονικές αναπαραστάσεις του πολλαπλασιασμού σε σχηματισμό ομάδων και ορθογώνιο σχηματισμό αντίστοιχα με μη πραγματικά αντικείμενα.

1. Πόσες κουκίδες υπάρχουν συνολικά στα παρακάτω σακουλάκια



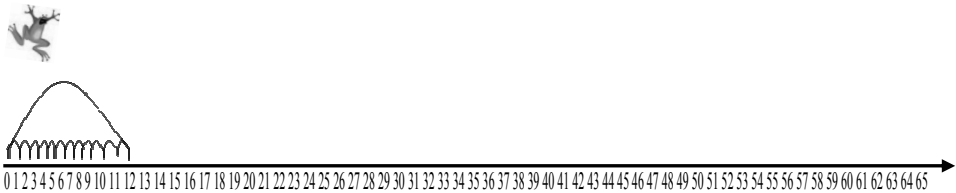
1α) Αν έχω ένα σακουλάκι παραπάνω, πόσες κουκίδες θα έχω συνολικά;

1β) Στα νέα σακουλάκια βάζω από μία κουκίδα παραπάνω στο καθένα. Πόσες κουκίδες θα έχω τώρα συνολικά;

**Με αριθμογραμμές**

Στην τέταρτη συνάντηση δόθηκαν τρία έργα που παρουσίαζαν αναπαραστάσεις του πολλαπλασιασμού με αριθμογραμμές. Στο πρώτο έργο η αριθμογραμμή ήταν δομημένη, στο δεύτερο ημιδομημένη και στο τρίτη κενή (βλ. Σκουμπουρδή, 2008).

1. Ένας βάτραχος κάνει 12 βήματα σε κάθε πηδηματάκι. Αν κάνει 4 συνολικά πηδηματάκια, πού θα φτάσει; Μπορείς να το δείξεις στην αριθμογραμμή;



1α) Αν ο βάτραχος τώρα κάνει 5 συνολικά πηδηματάκια, πού θα φτάσει; Μπορείς να το δείξεις στην αριθμογραμμή;

1β) Τώρα ο βάτραχος κάνει 13 βήματα σε κάθε πηδηματάκι. Πού θα φτάσει, αν κάνει 5 συνολικά πηδηματάκια; Μπορείς να το δείξεις στην αριθμογραμμή;

**3. Λεκτικά προβλήματα**

Στην πέμπτη συνάντηση δόθηκαν τρία λεκτικά προβλήματα καθημερινής ζωής, όπου το τρίτο ήταν έτσι σχεδιασμένο ώστε να ταιριάζει με τα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα και τις εμμονές του υποκειμένου με ΣΑ της μελέτης. Οι αναπαραστάσεις αντιστοιχούσαν σε αυτές των ΕΑ με σχηματισμό ομάδων ή ορθογώνιο σχηματισμό.

1. Η Τετάρτη τάξη ενός σχολείου παρακολούθησε μια παιδική παράσταση σε ένα θέατρο. Στην αίθουσα του θεάτρου υπήρχαν 7 σειρές καθισμάτων και κάθε

σειρά είχε 17 καθίσματα. Μπορείς να βρεις πόσα καθίσματα υπήρχαν στο θέατρο;

1α) Αν στο θέατρο αυτό οι σειρές των καθισμάτων ήταν 8, πόσα καθίσματα θα υπήρχαν στο θέατρο;

1β) Στις νέες τώρα σειρές καθισμάτων βάζουμε ένα ακόμα κάθισμα σε κάθε σειρά. Πόσα καθίσματα υπάρχουν τώρα στο θέατρο;

Στην έκτη συνάντηση δόθηκαν τρία λεκτικά προβλήματα καθημερινής ζωής, όπου το τρίτο ήταν πάλι έτσι σχεδιασμένο ώστε να ταιριάζει με τα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα και τις εμμονές του υποκειμένου με ΣΑ της μελέτης. Οι αναπαραστάσεις αντιστοιχούσαν σε αυτές των ΕΑ με αριθμογραμμές.

1. Την εποχή των δεινοσαύρων ένας σαρκοφάγος δεινόσαυρος έτρωγε 16 ζώα το μήνα. Πόσα ζώα έτρωγε σε 3 μήνες; (ενδεικτική εμμονή των παιδιών με ΣΑ, αλλά και ρεαλιστική δραστηριότητα που αναφέρεται σε προϊστορία).

1α) Αν έτρωγε τα ίδια ζώα κάθε μήνα, πόσα θα έτρωγε σε 4 μήνες;

1β) Μπορείς να βρεις τώρα πόσα ζώα θα έτρωγε σε 4 πάλι μήνες, αν κάθε μήνα έτρωγε ένα ζώο παραπάνω;

#### 4. Αριθμητικοί Υπολογισμοί

Στην έβδομη τέλος συνάντηση δόθηκαν αριθμητικοί υπολογισμοί γινομένου διψήφιου με μονοψήφιο, οριζόντια και κάθετα.

$$7 \times 13 = \quad \quad \quad 16 \quad 16 \quad 17$$

$$8 \times 13 = \quad \quad \quad \underline{\times 5} \quad \underline{\times 6} \quad \underline{\times 6}$$

$$8 \times 14 =$$

Η συλλογή των δεδομένων της έρευνας στηρίχθηκε στην πραγματοποίηση ημιδομημένων συνεντεύξεων από τον ερευνητή. Όλες οι συναντήσεις με τα υποκείμενα της έρευνας πραγματοποιήθηκαν στον ιδιαίτερο χώρο του σπιτιού τους και βιντεοσκοπήθηκαν και ηχογραφήθηκαν έπειτα από τη σύμφωνη γνώμη των γονέων τους. Επίσης, ο ερευνητής πραγματοποίησε και συνεντεύξεις με τους γονείς των παιδιών της πειραματικής ομάδας (ΣΑ) για την πορεία της ανάπτυξής τους, τα ιδιαίτερα προβλήματά τους και την πορεία της γνωστικής τους κατάστασης, ώστε να αναλυθεί όσο το δυνατό καλύτερα η μελέτη περίπτωσης. Για να βεβαιωθούμε επίσης ότι τα παιδιά της ομάδας ελέγχου ανήκουν στην τυπική εκπαίδευση και δεν παρουσιάζουν προβληματικές συμπεριφορές, εκτός από την εκτίμηση των δασκάλων δώσαμε και το ερωτηματολόγιο Achenbach (ASEBA) για γονείς παιδιών 6 – 18 ετών, στους γονείς τους προς συμπλήρωση.

Στην εργασία αυτή θα αναφερθούμε μόνο σε ένα ζεύγος παιδιών (Α1, Τ1, αγόρια με μεσαία προς τα κάτω μαθηματική ικανότητα που φοιτούσαν στην Δ' τάξη



δημόσιων σχολείων σε Πελοπόννησο και Αττική αντίστοιχα). Το αγόρι Α1 είχε διάγνωση από δημόσιο φορέα (ΕΘΜΑ) και χορηγήθηκε σε αυτό το WISC από το αρμόδιο ΚΕΔΔΥ. Στο παιδί αυτό εντοπίστηκαν, από τους παραπάνω φορείς, δυσκολίες σε κοινωνικές δεξιότητες και επικοινωνία, στον αυτοέλεγχο και στην ολοκλήρωση εργασιών καθώς και αδυναμία συγκέντρωσης και αυξημένη κινητικότητα. Η νοημοσύνη του βρίσκεται στα πλαίσια του φυσιολογικού (> 70, σύμφωνα με το WISC). Ως προς το γνωστικό του τομέα εντοπίστηκαν, από τους ίδιους φορείς, γενικές μαθησιακές δυσκολίες, αδυναμία αναγνωστικής ικανότητας και κατανόησης και στοιχεία δυσαριθμησίας. Η επίδοσή του στο αριθμητικό υποτέστ του WISC είναι κάτω από το μέσο όρο - κλίμακα 1 - 19). Το αγόρι Τ1 φαίνεται πως έχει φυσιολογική νοημοσύνη και μεσαία προς τα κάτω μαθηματική ικανότητα, σύμφωνα με την εκπαιδευτική της τάξης του, ενώ φαίνεται να ανήκει στα τυπικά παιδιά σύμφωνα με το ερωτηματολόγιο για γονείς παιδιών 6 - 18 ετών - ASEBA, που χορηγήσαμε.

Στα δεδομένα της έρευνας έγινε εννοιολογική και διαδικαστική ανάλυση των τρόπων λύσης των παιδιών στα διάφορα έργα.

#### ► Αποτελέσματα

Στη συνέχεια παρουσιάζουμε συγκριτικά τα αποτελέσματα της έρευνας του ζεύγους παιδιών (Α1, Τ1) σε όλες τις κατηγορίες και υποκατηγορίες έργων. Οι πίνακες 1 και 2 αφορούν αντίστοιχα στην εννοιολογική και τη διαδικαστική ανάλυση των τρόπων λύσης των παιδιών και τη σύγκρισή τους.

**Πίνακας 1: ΕΝΟΙΟΛΟΓΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

ΕΡΓΑ	ΕΝΕΡΓΕΙΑ									
	ΕΠΙΛΟΓΗ ΠΡΑΞΗΣ				Πρόσθεση			ΣΥΓΧΥΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ		
	Επαναλαμβανόμενη πρόσθεση		Πολλαπλασιασμός		Πρόσθεση			ΣΥΓΧΥΣΗ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΠΡΟΣΘΕΣΗΣ		
	A1	T1	A1	T1	A1	T1	A1	T1	A1	T1
XY	1/2*	1/2	2/2	2/2	2/2	0/2	0/2	0/2	0/2	0/2
EA (σχηματισμός ομάδων-ορθογώνιος σχηματισμός)	0/6	0/6	6/6	6/6	0/6	0/6	0/6	0/6	0/6	0/6
EA (αριθμογραμμών)	1/3	2/3	0/3	3/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3
ΛΠ (EA σχηματισμός ομάδων - ορθογώνιος σχηματισμός)	0/3	0/3	0/3	3/3	1/3	1/3	0/3	0/3	1/3	0/3
ΛΠ (EA αριθμογραμμών)	0/3	0/3	1/3	3/3	2/3	2/3	0/3	0/3	3/3	0/3
AY (οριζόντιοι)	1/3	0/3	0/3	0/3	3/3	3/3	2/3	2/3	1/3	0/3
AY (κάθετοι)	0/3	0/3	1/3	3/3	2/3	2/3	0/3	0/3	3/3	0/3

\* Στους πίνακες 1 & 2, ο λόγος δείχνει το πλήθος των έργων στα οποία γίνονται οι συγκεκριμένες ενέργειες προς το σύνολο των έργων.

Με βάση τον παραπάνω πίνακα ο μαθητής Α1 αναπτύσσει περισσότερο προοθητική και όχι πολλαπλασιαστική αντίληψη και φαίνεται να βρίσκεται σε αρχικό στάδιο του πολλαπλασιαστικού συλλογισμού (αριθμητικές μονάδες) σε αντίθεση με τον Τ1 που αναπτύσσει πολλαπλασιαστική αντίληψη, αφού χρησιμοποιεί σε όλες τις κατηγορίες και σε όλα τα έργα τον πολλαπλασιασμό για την επίλυσή τους, κατέχει σύνθετες μονάδες και γνωρίζει πολλαπλασιαστικά δεδομένα. Ο Α1 δεν έχει την αίσθηση των σύνθετων μονάδων και δε γνωρίζει πολλαπλασιαστικά δεδομένα πέραν του δύο ως πολλαπλασιαστή (π.χ. γνωρίζει 1x7 και 2x7 αλλά όχι περισσότερα γινόμενα του 7). Παρόλα αυτά ο μαθητής Α1, όπως φαίνεται και από το σχετικό πίνακα της εννοιολογικής ανάλυσης σε όλα τα έργα, εκφράζει πολλαπλασιαστικό συλλογισμό στα έργα του ΧΥ και των ΕΑ (με σχηματισμό ομάδων και ορθογώνιο σχηματισμό), κυρίως όταν αυτά είναι ρεαλιστικού πλαισίου. Επιβεβαιώνονται έτσι έρευνες που παρουσιάζουν τα άτομα με ΣΑ να βασίζονται σε οπτικές πληροφορίες. Επίσης ο μαθητής Α1, σε αντίθεση με τον μαθητή Τ1, συγχέει εννοιολογικά τις πράξεις πρόσθεσης και πολλαπλασιασμού. Μεγαλύτερη σύγχυση και μη σωστή ολοκλήρωση των έργων ο μαθητής Α1 παρουσίασε στην κατηγορία των ΛΠ ίσως λόγω των έντονων αναγνωστικών του δυσκολιών και της έλλειψης οπτικών βοηθημάτων. Στα έργα όμως ΛΠ που αναφέρονταν στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντά του ο μαθητής Α1 εξέφρασε πολλαπλασιαστικό συλλογισμό. Από την άλλη ο μαθητής Τ1 δε φάνηκε να αντιμετωπίζει δυσκολία με τη συγκεκριμένη κατηγορία έργων.

**Πίνακας 2: ΔΙΑΔΙΚΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

ΕΡΓΑ		ΕΝΕΡΓΕΙΑ															
		Άμεση μοντελοποίηση (χρήση δεαχτύλων, μετρητών)		Σχεδίαση εικόνων -σχεδίων		Γινόμενα του 10		Πολλαπλασιαστικός υπολογισμός (α/λγόριθμος)		Προσθετικός υπολογισμός		Στρατηγική του ένα παραπάνω σε πολλαπλασιαστική (α x β) + β		Στρατηγική του ένα παραπάνω σε πολλαπλασιαστικό (α + 1) x β + (α + 1)		Επιμονή σε λάθος	
		A1	T1	A1	T1	A1	T1	A1	T1	A1	T1	A1	T1	A1	T1	A1	T1
XY	2/2	0/2	2/2	0/2	0/2	1/2	1/2	0/2	1/2	0/2	1/2	2/2	1/2	1/2	0/2	0/2	0/2
ΕΑ (σχηματισμό ομάδων- ορθογώνιο σχηματισμό)	6/6	0/6	2/6	0/6	4/6	0/6	0/6	0/6	6/6	0/6	0/6	5/6	0/6	6/6	0/6	3/6	0/6
ΕΑ (αριθμογραμμών)	3/3	0/3	1/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3	3/3	0/3	2/3	1/3	0/3	0/3	2/3	0/3	0/3
ΛΠ (ΕΑ σχηματισμό ομάδων- ορθογώνιο σχηματισμό)	1/3	0/3	1/3	0/3	3/3	0/3	0/3	0/3	3/3	1/3	0/3	1/3	0/3	1/3	0/3	2/3	0/3
ΛΠ (ΕΑ αριθμογραμμών)	3/3	0/3	1/3	0/3	1/3	0/3	0/3	1/3	3/3	2/3	0/3	2/3	0/3	0/3	0/3	3/3	0/3
ΑΥ (οριζόντιο)	3/3	0/3	1/3	0/3	3/3	0/3	0/3	0/3	0/3	0/3	3/3	3/3	0/3	2/3	2/3	1/3	0/3
ΑΥ (κάθετο)	3/3	0/3	1/3	0/3	3/3	0/3	0/3	1/3	3/3	0/3	0/3	2/3	0/3	3/3	0/3	0/3	0/3

Ο μαθητής Α1 χρησιμοποιεί άμεση μοντελοποίηση (αρίθμηση ανά ένα) για την επίλυση των έργων σε όλα σχεδόν τα έργα και σε όλες τις κατηγορίες φανερώοντας ότι βρίσκεται στο στάδιο των αριθμητικών μονάδων. Δε χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού ακόμα και στους κάθετους αριθμητικούς υπολογισμούς (βλ. Παράρτημα), αλλά ούτε και στα έργα ΧΥ και ΕΑ με σχηματισμό ομάδων και ορθογώνιο σχηματισμό, όπου εκφράζει τη λύση με πολλαπλασιασμό. Επειδή χρησιμοποιεί την αρίθμηση ανά ένα χρειάζεται να οπτικοποιεί πράξεις και δεδομένα (με εικόνες και σχέδια), ενώ ο μαθητής Τ1 από την άλλη δεν χρησιμοποιεί σε κανένα έργο σχέδια και εικόνες και χρησιμοποιεί νοερές αναπαραστάσεις.

Ο μαθητής Τ1 χρησιμοποιεί παντού σχεδόν τον αλγόριθμο του πολλαπλασιασμού. Ο Τ1 χρησιμοποιεί επαναλαμβανόμενη πρόσθεση στο πρώτο έργο ΧΥ που δίνονται με ένα υλικό οι παράγοντες, ενώ στο δεύτερο έργο που παρουσιάζονται με δύο υλικά οι παράγοντες εκτελεί αμέσως πολλαπλασιασμό. Επίσης, επαναλαμβανόμενη πρόσθεση χρησιμοποιεί στα δύο έργα ΕΑ που δίνονται με σχηματισμό ομάδων με πραγματικά και μη αντικείμενα, ενώ σε αυτά με ορθογώνιο σχηματισμό εκτελεί αμέσως πολλαπλασιασμό.

Ο μαθητής Α1 εφαρμόζει σε όλα σχεδόν τα έργα και σε όλες τις κατηγορίες στρατηγικές του ένα παραπάνω σε πολλαπλασιαστή και πολλαπλασιαστέο χωρίς όμως να φαίνεται από τις υπόλοιπες ενέργειές του να κατέχει σύνθετες μονάδες ή τη σχέση μερών - όλου μεταξύ δύο διαφορετικών επαναλαμβανόμενων μονάδων. Πιθανόν τις εκφράζει γιατί χρησιμοποιεί την αρίθμηση ανά ένα, ενώ σε καμία από αυτές δεν δήλωσε την αντίστοιχη πράξη. Ο μαθητής Τ1 από την άλλη δεν εκφράζει σε κανένα έργο τις στρατηγικές αυτές, ίσως γιατί τον διευκολύνει η χρήση του αλγόριθμου του πολλαπλασιασμού.

Ο μαθητής Α1 συγχέει διαδικαστικά τις πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού αφού όταν επιχειρεί να εκτελέσει αλγόριθμο κάποιας πράξης εμπλέκει σε αυτόν και τον αλγόριθμο της άλλης και χρησιμοποιεί και ανάποδα τα σύμβολα, λόγω ίσως των οπτικοχωρικών του προβλημάτων. Ο μαθητής Τ1 έχει καλή γνώση των αλγόριθμων των δύο πράξεων.

Επίσης ο μαθητής Α1 παρουσιάζει ιδιαίτερους τρόπους επίλυσης (π.χ. αλλαγή πλαισίου ώστε να συμφωνεί με τα ενδιαφέροντά του) και επιμένει πολλές φορές σε λανθασμένους τρόπους και στρατηγικές (χαρακτηριστικό των ατόμων με ΣΑ). Τέλος ο μαθητής Α1 απαιτεί πολύ περισσότερο χρόνο για την ολοκλήρωση των έργων (βλ. πίνακα 3) σε όλες τις κατηγορίες και κυρίως σε ΛΠ και ΑΥ.

**Πίνακας 3: ΧΡΟΝΟΣ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ ΕΡΓΩΝ ΣΕ ΛΕΠΤΑ: ΔΕΥΤΕΡΟΛΕΠΤΑ**

ΕΡΓΑ	ΧΡΟΝΟΣ ΕΚΤΕΛΕΣΗΣ λεπτά : δευτερόλεπτα	
	A1	T1
ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟ (1 <sup>ο</sup> έργο)	26:46	18:51
ΧΕΙΡΑΠΤΙΚΟ (2 <sup>ο</sup> έργο)	14:55	15:33
ΕΑ (αντικειμένων)	70:27	27:55
ΕΑ (αριθμογραμμών)	43:33	46:33
ΛΠ (ΕΑ αντικειμένων)	50:29	16:01
ΛΠ (ΕΑ αριθμογραμμών)	42:18	06:48
ΑΥ (οριζόντιοι)	27:35	06:44
ΑΥ (κάθετοι)	25:21	02:44

### ► Συζήτηση

Το παιδί με ΣΑ της έρευνάς μας ανέπτυξε στρατηγικές γινομένου, αλλά και πολλαπλασιαστικό συλλογισμό όταν τα έργα παρουσιάζονταν εικονικά ή με χειραπτικό υλικό, κάτι που δείχνει ότι τα παιδιά αυτά έχουν ανάγκη την ύπαρξη οπτικών πληροφοριών. Όταν δεν υπήρχαν είχε την ανάγκη να τις δημιουργεί όπως έκανε στα ΛΠ, αλλά ακόμα και στους ΑΥ (βλ. Νούλης, Καφούση, Παπαηλιού & Πολεμικός, 2013).

Περισσότερο από όλα τα έργα φάνηκε να δυσκολεύουν, να συγχέουν και να δημιουργούν περισσότερο άγχος στο παιδί με ΣΑ αυτά των ΛΠ και κυρίως της υποκατηγορίας που αντιστοιχούσαν σε ΕΑ με αριθμογραμμές, ίσως λόγω της πιο αφηρημένης φύσης τους. Παρόλο που, όπως αναφέραμε, προσπάθησε να οπτικοποιήσει τα ΛΠ δεν κατάφερε να βρει κατάλληλα σχέδια που θα τον οδηγούσαν σε λύση, εκτός από τα προβλήματα που αναφέρονταν στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντά του. Μπορεί να συνετέλεσε σε αυτό η δυσκολία κατανόησης κειμένου που εντοπίστηκε στο συγκεκριμένο παιδί από τους αρμόδιους φορείς. Η δυσκολία επίλυσης προβλημάτων του παιδιού έρχεται να επιβεβαιώσει τα σχετικά ερευνητικά πορίσματα που παρουσιάζουν τα παιδιά με ΣΑ να έχουν δυσκολίες στην επίλυση προβλήματος (Griswold et al., 2002· Chiang & Lin, 2007).

Τα έργα που αναφέρονται στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντά του τον βοηθούν να αναπτύξει πολλαπλασιαστικό συλλογισμό και αυθόρμητες στρατηγικές γινομένου. Επίσης, σε περιπτώσεις που ο ίδιος άλλαζε το πλαίσιο και το προσαρμόζε στα εν-

διαφέροντά του κατόρθωνε να δίνει πολλαπλασιαστικές λύσεις δείχνοντας να κατανοεί το ρόλο των δύο παραγόντων. Για παράδειγμα, στο πρώτο έργο ΧΥ βρήκε πόσα κυβάκια είχαν τα 6 μπαστούνια με τα 12 κυβάκια το καθένα με επαναλαμβανόμενη πρόσθεση και όχι με αρίθμηση ανά ένα όπως συνήθως έκανε, όταν μετέτρεψε τα μπαστούνια σε αντιλόπες και τα κυβάκια σε κιλά χόρτα που τρώει η καθεμιά.

Ο «δικός του τρόπος λύσης» παρουσιάζεται έντονα σε όλα τα έργα και κυρίως όταν αυτά τον αγχώνουν και τον μπερδεύουν (όπως ΛΠ και ΑΥ). Όπως το ίδιο το παιδί (Α1) ανέφερε σε έργο ΑΥ, αν δεν μπορεί να κάνει τον δικό του τρόπο (σηματισμό από κουκίδες – τελείες) και είναι αναγκασμένο να κάνει αυτό που του ζητάνε (π.χ. ο δάσκαλος), δηλ. συγκεκριμένο αλγόριθμο, τότε αναγκάζεται να δώσει τυχαία λύση κατανοώντας ότι δεν θα είναι σωστή (βλ. Παράρτημα). Ο Attwood υποστηρίζει πως «ο δάσκαλος πρέπει να είναι διατεθειμένος να εξετάσει τις στρατηγικές που χρησιμοποιεί το παιδί, και όχι να κρίνει ότι κάνει λάθος απλώς και μόνο επειδή διαφέρουν από εκείνες των συμμαθητών του» (Attwood, 2005: 166). Οι δικές του μη συμβατικές στρατηγικές σκέψης από την άλλη απαιτούν περισσότερο χρόνο για την εκτέλεσή τους και αυτό φάνηκε από τη διαφορά χρόνου εκτέλεσης έργων από το τυπικό παιδί. Πολλές φορές όμως δυσκολεύεται να εξηγήσει λεκτικά τι κάνει. Τα παιδιά με ΣΑ δεν μπορούν να μεταφράσουν εύκολα σε λόγια τις νοητικές διαδικασίες που χρησιμοποίησαν για τη λύση ενός μαθηματικού προβλήματος (Attwood, 2009: 298).

Τα προβλήματα συγκέντρωσης προσοχής του παιδιού με ΣΑ υπήρχαν σε όλη τη διάρκεια της έρευνας. Όταν του επισημαίναμε κάτι, αμέσως συνήθως διόρθωνε τα λάθη του. Πολλές φορές όμως επέμενε να χρησιμοποιεί λανθασμένες στρατηγικές παρόλο που ήταν ξεκάθαρο ότι δεν λειτουργούσαν, λόγω διαταραχής της επιτελικής λειτουργικότητας, επιβεβαιώνοντας πάλι ότι αυτό είναι σύνηθες φαινόμενο στα παιδιά αυτά (Shu, Lung & Chen, 2001). Πολλές φορές ακόμα συνέχεε την πράξη της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού τόσο εννοιολογικά όσο και διαδικαστικά φανερώνοντας ότι έχει περισσότερο προσθετικό από πολλαπλασιαστικό συλλογισμό. Συνέχεε ακόμα και το σύμβολο των πράξεων αυτών, ίσως λόγω οπτικοχωρικών προβλημάτων.

Αν και η παρούσα εργασία εστιάζει σε μια μελέτη περίπτωσης, τα παραπάνω ευρήματα μας οδηγούν σε κάποιες αρχικές προτάσεις για την ομαλή ένταξη των παιδιών με σύνδρομο Asperger στην τάξη των μαθηματικών και ιδιαίτερα στη συγκεκριμένη ενότητα που μελετήσαμε. Θα πρέπει, κατά την άποψή μας, να παρέχεται στα παιδιά αυτά περισσότερος χρόνος και χώρος για την εκτέλεση πολλαπλασιαστικών έργων, για να μπορέσουν να αποκτήσουν πολλαπλασιαστικό συλλογισμό. Θα μπορούσαν να προστεθούν επίσης κατάλληλα έργα ή τουλάχιστον να τα παρέχει ο δάσκαλος, κυρίως εικονικών αναπαραστάσεων, που βοηθούν τους μαθητές να κατανοήσουν τόσο διαδικαστικά όσο και εννοιολογικά την πράξη του

πολλαπλασιασμού. Θα ήταν ακόμα καλύτερο τα έργα αυτά να αναφέρονται στα ιδιαίτερα ενδιαφέροντα των παιδιών αυτών, αφού έτσι και κίνητρο αποκτούν να ασχοληθούν και ελαχιστοποιείται η απόσπαση προσοχής τους. Ωστόσο, η περαιτέρω ανάλυση των αποτελεσμάτων της έρευνας και για τα τέσσερα ζευγάρια θα μας επιτρέψει τη διατύπωση ασφαλέστερων συμπερασμάτων.

Σύμφωνα με πρόσφατη έρευνά μας (Noulis & Kafoussi, 2012) τα πολλαπλασιαστικά έργα που υπάρχουν στα σχολικά εγχειρίδια Γ' και Δ' τάξης του δημοτικού δεν είναι κατάλληλα για τα παιδιά με ΣΑ και δεν προσφέρουν σε αυτά ίσες ευκαιρίες μάθησης. Η περαιτέρω έρευνα για τον εντοπισμό των δυσκολιών που παρουσιάζουν τα περισσότερα παιδιά με ΣΑ στα μαθηματικά και για τους τρόπους επίλυσής τους θα βοηθήσει την ανάπτυξη κατάλληλων εξατομικευμένων προγραμμάτων για τα παιδιά αυτά, θα συμβάλει στη διαμόρφωση κατάλληλων αναλυτικών προγραμμάτων και θα βοηθήσει, μέσα από ουσιαστικές επιμορφώσεις, τους εκπαιδευτικούς που έχουν στην τάξη τους παιδιά με ΣΑ και συναφείς αναπτυξιακές διαταραχές.

### ► Abstract

Asperger Syndrom corresponds to High Functioning Autism diagnosis and supportive educational integration in school classrooms. Finding a typical way of mathematical reasoning and calculative practices for this population category has not progressed beyond diagnosing individual difficulties within the framework of psychological tests. Our research focuses on the multiplication structure so that it is connected to certain psychological Asperger characteristics. It also focuses on iconic representations of maths teaching material which can contribute into developing the appropriate educational designing. Research results presented in this work regard strategies for calculating products and ways of perceiving the relationship between 'parts' and 'the whole'.

Keywords: Asperger Syndrome, multiplication, primary education

### ► Αναφορές

- Αγαλιώτης, Ι. (2000). *Μαθησιακές Δυσκολίες στα Μαθηματικά: Αιτιολογία, Αξιολόγηση, Αντιμετώπιση* (δ' έκδοση). Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- American Psychiatric Association. (1994). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders* (4th ed.). Washington, D.C.: American Psychiatric Association.
- Anghileri, J. (1989). An investigation of young children`s understanding of multiplication. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 367-385.
- Asperger, H. (1944). Autistic Psychopathy in childhood. In U. Frith. (1999). *Autism and Asperger Syndrome*. UK: Cambridge University Press.



- Attwood, A. (1998). *Asperger's syndrome: A guide for parents and professionals*. Philadelphia: Kingsley.
- Attwood, T., (2005). *Παιδιά με ιδιαιτερότητες στη γλωσσική ανάπτυξη και την κοινωνική αλληλεπίδραση, Σύνδρομο Asperger: Οδηγός ανίχνευσης και αντιμετώπισης*. Αθήνα: Σαββάλας.
- Attwood, T., (2009). *Ένας Πλήρης Οδηγός*. Β. Παπαγεωργίου (Επιμ.), Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Aylward, E., Minshew N., Goldstein, G., Honeycutt, N., Augustine, A., Yates, K., Barta, P., & Pearlson, G. (1999). MRI volumes of amygdale and hippocampus in non-mentally retarded autistic adolescents and adults, *Neurology*, 53, 2145 – 2150.
- Baron-Cohen, S., Leslie, A. M., & Frith, U. (1985). Does the autistic child have “theory of mind”? *Cognition*, 21, 37-46.
- Bell, A., Fischbein, E., & Greer, B. (1984). Choice of operation in verbal arithmetic problems: The effects of number size, problem structure and context. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 129 - 147.
- Bryant, P., & Nunes, T. (2009). T. Multiplicative reasoning and mathematics achievement. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of 33<sup>rd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Vol. 2 (pp. 217-224). Thessaloniki, Greece: PME.
- Chiang, H., & Lin, Y. (2007). Mathematical ability of students with Asperger syndrome and high-function autism: A review of literature, *Autism*, 11(6), 547-556.
- Cumine, V., Leach, J., & Stevenson, G. (2000). *Σύνδρομο Asperger, Ένας πρακτικός οδηγός για δασκάλους*. Αθήνα: Ελληνική Εταιρεία Προστασίας Αυτιστικών Ατόμων.
- Ehlers, S., & Gillberg, C. (1993). The epidemiology of Asperger's Syndrome – A total population study. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 34(8), 1327-1350.
- Ehlers, S., Nyden, A., Gillberg, C., Sandberg, A.D., Hjelmquist, E., & Oden, A. (1997). Asperger Syndrome, Autism and Attention Disorders: A Comparative Study of the Cognitive Profiles of 120 Children. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 38(2), 207–217.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M., & Marino, M. (1985). The role of implicit models insolving verbal problems in multiplication and division, *J.R.M.E.*, 16 (1), 3 – 17.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D.A. Grouws (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276 - 95). New York: Macmillan Publishing Co.
- Griswold, D. E., Barnhill, G. P., Myles, B. S., Hagiwara, T., & Simpson, R. L. (2002). Asperger Syndrome and Academic Achievement. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, 17(2), 94 – 102.
- Jordan, R. (2003). School-Based Intervention for Children with Specific Learning Difficulties. In M. Prior. *Learning and Behavior Problems in Asperger Syndrome* (pp. 212 – 243). NY: The Guilford Press.
- Kafoussi, S., Skoumpourdi, C., & Kalabassis, F. (2003). An analysis of Greek school textbooks' pictorial representations about multiplication. *Proceedings of CIEAEM*

- 55, *The use of didactic materials for developing pupils mathematical activities*. Poland.
- Κάκουρος, Ε., & Μανιαδάκη, Κ. (2002). *Ψυχοπαθολογία παιδιών και εφήβων: Αναπτυξιακή προσέγγιση*. Αθήνα: Τυπωθήτω.
- Καπέλου, Α. (2004). *Διδακτική των αριθμητικών εννοιών για παιδιά 5-6 ετών: Ανάδειξη των πολλαπλασιαστικών δομών*, Αδημοσίευτη Διδακτορική διατριβή, Σχολή Ανθρωπιστικών Επιστημών, ΤΕΠΑΕΣ, Πανεπιστημίου Αιγαίου.
- Καρούση, Σ., & Σκουμπούρη, Χ. (2008). *Τα μαθηματικά των παιδιών 4-6 ετών. Αριθμοί και χώρος*. Αθήνα: Εκδόσεις Πατάκη.
- Klin, A., Volkmar, F.R., Sparrow, S.S., Cicchetti, D.V., & Rourke, B.P. (1995). Validity and neuropsychological characterization of Asperger Syndrome: Convergence with Nonverbal Learning Disabilities Syndrome. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 36(7), 1127–1140.
- Μπούφη, Α. (1996). Η πολλαπλασιαστική σκέψη του παιδιού ως βάση της διδασκαλίας. *Πρακτικά 1<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*. Αθήνα, 261 – 276.
- Mulligan, J. (1992). Children's solutions to multiplication and division word problems: a longitudinal study. *Mathematics Education Research Journal*, 4(1), 24 - 41.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Νόμος 3699 (2008). *Ειδική Αγωγή και Εκπαίδευση ατόμων με αναπηρία ή με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες*. Φ.Ε.Κ. 199/ Τ.ΑΤ/2 -1 0-2008.
- Νούλης, Ι., & Καρούση, Σ. (2011). Στρατηγικές γινομένων που αναπτύσσουν τα παιδιά με σύνδρομο Asperger: μια πιλοτική έρευνα. *Πρακτικά 28<sup>ου</sup> Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας*. Αθήνα, 523 – 537.
- Noulis, I., & Kafoussi, S. (2012). Greek school textbooks and children with Asperger syndrome: the case of multiplication. *Proceedings of CIEAEM 64, Mathematics Education and Democracy: learning and teaching practices*. Rhodes, Greece, 286 - 291
- Νούλης, Ι., Καρούση, Σ., Παπαηλιού, Χ., & Πολεμικός, Ν. (2013). *Η καταλληλότητα των πολλαπλασιαστικών έργων των σχολικών εγχειριδίων Γ και Δ Δημοτικού για παιδιά με σύνδρομο Asperger*. 3<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο Ειδικής Εκπαίδευσης. Αθήνα.
- Nunes, T., & Bryant, P. (2007). *Τα παιδιά κάνουν μαθηματικά*. Δ. Δεσλή (Επιμ.), Αθήνα: Gutenberg.
- Nunes, T. (2012). *Η διδασκαλία των Μαθηματικών σε κωφά παιδιά*. Μ. Νικολαράιζη - Δ. Δεσλή (Επιμ.), Αθήνα: Επίκεντρο.
- Nyden, A., Niklasson, L., Stahlberg, O., Anckarsater, H., Dahlgren-Sandberg, A., Wentze, E., & Rastam, M. (2010). Adults with Asperger syndrome with and without a cognitive profile associated with “non-verbal learning disability.” A brief report. *Research in Autism Spectrum Disorders*, 4(4), 612 - 618.
- Ozonoff, S., South, M., & Miller, J. (2000). DSM-IV defined Asperger Syndrome: cognitive, behavioral and early history differentiation from high – Functioning autism. *Autism*, 4(1), 29 – 46.

- Piaget, J. (1965). *The Child's Conception to Number*. New York: Norton.
- Πέτρου, Α. (2012). *Μελέτη επίδρασης συνεργατικών τεχνολογικών μαθησιακών δραστηριοτήτων σε ομάδα μαθητών με κινησιακές αναπηρίες: Αξιοποίηση τεχνολογικών εργαλείων σύγχρονης και ασύγχρονης επικοινωνίας κατά τη Διδασκαλία της Πληροφορικής στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση*. Αδημοσίευτη Διδακτορική διατριβή, Σχολή Ανθρωπιστικών Επιστημών, ΤΕΠΑΕΣ, Πανεπιστημίου Αιγαίου.
- Reitzel, J., & Szatmari, P. (2003). Cognitive and Academic Problems. In M. Prior (Ed.), *Learning and Behavior Problems in Asperger Syndrome*, (pp. 35 – 54). NY: The Guilford Press.
- Rourke, B., & Tsatsanis, K. (2000). Nonverbal Learning Disabilities and Asperger Syndrome. In A. Klin, F. Volkmar & S. Sparrow (Eds.), *Asperger Syndrome* (pp. 231 – 253). NY, London: The Guilford Press.
- Σκουμπουρδή, Χ. (2008). Η αναπαράσταση της αριθμογραμμής στα σχολικά εγχειρίδια των Μαθηματικών του Δημοτικού Σχολείου. *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών, τεύχος 3*, 67 – 87.
- Steffe, L. (1988). Children`s Construction of Number Sequences and Multiplying Schemes. In J. Hiebert & M. Behr (Eds), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, Vol. 2, (pp. 119 – 140). USA: LEA, NCTM.
- Shu, B., Lung, F., Tien, A. & Chen, B. (2001). Executive function deficits in non-retarded autistic children. *Autism 5*, 165-174.
- Τάτσης, Κ., & Σκουμπουρδή, Χ. (2009). Μελέτη του Πλαισίου των Δραστηριοτήτων του Σχολικού Εγχειριδίου των Μαθηματικών της Α΄ Δημοτικού. *Πρακτικά 3<sup>ου</sup> συνεδρίου Εν.Ε.Δι.Μ., Ρόδος*, 383 – 392.
- Thede, L., & Coolidge, F. (2007). Psychological and Neurobehavioral Comparisons of Children with Asperger`s Disorder Versus High – Functioning Autism. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 37(5), 847 – 854.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Word problems: a vehicle for promoting authentic mathematical understanding and problem solving in the primary school. In T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: an international perspective* (pp. 69 – 97). UK: Psychology Press (Ltd).
- Wilmshurst, L. (2009). *Εξελικτική ψυχοπαθολογία: Μία αναπτυξιακή προσέγγιση*. Αθήνα: Gutenberg.
- Wing, L., & Gould, J. (1979). Severe impairments of social interaction and associated abnormalities in children: epidemiology and classification. *Journal of Autism and Developmental Disorders*, 9(1), 11 - 29.
- Wing, L. (1981). Asperger's syndrome: A clinical account. *Psychological Medicine*, 11(1), 115 – 12.

### Διευθύνσεις αλληλογραφίας

Ιωάννης Νούλης, Υποψήφιος Διδάκτορας, Τμήμα Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Λεωφόρος Δημοκρατίας 1, 85100, Ρόδος. E-mail: inoulis@rhodes.aegean.gr

Σόνια Καφούση, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια, Τμήμα Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Λεωφόρος Δημοκρατίας 1, 85100, Ρόδος. E-mail: kafoussi@rhodes.aegean.gr

Φραγκίσκος Καλαβάσης, Καθηγητής, Τμήμα Επιστημών της Προσχολικής Αγωγής και του Εκπαιδευτικού Σχεδιασμού, Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Λεωφόρος Δημοκρατίας 1, 85100, Ρόδος. E-mail: kalabas@rhodes.aegean.gr

## ► ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ενδεικτικοί διάλογοι Α1 από έργα ΑΥ

Έργο 1 (7 x 13 οριζόντια)

α/α	Διάλογοι	Επεξηγήσεις - Ενέργειες
[5]	Ε. Πώς το βρήκες τώρα αυτό;	
[6]	Α1. Με τα χέρια. Έβαλα 13 και συνεχίζω... 14, 15...20.	(με δάχτυλα)
[7]	Ε. Τι πράξη έχεις να κάνεις εκεί;	
[8]	Α1. Πρόσθεση.	
[9]	Ε. Πώς το κατάλαβες ότι είναι πρόσθεση;	
[10]	Α1. Εεε! όχι πρόσθεση μπερδεύτηκα λίγο, πολλαπλασιασμός.	
[11]	Ε. Α! είναι πολλαπλασιασμός. Και συ τι έκανες;	
[12]	Α1. Πολλαπλασίασα.	
[13]	Ε. Πώς το έκανες;	
[14]	Α1. Το 13 και έβαλα και το 7.	
[35]	Ε. Κάντο όπως νομίζεις.	
[36]	Α1.	(σκύβει στο τραπέζι και χτυπά το κεφάλι του πάνω σε αυτό 3 φορές μαλακά)
[37]	Ε. Θες να το κάνεις με το μυαλό ή θα το γράψεις;	
[38]	Α1. Όχι, μπορώ να το γράψω, αλλά πώς θα το κάνω, τι ακριβώς να γράψω.	
[39]	Ε. Καταλαβαίνω σε δυσκολεύει, αλλά κάντο με όποιο τρόπο καταλαβαίνεις.	
[40]	Α1. Να ζωγραφίσω 7 Βόλντεμορ;	(και ξεκινά να ζωγραφίζει φιγούρες του Βόλντεμορ...1, 2, 3...)
[45]	Ε. Τι φτιάχνεις τώρα εκεί.	
[46]	Α1. Θα φτιάξω 13 τέτοιους και 13 και 13....	
[47]	Ε. Δεν θα κάνεις πολύ ώρα έτσι όμως;	

[48]	A1. A!!! θα φτιάξω τελείες...ακόμα καλύτερα.	(ξαφνικά)
------	---	-----------

Έργο 2 (5 x 16 - κάθετα)

α/α	Διάλογοι	Επεξηγήσεις - Ενέργειες
[1]	E. Μπορείς αυτές να τις κάνεις με άλλο τρόπο και όχι με τελείες; Σαν πράξη έτσι όπως είναι μπορείς;	
[2]	A1. Όχι, γιατί θα είναι λάθος, θα πρέπει να φέρω έναν αριθμό από το μυαλό μου.	
[3]	E. Δηλαδή; Πώς θα το έκανες; Θες να μου δείξεις;	
[4]	A1. Σκέφτομαι...είμαι στο σχολείο με το δάσκαλό μου. Δεν μπορώ να το κάνω με άλλο τρόπο εκτός από τελείες, ο δάσκαλος θα μου έλεγε ότι δεν μπορώ να κάνω τελείες και θα έπρεπε να βρω έναν αριθμό από το μυαλό μου 50, 16, 30.	
[5]	E. Τι ξέρεις να κάνεις εσύ για αυτήν την πράξη.	
[6]	A1. Τώρα όπως τη βλέπω, 16 και 5	
[7]	E. 16 και 5 λέει;	
[8]	A1. 16 επί 5...θα έβαζα έναν αριθμό της τύχης.	
[9]	E. Στην τύχη;	
[10]	A1. Αχά	(ναι)
[11]	E. Άρα δεν θα το έβρισκες σωστά έτσι λες;	
[12]	A1. Αχά	(ναι)
[13]	E. Τι θα σε διευκόλυne να κάνεις;	
[14]	A1. Τελείες.	
[15]	E. Φτιάξε τις τελείες.	

Έργο 2 α (6 x 16 - κάθετα)

α/α	Διάλογοι	Επεξηγήσεις - Ενέργειες
[1]	E. Να δούμε την επόμενη. Τι έχεις να κάνεις τώρα;	
[2]	A1. Το 16 με το 6.	
[3]	E. Τι θα κάνεις;	
[4]	A1.  80, 81.....96	(χωρίς να απαντήσει σχεδιάζει μια ακόμα οριζόντια σειρά μετρώντας ανά ένα τις τελείες που βάζει από το 80) (και το γράφει αποτέλεσμα)

Ενδεικτικοί διάλογοι Τ1 σε έργα ΑΥ

Έργο 3 α (7 x 14 οριζόντια)

α/α	Διάλογοι	Επεξηγήσεις - Ενέργειες
[1]	Ε. Να δούμε την επόμενη 7 φορές το 14	
[2]	Τ1. Τώρα το βρήκα και το 7	
[3]	Ε. Τι κάνεις;	
[4]	Τ1. Λέω 4 φορές το 7 είκοσι οχτώ και 70 (7 φορές το 10). Ενενήντα οχτώ.	(και το γράφει)

Έργο 2 α (6 x 16 - κάθετα)

α/α	Διάλογοι	Επεξηγήσεις - Ενέργειες
[1]	Ε. Να δούμε την επόμενη 6 φορές το 16	
[2]	Τ1. 6 φορές το 6	
[3]	Ε. Έχεις να βρεις 6 φορές το 16, πριν τι είχες;	
[4]	Τ1. 16 φορές το 5  6 φορές το 6 ...36 κρατάμε το 3 Μία φορά το 6 έξι και τρία 9...96	(συνεχίζει από κει που είχε μείνει παρόλο που ο Ε. του έδειξε τι είχε και τι έχει)  (εκτελεί την πράξη με το σωστό αλγόριθμο και βρίσκοντας σωστό αποτέλεσμα)

# Διερευνώντας τις αξίες των δασκάλων της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στα μαθηματικά

Σόνια Καφούση, Πέτρος Χαβιάρης

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

## ► Περίληψη

Στην εργασία αυτή διερευνώνται οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης σχετικά με τις αξίες που διαμορφώνει η μάθηση και η διδασκαλία των μαθηματικών. Στην έρευνα συμμετείχαν 48 εκπαιδευτικοί που δίδασκαν σε τέσσερα σχολεία με διαφορετικά κοινωνικοοικονομικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά. Η συλλογή των δεδομένων στηρίχθηκε στη συμπλήρωση ενός ερωτηματολογίου. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η συζήτηση των αξιών με τους εκπαιδευτικούς μπορεί να αποτελέσει ένα πρόσφορο πλαίσιο προβληματισμού για τις επιθυμητές αλλαγές στη μαθηματική εκπαίδευση.

## ► Εισαγωγή

Τις τελευταίες δεκαετίες η παραδοχή όσων εμπλέκονται στη βελτίωση της μαθηματικής παιδείας ότι ο σκοπός της μαθηματικής εκπαίδευσης δεν είναι απλά η “απόκτηση” του μαθηματικού περιεχομένου, αλλά κυρίως η ανάπτυξη ικανοτήτων που βοηθούν το μαθητή να αξιολογεί το ρόλο των μαθηματικών στη σύγχρονη κοινωνία (βλ. ενδεικτικά NCTM, 2000; van de Walle, 2005; Πρόγραμμα Σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση, 2011), καθιστά πιο έντονη την ανάγκη μιας συζήτησης για τις αξίες που διαμορφώνει η διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών στη σχολική τάξη. Ο προσδιορισμός συγκεκριμένων ικανοτήτων των μαθητών ως σημαντικές επηρεάζεται από αξίες και οδηγεί σε πρακτικές που διαμορφώνουν την ταυτότητα του μαθητή ως μελλοντικού πολίτη. Σύμφωνα με τον Bishop (2008β) ο σχεδιασμός της μαθηματικής εκπαίδευσης σε κάθε χώρα επηρεάζεται από τις πολιτισμικές της αξίες, τις αξίες των κοινωνικών και εκπαιδευτικών θεσμών που τη διαμορφώνουν, αλλά και τις αξίες των εκπαιδευτικών και των μαθητών στα μαθηματικά όπως αυτές εκφράζονται στην καθημερινή πρακτική της σχολικής τάξης. Ωστόσο, η μάθηση των αξιών που συντελείται στις σχολικές τάξεις των μαθηματικών γίνεται συνήθως σιωπηρά, ενώ ταυτόχρονα οι αξίες

δεν καταγράφονται με σαφήνεια στα αναλυτικά προγράμματα των μαθηματικών (Bishop, 2009).

Η αναγνώριση και συνειδητοποίηση από τους εκπαιδευτικούς των αξιών που οι ίδιοι διδάσκουν είναι σημαντική, καθώς η μελέτη της σχέσης της μάθησης αξιών και της διδακτικής πρακτικής των εκπαιδευτικών επιτρέπει να προσδιοριστεί με σαφήνεια η προσφορά της μαθηματικής εκπαίδευσης στις πραγματικές συνθήκες της σχολικής τάξης. Οι αξίες των εκπαιδευτικών διαμορφώνονται από το πολιτισμικό τους υπόβαθρο, τις γνώσεις, τις στάσεις και τις αντιλήψεις τους για τη μαθηματική εκπαίδευση, ενώ ταυτόχρονα παρακολουθούν και ελέγχουν κάθε διδακτική κατάσταση, οδηγώντας σε επιλογές, αποφάσεις και δράσεις. Επομένως μπορούν να θεωρηθούν ως μεσολαβητές και προάγγελοι της συμπεριφοράς του εκπαιδευτικού στη σχολική τάξη των μαθηματικών (Doruk, 2012). Στην παρούσα εργασία γίνεται μια αρχική διερεύνηση των αξιών των Ελλήνων δασκάλων της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στα μαθηματικά.

### ► Θεωρητικό πλαίσιο

Αν και υπάρχουν διαφορετικές προσεγγίσεις για την έννοια της αξίας (βλ. ενδεικτικά Seah & Bishop, 2000), μπορούμε να επισημάνουμε ότι οι αξίες είναι γενικά συνδεδεμένες με την περιοχή των συναισθημάτων (affective domain) και με ερωτήσεις που αφορούν αν «είναι σημαντικό κάτι (να γίνει)», καθώς σε αυτή την περίπτωση κάποιος πρέπει να κάνει επιλογές και να λάβει αποφάσεις (Bishop, 2008α; Seah & Bishop, 2000). Σύμφωνα με τους Seah και Bishop (2002) (βλ. Dede, 2006), αν οι πεποιθήσεις (beliefs) σχετίζονται με κάτι που είναι αληθινό και υπάρχει σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο, οι αξίες σχετίζονται με κάτι που είναι σημαντικό χωρίς αναφορά σε κάποιο πλαίσιο.

Οι αξίες μπορούν να θεωρηθούν ως «διαπροσωπικές και δημόσιες συμφωνίες σχετικά με το τι οφείλουν να κάνουν οι συμμετέχοντες σε μια κοινότητα πρακτικής προκειμένου να είναι λειτουργική μια κοινωνική ομάδα» (Atweh & Seah, 2008, σ. 3). Αυτή η θέση επιτρέπει να αναλογιστούμε ότι οι αξίες σε μια κοινότητα συνεχώς αμφισβητούνται και αναδιοργανώνονται. Επιπλέον, δείχνει ότι οι αξίες ενός ατόμου είναι αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασής του με τα μέλη μιας κοινότητας: «Οι αξίες είναι μέρος της κουλτούρας μιας κοινότητας και βοηθούν να καθοδηγούν τις ενέργειες των μελών της, την κοινότητα ως ένα όλο αλλά και τη σχέση της με τις άλλες κοινότητες που μπορεί να έχουν διαφορετικές αξίες» (Tan, 1997, στο Seah & Bishop, 2000, σ. 5).

Στο χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης έχουν πραγματοποιηθεί λίγες έρευνες σχετικές με τις αξίες στα μαθηματικά. Κάποιες από αυτές εστιάζουν στις αξίες που ρητά ή σιωπηρά διαμορφώνουν τα αναλυτικά προγράμματα και τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών και κάποιες εστιάζουν στις αξίες των εκπαιδευτικών



και των μαθητών (Bishop, 2008γ; Dede, 2006, 2009; Doruk, 2012; Leu & Wu, 2004; Liman, Salleh & Abdullahi, 2013; Sam & Ernest, 1997).

Σύμφωνα με τους Sam και Ernest (1997), οι αξίες στα μαθηματικά μπορούν να ομαδοποιηθούν σε τρεις κατηγορίες: α) οι επιστημολογικές αξίες, οι οποίες αφορούν στην απόκτηση, την αξιολόγηση και τα χαρακτηριστικά της μαθηματικής γνώσης, όπως η ακρίβεια, η συστηματικότητα και ο ορθολογισμός, β) οι κοινωνικές και πολιτισμικές αξίες, που συνδέουν τη μαθηματική εκπαίδευση με την κοινωνία, όπως η συνεργασία, η δικαιοσύνη και η εκτίμηση στην ομορφιά των μαθηματικών και γ) οι ατομικές αξίες, που επηρεάζουν ένα άτομο ως μαθητή, όπως η υπομονή, η αυτοπεποίθηση και η δημιουργικότητα. Οι συγκεκριμένοι ερευνητές μελέτησαν τις αξίες στα μαθηματικά στα αναλυτικά προγράμματα της Μαλαισίας καθώς και τις αξίες των εκπαιδευτικών στα μαθηματικά. Σε σχέση με το δεύτερο ζήτημα, τα αποτελέσματά τους έδειξαν ότι οι νηπιαγωγοί έδωσαν έμφαση κυρίως στις επιστημολογικές αξίες, οι δάσκαλοι της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης αναφέρθηκαν και στις τρεις κατηγορίες αξιών, ενώ οι εκπαιδευτικοί της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης έδωσαν έμφαση κυρίως στις ατομικές αξίες.

Σύμφωνα με τον Lancaster (2006), οι αξίες μπορούν να αναλυθούν σε τρία πλαίσια: α) το πολιτισμικό και ιστορικό (cultural and historical context), β) το κοινωνικο-πολιτικό (socio-political context) και γ) το ατομικό (individual context). Το πρώτο πλαίσιο συνδέεται με αξίες που σχετίζονται με το σεβασμό στη διαφορετικότητα, το δεύτερο με την εντιμότητα και τη συνέπεια λόγων και πράξεων και το τρίτο με την υπευθυνότητα. Εστιάζοντας στο πρώτο πλαίσιο για τις αξίες στα μαθηματικά τονίζει ότι πρακτικές όπως η σύνδεση της ανάπτυξης μαθηματικών εργαλείων και εννοιών με τις αντιλήψεις και τις αξίες της συγκεκριμένης κοινωνίας μέσα στην οποία αναπτύχθηκαν διευκολύνει τη διαμόρφωση της αξίας της αποδοχής του «άλλου» και του «διαφορετικού» από τους μαθητές.

Στη δική μας έρευνα στηριχθήκαμε στο θεωρητικό πλαίσιο του Bishop και των συνεργατών του, το οποίο παρουσιάζεται στη συνέχεια αναλυτικά, καθώς εστιάζει με μεγαλύτερη σαφήνεια σε αξίες που συνδέονται με τα μαθηματικά.

Ο Bishop (2008β) διακρίνει δυο είδη αξιών: τις αξίες στα μαθηματικά (mathematical values) οι οποίες σχετίζονται με τη μαθηματική σκέψη και τις παιδαγωγικές αξίες στα μαθηματικά (mathematical educational values) οι οποίες, ως αποτέλεσμα των αξιών στα μαθηματικά και των γενικότερων παιδαγωγικών αξιών, ενσωματώνονται στα αναλυτικά προγράμματα, τα σχολικά εγχειρίδια και τις πρακτικές στη σχολική τάξη. Η παρούσα εργασία εστιάζει στις αξίες στα μαθηματικά.

Σύμφωνα με τον Bishop (2008β, 2009) η ανάλυση των αξιών στα μαθηματικά μπορεί να προσεγγιστεί με βάση τρεις βασικές συνιστώσες: α) την ιδεολογική (ideological), β) τη συναισθηματική (sentimental) και γ) την κοινωνιολογική (sociological). Αναλυτικότερα:

α) Η ιδεολογική συνιστώσα αφορά στις αξίες του *ορθολογισμού* (rationalism) και του *αντικειμενισμού* (objectism).

Η αξία του ορθολογισμού συνδέεται με τη λογική ανάλυση, το συλλογισμό, το επιχείρημα και είναι ίσως η αξία που οι περισσότεροι άνθρωποι συνδέουν με τα μαθηματικά. Γίνεται εμφανής κατά τη διδακτική πρακτική στη σχολική τάξη των μαθηματικών όταν δίνεται έμφαση στην ανάπτυξη επιχειρηματολογίας, συζητήσεων με αντιπαράθεση απόψεων και στην κατασκευή αποδείξεων.

Η συμπληρωματική αξία του ορθολογισμού είναι ο αντικειμενισμός, που εμπεριέχει τη συγκεκριμενοποίηση των μαθηματικών ιδεών και το συμβολισμό. Οι μαθηματικοί, σε όλη τη διάρκεια της ιστορίας τους, έχουν δημιουργήσει πολλαπλούς τύπους αναπαράστασης, οι οποίοι συνήθως χρησιμοποιούνται ως βάση για ένα επόμενο επίπεδο αφαίρεσης κατά την εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης. Εκφράζεται στη διδακτική πρακτική μέσω της ενθάρρυνσης των μαθητών να επινοούν τα δικά τους σύμβολα για να αναπαραστήσουν τη σκέψη τους ή να χρησιμοποιούν με ευελιξία διαφορετικά εργαλεία (π.χ. χειραπτικά, τεχνολογικά) συνδέοντας διαφορετικές περιοχές των μαθηματικών.

β) Η συναισθηματική συνιστώσα περιλαμβάνει τις αξίες του *ελέγχου* (control) και της *προόδου* (progress).

Η αξία του ελέγχου συνδέεται με την εκτίμηση της ασφάλειας που τα μαθηματικά προσφέρουν μέσω των κανόνων και των διαδικασιών που έχουν αναπτύξει, καθώς μπορούν να προβλέπουν καταστάσεις και να εφαρμόζονται σε καθημερινές καταστάσεις. Η αξία αυτή εμφανίζεται στη σχολική τάξη όταν οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να δικαιολογούν γιατί μια απάντηση δεν είναι σωστή ή γιατί ένας αλγόριθμος ισχύει ή να επεξεργάζονται μαθηματικές λύσεις σε κοινωνικά ζητήματα.

Η συμπληρωματική αξία του ελέγχου είναι η πρόοδος, η οποία αναφέρεται στην εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης μέσω διαφορετικών θεωριών και μεθόδων. Γίνεται εμφανής όταν οι μαθητές έχουν την ευκαιρία να αναζητήσουν διαφορετικούς τρόπους επίλυσης ενός προβλήματος ή να κάνουν γενικεύσεις ξεκινώντας από ειδικά παραδείγματα.

γ) Η κοινωνιολογική συνιστώσα εμπεριέχει την αξία της *ανοικτότητας* (openness) και του *μυστηρίου* (mystery).

Η ανοικτότητα συνδέεται με τη δημόσια υπεράσπιση των ιδεών, όταν όλες οι μαθηματικές ιδέες είναι ανοιχτές να εξεταστούν από όλους. Η ενθάρρυνση των μαθητών να παρουσιάζουν όλες τις ιδέες τους και να τις υπερασπίζονται στην τάξη αποκαλύπτει αυτή την αξία.

Η συμπληρωματική αξία της ανοικτότητας είναι το μυστήριο, που συνδέεται με τη γοητεία των μαθηματικών ιδεών. Η ενασχόληση των μαθητών με ένα παζλ ή η μελέτη ιστορικών στοιχείων για την εμφάνιση μαθηματικών ιδεών (όπως για

παράδειγμα το μηδέν ή το άπειρο) μπορεί να βοηθήσουν τους μαθητές να αναλογιστούν πόσο εκπληκτικά μπορεί να είναι τα μαθηματικά επιτεύγματα.

Σύμφωνα με τον συγκεκριμένο ερευνητή, οι αξίες στα μαθηματικά αναπτύσσονται μέσα σε συγκεκριμένα κοινωνικο-πολιτισμικά πλαίσια. Οι έρευνές του με τους συνεργάτες του στην Αυστραλία έδειξαν ότι οι εκπαιδευτικοί διατηρούν αξίες στα μαθηματικά και επηρεάζονται από τα χαρακτηριστικά της κοινότητας των μαθητών τους, όπως το κοινωνικο-πολιτισμικό πλαίσιο της κάθε σχολικής τάξης που αναδεικνύει διαφορετικές ανάγκες των μαθητών της, αλλά και γενικότερα την κουλτούρα του σχολείου όπου διδάσκουν (Bishop, 2008β; FitzSimons, Seah, Clarkson & Bishop, 2000). Επιπλέον, καθώς οι εκπαιδευτικοί δυσκολεύονται να διατυπώσουν τις αξίες τους στα μαθηματικά, η ύπαρξη μιας θεωρητικής ορολογίας, όπως η προηγούμενη, φαίνεται να βοηθά στη μελέτη του συγκεκριμένου θέματος.

### ► Σκοπός της έρευνας

Όπως έχει σημειωθεί προηγούμενα, οι αξίες των εκπαιδευτικών επηρεάζονται από τις προϋπάρχουσες εμπειρίες τους (πολιτισμικές, κοινωνικές, γνωστικές κλπ.) αλλά ταυτόχρονα μετασχηματίζονται συνεχώς μέσα στο πλαίσιο της κοινότητας στην οποία συμμετέχουν. Η παρούσα εργασία διερευνά πιλοτικά τις αξίες που διατηρούν οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στη χώρα μας στα Μαθηματικά με βάση το θεωρητικό πλαίσιο του Bishop (2008β, 2009). Επιπλέον προσπαθεί να ανιχνεύσει διαφοροποιήσεις που μπορεί να υπάρχουν στις αξίες των εκπαιδευτικών που διδάσκουν σε σχολεία με διαφορετικά κοινωνικο-οικονομικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά.

Η διερεύνηση αυτή μπορεί να δώσει το έναυσμα για την αποτύπωση των αναγκών των εκπαιδευτικών σε αυτό το ζήτημα. Κατά τη γνώμη μας, μελετώντας τις μαθηματικές αξίες των εκπαιδευτικών δίνεται η ευκαιρία να δημιουργήσουμε έναν κώδικα επικοινωνίας, που δεν στηρίζεται μόνο σε ψυχολογικές προσεγγίσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης, αλλά βοηθά στην ανάπτυξη μιας συζήτησης γύρω από ερωτήματα που συνδέονται με την αξία των πρακτικών που επιλέγονται για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

### ► Μέθοδος

Στην έρευνα, που πραγματοποιήθηκε τον Γενάρη του 2012 στην Αθήνα, επιλέχθηκαν τέσσερα δωδεκαθέσια Δημοτικά σχολεία με διαφορετικά κοινωνικο-οικονομικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά. Στα δύο σχολεία (ΣΑ, ΣΓ) φοιτούσαν μαθητές με μέτριο κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο, εκ των οποίων στο ένα (ΣΑ) φοιτούσαν 25% αλλοδαποί μαθητές. Στο σχολείο με υψηλό κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο μαθητών (ΣΒ) δε φοιτούσαν αλλοδαποί μαθητές, ενώ στο σχολείο (ΣΔ) με χαμηλό

κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο φοιτούσαν 75% αλλοδαποί μαθητές. Στα σχολεία αυτά δίδασκαν 14 άντρες και 34 γυναίκες. Έντεκα εκπαιδευτικοί δίδασκαν 1-10 έτη, 19 εκπαιδευτικοί 10-20 έτη και 18 εκπαιδευτικοί 20-30 έτη.

Η συλλογή των δεδομένων στηρίχθηκε στη συμπλήρωση ενός ερωτηματολογίου, το οποίο περιλάμβανε πέντε ανοικτές ερωτήσεις: 1) Για ποιους λόγους θεωρείτε ότι αξίζει να αναπτύξει το παιδί μαθηματική σκέψη; 2) Ποιες διδακτικές σας πρακτικές θεωρείτε αποτελεσματικές για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού; 3) Ποιες πρακτικές των μαθητών σας θεωρείτε σημαντικές για την ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης; 4) Ποιες πρακτικές των γονιών θεωρείτε σημαντικές για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού; 5) Περιγράψτε τα σημαντικά στοιχεία του σχολικού εγχειριδίου των μαθηματικών που θεωρείτε ότι μπορούν να υποστηρίξουν την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού. Το ερωτηματολόγιο δόθηκε στους εκπαιδευτικούς των αντίστοιχων σχολείων μέσω των διευθυντών τους και τους ζητήθηκε να συμπληρωθεί σε διάστημα μίας εβδομάδας.

Οι παραπάνω ερωτήσεις επιλέχθηκαν για να αναδείξουν τις αξίες των εκπαιδευτικών σε σχέση με σημαντικές συνιστώσες της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών (δάσκαλος, μαθητές, γονείς, σχολικά εγχειρίδια) (βλ. Καφούση & Χαβιάρης, 2013). Αναλυτικότερα η πρώτη ερώτηση συνδέεται με την αξία της μαθηματικής σκέψης στη ζωή του παιδιού. Η δεύτερη αποσκοπεί στην ανάδειξη αξιών που στηρίζουν τις διδακτικές τους πρακτικές. Η τρίτη και η τέταρτη ερώτηση αφορούν στο ποιες αξίες οι εκπαιδευτικοί θεωρούν σημαντικές να στηρίζουν τη μαθηματική δραστηριότητα του παιδιού και τη γονική εμπλοκή αντίστοιχα. Τέλος η πέμπτη ερώτηση σχετίζεται με τις αξίες που θεωρούν οι εκπαιδευτικοί ως σημαντικές να διαμορφώνονται μέσω των σχολικών εγχειριδίων.

Ο επόμενος πίνακας (Πίνακας 1) δείχνει τις βασικές λέξεις και εκφράσεις των αναμενόμενων γραπτών αναφορών των εκπαιδευτικών και τη σύνδεσή τους με τις αξίες στα μαθηματικά σύμφωνα με την κατηγοριοποίηση του Bishop (2008β).

Οι λέξεις-κλειδιά χρησιμοποιήθηκαν για την ανάλυση περιεχομένου (βλ. Στάμου, Χρονάκη & Ζιώγα, 2007) των απαντήσεων των εκπαιδευτικών. Η τεχνική αυτή θεωρήθηκε πρόσφορη για τη συγκεκριμένη μελέτη καθώς μπορεί να αποκαλύψει τα μηνύματα (αξίες) στα γραπτά κείμενα των εκπαιδευτικών. Με αυτόν τον τρόπο ποσοτικοποιήθηκαν οι αναφορές των εκπαιδευτικών σε αξίες σε κάθε ερώτηση. Στους πίνακες των αποτελεσμάτων φαίνεται πόσοι εκπαιδευτικοί αναφέρθηκαν σε καθεμία αξία.

## ► Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα της έρευνας παρουσιάζονται αρχικά ανά ερώτηση περιλαμβάνοντας συγκεκριμένα παραδείγματα από τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών προ-

Αξίες στα μαθηματικά	Λέξεις-κλειδιά στις αναφορές των εκπαιδευτικών
<i>Ιδεολογική Συνιστώσα</i>	
Ορθολογισμός	λογικός συλλογισμός, απόδειξη, επιχειρηματολογία, συμπέρασμα
Αντικειμενισμός	επιτόνηση συμβόλων, χρήση εργαλείων
<i>Συναισθηματική Συνιστώσα</i>	
Έλεγχος	ανάλυση των αλγορίθμων, εφαρμογή των μαθηματικών στην επίλυση προβλημάτων της καθημερινής ζωής, κανόνες
Πρόοδος	εναλλακτικές στρατηγικές, γενικεύσεις
<i>Κοινωνιολογική Συνιστώσα</i>	
Ανοικτότητα	δικαιολόγηση μιας ιδέας στην τάξη, συζήτηση όλων των λύσεων των παιδιών
Μυστήριο	ιστορία μαθηματικών, παιχνίδια με γρίφους, θαυμασμός

Πίνακας 1. Αξίες στα μαθηματικά

κειμένου να εντοπιστούν τυχόν εστιάσεις ή ελλείψεις σε συγκεκριμένες αξίες που διέπουν τη λειτουργία σημαντικών πτυχών της μαθηματικής εκπαίδευσης. Στη συνέχεια γίνεται μια συγκριτική περιγραφή των δεδομένων της έρευνας τόσο σε σχέση με τις αξίες που αναδύθηκαν στις διαφορετικές συνιστώσες της μαθηματικής εκπαίδευσης όσο και σε σχέση με τα διαφορετικά κοινωνικο-οικονομικά χαρακτηριστικά των σχολείων.

Σχετικά με τις αξίες στις οποίες αναφέρθηκαν οι εκπαιδευτικοί για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού (1<sup>η</sup> ερώτηση: *Για ποιους λόγους θεωρείτε ότι αξίζει να αναπτύξει το παιδί μαθηματική σκέψη;*), το παρακάτω απόσπασμα από την απάντηση μιας εκπαιδευτικού είναι αποκαλυπτικό για την έμφαση που δίνει η ίδια σε αξίες ιδεολογικού και συναισθηματικού χαρακτήρα:

«Η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης στη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων καλλιεργεί την κριτική και τη δημιουργική σκέψη και βοηθάει στη διαχείριση προβληματικών καταστάσεων της καθημερινής ζωής. Δημιουργεί και αναπτύσσει λογικές διαδικασίες και οδηγεί σε ασφαλή και ολοκληρωμένα συμπεράσματα λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα και τις πιθανότητες. Του δίνει τη δυνατότητα να διαχειριστεί με ευχέρεια τις νέες τεχνολογίες καθώς αυτές σχετίζονται με μαθηματικά σύμβολα και ποσοτικές επεξεργασίες.»

Η συγκεκριμένη εκπαιδευτικός αναφέρεται σε τρία σημαντικά, κατά την άποψή της, αποτελέσματα της ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης του παιδιού: α) την

ικανότητα διαχείρισης προβλημάτων στην καθημερινή του ζωή (αξία ελέγχου), β) την ανάπτυξη λογικών συλλογισμών και συμπερασμάτων (αξία ορθολογισμού) και γ) τη χρήση εργαλείων και συμβόλων (αξία αντικειμενισμού). Ο επόμενος πίνακας (Πίνακας 2) παρουσιάζει τις αξίες που αναδόθηκαν από τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών στην πρώτη ερώτηση.

Αξίες στην ανάπτυξη μαθηματικής σκέψης	Αριθμός εκπ/κών				Σύνολο
	ΣΑ	ΣΒ	ΣΓ	ΣΔ	
<i>Ιδεολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ορθολογισμός</b> (π.χ. «το παιδί αναπτύσσει λογικές διαδικασίες», «το παιδί γίνεται ικανό να συλλογίζεται με αποδείξεις», «το παιδί αναγνωρίζει τις μεταβλητές ενός προβλήματος και συνδέει τα δεδομένα για να φτάσει σε μία λύση»)	10	6	12	8	36
<b>αντικειμενισμός</b> (π.χ. «του δίνει τη δυνατότητα να διαχειριστεί με ευχέρεια τις νέες τεχνολογίες καθώς αυτές σχετίζονται με μαθηματικά σύμβολα»)	1	-	-	-	1
<i>Συναισθηματική συνιστώσα</i>					
<b>έλεγχος</b> (π.χ. «η μαθηματική σκέψη βοηθά στη διαχείριση προβληματικών καταστάσεων στην καθημερινή ζωή», «βοηθά το παιδί να αντιμετωπίσει τις απαιτήσεις της κοινωνίας»)	9	9	7	6	31
<b>πρόοδος</b> (π.χ. «το παιδί μαθαίνει να χρησιμοποιεί στρατηγικές για να πετύχει τους στόχους του»)	2	1	5	1	9
<i>Κοινωνιολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ανοικτότητα</b>	-	-	-	-	0
<b>μυστήριο</b>	-	-	-	-	0

Πίνακας 2. Μαθηματική σκέψη

Οι περισσότερες απαντήσεις των εκπαιδευτικών (36 αναφορές) συνδέονταν με την αξία του ορθολογισμού για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού. Επίσης, οι εκπαιδευτικοί εστίασαν περισσότερο στην αξία του ελέγχου (31 αναφορές) σε σχέση με την αξία της προόδου (9 αναφορές), ενώ οι αξίες της ανοικτότητας και του μυστηρίου δεν αναφέρθηκαν. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η προσφορά της ανάπτυξης της μαθηματικής σκέψης σε ένα παιδί συνδέεται για

τους εκπαιδευτικούς του δείγματος κυρίως με την ανάπτυξη λογικών συλλογισμών και τη διαχείριση προβλημάτων στην καθημερινότητά του.

Ο Πίνακας 3 που ακολουθεί παρουσιάζει τις αξίες που καταγράφηκαν από τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών στη δεύτερη ερώτηση που αφορούσε τις διδακτικές τους πρακτικές (*Ποιες διδακτικές σας πρακτικές θεωρείτε αποτελεσματικές για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού;*).

Αξίες στα μαθηματικά στις πρακτικές των εκπαιδευτικών	Αριθμός εκπ/κών				Σύνολο
	ΣΑ	ΣΒ	ΣΓ	ΣΔ	
<i>Ιδεολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ορθολογισμός</b> (π.χ. «να χρησιμοποιεί ερωτήσεις όπως: πώς έφτασες σε αυτό το συμπέρασμα;»)	1	3	2	-	6
<b>αντικειμενισμός</b> (π.χ. «η χρήση της αριθμογραμμής, πινάκων και διαγραμμάτων για την αναπαράσταση των μαθηματικών προβλημάτων», «η χρήση νέων τεχνολογιών»)	6	6	10	3	25
<i>Συναισθηματική Συνιστώσα</i>					
<b>έλεγχος</b> (π.χ. «ο σχεδιασμός δραστηριοτήτων που δίνουν λύσεις σε καθημερινά προβλήματα»)	6	3	5	6	20
<b>πρόοδος</b> (π.χ. «να προωθεί την ανάπτυξη διαφορετικών τρόπων λύσης ενός προβλήματος από τα παιδιά», «να αφήνει τα παιδιά να αυτοσχεδιάζουν»)	6	1	2	-	9
<i>Κοινωνιολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ανοικτότητα</b> (π.χ. «να επιτρέπει τη συζήτηση μεταξύ των μαθητών για τις πιθανές λύσεις ενός προβλήματος», «τα παιδιά να εργάζονται σε ομάδες βρίσκοντας επιχειρήματα, κρίνοντας και ελέγχοντας λύσεις για να φτάσουν σε ένα συμπέρασμα»)	5	-	3	-	8
<b>μυστήριο</b>	-	-	-	-	0

**Πίνακας 3.** Πρακτικές εκπαιδευτικών

Σε αντίθεση με τις αξίες που αναφέρθηκαν για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού, οι αξίες που αναδύονται από τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών σχετικά με τις πρακτικές τους συνδέονταν περισσότερο με την αξία του αντικειμενισμού (25 αναφορές) σε σχέση με την αξία του ορθολογισμού (6 αναφορές). Το παρακάτω απόσπασμα από την απάντηση ενός εκπαιδευτικού είναι αντιπρο-

σωπευτικό, καθώς αναδεικνύει ως σημαντική πρακτική στη διδασκαλία του στα μαθηματικά την αξιοποίηση αναπαραστατικών εργαλείων και μεθόδων:

«Η οπτικοποίηση μαθηματικών εννοιών βιωματικά με υλικά και παραδείγματα από την καθημερινότητά τους, με σκίτσα, ζωγραφιές και διαγράμματα ροής, πίνακες δεδομένων και ζητούμενων.»

Επιπλέον, οι εκπαιδευτικοί εστίασαν περισσότερο στην αξία του ελέγχου (20 αναφορές) σε σχέση με την αξία της προόδου (9 αναφορές), ενώ η αξία της ανοικτότητας αναφέρθηκε ελάχιστα (8 αναφορές). Με άλλα λόγια, οι εκπαιδευτικοί θεωρούν ότι μέσω των πρακτικών τους ενισχύεται κυρίως η ικανότητα των μαθητών να αντιμετωπίζουν καθημερινές καταστάσεις που απαιτούν μαθηματικά για τη λύση τους μέσω και της χρήσης κατάλληλων εργαλείων.

Με βάση τον Πίνακα 4 που ακολουθεί, οι απαντήσεις των εκπαιδευτικών που αφορούσαν στις αξίες οι οποίες θεωρούνται σημαντικές γι' αυτούς να διαμορφώσουν τις πρακτικές των μαθητών τους φαίνεται ότι καθοδηγούνται από την αξία του ελέγχου (28 αναφορές) (ερώτηση 3: *Ποιες πρακτικές των μαθητών σας θεωρείτε σημαντικές για την ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης;*). Στα παρακάτω αποσπάσματα γίνεται φανερή η συγκεκριμένη εστίαση και ειδικότερα στην αξία της «εφαρμοσμένης» μαθηματικής δραστηριότητας του παιδιού τόσο έξω από την τάξη όσο και κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών:

«Η ενασχόλησή του με απλά μαθηματικά στην καθημερινή του ζωή (π.χ. στα ψώνια της οικογένειας) και στη χρονολόγηση συμβάντων (π.χ. γενέθλια, ιστορικά γεγονότα)».

«Συνδέοντας εμπειρίες από την πραγματική τους ζωή με τη μαθηματική εμπειρία στην τάξη»

Επιπλέον, η αξία του αντικειμενισμού δεν αναφέρθηκε ως σημαντική αξία των πρακτικών των μαθητών σε αντίθεση με τις αναφορές τους στις δικές τους πρακτικές (6 αναφορές - 25 αναφορές, αντίστοιχα). Σχετικά με την αξία της ανοικτότητας, οι εκπαιδευτικοί που αναφέρθηκαν σ' αυτή (9 αναφορές) εστίασαν κυρίως σε πρακτικές των μαθητών που αφορούν στη δικαιολόγηση της ορθότητας ή μη μιας απάντησης στους συμμαθητές τους.

Αξίες στα μαθηματικά στις πρακτικές των μαθητών	Αριθμός εκπ/κών				Σύνολο
	ΣΑ	ΣΒ	ΣΓ	ΣΔ	
<i>Ιδεολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ορθολογισμός</b> (π.χ. «η οργάνωση της σκέψης τους με λογική»)	2	6	-	-	8



<b>αντικειμενισμός</b> (π.χ. «να λύνουν προβλήματα χρησιμοποιώντας αριθμογραμμές, νέες τεχνολογίες κλπ» )	5	1	-	-	6
<i>Συναισθηματική Συνιστώσα</i>					
<b>έλεγχος</b> (π.χ. «να λύνουν προβλήματα στηριζόμενοι στις εμπειρίες τους», «να βρίσκουν μόνοι τους τα λάθη τους», «να είναι σίγουροι για τα σωστά βήματα σε μια λύση»)	8	3	9	8	28
<b>πρόοδος</b> (π.χ. «να αναπτύξουν τις δικές τους άτυπες στρατηγικές» )	2	2	1	1	6
<i>Κοινωνιολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ανοικτότητα</b> (π.χ. «να συζητούν με τους συμμαθητές τους πιθανές λύσεις σε ένα πρόβλημα»)	1	-	5	3	9
<b>μυστήριο</b> (π.χ. «να παίζουν με παζλ και μαγικά τετράγωνα»)	3	-	-	-	3

Πίνακας 4. Πρακτικές μαθητών

Στη συνέχεια, ο Πίνακας 5 παρουσιάζει τις αξίες στα μαθηματικά που αναδύονται από τις απαντήσεις των εκπαιδευτικών σχετικά με το ρόλο των γονέων (ερώτηση 4: *Ποιες πρακτικές των γονιών θεωρείτε σημαντικές για την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού;*).

Αξίες στα μαθηματικά στις πρακτικές των γονέων	Αριθμός εκπ/κών				Σύνολο
	ΣΑ	ΣΒ	ΣΓ	ΣΔ	
<i>Ιδεολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ορθολογισμός</b> (π.χ. «με τη χρήση παιχνιδιών να καλλιεργούν τη μαθηματική σκέψη των παιδιών τους»)	1	-	1	-	2
<b>αντικειμενισμός</b>	-	-	-	-	0
<i>Συναισθηματική Συνιστώσα</i>					
<b>έλεγχος</b> (π.χ. «να δέχονται τα λάθη των παιδιών τους», «να τα ενθαρρύνουν να βρίσκουν μόνα τους τη λύση»)	15	9	11	7	42
<b>πρόοδος</b> (π.χ. «να βρίσκουν μαζί κι άλλες λύσεις σε ένα πρόβλημα»)	2	1	-	1	4
<i>Κοινωνιολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ανοικτότητα</b> (π.χ. «να τους επιτρέπουν να εκφράζουν τις σκέψεις τους»)	3	2	1	1	7

<b>μυστήριο</b> (π.χ. «να επισκέπτονται με τα παιδιά τους μουσεία και να συζητούν μαθηματικά θέματα, να συζητούν με τα παιδιά τους θέματα από την ιστορία των μαθηματικών και διάσημους μαθηματικούς» )	1	-	-	-	1
---	---	---	---	---	---

Πίνακας 5. Πρακτικές γονέων

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα της έρευνας, οι εκπαιδευτικοί θεώρησαν ότι και οι πρακτικές των γονέων οφείλουν να καθοδηγούνται από την αξία του ελέγχου (42 αναφορές). Το παρακάτω απόσπασμα είναι αποκαλυπτικό για τη συγκεκριμένη εστίαση:

«Να δίνουν στα παιδιά το περιθώριο ν' αναλαμβάνουν πρωτοβουλίες για θέματα που τα αφορούν (π.χ. οργάνωση πάρτι). Να επιτρέπουν καθημερινές συναλλαγές (περίπτερο, φούρνος). Να παίζουν μαζί τους επιτραπέζια παιχνίδια. Να επιτρέπουν να διαχειρίζονται το χαρτζιλίκι τους. Να παρακολουθούν μαζί τους ειδήσεις και να τους εξηγούν ότι τα μαθηματικά κρύβονται παντού (στην πολιτική, στη μουσική, στη μαγειρική)».

Τέλος, σε σχέση με τα σχολικά εγχειρίδια των μαθηματικών (ερώτηση 5: *Περιγράψτε τα σημαντικά στοιχεία του σχολικού εγχειριδίου των Μαθηματικών που θεωρείτε ότι μπορούν να υποστηρίξουν την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού*), οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στην έρευνα θεώρησαν ότι πρέπει να καθοδηγούνται κυρίως από τις αξίες του ελέγχου (27 αναφορές) και του αντικειμενισμού (17 αναφορές) (βλ. Πίνακα 6). Ένα ενδεικτικό παράδειγμα αναφοράς στις παραπάνω αξίες αποτελεί το παρακάτω απόσπασμα:

«...Για να αρχίσουν να σκέφτονται τα μικρά παιδιά με μαθηματικό τρόπο είναι αναγκαίο να τους δίνει (ενν. το βιβλίο) ευκαιρίες να εξερευνούν και να οργανώνουν υλικά προτού τους ζητηθεί να χρησιμοποιήσουν αφηρημένα σύμβολα.»

Αξίες στα μαθηματικά στα σχολικά εγχειρίδια	Αριθμός εκπ/κών				Σύνολο
	ΣΑ	ΣΒ	ΣΓ	ΣΔ	
<i>Ιδεολογική Συνιστώσα</i>					
<b>ορθολογισμός</b> (π.χ. «όταν τα βιβλία περιλαμβάνουν παραδείγματα για την ανάπτυξη της λογικής και κριτικής σκέψης των μαθητών»)	3	6	1	-	10
<b>αντικειμενισμός</b> (π.χ. «όταν επιτρέπουν τη διερεύνηση διαφορετικών αναπαραστάσεων», «όταν προτείνουν τη χρήση χειροπιαστών υλικών» )	7	4	5	1	17

Συναισθηματική Συνιστώσα					
<b>έλεγχος</b> (π.χ. «όταν οι δραστηριότητες βασίζονται στις εμπειρίες τους»)	7	3	10	7	27
<b>πρόοδος</b> (π.χ. «όταν στηρίζουν τη διερεύνηση διαφορετικών προσεγγίσεων στα μαθηματικά προβλήματα», «όταν δίνουν στο παιδί την ευκαιρία να σκεφτεί διαφορετικούς τρόπους λύσης σε ένα πρόβλημα» )	3	-	3	2	8
Κοινωνιολογική Συνιστώσα					
<b>ανοικτότητα</b> (π.χ. «όταν προτείνει συνεργατικές δραστηριότητες» )	-	1	-	1	2
<b>μυστήριο</b>	-	-	-	-	0

Πίνακας 6. Σχολικά εγχειρίδια

Ο Πίνακας 7 που ακολουθεί παρουσιάζει συγκριτικά τις μαθηματικές αξίες που αναφέρουν συνολικά οι εκπαιδευτικοί στα διάφορα θέματα της μάθησης και της διδασκαλίας των μαθηματικών.

Αξίες στα μαθηματικά	μαθηματική σκέψη	πρακτικές εκπαιδευτικών	πρακτικές μαθητών	πρακτικές γονέων	σχολικά εγχειρίδια
ορθολογισμός	75%	12,5%	17%	4%	21%
αντικειμενισμός	2%	52%	15%	-	35%
έλεγχος	65%	42%	58%	87,5%	56%
πρόοδος	19%	19%	12,5%	8%	17%
ανοικτότητα	-	17%	19%	15%	4%
μυστήριο	-	-	6%	2%	-

Πίνακας 7. Συγκριτική παρουσίαση των αξιών στα μαθηματικά ανά ερώτηση

Είναι εντυπωσιακό ότι αν και οι εκπαιδευτικοί συνδέουν την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης με την αξία του ορθολογισμού, ωστόσο η συγκεκριμένη αξία δεν είναι τόσο ισχυρή σε άλλες πτυχές της μαθηματικής εκπαίδευσης. Αντίθετα, η αξία που φαίνεται να κυριαρχεί σε όλα τα ερωτήματα που τέθηκαν είναι αυτή του ελέγχου. Σύμφωνα με αυτά τα ευρήματα, και με βάση τα θεωρητικά εργαλεία του Bishop, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η έμφαση που δίνεται στη διδασκαλία των μαθηματικών από τους εκπαιδευτικούς συνδέεται με την ασφάλεια που τα μαθη-

ματικά προσφέρουν μέσω των κανόνων και των διαδικασιών που έχουν αναπτύξει, καθώς και με την εφαρμογή τους σε καθημερινές καταστάσεις. Επίσης, με βάση τον Πίνακα 7, αποκαλύπτεται ότι η αξία του αντικειμενισμού συνδέεται κυρίως με τις δικές τους πρακτικές και τα σχολικά εγχειρίδια. Αυτό το εύρημα μπορεί να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι αν και η χρήση διαφορετικών εργαλείων αποτελεί σημαντική πλευρά της πρακτικής του εκπαιδευτικού, ωστόσο τα εργαλεία αυτά θεωρείται ότι πρέπει να «παρέχονται» στους μαθητές από τους ίδιους τους εκπαιδευτικούς και τα σχολικά εγχειρίδια και δεν αποτελούν αντικείμενο διαπραγμάτευσης και κατασκευής τους μέσα στη σχολική τάξη.

Η αξία της προόδου, της ανοικτότητας και του μυστηρίου δεν αναφέρονται συχνά από τους εκπαιδευτικούς. Αυτό το εύρημα σημαίνει ότι στοιχεία της ζωής της σχολικής τάξης των μαθηματικών όπως η εύρεση διαφορετικών τρόπων λύσης από τους μαθητές, η δημοσιοποίηση και η συζήτηση όλων των ιδεών των παιδιών μέσα στη σχολική τάξη και η σύνδεση της διδασκαλίας των μαθηματικών με την ιστορία τους δεν αξιολογούνται ως σημαντικά.

Οι διαφοροποιήσεις αυτές μπορεί να ερμηνευτούν με βάση τις αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τους διακριτούς ρόλους που προσδίδουν στις συνιστώσες που μελετήθηκαν στην παρούσα έρευνα. Για παράδειγμα ενώ φαίνεται να αναγνωρίζουν, με διαφορετικό όμως βαθμό σημαντικότητας, τις περισσότερες αξίες στα μαθηματικά, τις κατανέμουν σε διαφορετικές συνιστώσες ενδυναμώνοντας ή αποδυναμώνοντας κάποιες από αυτές.

Τέλος ο επόμενος πίνακας (Πίνακας 8) παρουσιάζει συγκριτικά τα αποτελέσματά με βάση τα χαρακτηριστικά των σχολείων που συμμετείχαν στην έρευνα.

Σχολεία	ορθολογισμός	αντικειμενισμός	έλεγχος	πρόοδος	ανοικτότητα	μυστήριο
ΣΑ	16%	17%	41%	14%	8%	4%
ΣΒ	31,5%	16,5%	40%	7,5%	4,5%	-
ΣΓ	17%	16%	45%	12%	10%	-
ΣΔ	12,5%	17,5%	54%	8%	8%	-

**Πίνακας 8.** Συγκριτική παρουσίαση των απαντήσεων σε σχέση με τα χαρακτηριστικά του σχολείου

Με βάση τα δεδομένα αυτής της πιλοτικής ερευνητικής προσπάθειας φαίνεται ότι δεν υπάρχουν σημαντικές διαφοροποιήσεις μεταξύ των σχολείων. Ωστόσο, μπορούμε να επισημάνουμε κάποια στοιχεία που παρουσιάζουν, κατά τη γνώμη μας, ενδιαφέρον. Οι εκπαιδευτικοί του σχολείου Β (υψηλό κοινωνικο-οικονομικό

επίπεδο) φαίνεται να δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στην αξία του ορθολογισμού όσον αφορά στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης σε σχέση με τους εκπαιδευτικούς των άλλων σχολείων και ταυτόχρονα παρουσιάζουν το μικρότερο ποσοστό για την αξία της ανοικτότητας. Επίσης, οι εκπαιδευτικοί του σχολείου Δ (χαμηλό κοινωνικο-οικονομικό επίπεδο) φαίνεται να δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στην αξία του ελέγχου. Αν και δεν έχει γίνει περαιτέρω στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων, λόγω του μικρού αριθμού των συμμετεχόντων εκπαιδευτικών στην έρευνα, το παραπάνω εύρημα μπορεί να οδηγήσει στη διερεύνηση της υπόθεσης ότι οι αξίες των Ελλήνων εκπαιδευτικών επηρεάζονται από τις προσδοκίες τους για τη μαθηματική εκπαίδευση των μαθητών, οι οποίες διαμορφώνονται από τα διαφορετικά κοινωνικο-οικονομικά και πολιτισμικά χαρακτηριστικά των σχολείων στα οποία διδάσκουν.

### ► Συζήτηση

Σύμφωνα με το θεωρητικό πλαίσιο του Bishop για την ανάλυση των αξιών στα μαθηματικά και με βάση τα αποτελέσματα της έρευνας φαίνεται ότι οι αποφάσεις των εκπαιδευτικών καθοδηγούνται κυρίως από τη συναισθηματική και την ιδεολογική συνιστώσα. Η συναισθηματική συνιστώσα περιλαμβάνει τις αξίες του ελέγχου και της προόδου, από τις οποίες η πρώτη είναι κυρίαρχη σε όλες τις απαντήσεις που δόθηκαν από τους εκπαιδευτικούς. Η ιδεολογική συνιστώσα αφορά στις αξίες του ορθολογισμού και του αντικειμενισμού, οι οποίες αναδεικνύονται ως σημαντικές σε κάποιες αναφορές των εκπαιδευτικών που σχετίζονται κυρίως με την ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης του παιδιού και τις διδακτικές τους πρακτικές. Αντίθετα, η κοινωνιολογική συνιστώσα που εμπεριέχει την αξία της ανοικτότητας και του μυστηρίου δεν φαίνεται να αναγνωρίζεται από τους εκπαιδευτικούς.

Η συγκεκριμένη έρευνα απευθύνθηκε σε ένα μικρό δείγμα εκπαιδευτικών. Η συστηματικότερη καταγραφή των αξιών των δασκάλων στη χώρα μας είναι, κατά τη γνώμη μας, απαραίτητη για την εξαγωγή ασφαλέστερων συμπερασμάτων, και τη σύγκρισή τους με αυτές των εκπαιδευτικών άλλων χωρών. Επιπλέον, τόσο η πραγματοποίηση ερευνών μέσα στη σχολική τάξη για την ανάδειξη των αξιών που άμεσα ή έμμεσα διδάσκονται στα μαθηματικά όσο και η μελέτη των κοινωνικο-πολιτισμικών παραγόντων που επηρεάζουν τη διδασκαλία τους μπορεί να δώσει μια πληρέστερη καταγραφή της υπάρχουσας κατάστασης.

Κλείνοντας θα θέλαμε να επισημάνουμε ότι, αν υπάρχει συμφωνία μεταξύ των μελών της ερευνητικής κοινότητας και των εκπαιδευτικών φορέων της πολιτείας για τη βελτίωση της μαθηματικής εκπαίδευσης σχετικά με τις αξίες που αυτή επιδιώκει να αναπτυχθούν, τότε το εκάστοτε εκπαιδευτικό σύστημα και η διδασκαλία των μαθηματικών στη σχολική τάξη πρέπει να εξασφαλίζει ευκαιρίες στους μαθητές να τις μαθαίνουν. Πιο συγκεκριμένα, αν δεχθούμε ότι η επίλυση μαθηματικών προβλημάτων μέσα από τη διαχείριση κατάλληλων μαθησιακών δραστηριοτήτων είναι αναγκαίο να υπηρετεί και να αναδεικνύει τις αξίες που φέρουν η ανάπτυξη

ξη επιχειρημάτων, η δημιουργία και χρήση εργαλείων, η ανάπτυξη εναλλακτικών στρατηγικών από τους μαθητές, και η δημόσια υποστήριξη όλων των μαθηματικών ιδεών με σκοπό τη λήψη μιας απόφασης από τα ίδια τα μέλη της κοινότητας της τάξης, τότε η συζήτηση των αξιών με τους εκπαιδευτικούς μπορεί να αποτελέσει ένα πρόσφορο πλαίσιο προβληματισμού για τις επιθυμητές αλλαγές στη μαθηματική εκπαίδευση.

Η εκπαίδευση αποσκοπεί στη διαμόρφωση αξιών για το σχεδιασμό του μέλλοντος. Ιδιαίτερα για τα μαθηματικά, τα οποία θεωρήθηκαν για πολλά χρόνια «ουδέτερη» επιστήμη, είναι σημαντική η αναζήτηση των αξιών που μπορούν να αναδειχθούν μέσα από τον τρόπο μάθησης και διδασκαλίας τους. Ο τρόπος με τον οποίο η μαθηματική γνώση αναπτύσσεται στα σχολεία μπορεί να συνεισφέρει στη διαμόρφωση των επιθυμητών αξιών στην κοινωνία.

### ► Abstract

In this paper we investigated the perceptions of primary school teachers about the values that shapes the learning and teaching of mathematics. Forty eight teachers who taught in four schools with different socio-economic and cultural characteristics participated in this research. The data collection was based on the completion of a questionnaire. The results showed that the discussion of values with teachers can provide an fruitful framework for reflection about desired changes in mathematics education.

### ► Αναφορές

- Atweh, B., & Seah, W.T. (2008). Theorising values and their study in mathematics education. In P. L. Jeffery (Ed.), *AARE Conference 2007*. Fremantle, Western Australia. <http://www.aare.edu.au/data/publications/2007/atw07578.pdf>(15.09.13)
- Bishop, A. (2008α). Mathematics teaching and values education- an intersection in need of research. In P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.), *Critical Issues in Mathematics Education* (pp. 231-238). New York and London: Springer
- Bishop, A. (2008β). Teachers' mathematical values for developing mathematical thinking in classrooms: theory, research and policy. *The Mathematics Educator*, 11(1&2), 79-88.
- Bishop, A. (2008γ). Values in Mathematics and Science Education: similarities and differences. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 5(1), 47-58.
- Bishop, A. (2009). Researching family mathematical practices: background research and future challenges. Στο Φ. Καλαβάσης, Σ. Καφούση, Μ. Χιονίδου-Μοσκοφόγλου, Χ. Σκουμπούρη & Γ. Φεσάκης (Επιμ.), *Πρακτικά του 3ου Συνεδρίου ΕΝΕΔΙΜ*, 43-53. Ρόδος.
- Dede, Y. (2006). Mathematics educational values of college students' towards function concept. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2(1), 82-102.

- Dede, Y. (2009). Turkish preservice mathematics teachers' mathematical values: Positivist and constructivist values. *Scientific Research and Essay*, 4(11), 1229-1235.
- Doruk, B. (2012). Mathematical modeling activities as a useful tool for values education. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 12(2), 1667-1672.
- FitzSimons, G. E., Seah, W.T., Clarkson, P.C. & Bishop, A. (2000). Conceptions of values and mathematics education held by Australian Primary Teachers: Preliminary Findings from VAMP. In W.- S. Horng & F.- L. Lin (Eds.), *Proceedings of HPM 2000, vol.II*, 163-171. Taipei, Taiwan.
- Καρούση, Σ. & Χαβιάρης, Π. (2013). Σχολική τάξη, οικογένεια, κοινωνία και μαθηματική εκπαίδευση. Εκδόσεις Πατάκη. Αθήνα.
- Lancaster, D. (2006). Values in mathematics. *Values Education for Australian Schooling*. [http://www.valueseducation.edu.au/verve/\\_resources/LeighLancaster\\_Values\\_maths.pdf](http://www.valueseducation.edu.au/verve/_resources/LeighLancaster_Values_maths.pdf) (15.09.13)
- Leu, Y-C. & Wu, C-J. (2004). The mathematics pedagogical values delivered by an elementary teacher in her mathematics instruction: attainment of higher education and achievement. In M. J. Hoines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of 28<sup>th</sup> PME Conference*, 225-232. Bergen, Norway.
- Liman, M., Salleh, M. & Abdullahi, M. (2013). Sociological and Mathematics Educational Values: An Intersection of Need for Effective Mathematics Instructional Contents Delivery. *International Journal of Humanities and Social Science*. 3(2), 192-203.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Πρόγραμμα σπουδών για τα Μαθηματικά στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση (2011). Υπουργείο Παιδείας: <http://digitalschool.minedu.gov.gr/info/news.php>
- Sam, L.S. & Ernest, P. (1997). Values in mathematics education: what is planned and what is espoused? *Proceedings of the Day Conference*, BSRLM, University of Nottingham, 37-44. <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip17-12/BSRLM-IP-17-12-Full.pdf> (15.09.13)
- Seah, W.T. & Bishop, A. (2000). Values in mathematics textbooks: a view through two Australasian regions. *Paper presented at the 81<sup>st</sup> annual meeting of the American Educational Research Association*. New Orleans, LA. (ERIC Document reproduction Service No. ED 440870).
- Seah, W.T. & Bishop, A.(2002). Values, mathematics & society: making the connections. In C. Vale, J. Roumeliotis & J. Horwood (Eds.), *Valuing mathematics in society* (pp. 105-113). Brunswick, Australia: Mathematical Association of Victoria.
- Στάμου, Γ. Α., Χρονάκη, Α., & Ζιώγα, Α. (2007). Επιστημονικοί λόγοι και έμφυλες αναπαραστάσεις στο σχολικό μαθηματικό περιοδικό Ευκλείδης Α' . *Έρευνα στη Διδακτική των Μαθηματικών*, 1, 63-89.
- Tan, S. K. (1997). Moral values and science teaching: A Malaysian school curriculum initiative. *Science and Education*, 6,555-572.
- van de Walle, J. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια Εξελικτική Διδασκαλία*. (Επιμ. Τ.Α. Τριανταφυλλίδης). Τυπωθήτω-Γιώργος Δαρδάνος.

ΣΟΝΙΑ ΚΑΦΟΥΣΗ, ΠΕΤΡΟΣ ΧΑΒΙΑΡΗΣ

**Διευθύνσεις αλληλογραφίας**

Σόνια Καφούση, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

E-mail: kafoussi@aegean.gr

Πέτρος Χαβιάρης, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

E-mail: chaviaris@aegean.gr



# Η αξιολόγηση στα μαθηματικά: όψεις της νοηματοδότησης των εκπαιδευτικών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης

Άννα Κλώθου & Χαράλαμπος Σακονίδης

Δημοκρίτειο Πανεπιστήμιο Θράκης

## ► Περίληψη

Η παρούσα μελέτη εστιάζεται στον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης νοηματοδοτούν την αξιολόγηση του μαθητή στα μαθηματικά και αναπτύσσεται σε δύο επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο, αυτό της κοινότητας των εκπαιδευτικών, επιχειρεί να αποτυπώσει τα βασικά χαρακτηριστικά αυτής της νοηματοδότησης, αναγνωρίζοντας τον κεντρικό ρόλο της επαγγελματικής μαθητείας σε αυτή. Στο δεύτερο επίπεδο, αντιμετωπίζοντας την αξιολόγηση της εργασίας του μαθητή από τον εκπαιδευτικό ως μια κατ' εξοχήν κοινωνική διαδικασία, διερευνά τον παιδαγωγικό λόγο συγκεκριμένων εκπαιδευτικών, επικεντρώνοντας στους πόρους που αξιοποιούν και στις τοποθετήσεις που υιοθετούν αναφορικά με την αξιολόγηση. Τα δεδομένα της έρευνας αποτέλεσαν οι απαντήσεις 553 εκπαιδευτικών σε συγκεκριμένες ερωτήσεις ενός ερωτηματολογίου (πρώτο επίπεδο), για την ανάλυση των οποίων χρησιμοποιήθηκε η Παραγοντική Ανάλυση Αντιστοιχιών και η Ιεραρχική Ανάλυση Συστάδων, καθώς και οι απαντήσεις ενός εκπαιδευτικού στις ερωτήσεις μιας συνέντευξης (δεύτερο επίπεδο), για την επεξεργασία των οποίων υιοθετήθηκαν τεχνικές της Θεμελιωμένης Θεωρίας και της συστημικής ανάλυσης. Τα αποτελέσματα αναδεικνύουν τη δράση τριών κυρίαρχων παραγόντων κατά τη νοηματοδότηση της αξιολόγησης στα μαθηματικά από τους εκπαιδευτικούς: της διδακτικής πράξης, του θεσμικού πλαισίου και της προσωπικής και επαγγελματικής τους σχέσης με το αντικείμενο. Ο τρόπος που αυτοί οι τρεις παράγοντες δρουν και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, καθώς και οι επιπτώσεις αυτής της δράσης στη νοηματοδότηση της αξιολογικής διαδικασίας διαφοροποιούνται από εκπαιδευτικό σε εκπαιδευτικό, εξαιτίας μιας σειράς κοινωνικών παραμέτρων και μηχανισμών, με συνέπεια τη συνύπαρξη αντιφατικών νοηματοδοτήσεων τόσο σε μικρο όσο και σε μακρο επίπεδο.

## ► Εισαγωγή

Οι παραδοσιακές ψυχολογικές θεωρίες που κυριάρχησαν στη μαθηματική εκπαίδευση μέχρι το τέλος του προηγούμενου αιώνα επηρέασαν αποφασιστικά την αξιολόγηση στα μαθηματικά, καθιερώνοντας την αντιμετώπισή της ως διαδικασία ισοδύναμη με την εκτίμηση του επιπέδου κατανόησης που επιτυγχάνεται από τους μαθητές. Η θεώρηση αυτή βασίστηκε στην υπόθεση ότι υπάρχει, γενικά, μια θεμελιώδης αλήθεια, η οποία μπορεί να προσεγγιστεί επαρκώς, κατά συνέπεια πρωταρχικός σκοπός της αξιολόγησης είναι η ανακάλυψη και η μέτρηση ατομικών χαρακτηριστικών του μαθητή, όπως γνώσεις, δεξιότητες και ικανότητες (Morgan, 1998). Ένας από τους λόγους για τους οποίους αυτή η οπτική για την αξιολόγηση στα μαθηματικά υπήρξε και συνεχίζει να είναι ισχυρή, ενδεχομένως ισχυρότερη από ότι σε άλλα μαθήματα του αναλυτικού προγράμματος, συνδέεται με την κυρίαρχη αντίληψη ότι στο συγκεκριμένο γνωστικό πεδίο μπορεί κανείς να είναι βέβαιος αν κάτι ισχύει ή όχι. Κατά συνέπεια, ο εκπαιδευτικός μπορεί να είναι σίγουρος για την επίδοση των μαθητών, καθώς οι τελευταίοι είτε γνωρίζουν τη σωστή απάντηση είτε όχι. Η αβεβαιότητα στα μαθηματικά δεν είναι ούτε ευπρόσδεκτη ούτε αναμενόμενη, με επακόλουθο η ενδεχόμενη παρουσία της να δημιουργεί αμηχανία σε πολλούς εκπαιδευτικούς, ακόμη και σε ορισμένους από εκείνους που θα την αποδέχονταν ευκολότερα σε άλλα γνωστικά αντικείμενα (Morgan, 2000).

Η έμφαση της αξιολόγησης στη μέτρηση των επιτευγμάτων των μαθητών στο πλαίσιο της παραδοσιακής ψυχολογικής θεώρησης είναι εξαιρετικά περιοριστική, καθώς δεν λαμβάνει υπόψη της την καθοριστική συμβολή των κοινωνικών παραμέτρων και, ιδιαίτερα, των δομών εξουσίας που αναπτύσσονται στην τάξη. Το γεγονός αυτό έχει προκαλέσει τον προβληματισμό της κοινότητας της μαθηματικής εκπαίδευσης για τις παραδοσιακές μορφές αξιολόγησης και συχνά την αμφισβήτηση τόσο της σχετικής διαδικασίας όσο και της αποτελεσματικότητάς της, στη βάση τριών, κυρίως, επιχειρημάτων: α) οι παραδοσιακές μορφές αξιολόγησης αδυνατούν να μετρήσουν τη μαθηματική γνώση με επιτυχία γιατί δεν προσεγγίζουν τη συνθετότητά της, β) ακόμη και τα πιο αντικειμενικά τεστ εμπεριέχουν και, αναπόφευκτα, προσμετρούν ανεπάρκειες και αδυναμίες που στηρίζονται σε κοινωνικές και πολιτισμικές προκαταλήψεις, γ) το σύστημα αξιολόγησης ασκεί ισχυρές επιρροές στο αναλυτικό πρόγραμμα, κυρίως στα μαθηματικά, εξαιτίας της υψηλής αξίας που αποδίδεται σε αυτό το αντικείμενο στις δυτικές κοινωνίες (Morgan, 2000).

## ► Αξιολόγηση και μαθηματική εκπαίδευση: σύγχρονες θεωρήσεις

Ο βασικός προσανατολισμός της μαθηματικής εκπαίδευσης, κυρίως σε επίπεδο εκπαιδευτικής πρακτικής, χαρακτηρίζεται ακόμη και σήμερα από την αντίληψη ότι ο μαθητής και η μαθηματική γνώση αποτελούν δύο χωριστές όψεις της διδακτικής λειτουργίας. Κατά συνέπεια, ο μαθητής δεν μπορεί να επηρεάσει τη μαθηματική

γνώση παρά μόνο να την αφομοιώσει ή να την αποκτήσει, ενώ ο εκπαιδευτικός απλώς καλείται να τη μεταδώσει ή να διευκολύνει την απόκτησή της.

Στο πλαίσιο της παραπάνω αντίληψης, οι πρακτικές αξιολόγησης που επικρατούν στην τάξη των μαθηματικών θα μπορούσαν να συνοψιστούν ως εξής: ο εκπαιδευτικός διδάσκει ένα προγραμματισμένο μάθημα μαθηματικών στην τάξη, εξετάζει προφορικά ή γραπτά κάποιους μαθητές σε καθορισμένο χρόνο και χρησιμοποιεί δραστηριότητες τις οποίες είτε συγκροτεί ο ίδιος είτε επιλέγει από ένα σύνολο τέτοιων δραστηριοτήτων που υποδεικνύονται από κάποια εξωτερική αρχή (π.χ., Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής), καταγράφει την επίδοση του μαθητή, χρησιμοποιώντας αριθμητικούς ή ποιοτικούς χαρακτηρισμούς, οι οποίοι δυνητικά γνωστοποιούνται στους ενδιαφερομένους, συγκεντρώνει τους βαθμούς ή τους χαρακτηρισμούς στο τέλος του σχολικού έτους και εξάγει τον μέσο όρο, λειτουργώντας απολογιστικά. Ο μέσος όρος των βαθμών ή/ και οι εκτιμήσεις του εκπαιδευτικού αποτελούν τη βάση για τη λήψη αποφάσεων σχετικά με την περαιτέρω πορεία του μαθητή: την απόκτηση ενός τίτλου, τη μετάβαση στην επόμενη τάξη, την παροχή ενισχυτικής διδασκαλίας κ.λπ. (Perrenoud, 1995).

Η παραπάνω πρακτική, καθώς υιοθετείται σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης, εστιάζεται στη διάκριση των επιδόσεων σε καλές ή κακές και, κατ' επέκταση, στον χαρακτηρισμό των μαθητών σε καλούς ή κακούς. Ο Perrenoud (1995) σημειώνει ότι αυτή η διαδικασία αξιολόγησης είναι βασικά συγκριτική, με την έννοια ότι οι επιδόσεις ενός μαθητή εκτιμώνται περισσότερο σε σχέση με τις επιδόσεις των υπόλοιπων μαθητών και λιγότερο αναφορικά με τις προσδοκώμενες μαθησιακές κατακτήσεις του ίδιου του μαθητή. Έτσι, «κατασκευάζεται μια συνολική ιεραρχία ... και εισάγεται στη συνέχεια ένα σημείο τομής: από τη μία πλευρά κατατάσσονται όσοι πέτυχαν, από την άλλη όσοι απέτυχαν» (Perrenoud, 1996), κατασκευής η οποία παρέχει ελάχιστες πληροφορίες για το τι είναι σε θέση να πραγματοποιούν αποτελεσματικά οι μαθητές.

Μια τέτοια προσέγγιση στην αξιολόγηση του μαθητή στα μαθηματικά παρουσιάζει λειτουργικές αδυναμίες, οι οποίες, αναπόφευκτα, οδηγούν στην αμφισβήτησή της, εξαιτίας, για παράδειγμα, της υπερεστίασης στην απομνημόνευση από πλευράς του μαθητή και της διενέργειας συχνών μεμονωμένων γραπτών εξετάσεων που καθορίζουν, εμφανώς με προβληματικό τρόπο, την εξέλιξή του (Κασσωτάκης, 1990).

Το παραπάνω παραδοσιακό μοντέλο αξιολόγησης της μαθητικής επίδοσης εμφανίζεται να διασφαλίζει την κοινωνική αναπαραγωγή του συστήματος, καθώς είναι προσανατολισμένο στον έλεγχο της κατοχής από τον μαθητή της κυρίαρχης κουλτούρας και, λόγω της σταθερότητάς του, οδηγεί σε σαφώς οριοθετημένα αποτελέσματα, εξυπηρετώντας τον επιλεκτικό χαρακτήρα της αξιολόγησης μέσα από την αποδυνάμωση της κριτικής διάθεσης και την ενθάρρυνση της απομνημόνευ-

σης. Πρόκειται για μια οπτική ριζωμένη στα συλλογικά στερεότυπα της κοινωνίας και φυσικά του εκπαιδευτικού κόσμου (Κυρίδης, 1994).

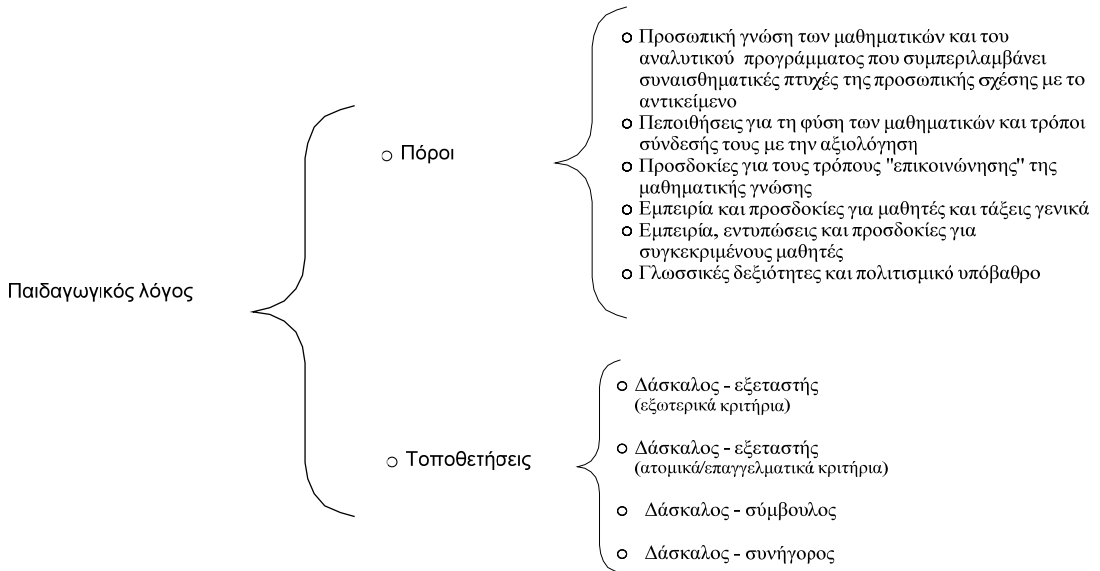
Σε αντίθεση με τα παραπάνω, οι σύγχρονες προσεγγίσεις αναγνωρίζουν το γεγονός ότι η αξιολόγηση των επιτευγμάτων των μαθητών συνιστά μια κυρίαρχα κοινωνική διαδικασία και, κατά συνέπεια, θα πρέπει να μελετηθεί σε σχέση με τις κοινωνικές παραμέτρους που την ορίζουν. Σε μια τέτοια προοπτική αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον η διερεύνηση του τρόπου με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί κρίνουν τις εργασίες των μαθητών, του παιδαγωγικού λόγου (pedagogical discourse) που υιοθετούν, καθώς και της φύσης της μαθηματικής τους συμπεριφοράς από μια κοινωνιολογική οπτική (Morgan, 2000). Ακόμη, ιδιαίτερα σημαντική είναι η μελέτη των πρακτικών αξιολόγησης που υιοθετούν οι εκπαιδευτικοί στα μαθηματικά, καθώς χαρακτηρίζονται από πολυπλοκότητα και διαμορφώνονται από μια σειρά παραγόντων, τόσο εσωτερικών ως προς αυτές (όπως, για παράδειγμα, οι αντιλήψεις των εκπαιδευτικών για τα μαθηματικά, τη μάθηση και τη διδασκαλία τους, τα συναισθήματά τους και οι προσδοκίες τους για τους μαθητές) όσο και εξωτερικών ως προς αυτές (όπως, για παράδειγμα οι γονείς, οι εξεταστικές επιτροπές κ.ά.). Μια τέτοια μελέτη θα μπορούσε να αναδείξει σημαντικές διαφορές τόσο στις αξιολογήσεις που πραγματοποιούν οι εκπαιδευτικοί όσο και στις προσεγγίσεις που υιοθετούν, όταν αξιολογούν. Η σχετική έρευνα στη μαθηματική εκπαίδευση έχει αναγνωρίσει αυτή την ερμηνευτική φύση της αξιολόγησης και έχει στρέψει το ενδιαφέρον της στις διαδικασίες που ακολουθούνται από τους εκπαιδευτικούς, όταν ερμηνεύουν τις επιδόσεις των μαθητών (Morgan & Watson, 2002).

Παρά την αναγνώριση της κοινωνιολογικής φύσης της, η πρακτική της αξιολόγησης στη μαθηματική εκπαίδευση συνεχίζει να βασίζεται σε ένα παραδοσιακό μοντέλο, όπου το μήνυμα που λαμβάνει ο εκπαιδευτικός-αναγνώστης εμπεριέχεται στο ίδιο το κείμενο (text), δηλαδή, σε οποιοδήποτε μαθηματικό προϊόν-έργο παράγει ο μαθητής, το οποίο είναι ανεξάρτητο από τον αναγνώστη και αποτυπώνει μόνο τις προθέσεις του ατόμου που το συγκροτεί (δηλαδή, του μαθητή). Σε αυτό το πλαίσιο, ο ρόλος του αξιολογητή περιορίζεται στο να εξάγει το μήνυμα από το κείμενο που έχει παραχθεί από τον μαθητή. Ωστόσο, σε μια εναλλακτική προσέγγιση της αξιολόγησης στα μαθηματικά, τα νοήματα που κατασκευάζουν οι αναγνώστες ενός κειμένου ποικίλουν ανάλογα με τα χαρακτηριστικά, τα οποία αναδεικνύονται σε αυτό από τον ίδιο τον αναγνώστη και, ειδικότερα, με βάση τους πόρους (resources) και τους λόγους που αξιοποιούνται για την αξιολογική ανάγνωσή του.

Το γεγονός αυτό οδηγεί σε διαφοροποιήσεις στην αξιολόγηση, οι οποίες μπορούν να ερμηνευτούν στη βάση μιας επιστημολογίας, σύμφωνα με την οποία δεν υπάρχει απαραίτητα σχέση μεταξύ του κειμένου-προϊόντος που παράγει ένας μαθητής και των νοημάτων που ο εκπαιδευτικός, ως αναγνώστης, κατασκευάζει (Morgan, 1998). Αντιθέτως, αυτά τα νοήματα εξαρτώνται από τα χαρακτηριστικά που κάθε αναγνώστης αναγνωρίζει στο κείμενο (π.χ. Kress, 1989). Τα χαρακτη-

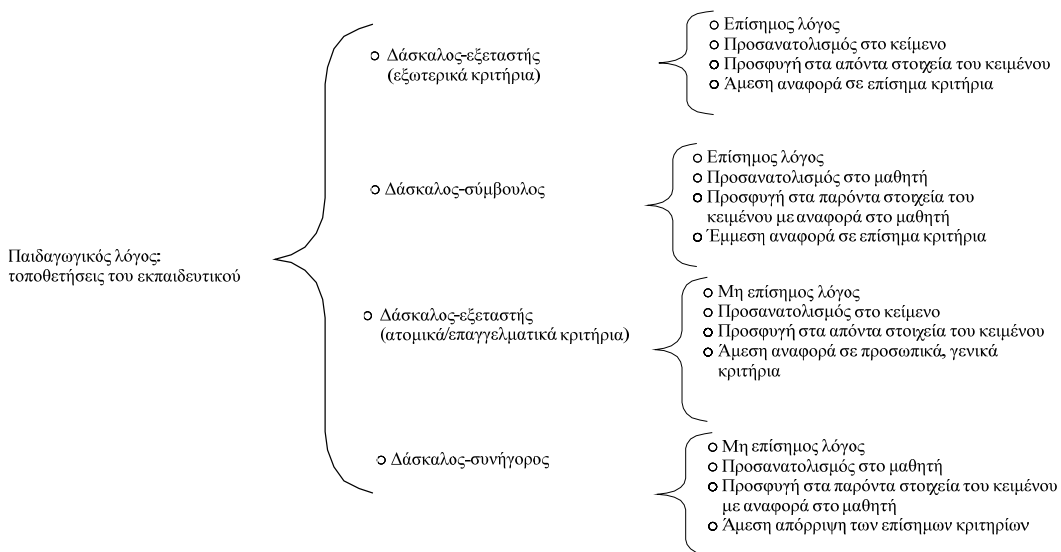
ριστικά αυτά ποικίλουν ανάλογα με τον παιδαγωγικό λόγο και τις θέσεις που υιοθετούνται από τον εκπαιδευτικό μέσα σε αυτόν, παράλληλα με την προηγούμενη εμπειρία του (Morgan, 1998). Με την έννοια αυτή, δεν μπορεί να υπάρξει εγγύηση ότι οι ερμηνείες των αξιολογητών – εκπαιδευτικών θα συμπίπτουν με αυτές των μαθητών.

Μέχρι πρόσφατα, ακολουθώντας την παραδοσιακή προσέγγιση, ο στόχος των περισσότερων ερευνών που σχετίζονταν με την αξιολόγηση στη μαθηματική εκπαίδευση ήταν να εκτιμηθεί η ακρίβεια, η εγκυρότητα, η αξιοπιστία και η αντικειμενικότητα των εργαλείων αξιολόγησης και να αναπτυχθούν νέα, με βελτιωμένα αυτά τα χαρακτηριστικά (Broadfoot, 2007). Ωστόσο, τις τελευταίες δεκαετίες, η σχετική έρευνα, ασκώντας κριτική στην εγκυρότητα των παραδοσιακών μορφών αξιολόγησης, υποδεικνύει νέες, οι οποίες στοχεύουν στη διαμόρφωση εργαλείων που μπορούν να οδηγήσουν στην παραγωγή «πιο ρεαλιστικών» αναπαραστάσεων της γνώσης των μαθητών. Συγκεκριμένα, προτείνει την εστίαση όχι μόνο στις παραγωγές των μαθητών αλλά και στους τρόπους ερμηνείας, αξιολόγησης και αξιοποίησής τους από τους εκπαιδευτικούς. Δηλαδή, στους τρόπους με τους οποίους λειτουργεί η αξιολόγηση μέσα στις δομές εξουσίας που αναπτύσσονται στην τάξη, στο σχολείο, στο εκπαιδευτικό σύστημα και στην ευρύτερη κοινωνία.



**Σχεδιάγραμμα 1.** Πόροι και τοποθετήσεις στον παιδαγωγικό λόγο των εκπαιδευτικών σχετικά με την αξιολόγηση έργων του μαθητή (Morgan, 1998; Morgan et al., 2002)

Επιπλέον, αναγνωρίζοντας τη σχέση μεταξύ της τοποθέτησης που υιοθετεί ο εκπαιδευτικός στον παιδαγωγικό λόγο περί αξιολόγησης και των αντίστοιχων πρακτικών του, η Morgan και οι συνεργάτες της εξειδίκευσαν περαιτέρω τις τέσσερις δυνατές τοποθετήσεις, συνδέοντάς τες με τις πηγές λόγου που αξιοποιούνται από τον εκπαιδευτικό για την ανάπτυξη στρατηγικών δράσης ή τεκμηρίωσης των αποφάσεών του. Οι πηγές αυτές κατηγοριοποιούνται ανάλογα με το αν ο λόγος του εκπαιδευτικού είναι επίσημος (θεσμοθετημένος σε κρατικό επίπεδο) ή ανεπίσημος (αρθρώνεται σε καθημερινές καταστάσεις), αν ο προσανατολισμός του είναι στον μαθητή ή στο κείμενο, αν η εστίασή του βρίσκεται στα παρόντα ή στα απόντα στοιχεία του κειμένου και, τέλος, αν τα κριτήρια αξιολόγησης είναι επίσημα ή ανεπίσημα (Morgan et al., 2002), όπως φαίνεται στο Σχεδιάγραμμα 2.



**Σχεδιάγραμμα 2.** Οι τοποθετήσεις των εκπαιδευτικών στον παιδαγωγικό λόγο περί αξιολόγησης στα μαθηματικά σε σχέση με τις πηγές λόγου που αφορούν την αξιολογική δράση (Morgan et al., 2002).

Ανακεφαλαιώνοντας, οι τοποθετήσεις που υιοθετούνται από τους εκπαιδευτικούς -αξιολογητές και οι πόροι στους οποίους ανατρέχουν σηματοδοτούν διαφορετικές σχέσεις με τους μαθητές και τις εξωτερικές αρχές, καθώς και διαφορετικούς προσανατολισμούς για την αξιολόγηση. Οι έρευνες που επιχείρησαν να μελετήσουν τον παιδαγωγικό λόγο των εκπαιδευτικών στα μαθηματικά μέσω της οπτικής που περιγράφηκε παραπάνω φανερώνουν ότι οι εκπαιδευτικοί μπορούν με ευκολία να προσδιορίσουν και να αξιολογήσουν τα «σωστά» στοιχεία στα προϊόντα των μαθητών τους, αλλά τους είναι δύσκολο να περιγράψουν με σαφήνεια τα χαρακτηρι-

στικά αυτών των προϊόντων, τα οποία επηρεάζουν την αξιολόγησή τους. Επιπλέον, όταν αξιολογούν, αντλούν στοιχεία από ατομικούς, καθώς και συλλογικούς πόρους, οι οποίοι μπορεί να προέρχονται από διαφορετικούς και συχνά αντιφατικούς παιδαγωγικούς λόγους. Ο τρόπος με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί τοποθετούνται μέσα σε αυτούς τους παιδαγωγικούς λόγους μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετικές αξιολογήσεις ενός μαθητή από έναν συγκεκριμένο εκπαιδευτικό σε διαφορετικές χρονικές στιγμές και πλαίσια (Morgan et al., 2002).

## ► Η μελέτη

Σύμφωνα με την προβληματική της παρούσας έρευνας, η αξιολόγηση στη μαθηματική εκπαίδευση πραγματοποιείται μέσω της μελέτης των «κειμένων» (texts) που παράγουν οι μαθητές. Σε αντίθεση με τους επίσημους φορείς της εκπαίδευσης, οι οποίοι καταβάλλουν ιδιαίτερες προσπάθειες, ώστε τα κείμενα των μαθητών να αποδίδουν με «αξιοπιστία» τα επιτεύγματά τους, οι σύγχρονες προσεγγίσεις επικεντρώνονται στις κοινωνικές παραμέτρους και ιδιαιτέρως στις δομές εξουσίας που αναπτύσσονται στην τάξη των μαθηματικών και επηρεάζουν την αξιολογική διαδικασία (1<sup>η</sup> δομική συνιστώσα της προβληματικής της παρούσας μελέτης).

Σημαντικό μέρος της έρευνας που στράφηκε στη διερεύνηση της αξιολογικής διαδικασίας στα μαθηματικά σε σχέση με τις κοινωνικές παραμέτρους που την οριοθετούν εστιάστηκε στον τρόπο με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης νοηματοδοτούν την αξιολόγηση του μαθητή στα μαθηματικά ως μέλη μιας πληθώρας κοινοτήτων, με βασική την επαγγελματική τους κοινότητα, αναγνωρίζοντας έτσι τον κεντρικό ρόλο της επαγγελματικής μαθητείας σε αυτή τη νοηματοδότηση. Η συγκεκριμένη οπτική/ προσέγγιση καθιστά φανερή την ανάγκη συστηματικής διερεύνησης των διαδικασιών νοηματοδότησης της αξιολογικής διαδικασίας των εκπαιδευτικών σε σχέση με τη διαμόρφωση της επαγγελματικής τους ταυτότητας, καθώς αποτελούν τους βασικούς φορείς και τους επίσημους «συντελεστές» αυτής της διαδικασίας (Filer & Pollard, 2000).

Έτσι, αναδεικνύεται η δεύτερη δομική συνιστώσα της προβληματικής, δηλαδή, ο τρόπος με τον οποίο συγκροτείται η επαγγελματική ταυτότητα ενός εκπαιδευτικού. Η συγκρότηση της επαγγελματικής ταυτότητας του εκπαιδευτικού συνδέεται με την εκπαίδευσή του, η οποία πραγματοποιείται πολύ νωρίς, πριν από τις βασικές του σπουδές, με αποτέλεσμα η βιογραφία του να καθορίζει σε μεγάλο βαθμό το νόημα που αποδίδει στην εκπαιδευτική πράξη. Επιπλέον, τα διαφορετικά πλαίσια, εντός των οποίων ο εκπαιδευτικός λειτουργεί και αποκτά γνώση και εμπειρίες, υποδηλώνουν ότι η συγκρότηση της επαγγελματικής του ταυτότητας πραγματοποιείται τόσο σε επίπεδο εκπαιδευτικής κοινότητας, συνεπώς περιλαμβάνει, ενδεχομένως, στοιχεία που δεν διαφοροποιούνται από εκπαιδευτικό σε εκπαιδευτικό, δηλαδή συλλογικά/ αντικειμενικά στοιχεία, όσο και πέραν αυτής, επομένως, είναι

δυνατό να εμπεριέχει χαρακτηριστικά που διαφέρουν από εκπαιδευτικό σε εκπαιδευτικό, δηλαδή ατομικά/ υποκειμενικά στοιχεία.

Αξιοποιώντας το σκεπτικό που παρατέθηκε, η παρούσα εργασία έθεσε ως στόχο τη μελέτη του παιδαγωγικού λόγου που αναπτύσσουν οι εκπαιδευτικοί της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης σε μια προσπάθεια διερεύνησης του τρόπου με τον οποίο νοηματοδοτούν την αξιολογική διαδικασία στο ευρύτερο πλέγμα των δομών εξουσίας που υφίστανται τόσο εντός όσο και εκτός της τάξης των μαθηματικών, σε δύο επίπεδα:

(α) Μακρο-επίπεδο (1<sup>ο</sup> Ερευνητικό Ερώτημα): Ο τρόπος με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί οριοθετούν τη διαδικασία αξιολόγησης του μαθητή στα μαθηματικά (με εστίαση στον ρόλο που θεωρούν ότι επιτελεί η αξιολόγηση και στους παράγοντες που υποστηρίζουν ότι επηρεάζουν γενικά την αξιολόγηση και ειδικά τη βαθμολόγηση, η οποία, στον δυτικό κόσμο, αποτελεί κυρίαρχη μορφή αξιολόγησης του μαθητή στο συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο).

(β) Μικρο-επίπεδο (2<sup>ο</sup> Ερευνητικό Ερώτημα): Ο τρόπος με τον οποίο συγκεκριμένοι εκπαιδευτικοί οριοθετούν τη διαδικασία αξιολόγησης του μαθητή στα μαθηματικά με όρους πόρων από τους οποίους αντλούν και τοποθετήσεων που υιοθετούν, όταν αξιολογούν τα έργα μαθητών τους στα μαθηματικά.

Για το *πρώτο ερευνητικό ερώτημα* αξιοποιήθηκαν οι απαντήσεις 553 εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης σε 3 από τις ερωτήσεις ενός ερωτηματολογίου που διαμορφώθηκε για τις ανάγκες της ευρύτερης έρευνας. Οι ερωτήσεις συνδέονταν εννοιολογικά με το 1<sup>ο</sup> ερευνητικό ερώτημα της παρούσας εργασίας και επιλέχθηκαν γι' αυτόν τον λόγο. Στις ερωτήσεις αυτές, οι εκπαιδευτικοί καλούνταν να εκφράσουν τη συμφωνία ή τη διαφωνία τους σε μια σειρά από προτάσεις, χρησιμοποιώντας πεντάβαθμη κλίμακα. Οι προτάσεις αποτύπωναν τους διαφορετικούς ρόλους της αξιολόγησης στα μαθηματικά, τους παράγοντες που επηρεάζουν τους εκπαιδευτικούς στην αξιολόγηση στα μαθηματικά και τα στοιχεία που λαμβάνουν υπόψη όταν βαθμολογούν στα μαθηματικά.

Το δείγμα αποτέλεσαν οι 553 εκπαιδευτικοί πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης (328 γυναίκες και 225 άνδρες), οι οποίοι είχαν από 0 ως 30 χρόνια διδακτικής εμπειρίας. Ειδικότερα, 78 εκπαιδευτικοί είχαν 0-5 χρόνια υπηρεσίας, 103 εκπαιδευτικοί είχαν 6-10 χρόνια, 97 εκπαιδευτικοί είχαν 11-15 χρόνια, 117 εκπαιδευτικοί είχαν 16-20 χρόνια, 62 εκπαιδευτικοί είχαν 21-25 χρόνια και 34 εκπαιδευτικοί είχαν 26-30 χρόνια υπηρεσίας, ενώ 62 εκπαιδευτικοί δεν απάντησαν σε αυτό το ερώτημα. Από αυτούς οι 438 εκπαιδευτικοί (195 άνδρες και 243 γυναίκες) ήταν απόφοιτοι Παιδαγωγικών Ακαδημιών και οι 79 εκπαιδευτικοί (14 άνδρες και 65 γυναίκες) ήταν απόφοιτοι Παιδαγωγικών Τμημάτων, ενώ 36 εκπαιδευτικοί δεν δήλωσαν τις βασικές τους σπουδές. Το δείγμα επιλέχτηκε με συγκυριακή και όχι με τυχαία δειγματοληψία, ωστόσο, κρίθηκε ότι μπορεί να θεωρηθεί τυχαίο με την



έννοια ότι περιελάμβανε εκπαιδευτικούς από όλο το εύρος των χρόνων διδακτικής εμπειρίας.

Για τη μελέτη του *δεύτερου ερευνητικού ερωτήματος* της παρούσας εργασίας αξιοποιήθηκαν οι απαντήσεις ενός εκπαιδευτικού (του Νικήτα), ο οποίος είχε 16 χρόνια πραγματικής υπηρεσίας (δηλαδή, λίγο λιγότερα από τα μισά μιας πλήρους επαγγελματικής θητείας). Αναφορικά με το επαγγελματικό του προφίλ, ο Νικήτας είχε σπουδές πέρα από το βασικό πτυχίο (φοιτητής Μαθηματικού Τμήματος), συμμετείχε σε πολλές επιμορφώσεις και σε ερευνητικά προγράμματα (κυρίως σχετικά με θέματα Νέων Τεχνολογιών) και, τη χρονιά διεξαγωγής της έρευνας, δίδασκε σε τετάρτη τάξη δημοτικού. Πρόκειται, δηλαδή, για έναν επαγγελματικά έμπειρο και ενημερωμένο εκπαιδευτικό, με σχετικά εξειδικευμένες γνώσεις μαθηματικών. Για τις ανάγκες της ευρύτερης έρευνας συγκροτήθηκε μια ημι-δομημένη συνέντευξη, οι ερωτήσεις της οποίας αφορούσαν κυρίως στη διερεύνηση του παιδαγωγικού λόγου των εκπαιδευτικών σχετικά με ζητήματα φύσης, μάθησης, διδασκαλίας και αξιολόγησης στα μαθηματικά.

## ► Αποτελέσματα

### (α) Οι απαντήσεις στις ερωτήσεις του ερωτηματολογίου

Για τη στατιστική επεξεργασία των δεδομένων ακολουθήθηκε μια διερευνητική προσέγγιση με κεντρικό πυρήνα δύο μεθόδους της Ανάλυσης Δεδομένων (Exploratory data analysis). Ειδικότερα, εφαρμόστηκαν σε δύο διαδοχικά στάδια, η Παραγοντική Ανάλυση των Αντιστοιχιών-Correspondence Analysis (Hair et al., 2006; Greenacre, 2007; Παπαδημητρίου, 2007) και η Ιεραρχική Ανάλυση σε Συστάδες-Hierarchical Cluster Analysis (Everitt, 1993). Τέλος, διερευνήθηκε, μέσω του στατιστικού ελέγχου  $\chi^2$ , η στατιστική και η πρακτική σημαντικότητα της σχέσης ανάμεσα στις συστάδες-ομάδες που σχηματίστηκαν και στις επιμέρους κοινωνικο-εκπαιδευτικές παραμέτρους της έρευνας. Για τη στατιστική επεξεργασία χρησιμοποιήθηκαν τα πακέτα SPSS v17.0 και CHIC Analysis v1.2 (Markos et al., 2009).

Στο πρώτο στάδιο εφαρμόστηκε η Παραγοντική Ανάλυση των Αντιστοιχιών (ΠΑΑ) με βασικό σκοπό την περιγραφή του υπό μελέτη φαινομένου με τη βοήθεια ενός μικρότερου πλήθους παραγόντων ή παραγοντικών αξόνων, επί των οποίων απεικονίζονται οι επικρατέστερες τάσεις, ομοιότητες και αντιπαράθεσεις μεταξύ των μεταβλητών που συμμετέχουν στην ανάλυση. Η ΠΑΑ μπορεί να ιδωθεί ως μια εκδοχή της Ανάλυσης σε Κύριες Συνιστώσες-ΑΚΣ (Principal Component Analysis), κατάλληλη για κατηγορικά δεδομένα (Greenacre, 2007). Κατά την εφαρμογή της ΠΑΑ, η ερμηνεία δεν βασίζεται στα φορτία των μεταβλητών σε κάθε παράγοντα, αλλά στις σχετικές θέσεις των κατηγοριών των μεταβλητών πάνω στους παραγοντικούς άξονες. Σημεία-κατηγορίες μεταβλητών που βρίσκονται «κοντά» μετα-

ξύ τους πάνω σε παραγοντικό άξονα, χαρακτηρίζουν ομάδες εκπαιδευτικών που απάντησαν με παρόμοιο τρόπο στο ερωτηματολόγιο.

Στο δεύτερο στάδιο, η Ιεραρχική Ανάλυση Συστάδων-ΙΑΣ εφαρμόστηκε συμπληρωματικά για την τοποθέτηση των εκπαιδευτικών σε εσωτερικά ομοιογενείς και διακριτές μεταξύ τους ομάδες, με σκοπό να εμπλουτίσει σημαντικά την εποπτική ερμηνεία των παραγοντικών αξόνων. Στον σκοπό αυτό συμβάλλει η λεπτομερής ανάλυση του προφίλ κάθε ομάδας που σχηματίζεται και η ταύτισή της με το αντίστοιχο νέφος σημείων που ερμηνεύτηκε στα παραγοντικά διαγράμματα. Για την εφαρμογή της ΙΑΣ ορίζεται αρχικά μία απόσταση ή ένα μέτρο (αν)ομοιότητας μεταξύ των υπό ταξινόμηση αντικειμένων, καθώς και ένα κριτήριο συνένωσης των ομάδων. Στη συνέχεια, κατασκευάζεται το δένδρογράμμα της ιεραρχίας και ο ερευνητής αποφασίζει σε ποιο επίπεδο θα φέρει την τομή του δένδρογράμματος για τον καθορισμό του πλήθους των ομάδων που θα σχολιαστούν περαιτέρω. Στις περισσότερες περιπτώσεις επιλέγονται λύσεις με τρεις ή τέσσερις ομάδες, αλλά το βασικότερο κριτήριο φαίνεται να αποτελεί η σύνθεση των ομάδων σε δεδομένο επίπεδο ιεραρχίας και η δυνατότητα εξαγωγής χρήσιμων συμπερασμάτων για την ερμηνεία του υπό μελέτη φαινομένου.

Αξίζει να σημειωθεί ότι οι μέθοδοι αυτές δεν απαιτούν την *a priori* παραδοχή ύπαρξης κάποιας θεωρητικής κατανομής και η εφαρμογή τους δεν ενέχει αυστηρές υποθέσεις ή προϋποθέσεις σχετικά με τις παραμέτρους του υπό εξέταση πληθυσμού. Η συμπληρωματικότητα της εφαρμογής των δύο μεθόδων οδηγεί συχνά στη σχεδόν καθολική περιγραφή του φαινομένου, το οποίο εκφράζει ο πίνακας δεδομένων που αναλύεται σε κάθε περίπτωση (Lebart, 1994; Greenacre, 2007; Παπαδημητρίου, 2007). Η αξία αυτής της προσέγγισης μπορεί να αναδειχθεί μέσω της ανακάλυψης και της ερμηνείας κρυφών και φανερών προτύπων-μοτίβων που ενυπάρχουν στα δεδομένα, καθώς επίσης και ομοιοτήτων-αντιπαράθεσεων ανάμεσα στις ομάδες αντικειμένων που δημιουργούνται.

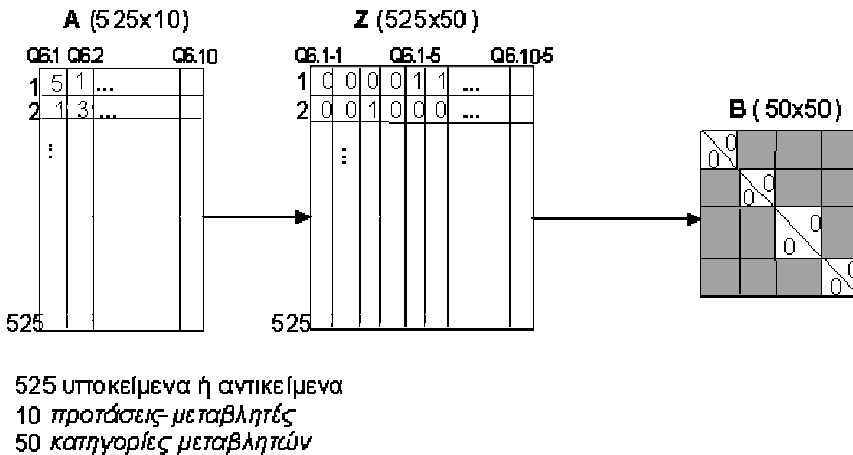
### **Αποτελέσματα Στατιστικής Επεξεργασίας Ερώτησης 6**

Οι 10 προτάσεις της Ερώτησης 6 του ερωτηματολογίου (απόψεις σχετικά με τον ρόλο της αξιολόγησης στα μαθηματικά) αντιστοιχούν σε 10 μεταβλητές, με ονόματα από Q6.1 ως Q6.10. Κάθε μεταβλητή μπορεί να λάβει πέντε διαφορετικές τιμές, από (1=καθόλου σημαντικό) ως (5=πάρα πολύ σημαντικό). Από τους 553 συνολικά εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην έρευνα, οι 28 (5,0%) δεν αξιολόγησαν τουλάχιστον μία από τις 10 προτάσεις και για τον λόγο αυτό δεν συμπεριλήφθηκαν σε περαιτέρω αναλύσεις. Κατά συνέπεια, ο αρχικός πίνακας δεδομένων αποτελείται από 525 γραμμές-αντικείμενα και 10 στήλες-μεταβλητές (525x10).

**1ο Στάδιο:** Η Παραγοντική Ανάλυση των Αντιστοιχιών (ΠΑΑ) εφαρμόστηκε για την πρωταρχική διερεύνηση των σχέσεων ανάμεσα στις 10 προτάσεις της Ερώτησης 6. Ο αρχικός πίνακας δεδομένων της μορφής «αντικείμενα x μεταβλητές»

525x10 μετασηματίστηκε στον πίνακα της λογικής περιγραφής ή λογικό πίνακα (0-1) «αντικείμενα x κατηγορίες μεταβλητών» 525x50 και, στη συνέχεια, στον Γενικευμένο Πίνακα Συνάφειας (ή Πίνακα Burt) 50x50, ο οποίος διασταυρώνει τις κατηγορίες κάθε μεταβλητής μεταξύ τους και με όλες τις υπόλοιπες.

Στο Διάγραμμα 1 παρουσιάζεται σχηματικά η διαδικασία εσωτερικής κωδικοποίησης του αρχικού πίνακα δεδομένων **A** της Ερώτησης 6, στον λογικό πίνακα (0-1) **Z** και στον Πίνακα Burt **B**.



**Διάγραμμα 1:** Διαδικασία Κωδικοποίησης του Πίνακα Δεδομένων σε Λογικό Πίνακα και Πίνακα Burt

Οι δύο πρώτοι παραγοντικοί άξονες ερμηνεύουν το 65,3% της διορθωμένης κατά Greenacre ολικής αδράνειας του πίνακα που αναλύεται (Greenacre, 2007). Για κάθε παραγοντικό άξονα υπολογίστηκε ο δείκτης  $\alpha$  του Cronbach (βλέπε Πίνακα 1). Οι τιμές του δείκτη κατέδειξαν ως σημαντικούς τους δύο πρώτους παραγοντικούς άξονες. Ο δείκτης  $\alpha$  αποτελεί μέτρο της εσωτερικής συνέπειας ή αξιοπιστίας ενός άξονα και εκφράζει τον βαθμό της συσχέτισης των βαθμών (συντεταγμένων) των αντικειμένων επί του άξονα με τις αντίστοιχες ποσοτικοποιημένες μεταβλητές. Η τιμή του δείκτη  $\alpha$  μεγιστοποιείται επί του πρώτου παραγοντικού άξονα (Nishisato, 1994). Η μέγιστη δυνατή τιμή του δείκτη είναι 1, ενώ μπορεί να λάβει και αρνητικές τιμές. Θετικές τιμές του δείκτη  $\alpha$  είναι επιθυμητές είτε όταν αναλύονται μεταβλητές που αντιστοιχούν σε κλίμακα μέτρησης στάσεων, απόψεων, διαθέσεων είτε όταν σκοπός της ανάλυσης είναι η ανάδειξη σύνθετων μεταβλητών που θα ερμηνευτούν ως παράγοντες.

**Πίνακας 1.** Αδράνειες και ποσοστά ερμηνείας παραγοντικών αξόνων

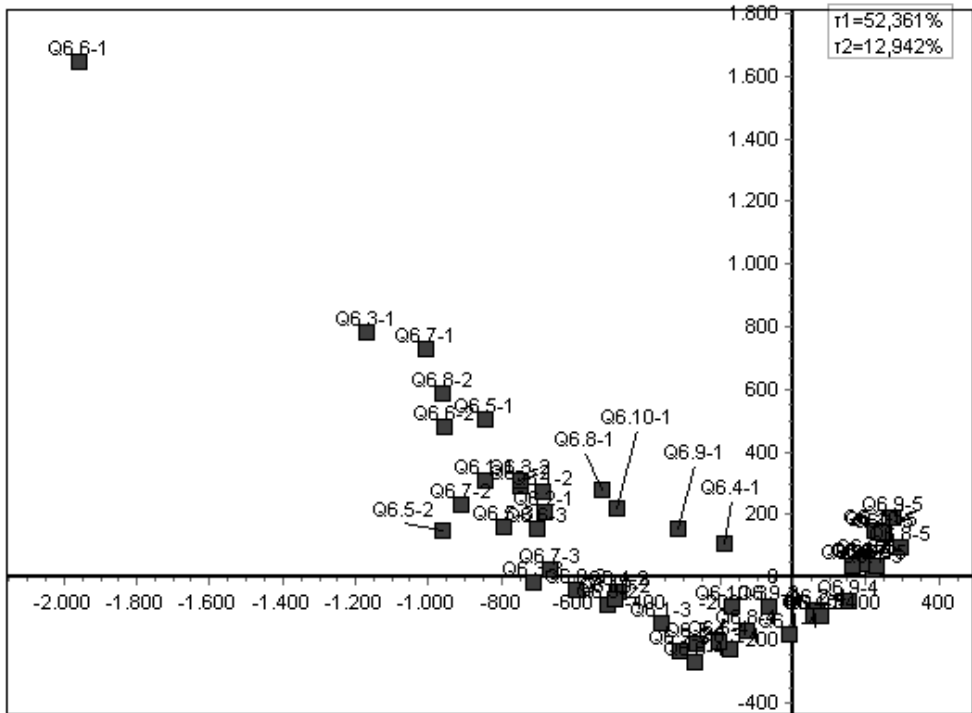
Άξονας	Cronbach's α	Αδράνεια	%Ερμηνείας	Αθρ. %Ερμην.
<b>1</b>	<b>0.809</b>	<b>0,089</b>	<b>52,36</b>	<b>52,361</b>
<b>2</b>	<b>0.635</b>	<b>0,022</b>	<b>12,94</b>	<b>65,303</b>
3	0.485	0,007	4,379	69,682
4	0.433	0,005	2,975	72,657

Η παραβολοειδής διάταξη των προβαλλόμενων σημείων στο παραγοντικό επίπεδο 1x2 (βλέπε Διάγραμμα 2) παραπέμπει στην εμφάνιση του φαινομένου του *Guttman*. Το πρακτικό συμπέρασμα στην περίπτωση αυτή είναι ότι ο πίνακας δεδομένων που αναλύεται έχει στην ουσία μονοδιάστατη δομή, με την έννοια ότι ο πρώτος παραγοντικός άξονας εκφράζει μία κυρίαρχη και σχετικά σύνθετη ομοιογενή μεταβλητή ως προς την οποία θα πρέπει να ερμηνευτούν τα αποτελέσματα (Greenacre, 2007).

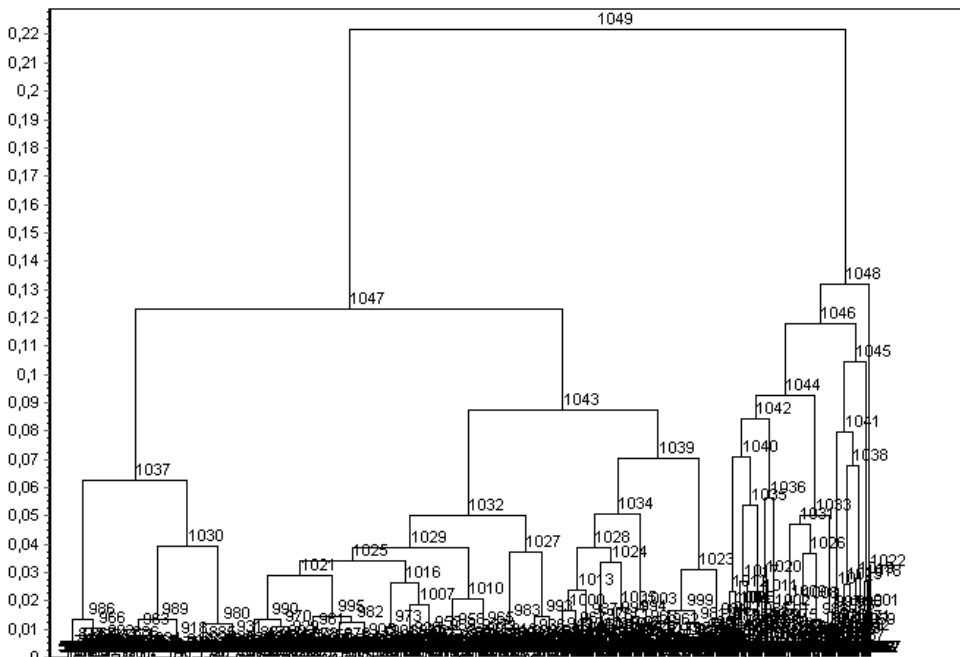
Σύμφωνα με τα παραπάνω, κατά μήκος του πρώτου παραγοντικού άξονα διαπιστώνεται η φυσική διάταξη των απαντήσεων από το «καθόλου» (αριστερά) προς το «πάρα πολύ σημαντικό» (δεξιά) ή διαφορετικά, από την ομάδα των εκπαιδευτικών που αξιολογούν τις προτάσεις ως καθόλου σημαντικές (αριστερά) προς την ομάδα αυτών που τις αξιολογούν ως πάρα πολύ σημαντικές (δεξιά). Ο δεύτερος παραγοντικός άξονας φαίνεται να αντιπαραθέτει μια ομάδα των «ακραίων» κατηγοριών (καθόλου ή πάρα πολύ σημαντικό), στα δεξιά, με τις «μεσαίες» κατηγορίες (λίγο, μέτρια ή πολύ σημαντικό), στα αριστερά. Από την εικόνα αυτή παρεκκλίνουν οι κατηγορίες Q6.4-1, Q6.9-1 και Q6.10-1, οι οποίες προβάλλονται ανάμεσα στις ακραίες τιμές της κλίμακας (στον πρώτο άξονα) και προς την κατεύθυνση των μεσαίων τιμών της κλίμακας (στον δεύτερο άξονα) για τις υπόλοιπες προτάσεις (βλέπε Διάγραμμα 2). Κατά συνέπεια, ένα ποσοστό των εκπαιδευτικών που έχουν την τάση να αξιολογούν τις προτάσεις από «μέτρια» ως «πάρα πολύ» σημαντικές, διαφοροποιούνται ως προς τις Q6.4, Q6.9 και Q6.10, τις οποίες αξιολογούν ως «καθόλου» σημαντικές.

**2ο Στάδιο:** Εφαρμογή της Ιεραρχικής Ανάλυσης Συστάδων στον Λογικό Πίνακα 0-1

Η ΙΑΣ εφαρμόστηκε στον λογικό πίνακα 0-1 525x50, με στόχο τη δημιουργία διακριτών συστάδων των 525 εκπαιδευτικών με βάση τις απόψεις τους για τον ρόλο της αξιολόγησης. Ο σχηματισμός των συστάδων έγινε με βάση το κριτήριο του Ward, ενώ η  $\chi^2$  απόσταση χρησιμοποιήθηκε ως μέτρο (αν)ομοιότητας των συστάδων. Η εφαρμογή της ΙΑΣ ανέδειξε τρεις ομοιογενείς ομάδες. Εξετάστηκαν,



Διάγραμμα 2. Παραγοντικό επίπεδο 1x2 της ανάλυσης της Ερώτησης 6



Δενδρόγραμμα της Ανιούσας Ιεραρχικής Ταξινόμησης

Διάγραμμα 3. Δενδρόγραμμα της ανάλυσης του Ερωτήματος 6

επίσης, τα αποτελέσματα της ανάλυσης με δύο και τέσσερις ομάδες αντιστοίχως, αλλά η λύση με τις τρεις ομάδες ήταν αυτή που κατέληξε στην πιο ενδιαφέρουσα φυσική ερμηνεία.

Οι παραπάνω διαπιστώσεις αιτιολογούν τη θέση των αντίστοιχων σημείων στο παραγοντικό διάγραμμα 1x2 και αναδεικνύουν τη συμπληρωματικότητα των δύο μεθόδων (ΠΑΑ και ΙΑΣ).

**Πίνακας 2.** Προφίλ των τριών συστάδων εκπαιδευτικών

	C1		C2		C3	
	Συχνότητα	%	Συχνότητα	%	Συχνότητα	%
Q6.1-1	0	0,0	0	0,0	15	15,8
Q6.1-2	1	0,3	0	0,0	29	30,5
Q6.1-3	42	13,7	2	1,6	16	16,8
Q6.1-4	144	47,1	32	25,8	16	16,8
Q6.1-5	119	38,9	90	72,6	19	20,0
Q6.2-1	3	1,0	0	0	18	18,9
Q6.2-2	2	0,7	0	0	24	25,3
Q6.2-3	59	19,3	0	0	18	18,9
Q6.2-4	146	47,7	45	36,3	17	17,9
Q6.2-5	96	31,4	79	63,7	18	18,9
Q6.3-1	0	0,0	0	0	8	8,4
Q6.3-2	1	0,3	0	0	12	12,6
Q6.3-3	20	6,5	1	0,8	21	22,1
Q6.3-4	89	29,1	11	8,9	18	18,9
Q6.3-5	196	64,1	112	90,3	36	37,9
Q6.4-1	72	23,5	7	5,6	37	38,9
Q6.4-2	39	12,7	0	0	21	22,1
Q6.4-3	114	37,3	7	5,6	16	16,8
Q6.4-4	64	20,9	72	58,1	18	18,9
Q6.4-5	17	5,6	38	30,6	3	3,2
Q6.5-1	0	0,0	0	0,0	6	6,3
Q6.5-2	0	0,0	0	0,0	6	6,3
Q6.5-3	18	5,9	0	0,0	22	23,2
Q6.5-4	84	27,5	10	8,1	24	25,3
Q6.5-5	204	66,7	114	91,9	37	38,9
Q6.6-1	0	0,0	0	0,0	2	2,1
Q6.6-2	0	0,0	0	0,0	12	12,6
Q6.6-3	18	5,9	0	0,0	11	11,6
Q6.6-4	75	24,5	5	4,0	18	18,9
Q6.6-5	213	69,6	119	96,0	52	54,7
Q6.7-1	0	0,0	0	0,0	11	11,6

Q6.7-2	0	0,0	0	0,0	13	13,7
Q6.7-3	22	7,2	0	0,0	16	16,8
Q6.7-4	84	27,5	8	6,5	24	25,3
Q6.7-5	200	65,4	116	93,5	31	32,6
Q6.8-1	0	0,0	0	0,0	4	4,2
Q6.8-2	0	0,0	0	0,0	17	17,9
Q6.8-3	36	11,8	1	0,8	22	23,2
Q6.8-4	135	44,1	19	15,3	33	34,7
Q6.8-5	135	44,1	104	83,9	19	20
Q6.9-1	43	14,1	0	0,0	35	36,8
Q6.9-2	28	9,2	0	0,0	13	13,7
Q6.9-3	109	35,6	1	0,8	19	20
Q6.9-4	105	34,3	61	49,2	19	20
Q6.9-5	21	6,9	62	50,0	9	9,5
Q6.10-1	21	6,9	0	0,0	22	23,2
Q6.10-2	16	5,2	0	0,0	18	18,9
Q6.10-3	81	26,5	4	3,2	20	21,1
Q6.10-4	104	34,0	53	42,7	14	14,7
Q6.10-5	84	27,5	67	54,0	21	22,1

Η πρώτη ομάδα (C1) περιλαμβάνει 306 εκπαιδευτικούς (58,3%), η δεύτερη ομάδα (C2) περιλαμβάνει 124 (23,6%), ενώ η τρίτη ομάδα (C3) περιλαμβάνει 95 εκπαιδευτικούς (18,1%). Το προφίλ των τριών ομάδων παρουσιάζεται στον Πίνακα 2. Η ομάδα C1 (58,3%) περιλαμβάνει τους εκπαιδευτικούς που αξιολόγησαν τις περισσότερες προτάσεις από «μέτρια» ως «πάρα πολύ» σημαντικές και είναι η ομάδα που εμφανίζεται στο κέντρο του παραγοντικού επιπέδου (Διάγραμμα 2). Εξαιρέση αποτελούν οι προτάσεις Q6.4, Q6.9 και Q6.10, για τις οποίες οι χαμηλές τιμές της κλίμακας («καθόλου» ή «λίγο» σημαντικό), συγκεντρώνουν από 10% ως 30% των εκπαιδευτικών. Οι αντίστοιχες κατηγορίες είναι αυτές που εντοπίστηκαν σε ενδιάμεση θέση στο παραγοντικό διάγραμμα 1x2. Η ομάδα C2 (23,6%) συγκεντρώνει τη συντριπτική πλειοψηφία αυτών που χαρακτήρισαν τις προτάσεις Q6.3, Q6.5, Q6.6, Q6.7 και Q6.8 ως «πάρα πολύ» σημαντικές. Πρόκειται για τη διακριτή και ομοιογενή ομάδα που βρίσκεται στο δεξί τμήμα του παραγοντικού διαγράμματος. Τέλος, η ομάδα C3 (18,1%) αποτελεί μια μικτή ομάδα εκπαιδευτικών, με απαντήσεις που καταλαμβάνουν όλο το μήκος της κλίμακας, αλλά σε αυτή συγκεντρώνονται όλοι όσοι αξιολογούν ως καθόλου σημαντικές τις προτάσεις Q6.1, Q6.2, Q6.3, Q6.5, Q6.7 και Q6.8. Η ομάδα αυτή εντοπίζεται στο αριστερό και πάνω τμήμα του παραγοντικού διαγράμματος.

*Ερμηνεία των συστάδων της Ιεραρχικής Ανάλυσης σχετικά με τον ρόλο της αξιολόγησης στα μαθηματικά:* Οι εκπαιδευτικοί του δείγματος τείνουν να τοποθετούν

τον ρόλο της αξιολόγησης στα μαθηματικά περισσότερο στο μικρο- και λιγότερο στο μακρο- επίπεδο. Συγκεκριμένα, αναγνωρίζουν τον διδακτικό ρόλο της (που οδηγεί σε τροποποίηση της διδακτικής πράξης) και τον διαγνωστικό ρόλο της (που στηρίζει την ανίχνευση της μαθησιακής πορείας του μαθητή) σε πολύ πιο υψηλό βαθμό από ότι τον παρεμβατικό ρόλο της σε θεσμικό επίπεδο (που οδηγεί σε τροποποίηση του Αναλυτικού Προγράμματος). Επιπλέον, στο μικρο-επίπεδο, παρατηρείται έντονη αποδοχή της σύνδεσης της αξιολόγησης με τη διδακτική πράξη πρωτίστως και με τη μαθησιακή πορεία του μαθητή δευτερευόντως, σε αντίθεση με την αναγνώρισή της ως μηχανισμού ταξινόμησης των μαθητών με βάση την επίδοσή τους που μοιάζει να προβληματίζει ή να αμφισβητείται.

**3<sup>ο</sup> Στάδιο:** Με τη βοήθεια του ελέγχου  $\chi^2$  ελέγχθηκε η στατιστική σημαντικότητα της σχέσης των τριών ομάδων με το φύλο, τα χρόνια εκπαιδευτικής εμπειρίας στην τάξη και τις σπουδές του εκπαιδευτικού και δεν βρέθηκε να υπάρχει τέτοια σχέση.

### Αποτελέσματα Στατιστικής Επεξεργασίας Ερώτησης 9

Η Παραγοντική Ανάλυση των Αντιστοιχιών (ΠΑΑ) εφαρμόστηκε αρχικά για τη διερεύνηση των σχέσεων ανάμεσα στις 10 προτάσεις της Ερώτησης 9. Από τους 553 συνολικά εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην έρευνα, οι 31 (5,6%) δεν αξιολόγησαν τουλάχιστον μία από τις 10 προτάσεις της κλίμακας. Κατά συνέπεια, ο αρχικός πίνακας δεδομένων της μορφής «αντικείμενα x μεταβλητές» 522x10 μετασχηματίστηκε στον πίνακα της λογικής περιγραφής (0-1) «αντικείμενα x κατηγορίες μεταβλητών» 522x50 και, στη συνέχεια, στον Γενικευμένο Πίνακα Συνάφειας (ή Πίνακα Burt) 50x50, ο οποίος διασταυρώνει τις κατηγορίες κάθε μεταβλητής μεταξύ τους και με όλες τις υπόλοιπες.

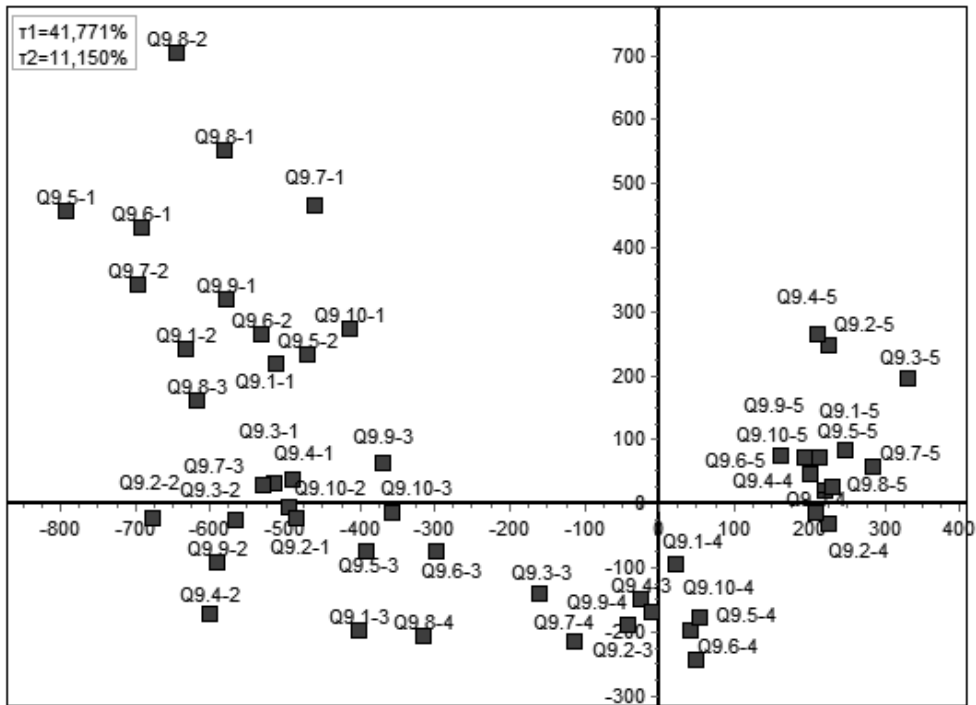
**Πίνακας 3.** Αδράνεις και ποσοστά ερμηνείας παραγοντικών αξόνων

Άξονας	Cronbach's α	Αδράνεια	%Ερμηνείας	Αθρ. %Ερμην.
1	0,806	0,086	41,77	41,77
2	0,641	0,023	11,55	52,92
3	0,541	0,017	8,404	61,32
4	0,470	0,011	5,397	66,72

Η παραβολοειδής διάταξη των προβαλλόμενων σημείων στο παραγοντικό επίπεδο 1x2 (βλέπε Διάγραμμα 4) παραπέμπει στην εμφάνιση του φαινομένου του *Guttman*. Συνεπώς, κατά μήκος του πρώτου παραγοντικού άξονα διαπιστώνεται



η φυσική διάταξη των απαντήσεων από το «καθόλου» (αριστερά) προς το «πάρα πολύ σημαντικό» (δεξιά) ή διαφορετικά, από την ομάδα των εκπαιδευτικών που αξιολογούν τις προτάσεις ως καθόλου σημαντικές (αριστερά) προς την ομάδα αυτών που τις αξιολογούν ως πάρα πολύ σημαντικές (δεξιά). Ο δεύτερος παραγοντικός άξονας φαίνεται να αντιπαραθέτει μια ομάδα των «ακραίων» κατηγοριών (καθόλου ή πάρα πολύ σημαντικό), στα δεξιά, με τις «μεσαίες» κατηγορίες (λίγο, μέτρια ή πολύ σημαντικό), στα αριστερά.



Διάγραμμα 4. Παραγοντικό επίπεδο 1x2 της ανάλυσης της Ερώτησης 9

**- Η Ιεραρχική Ανάλυση σε Συστάδες**

Στη συνέχεια εφαρμόστηκε η ΙΑΣ στον λογικό πίνακα 0-1 με τα ακόλουθα αποτελέσματα: Η πρώτη ομάδα (C1) περιλαμβάνει 118 εκπαιδευτικούς (22,6%), η δεύτερη ομάδα (C2) περιλαμβάνει 96 (18,4%) εκπαιδευτικούς και η τρίτη ομάδα (C3) περιλαμβάνει 308 (59%) εκπαιδευτικούς. Το προφίλ των τριών ομάδων παρουσιάζεται στον Πίνακα 4.

**Πίνακας 4.** Προφίλ των δύο συστάδων εκπαιδευτικών

	C1		C2		C3	
	Συχνότητα	%	Συχνότητα	%	Συχνότητα	%
Q9.1-1	14	11,86	10	10,42	3	0,97
Q9.1-2	5	4,24	15	15,63	3	0,97
Q9.1-3	40	33,90	19	19,79	21	6,82
Q9.1-4	32	27,12	28	29,17	101	32,79
Q9.1-5	27	22,88	24	25,00	180	58,44
Q9.2-1	47	39,83	9	9,38	1	0,32
Q9.2-2	31	26,27	18	18,75	3	0,97
Q9.2-3	33	27,97	21	21,88	56	18,18
Q9.2-4	7	5,93	26	27,08	158	51,30
Q9.2-5	0	0,00	22	22,92	90	29,22
Q9.3-1	40	33,90	10	10,42	0	0,00
Q9.3-2	34	28,81	9	9,38	3	0,97
Q9.3-3	34	28,81	38	39,58	62	20,13
Q9.3-4	9	7,63	27	28,13	150	48,70
Q9.3-5	1	0,85	12	12,50	93	30,19
Q9.4-1	46	38,98	13	13,54	0	0,00
Q9.4-2	30	25,42	12	12,50	5	1,62
Q9.4-3	35	29,66	25	26,04	76	24,68
Q9.4-4	6	5,08	27	28,13	164	53,25
Q9.4-5	1	0,85	19	19,79	63	20,45
Q9.5-1	3	2,54	30	31,25	0	0,00
Q9.5-2	1	0,85	19	19,79	1	0,32
Q9.5-3	15	12,71	27	28,13	15	4,87
Q9.5-4	38	32,20	18	18,75	113	36,69
Q9.5-5	61	51,69	2	2,08	179	58,12
Q9.6-1	1	0,85	37	38,54	0	0,00
Q9.6-2	1	0,85	30	31,25	1	0,32
Q9.6-3	13	11,02	19	19,79	22	7,14
Q9.6-4	30	25,42	8	8,33	97	31,49
Q9.6-5	73	61,86	2	2,08	188	61,04
Q9.7-1	0	0,00	14	14,58	3	0,97
Q9.7-2	2	1,69	27	28,13	1	0,32
Q9.7-3	17	14,41	23	23,96	11	3,57
Q9.7-4	51	43,22	22	22,92	89	28,90
Q9.7-5	48	40,68	10	10,42	204	66,23
Q9.8-1	1	0,85	6	6,25	1	0,32
Q9.8-2	0	0,00	10	10,42	1	0,32
Q9.8-3	12	10,17	22	22,92	4	1,30
Q9.8-4	44	37,29	34	35,42	53	17,21
Q9.8-5	61	51,69	24	25,00	249	80,84

Q9.9-1	11	9,32	10	10,42	0	0,00
Q9.9-2	14	11,86	7	7,29	2	0,65
Q9.9-3	18	15,25	13	13,54	13	4,22
Q9.9-4	35	29,66	26	27,08	101	32,79
Q9.9-5	40	33,90	40	41,67	192	62,34
Q9.10-1	19	16,10	15	15,63	5	1,62
Q9.10-2	12	10,17	9	9,38	7	2,27
Q9.10-3	25	21,19	19	19,79	24	7,79
Q9.10-4	28	23,73	22	22,92	98	31,82
Q9.10-5	34	28,81	31	32,29	174	56,49

Ιεραρχική ταξινόμηση των δεδομένων σχετικά με τους παράγοντες που επιδρούν στην αξιολόγηση στα μαθηματικά: Η ομάδα C3 περιλαμβάνει την πλειοψηφία των εκπαιδευτικών (59,0%) που αξιολόγησαν όλες τις προτάσεις ως «πολύ» ή «πάρρα πολύ» σημαντικές. Στην ομάδα αυτή ξεχωρίζουν οι προτάσεις Q9.2, Q9.3 και Q9.4, που συγκεντρώνουν ένα σημαντικό ποσοστό (20%-25%) στην κατηγορία «πολύ σημαντικό». Η ομάδα C2 (18,4%) περιλαμβάνει εκπαιδευτικούς που απάντησαν σε όλο το μήκος της κλίμακας. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η ομάδα C1 (22,6%), η οποία περιλαμβάνει εκπαιδευτικούς που αξιολόγησαν τις προτάσεις Q9.2, Q9.3, Q9.4 από «καθόλου» ως «μέτρια» σημαντικές, τις προτάσεις Q9.1, Q9.5, Q9.6, Q9.7, Q9.8 από «μέτρια» ως «πάρρα πολύ» σημαντικές και τις Q9.9 και Q9.10 σε όλο το μήκος της κλίμακας.

*Ερμηνεία των συστάδων της Ιεραρχικής Ανάλυσης σχετικά με τους παράγοντες που επηρεάζουν την αξιολόγηση στα μαθηματικά:* Οι εκπαιδευτικοί του δείγματος τείνουν να θεωρούν όλους τους παράγοντες ως τουλάχιστον αρκετά σημαντικούς για την αξιολόγηση στα μαθηματικά, προκρίνοντας, ωστόσο, περισσότερο αυτούς που συνδέονται με την προσωπική τους σχέση με τα μαθηματικά, καθώς και με το περιεχόμενο και τις πρακτικές διδασκαλίας τους και λιγότερο εκείνους που αφορούν στο θεσμικό/ τυπικό πλαίσιο ή τους επίσημους φορείς της μαθηματικής εκπαίδευσης.

### **Αποτελέσματα Στατιστικής Επεξεργασίας Ερώτησης 12**

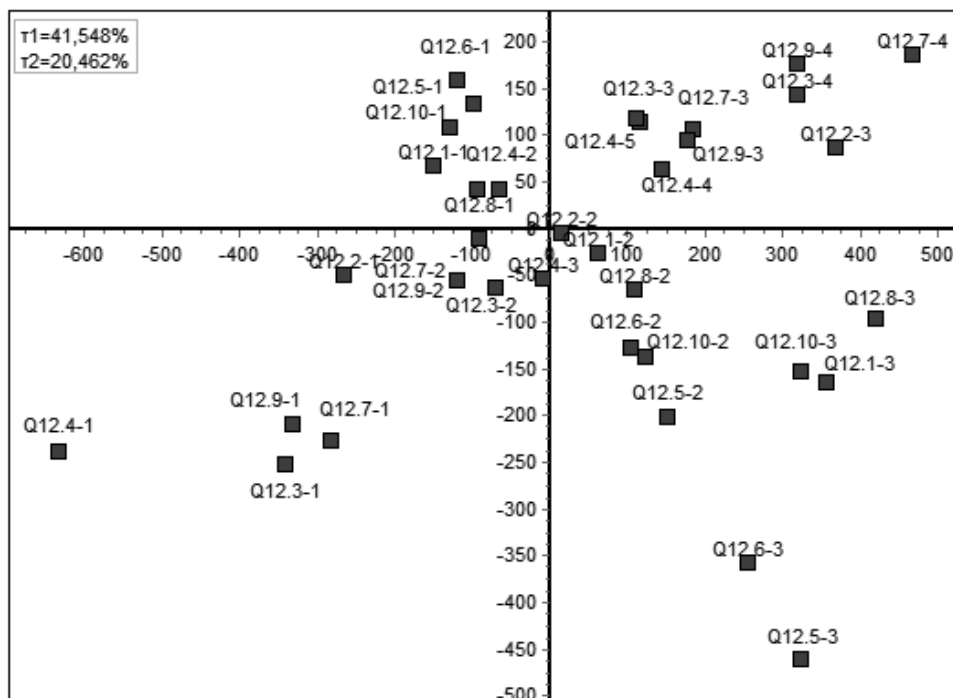
Η Παραγοντική Ανάλυση των Αντιστοιχιών (ΠΑΑ) εφαρμόστηκε αρχικά για τη διερεύνηση των σχέσεων ανάμεσα στις 10 προτάσεις της Ερώτησης 12. Από τους 553 συνολικά εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην έρευνα, οι 33 (6,0%) δεν αξιολόγησαν τουλάχιστον μία από τις 10 προτάσεις. Κατά συνέπεια, ο αρχικός πίνακας δεδομένων της μορφής «αντικείμενα x μεταβλητές» 520x10 μετασχηματίστηκε στον πίνακα της λογικής περιγραφής (0-1) «αντικείμενα x κατηγορίες μεταβλητών» 520x35 και, στη συνέχεια, στον Γενικευμένο Πίνακα Συνάφειας (ή Πίνακα

Burt) 35x35, ο οποίος διασταυρώνει τις κατηγορίες κάθε μεταβλητής μεταξύ τους και με όλες τις υπόλοιπες.

Οι δύο πρώτοι παραγοντικοί άξονες ερμηνεύουν το 69,02% της διορθωμένης κατά Greenacre ολικής αδράνειας του πίνακα που αναλύεται. Για κάθε παραγοντικό άξονα υπολογίστηκε ο δείκτης  $\alpha$  του Cronbach (βλέπε Πίνακα 5). Οι τιμές του δείκτη κατέδειξαν ως σημαντικό τον πρώτο παραγοντικό άξονα.

**Πίνακας 5.** Αδράνειας και ποσοστά ερμηνείας παραγοντικών αξόνων

Άξονας	Cronbach's $\alpha$	Αδράνεια	%Ερμηνείας	Αθρ. %Ερμην.
1	<b>0,683</b>	<b>0,032</b>	<b>41,54</b>	<b>41,54</b>
2	0,587	0,016	20,46	69,02
3	0,440	0,005	7,01	75,05
4	0,421	0,005	6,03	76,24



**Διάγραμμα 5.** Παραγοντικό επίπεδο 1x2 της ανάλυσης της Ερώτησης 12

**- Ιεραρχική Ανάλυση σε Συστάδες**

Η πρώτη ομάδα (C1) περιλαμβάνει 119 εκπαιδευτικούς (22,8%), η δεύτερη ομάδα (C2) περιλαμβάνει 212 εκπαιδευτικούς (40,6%) και η τρίτη ομάδα (C3) περιλαμβάνει 189 εκπαιδευτικούς (36,3%). Το προφίλ των τριών ομάδων παρουσιάζεται στον Πίνακα 6.

Οι εκπαιδευτικοί της ομάδας C1 (22,8%) διατύπωσαν απόψεις για τη βαθμολόγηση σε όλο το μήκος της κλίμακας. Οι εκπαιδευτικοί της ομάδας C3 (36,4%) συμφωνούν σε μεγάλο βαθμό με όλες τις προτάσεις, αλλά η συμφωνία είναι λιγότερο έντονη για τις προτάσεις Q12.3, Q12.7 και Q12.9. Ενδιαφέρον παρουσιάζει η ομάδα C2 (40,6%) η οποία περιλαμβάνει εκπαιδευτικούς που συμφωνούν σε μεγάλο βαθμό, κατά κύριο λόγο, με τις προτάσεις Q12.1, Q12.5, Q12.6, Q12.8 και Q12.10, ενώ διαφωνούν, κατά κύριο λόγο, με τις προτάσεις Q12.3, Q12.7 και Q12.9.

**Πίνακας 6.** Προφίλ των τριών συστάδων εκπαιδευτικών

	C1		C2		C3	
	Συχνότητα	%	Συχνότητα	%	Συχνότητα	%
Q12.1-1	27	22,69	108	50,94	133	70,37
Q12.1-2	46	38,66	74	34,91	48	25,40
Q12.1-3	46	38,66	30	14,15	8	4,23
Q12.2-1	22	18,49	37	17,45	107	56,61
Q12.2-2	71	59,66	99	46,70	74	39,15
Q12.2-3	26	21,85	76	35,85	8	4,23
Q12.3-1	16	13,45	1	0,47	62	32,80
Q12.3-2	55	46,22	31	14,62	93	49,21
Q12.3-3	44	36,97	139	65,57	32	16,93
Q12.3-4	4	3,36	41	19,34	2	1,06
Q12.4-1	1	0,84	0	0,00	23	12,17
Q12.4-2	20	16,81	36	16,98	56	29,63
Q12.4-3	57	47,90	71	33,49	81	42,86
Q12.4-4	37	31,09	90	42,45	26	13,76
Q12.4-5	4	3,36	15	7,08	3	1,59
Q12.5-1	18	15,13	168	79,25	155	82,01
Q12.5-2	67	56,30	43	20,28	33	17,46
Q12.5-3	34	28,57	1	0,47	1	0,53
Q12.6-1	3	2,52	154	72,64	128	67,72
Q12.6-2	60	50,42	54	25,47	53	28,04
Q12.6-3	56	47,06	4	1,89	8	4,23
Q12.7-1	19	15,97	6	2,83	76	40,21
Q12.7-2	52	43,70	54	25,47	101	53,44

Q12.7-3	44	36,97	127	59,91	12	6,35
Q12.7-4	4	3,36	25	11,79	0	0,00
Q12.8-1	41	34,45	137	64,62	143	75,66
Q12.8-2	63	52,94	63	29,72	46	24,34
Q12.8-3	15	12,61	12	5,66	0	0,00
Q12.9-1	12	10,08	5	2,36	57	30,16
Q12.9-2	57	47,90	45	21,23	111	58,73
Q12.9-3	41	34,45	109	51,42	21	11,11
Q12.9-4	9	7,56	53	25,00	0	0,00
Q12.10-1	20	16,81	134	63,21	140	74,07
Q12.10-2	66	55,46	62	29,25	46	24,34
Q12.10-3	33	27,73	16	7,55	3	1,59

*Ερμηνεία των συστάδων της Ιεραρχικής Ανάλυσης σχετικά με τους παράγοντες που επιδρούν στη βαθμολόγηση στα μαθηματικά:* Οι εκπαιδευτικοί του δείγματος συγκλίνουν σε πολύ υψηλό βαθμό με τη θέση ότι καθοριστικό ρόλο στη βαθμολόγησή τους στα μαθηματικά διαδραματίζουν στοιχεία που συνδέονται με τη γνωστική εξέλιξη, την προσπάθεια και τη συμμετοχή του μαθητή, αλλά και με την επίδοσή του στην τάξη (οπτικές που δεν απεικονίζουν συμβατές αναγνώσεις της αξιολογικής διαδικασίας).

### **(β) Οι απαντήσεις της συνέντευξης**

Για την επεξεργασία των δεδομένων που προέκυψαν από την ημιδομημένη συνέντευξη του Νικήτα (συνολικής διάρκειας 8 ωρών, 2 ώρες x 4 συναντήσεις) αξιοποιήθηκε το σχήμα ανάλυσης των Morgan et al. (2002) για τους πόρους στους οποίους ανατρέχει ο εκπαιδευτικός, όταν αρθρώνει παιδαγωγικό λόγο περί αξιολόγησης, καθώς και για τις τοποθετήσεις που υιοθετεί στο ίδιο πλαίσιο. Για τη χαρτογράφηση των επιμέρους διαστάσεων καθεμιάς από τις συνιστώσες αυτού το σχήματος αξιοποιήθηκαν οι τεχνικές της Θεμελιωμένης Θεωρίας. Συγκεκριμένα, ακολουθήθηκαν τρία επίπεδα ανάλυσης.

Το πρώτο επίπεδο ανάλυσης περιελάμβανε την ανάγνωση των δεδομένων και την «κατάταξη» τους στις κατηγορίες των πόρων που συγκροτούν το σχήμα ανάλυσης Morgan et al. (2002). Για να επιτευχθεί αυτή η κατάταξη, πραγματοποιήθηκαν μια σειρά από προσεκτικές αναγνώσεις των δεδομένων, κατά τη διάρκεια των οποίων ανιχνεύτηκαν και εντοπίστηκαν οι διατυπώσεις που ήταν σχετικές με τους πόρους στους οποίους ανατρέχει ο εκπαιδευτικός, όταν αρθρώνει παιδαγωγικό λόγο περί φύσης, μάθησης, διδασκαλίας και αξιολόγησης (down-up προσέγγιση).

Στο δεύτερο επίπεδο ανάλυσης πραγματοποιήθηκε η κωδικοποίηση των διατυπώσεων που συγκροτούσαν την κάθε κατηγορία πόρων. Η διαδικασία αυτή αποτέλεσε ένα από τα σημαντικότερα επίπεδα της επεξεργασίας των δεδομένων της

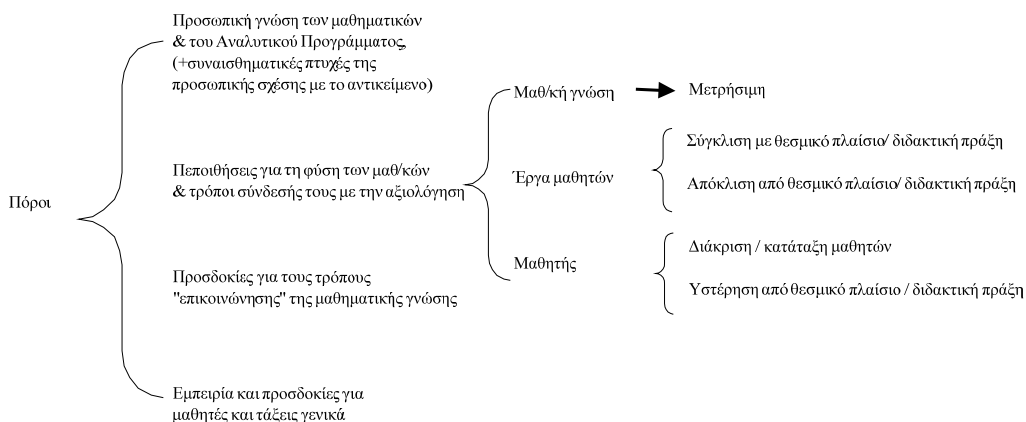
έρευνας, καθώς αποδόθηκαν νοήματα στα αποσπάσματα της συνέντευξης και εφαρμόστηκε η Θεμελιωμένη Θεωρία στο εσωτερικό της κάθε μίας από τις κατηγορίες πόρων.

Στο τρίτο επίπεδο ανάλυσης πραγματοποιήθηκε η ομαδοποίηση των κωδίκων με βάση κοινά χαρακτηριστικά και επαναλήφθηκε η ανάλυση του δεύτερου επιπέδου για να συγκροτηθούν οι κατηγορίες πόρων του τρίτου επιπέδου. Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι, σε αρκετές περιπτώσεις, υπήρξε προβληματισμός για τους κώδικες που αποδόθηκαν σε κάποια αποσπάσματα από τα ποιοτικά δεδομένα, καθώς και για την κατάταξή τους σε κάποια κατηγορία. Η συνθήκη σύμφωνα με την οποία ο ερευνητής θα πρέπει να φροντίζει να κρατά απόσταση από τα δεδομένα και να μην προβάλλει δικές του απόψεις ή πεποιθήσεις, «εξασφαλίστηκε» σε ικανοποιητικό βαθμό στη συγκεκριμένη έρευνα μέσω της μελέτης και της επεξεργασίας των δεδομένων σε συνεργασία με έναν επιπλέον έμπειρο ερευνητή του χώρου της Διδακτικής των Μαθηματικών.

Στη συνέχεια, για την αποτύπωση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης των δεδομένων, αξιοποιήθηκε το συστημικό δίκτυο (systemic network), το οποίο κρίθηκε κατάλληλο εργαλείο ανάλυσης, καθώς γενικά κατηγοριοποιεί ποιοτικά δεδομένα και επιτρέπει να διαφανούν οι σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ τους. Με τη χρήση του συστημικού δικτύου επιτυγχάνεται μια ενιαία χαρτογράφηση/ απεικόνιση των δεδομένων σε επίπεδα συνθετότητας, τα οποία μπορούν να καταταμηθούν περαιτέρω σε δευτερεύουσες, υποβοηθητικές κατηγορίες (Bliss et al., 1987).

Από τη μελέτη του παιδαγωγικού λόγου του Νικήτα για τη φύση, τη μάθηση, τη διδασκαλία και την αξιολόγηση στα μαθηματικά (είτε αυτός αρθρώθηκε στο πλαίσιο των απαντήσεων στην αντίστοιχη ομάδα ερωτήσεων είτε σε άλλο σημείο της συνέντευξης) προέκυψε ότι ανατρέχει στους τέσσερις πόρους που παρουσιάζονται στο Σχεδιάγραμμα 3. Για τις ανάγκες της παρούσας εργασίας παρουσιάζεται λεπτομερώς η ανάπτυξη του συγκεκριμένου συστημικού δικτύου για έναν από τους πόρους αυτούς και, συγκεκριμένα, για εκείνον που αφορά το νόημα που αποδίδει στη φύση των μαθηματικών και στους τρόπους σύνδεσής του με την αξιολόγηση, καθώς σχετίζονται άμεσα με το αντικείμενο αυτής της μελέτης.

Από το συστημικό δίκτυο που αποτυπώνει τους πόρους στους οποίους ανατρέχει ο Νικήτας γίνεται φανερό ότι, για τον ίδιο, η μαθηματική γνώση μπορεί να «μετρηθεί», δηλαδή, ότι είναι δυνατό να οριστεί με σαφήνεια μια μονάδα αποτίμησης της αξίας της. Για τον σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται τα έργα των μαθητών, τα οποία κρίνονται με βάση τον βαθμό σύγκλισης ή απόκλισής τους από τα κριτήρια αξιολόγησης που θέτει το Αναλυτικό Πρόγραμμα, έτσι όπως αυτά αποκτούν υπόσταση μέσα στην τάξη. Στο πλαίσιο αυτό, η αξιολογική διαδικασία επιτρέπει τη συγκριτική κατάταξη κάθε μαθητή στην τάξη αναφορικά με τη μαθηματική του συμπεριφορά, καθώς και τον προσδιορισμό της απόστασης της μαθηματικής του συμπεριφοράς τόσο από την επίσημα ορισμένη όσο και από αυτήν που αναδει-



**Σχεδιάγραμμα 3.** Συστημικό δίκτυο για τους πόρους στους οποίους ανατρέχει ο Νικήτας, με εκτενή αναφορά σε αυτόν που αφορά στο νόημα που αποδίδει στη φύση των μαθηματικών και στους τρόπους σύνδεσής του με την αξιολόγηση.

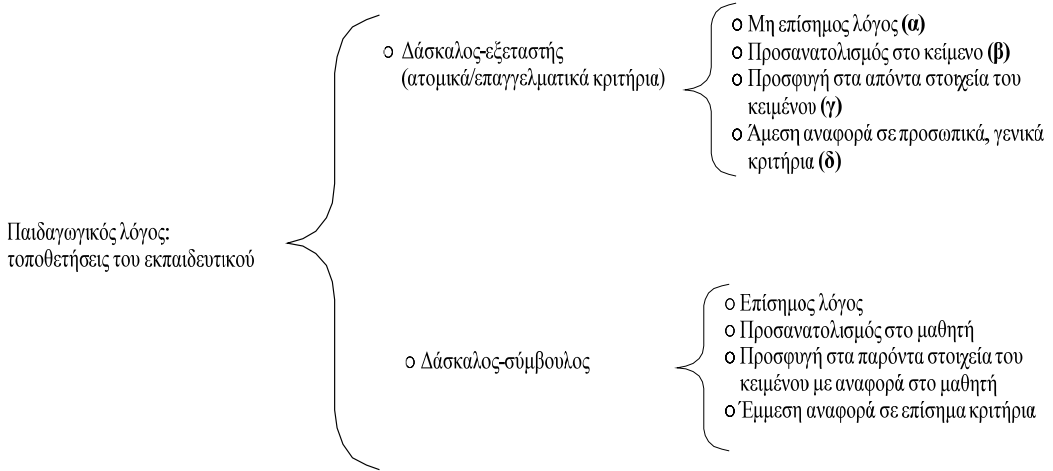
κνύεται ως επιθυμητή μέσα στην τάξη. Θα μπορούσε, λοιπόν, να ισχυριστεί κανείς ότι το νόημα που αποδίδει ο Νικήτας στη φύση των μαθηματικών και στη σχέση τους με την αξιολογική διαδικασία παρουσιάζει ικανοποιητική εσωτερική συνάφεια: η μαθηματική γνώση των μαθητών αποτυπώνεται στα έργα τους, μπορεί να μετρηθεί με κριτήριο τη συμβατότητα συγκεκριμένων χαρακτηριστικών αυτής της «αποτυπωμένης γνώσης» με επίσημα, αλλά τροποποιημένα από την εκπαιδευτική πράξη, χαρακτηριστικά και λειτουργεί ως ένα φίλτρο ταξινόμησης των μαθητών στην τάξη των μαθηματικών.

Οι τοποθετήσεις που υιοθετεί ο εκπαιδευτικός του δείγματος στον παιδαγωγικό του λόγο για την αξιολόγηση σε σχέση με τις αντίστοιχες πρακτικές που δηλώνει ότι υιοθετεί, με βάση την κατηγοριοποίηση των Morgan et al. (2002) εμφανίζεται στο συστημικό δίκτυο που παρουσιάζεται στο Σχεδιάγραμμα 4.

Ως παράδειγμα του παιδαγωγικού λόγου του Νικήτα που συνδέεται με την ισχυρότερη από τις δύο τοποθετήσεις που υιοθετεί, δηλαδή, του δασκάλου-εξεταστή, ο οποίος θέτει τα δικά του (ατομικά)/ επαγγελματικά κριτήρια, παρατίθενται στη συνέχεια σχετικά αποσπάσματα των απαντήσεών του, ώστε να γίνει κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο στοιχειοθετήθηκαν οι σχετικές τοποθετήσεις.

«[...] Είναι ok μ' αυτά που θέλω; Φέρνοντας αποτέλεσμα, όταν κάνει τις ασκήσεις που θα του βάλω (α, δ). [...] δε με ενδιαφέρει τόσο πολύ η ποσότητα όσο η ποιότητα (α, δ) [...] Με ενδιαφέρει να αντιληφθεί πολλές διαφορετικές ασκήσεις που λύνονται. Γιατί το να λύνει δέκα ασκήσεις πανομοιότυπες δε λείει τίποτε. Είναι μια συγνή επανάληψη. Άρα, σταντάρω τέτοιους δείκτες ποικιλομορφίας περιπτώσε-





**Σχεδιάγραμμα 4.** Συστημικό δίκτυο για τις τοποθετήσεις που υιοθετεί ο Νικήτας.

ων. Ότι μπορεί να ανταποκριθεί (α, γ, δ). [.....] ας μιλήσουμε γενικότερα, κακά τα ψέματα, σε επηρεάζει πολλές φορές μια καλή διατύπωση κάποιων πραγμάτων, σίγουρα... (α, β, δ) .... Πώς αναγνωρίζω το τι μπορούν να κάνουν; Εεε, νομίζω μέσα από μια άσκηση που θα τους βάλεις,...δηλαδή, ένα τεστ προ-αξιολόγησης (β) .... Πάντως, ένα γραπτό που να μην έχει γράψει τίποτα και να του βάλω 10 έστω κι αν είναι ο πιο τραυματισμένος μαθητής στην τάξη μου, δε θα το κάνω αυτό (γ, β)..... Βέβαια, δεν τους αφήνω σε χλωρό κλαρί, τους διορθώνω γλωσσικά, παρεμβαίνω. Δεν τους αφήνω και σ' αυτό το πράγμα και τους διορθώνω και τους λέω: μήπως αυτό θα μπορούσαμε να το πούμε και καλύτερα έτσι (α,β,γ); Και όντως το αναγνωρίζουν και εκείνοι και το λένε καλύτερα αλλά εκείνο που με ενδιαφέρει είναι να μου δώσουν στα μαθηματικά αυτό που ζητάω (β, δ). Από και πέρα, αν μου το δώσουν και γλωσσικά τέλεια, είναι ευχάριστο το αποτέλεσμα, αν όχι, προσπαθώ να παρέμβω και να τους διορθώσω (β, γ, δ)..... επιμένω πολύ στην αιτιολόγηση (β, δ) .... Θεωρώ πολύ σημαντικό πράγμα να σου απαντήσει ένα παιδί το γιατί και ιδιαίτερα στα μαθηματικά (β, δ) ... στα μαθηματικά θεωρώ πολύ σοβαρό πράγμα το να γυρίσει ένας μαθητής και να μου πει «αυτό θα το κάναμε έτσι» και να είναι σωστή η σκέψη του, ακριβής (β, δ) .... Είναι κάποια τεστ δικά μου, τα οποία τους δίνω κατά καιρούς και κάποια στιγμή, παίζοντας κάποια παιχνίδια, αξιολογώ κάποια πράγματα (β, δ) ... γιατί με ενδιαφέρει να έχουν γράψει αυτά που πρέπει και όχι αυτά που νόμιζαν ότι πρέπει (β, γ, δ)».

Σε αυτήν την τοποθέτηση ο Νικήτας χρησιμοποιεί ανεπίσημο λόγο, αλλά υιοθετεί τις αξίες του παραδοσιακού παιδαγωγικού λόγου (έμφαση σε όσα κάνει ο μαθητής - επίδοση), θεωρώντας το «σωστό» αποτέλεσμα, την τεχνική αρτιότητα της εργα-

σίας του μαθητή, την επίλυση διαφορετικού τύπου προβλημάτων και τη «σωστή» διατύπωση ως δείκτες τους οποίους λαμβάνει υπόψη, όταν αξιολογεί τα προϊόντα των μαθητών. Ο προσανατολισμός του λόγου του είναι στο κείμενο-προϊόν του μαθητή, προσδιορίζοντας τα στοιχεία εκείνα που είναι γενικά αποδεκτά από τον ίδιο (όπως, για παράδειγμα, η αιτιολόγηση), αλλά απουσιάζουν από το κείμενο. Ο Νικήτας εμφανίζεται να προκρίνει κριτήρια αξιολόγησης συμβατά με προσωπικές επαγγελματικές αξίες (για παράδειγμα, η σωστή και ακριβής σκέψη είναι σημαντική στα μαθηματικά).

Η κυρίαρχη τοποθέτηση του Νικήτα ως δασκάλου – εξεταστή συγκροτείται με βάση περισσότερο επαγγελματικά και λιγότερο προσωπικά/ ατομικά κριτήρια, τα οποία διαμορφώνονται με βάση στοιχεία που απουσιάζουν από τα έργα των μαθητών, προσανατολίζεται, δηλαδή, στην επίδοσή τους. Μια τέτοια τοποθέτηση ανατρέπει τον ουσιαστικό στόχο της αξιολογικής διαδικασίας, καθώς είναι φανερό πως η αναζήτηση της ισχύος «αποστασιοποιημένων» κριτηρίων, με βάση απόντα, ανεπαρκώς ορισμένα στοιχεία από τα έργα των μαθητών, αδυνατεί να οδηγήσει στην αναγνώριση και, κατά συνέπεια, στη στήριξη των λιγότερο προνομιούχων μαθητών.

### ► Συζήτηση και συμπεράσματα

Η ανάλυση που προηγήθηκε οδηγεί σε ορισμένες διαπιστώσεις σχετικά με τα δύο ερευνητικά ερωτήματα που επιχειρήθηκε να απαντηθούν στο πλαίσιο της παρούσας μελέτης.

Σε ότι αφορά το πρώτο ερευνητικό ερώτημα, καταγράφεται μια εμφανής τάση ανάδειξης της διδακτικής πράξης και του θεσμικού πλαισίου ως βασικών σημείων αναφοράς που συνδέονται με την αξιολογική διαδικασία. Μάλιστα, όταν ο ρόλος της αξιολόγησης συνδέεται με τη διδασκαλία καταγράφεται ως σημαντικός, ενώ όταν συνδέεται με το θεσμικό πλαίσιο δεν παρουσιάζεται κάποια σαφής τάση. Επιπλέον, όταν οι παράγοντες που επιδρούν στην αξιολόγηση στα μαθηματικά σχετίζονται με τη διδασκαλία τους, οι απόψεις των εκπαιδευτικών διίστανται, ενώ, όταν αναφέρονται στο θεσμικό πλαίσιο, οι εκπαιδευτικοί απορρίπτουν τη σημασία τους.

Οι συγκλίνουσες απόψεις των εκπαιδευτικών αναφορικά με το ότι η αξιολόγηση επιδρά σημαντικά στη διδασκαλία θα μπορούσαν να αποδοθούν στο γεγονός ότι η τελευταία τους ενοποιεί, καθώς αποτελεί τον πυρήνα της επαγγελματικής τους δράσης και, επομένως, έχει αδιαμφισβήτητη ισχύ για αυτούς. Επιπλέον, η θέση αυτή είναι συμβατή τόσο με την προπτυχιακή τους εκπαίδευση όσο και με την επικρατούσα αντίληψη για τον ρόλο της αξιολόγησης. Αντίθετα, η ερμηνεία των διϊστάμενων τοποθετήσεών τους απέναντι στο ζήτημα ότι η διδασκαλία επηρεάζει την αξιολόγηση θα μπορούσε να αναζητηθεί στην κριτική θεώρηση που η τελευταία «επιβάλλει» απέναντι σε ένα κρίσιμο στοιχείο της επαγγελματικής τους

ταυτότητας, το διδακτικό τους έργο, ιδιαίτερα στα μαθηματικά. Η ιδιαιτερότητα αυτή οφείλεται τόσο στην αναγνωρισμένη ισχύ του συγκεκριμένου πεδίου γνώσης όσο και στις επικρατούσες στερεοτυπικές κατά κανόνα επιστημολογικές πεποιθήσεις (π.χ., τα μαθηματικά είναι η επιστήμη του σωστού-λάθους), που είναι αναμενόμενο να αναδεικνύουν «πολωτικές» τάσεις (Chrysostomou & Philippou, 2010; Philippou et al., 2011).

Σε ότι αφορά στην ανομοιογενή ή απορριπτική θεώρηση της σχέσης μεταξύ θεσμικού πλαισίου και αξιολόγησης, αυτή θα μπορούσε να ερμηνευτεί με αναφορά στην «άβολη» σχέση των εκπαιδευτικών με το ανοίκειο, εξωτερικά επιβαλλόμενο θεσμικό πλαίσιο της μαθηματικής εκπαίδευσης (εξωτερικός παράγοντας), η οποία, ανάλογα με τη μορφή ή την ένταση που έχει για κάθε εκπαιδευτικό, δηλαδή, με το αν υποδηλώνει αποδοχή, αδιαφορία, καχυποψία, επιβολή, φόβο, αμφισβήτηση, άγνοια, απόρριψη, κ.λπ., οδηγεί είτε σε μια ποικιλία από τοποθετήσεις σχετικά με το συγκεκριμένο θέμα είτε σε απόρριψη της ισχύος του (Broadfoot, 2008).

Πέρα από τη διδακτική πράξη και το θεσμικό πλαίσιο, σημαντικές παράμετροι που συνδέονται με την αξιολογική διαδικασία εμφανίζονται να είναι η προσωπική ανάπτυξη του μαθητή στα μαθηματικά και η προσωπική, επαγγελματική σχέση του εκπαιδευτικού με το αντικείμενο. Η σύνδεση του ρόλου της αξιολόγησης με την πρώτη από αυτές τις παραμέτρους δεν παρουσιάζει κάποια κυρίαρχη τάση. Επίσης, κυρίαρχη τάση δεν παρουσιάζεται ούτε ως προς την προσωπική - επαγγελματική σχέση του εκπαιδευτικού με το συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο ως παράγοντα που επηρεάζει την αξιολόγηση.

Η απουσία κυρίαρχης τάσης σχετικά με το αν η αξιολόγηση επηρεάζει την προσωπική ανάπτυξη του μαθητή και αν επηρεάζεται από την προσωπική και επαγγελματική σχέση του εκπαιδευτικού με τα μαθηματικά θα ήταν δυνατό να αποδοθεί στο γεγονός ότι οι σχέσεις αυτές αναδεικνύουν την υποκειμενική διάσταση της αξιολογικής διαδικασίας, καθώς και τις ευθύνες των πρωταγωνιστών της. Ως αποτέλεσμα, πυροδοτούν ποικίλες τοποθετήσεις, ανάλογα τόσο με τον τρόπο που κάθε εκπαιδευτικός κατανοεί τις διαδικασίες που εμπλέκονται στη μαθηματική εκπαίδευση όσο και με την προσωπική του σχέση με το αντικείμενο (Tsatsaroni et al., 2007).

Επιπλέον, σε ένα τμήμα του δείγματος, είναι εμφανής η απουσία κριτηρίων διαφοροποίησης των ρόλων της αξιολόγησης, αλλά και διάκρισης των παραγόντων που την επηρεάζουν. Το συγκεκριμένο αποτέλεσμα θα μπορούσε να συνδεθεί με την ανεπαρκή ή ασαφούς προσανατολισμού εκπαιδευτική ή/ και επαγγελματική μαθητεία στα μαθηματικά ή απλώς με την αποφυγή ανάληψης ευθύνης επιλογής, γεγονός που αναδεικνύει τη συνθετότητα της διαδικασίας διαμόρφωσης τέτοιων κριτηρίων.

Ως προς τους παράγοντες που επιδρούν στη βαθμολόγηση στα μαθηματικά, είναι σαφής η τάση να αποδίδεται σημασία στη μετρήσιμη, αλλά όχι στη μη μετρή-

σιμη συμπεριφορά του μαθητή, γεγονός που θα μπορούσε να είναι αναμενόμενο σε ένα αξιολογικό πλαίσιο, όπως αυτό της ελληνικής μαθηματικής εκπαίδευσης, όπου κυριαρχεί η βαθμολογική προσέγγιση. Παρά το γεγονός ότι η μετρησιμότητα θα μπορούσε να θεωρηθεί θετικό στοιχείο της αξιολογικής διαδικασίας, καθώς αυξάνει την αξιοπιστία της, ωστόσο ενέχει σοβαρούς «κινδύνους», καθώς τα χαρακτηριστικά που θεωρούνται μετρήσιμα συχνά δεν σημαίνουν το ίδιο για κάθε εκπαιδευτικό και δεν μπορούν να εκτιμηθούν με τον ίδιο τρόπο από όλους (Shepard, 2000).

Επιπλέον, μέρος του δείγματος εμφανίζεται να υποστηρίζει τον διαμορφωτικό χαρακτήρα της αξιολόγησης, εστιάζοντας στη συμπεριφορά του μαθητή στην τάξη και να διχάζεται σχετικά με τον απολογιστικό. Η τάση αυτή υποδεικνύει ότι οι εκπαιδευτικοί είναι εξοικειωμένοι με έναν φιλελεύθερο παιδαγωγικό λόγο για την αξιολόγηση/ βαθμολόγηση, τον οποίο, ωστόσο, αρκετοί εγκαταλείπουν χάριν του οικείου συντηρητικού, ο οποίος, καθώς συνδέεται άρρηκτα με τις παραδοσιακού τύπου δοκιμασίες που κυριαρχούν στην αξιολόγηση/ βαθμολόγηση στα μαθηματικά, αναδεικνύεται εξαιρετικά ισχυρός.

Αναφορικά με το δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, το νόημα που αποδίδεται στη φύση των μαθηματικών και οι επιπτώσεις στην αντίστοιχη αξιολογική διαδικασία τροφοδοτούν σημαντικά τον παιδαγωγικό λόγο του Νικήτα και δεν βρίσκεται σε αντίφαση με την κυρίαρχη τοποθέτησή του ως δασκάλου - εξεταστή που δρα με ατομικά - επαγγελματικά κριτήρια. Ειδικότερα, ο παιδαγωγικός λόγος του Νικήτα είναι ανεπίσημος και προσανατολίζεται στα απόντα παρά στα παρόντα, ανιχνεύσιμα, ωστόσο, μαθηματικά χαρακτηριστικά των προϊόντων των μαθητών, τα οποία συνιστούν πειστικά τεκμήρια «κατοχής» της μαθηματικής γνώσης. Τα χαρακτηριστικά αυτά, αν και δεν εξειδικεύονται, εμφανίζονται ως μοναδικά, έχουν στερεοτυπικό χαρακτήρα, είναι συμβατά αλλά όχι ταυτόσημα με όσα ορίζονται επισήμως, εξαιτίας των περιορισμών που θέτει η εκπαιδευτική πράξη, και συγκροτούνται, κυρίως, στο πλαίσιο της επαγγελματικής μαθητείας του εκπαιδευτικού. Με άλλα λόγια, θα μπορούσε να ισχυριστεί κανείς ότι ο τρόπος με τον οποίο ο Νικήτας αντιμετωπίζει την αξιολογική διαδικασία ανταποκρίνεται περισσότερο σε ένα μοντέλο «επίδοσης» παρά «ικανότητας».

Συμπερασματικά, από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι, για τους εκπαιδευτικούς που συμμετείχαν στην έρευνα, η αξιολογική διαδικασία στα μαθηματικά ρυθμίζεται πρωτίστως από τη διδακτική πράξη και το θεσμικό πλαίσιο και δευτερευόντως από ζητήματα που σχετίζονται με την προσωπική ανάπτυξη του μαθητή και την προσωπική σχέση του εκπαιδευτικού με το αντικείμενο, δηλαδή, με την «προσωπική, μαθηματική ιστορία» καθενός από τους εταίρους της εκπαιδευτικής πράξης. Ο τρόπος με τον οποίο οι τρεις αυτές κατηγορίες «ρυθμιστών» δρουν στην αξιολογική διαδικασία διαφέρει σημαντικά: η διδακτική πράξη αναδεικνύει κυρίαρχες τάσεις (σύγκλισης ή απόκλισης), το θεσμικό πλαίσιο αναδεικνύει εντά-

σεις και οι προσωπικές παράμετροι αναδεικνύουν ποικίλες τοποθετήσεις. Ωστόσο, όταν η αξιολόγηση περιορίζεται στη βαθμολογική της διάσταση, βασικός «ρυθμιστής» της αντίστοιχης διαδικασίας είναι τα έργα/ προϊόντα των μαθητών, παρά το γεγονός ότι οι «μαθηματικές ιστορίες» τους (προσωπικές παράμετροι) λειτουργούν εννοιολογικά προς την κατεύθυνση της συμφωνίας.

Ο παιδαγωγικός λόγος του Νικήτα, κινούμενος προς την κατεύθυνση που περιγράφηκε παραπάνω, αναδεικνύει ως βασικό ρυθμιστή της αξιολογικής διαδικασίας τη διδασκαλία, η οποία εμφανίζεται να αναπλαισιώνει το (επίσημο) θεσμικό πλαίσιο, ώστε να το καθιστά λειτουργικό στην πράξη. Αυτή η διεργασία, η οποία καθοδηγείται από την επαγγελματική ταυτότητα του Νικήτα, φαίνεται να οδηγεί, τελικά, στη διαμόρφωση ενός περιορισμένου αριθμού ανελαστικών και μη συμβατών κατ' ανάγκη μεταξύ τους κριτηρίων αξιολόγησης. Έτσι, οι τρεις ρυθμιστικοί παράγοντες της αξιολογικής διαδικασίας, που εντοπίστηκαν στο πρώτο επίπεδο ανάπτυξης της έρευνας, εμφανίζονται να δραστηριοποιούνται με συγκεκριμένο τρόπο στην περίπτωση του Νικήτα, ανάγοντας την αξιολόγηση σε μια απλή 'διαπιστωτική' πράξη του τι κάνουν οι μαθητές και όχι του τι είναι σε θέση να κάνουν στα μαθηματικά και, μάλιστα, με κριτήρια, τα οποία είναι άλλοτε συμβατά και άλλοτε ασύμβατα με τα επίσημα κριτήρια αξιολόγησης.

Συνοψίζοντας, η νοηματοδότηση της αξιολογικής διαδικασίας διαμορφώνεται με βάση τη δράση τριών κυρίαρχων παραγόντων, αλλά, κυρίως, με τη δυναμική, συχνά διαλεκτική αλληλεπίδρασή τους, η οποία εκδηλώνεται με διαφορετικό τρόπο από εκπαιδευτικό σε εκπαιδευτικό, εξαιτίας μιας σειράς από κοινωνικές παραμέτρους και μηχανισμούς με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η συνύπαρξη αντιφατικών, κυρίαρχων ή μη, αντίστοιχων τάσεων τόσο σε ατομικό όσο και σε συλλογικό επίπεδο. Η μελέτη του παιδαγωγικού λόγου των εκπαιδευτικών με βάση την πρόταση της Morgan κ.ά. (2002) επιτρέπει μια εναλλακτική διερεύνηση των τρόπων με τους οποίους αναπτύσσεται ενεργά αυτή η αλληλεπίδραση στην πράξη και επιδρά στην αξιολογική διαδικασία, καθώς παρέχει τη δυνατότητα θεώρησής της με αναφορά στις κοινωνικές δομές και, ειδικότερα, στις υφιστάμενες σχέσεις εξουσίας.

## ► Abstract

The present study deals with the way primary school teachers conceptualize pupils' assessment in mathematics and it develops on two levels. On the first, that of the teachers' community, it attempts to depict the main characteristics of this conceptualization, recognizing the essential role played by the professional apprenticeship in its formation. On the second level, considering pupils' work assessment by the teacher as a particularly social but also subjective process, the study examines the pedagogical discourse of individual teachers, concentrating on the resources they draw on and the positions they adopt within this

discourse with respect to assessing. For the purposes of the present study, the responses of 553 teachers to specific questions of a questionnaire (first level) as well as the responses of a certain teacher to the questions of an interview (second level) were analyzed utilizing the Correspondance Analysis and the Hierarchical cluster analysis, as well as techniques of the Grounded Theory and the Systemic Analysis respectively. The results indicate the function of three mainly factors on teachers' conceptualization of pupils' assessment in mathematics: the teaching practice, the institutional framework and their personal and professional relationship with the subject matter. The way in which these three factors act and interact, as well as the effect of this action on the conceptualization of the assessment process differs from teacher to teacher. This is due to a number of social parameters and mechanisms which result to the co-existence of contradictory conceptualizations not only on micro but also on macro level.

### ► Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Bliss, J., Monk, M. & Ogborn, J. (1987). *Qualitative Data Analysis for Educational Research*, New York: Croom Helm.
- Broadfoot, P.(2007). *An Introduction to Assessment*. London: Continuum.
- Broadfoot, P. (2008). Comparative Perspectives on the Changing Role of Teachers. In D. Johnson & R. Maclean (eds), *Teaching: Professionalisation, Development and Leadership*. Springer Science, pp. 263 - 271
- Everitt, B. (1993), *Cluster Analysis*, London: Edward Arnold.
- Filer, A. & Pollard, A. (2000) *The Social World of Pupil Assessment in Primary School*, London: Continuum
- Greenacre, M. J. (2007). *Correspondence Analysis in Practice*. Second Edition. London: Chapman & Hall / CRC Press.
- Hair, J. F., Black, B., Babin, B., Anderson, R. E. & Tatham, R. L. (2006). *Multivariate Data Analysis*. Sixth Edition. London: Prentice Hall.
- Κασσωτάκης, Μ. (1990). *Η αξιολόγηση της επίδοσης των μαθητών*. Αθήνα: Γρηγόρης.
- Kress, G. (1989). *Linguistic Processes in Sociocultural Practice* (2nd ed.). Oxford: Oxford University Press.
- Κυρίδης, Α. (1994). Κριτική της αποστήθισης ως μαθησιακής μεθόδου και κριτηρίου για την αξιολόγηση της μαθητικής επίδοσης - Αποστήθιση και Γενικές Εξετάσεις. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, τ. 77, 21-28.
- Lebart, L. (1994). Complementary use of correspondence analysis and cluster analysis. In M. Greenacre & J. Blasius (Eds.), *Correspondence analysis in the social sciences. Recent developments and applications* (pp. 162-178). London: Academic Press.
- Markos, A., Menexes, G. & Papadimitriou, I. (2009). The CHIC Analysis Software v1.0. In H. Locarek-Junge & C. Weihs (Eds.), *Studies in Classification, Data Analysis and Knowledge Organization*, New York: Springer.

- Morgan, C. (1998) *Writing Mathematically: The Discourse of Investigation*, London: Falmer.
- Morgan, C. (2000). Better assessment in mathematics education? A social perspective. In J. Boaler (Ed.) *Multiple Perspectives on Mathematics Teaching and Learning*, Westport, CT: Ablex.
- Morgan & Watson, (2002). The Interpretative Nature of Teachers' Assessment of Students' Mathematics: Issues for equity. *Journal of Research in Mathematics Education*, Vol. 33, No. 2, 78-110.
- Morgan, C., Tsatsaroni, A. & Lerman, S. (2002). Mathematics teachers' positions and practices in discourses of assessment, *British Journal of Sociology of Education*. Vol. 23, No. 3, 445-461.
- Nishisato, S. (1994). Elements of dual scaling: An introduction to practical data analysis, Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Perrenoud, P. (1995). Οι συνήθειες διαδικασίες αξιολόγησης τροχοπέδη στην αλλαγή των παιδαγωγικών πρακτικών. *Εκπαιδευτική Κοινότητα*, τ. 31, 31-37.
- Perrenoud, P. (1996). Πώς να καταπολεμήσετε τη σχολική αποτυχία σε δέκα μαθήματα. *Εκπαιδευτική Κοινότητα*, τ. 39, 16-23.
- Παπαδημήτριου, Γ. (2007). *Η ανάλυση δεδομένων*, Αθήνα: Τυπωθήτω - Γιώργος Δαρδάνος.
- Shepard, L. (2000). The Role of Assessment in a Learning Culture. *Educational Researcher*, Vol. 29, No. 7, pp. 4-14.
- Tsatsaroni, A., Morgan, C. & Evans, J. (2007) Pedagogic Discourse, Positioning and Emotion: Illustrations from School Mathematics, *Review of Science, Mathematics and ICT Education*, 1(1), 83-105.
- Philippou, G.N., Monoyiou, A. & Kaury Z. (2011). Teachers' epistemological beliefs, their conceptions about teaching and the beliefs of their students'. *Research in Mathematics Education*, 3 (1), 39-71.
- Chysostomou, M. & Philippou, G. (2010). Teachers' epistemological beliefs and efficacy beliefs about Mathematics. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, Vol.9, pp. 1509-1515.





# Η ανάπτυξη της άτυπης στατιστικής σκέψης σε μαθητές μικρής ηλικίας

Έφη Παπαριστοδήμου

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου  
e.paparistodemou@cytanet.com.cy

Μαρία Μελητίου-Μαυροθέρη

Ευρωπαϊκό Πανεπιστήμιο Κύπρου  
m.mavrotheris@euc.ac.cy

## ► Περίληψη

Το άρθρο εστιάζεται στην ανάπτυξη της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής (*informal inferential reasoning*) με τη χρήση του δυναμικού λογισμικού *TinkerPlots*®, το οποίο σχεδιάστηκε ειδικά για παιδιά δημοτικού και γυμνασίου. Τα αποτελέσματα της έρευνας δείχνουν ότι η διδακτική της στατιστικής μπορεί να προάγει την ανάπτυξη της επαγωγικής σκέψης σε παιδιά μικρής ηλικίας, μέσα από άτυπες, βασισμένες σε δεδομένα προσεγγίσεις. Επίσης, υποδεικνύουν ότι η χρήση του δυναμικού λογισμικού στατιστικής έχει τη δυνατότητα να ενισχύσει τη διδακτική της στατιστικής μέσω του επαγωγικού στατιστικού συλλογισμού, ο οποίος είναι προσιτός στους νεαρούς μαθητές.

**Λέξεις κλειδιά:** Στατιστική Σκέψη, Επαγωγικός Συλλογισμός, Δυναμικό Λογισμικό *TinkerPlots*

## ► Εισαγωγή

Η Στατιστική είναι η επιστήμη των δεδομένων. Ασχολείται με την συλλογή, την ανάλυση και την ερμηνεία δεδομένων και απαρτίζεται από δύο κύριες περιοχές: την περιγραφική στατιστική και την επαγωγική στατιστική. Η περιγραφική στατιστική ασχολείται με τη συλλογή, την οργάνωση, την επεξεργασία και την ερμηνεία μιας ομάδας δεδομένων. Η επαγωγική στατιστική ασχολείται με την εξαγωγή (προσεγγιστικών) συμπερασμάτων για το σύνολο μιας ομάδας (πληθυσμός) με βάση τα δεδομένα ενός υποσυνόλου της υπό μελέτη ομάδας (δείγμα). Η επαγωγική στατιστική αποτελεί τον ακρογωνιαίο λίθο των σύγχρονων στατιστικών εννοιών και μεθόδων, αφού επιτρέπει την εξαγωγή χρήσιμων και γενικεύσιμων συμπερασμάτων κάτω από συνθήκες αβεβαιότητας. Παρά όμως την σημαντικότητά της, παρουσιάζεται

ως ένας τομέας με ιδιαίτερη δυσκολία για τους μαθητές (Green, 1982· Garfield & Ahlgren, 1998· Gordon & Gordon, 1992· Rubin, Hammerman, & Konold, 2006).

Παραδοσιακά, η στατιστική συμπερασματολογία παρουσιαζόταν στην τάξη ως ένα σύνολο ελέγχων και διαδικασιών, μέσω των οποίων οι πληροφορίες που περιλαμβάνονται σε ένα δείγμα χρησιμοποιούνται είτε για να υπολογιστούν οι τιμές μιας άγνωστης πληθυσμιακής παραμέτρου (κατασκευή διαστημάτων εμπιστοσύνης), είτε για να γίνει έλεγχος υποθέσεων για την τιμή μιας άγνωστης πληθυσμιακής παραμέτρου. Δεδομένων των εννοιολογικών δυσκολιών που εμπρικλείει η κατανόηση των “επίσημων επαγωγικών μεθόδων” (formal inferential methods), η διδασκαλία της στατιστικής στην πρωτοβάθμια και την κατώτερη δευτεροβάθμια εκπαίδευση περιοριζόταν σε βασικές έννοιες της περιγραφικής στατιστικής και η εισαγωγή στην επαγωγική στατιστική γινόταν στις τελευταίες τάξεις της μέσης εκπαίδευσης ή ακόμα και σε πανεπιστημιακό επίπεδο. Εντούτοις, οι επιστήμονες στον τομέα της μαθηματικής παιδείας έχουν σήμερα καθορίσει ένα μεγαλύτερο σε έκταση και πιο ενδελεχή ρόλο για τη στατιστική στα σχολικά μαθηματικά (Shaughnessy, Ciancetta, Best, & Canada, 2004; Makar & Ben-Zvi, 2011). Σε ένα κόσμο όπου οι δεξιότητες ανάλυσης, παρουσίασης και σχολιασμού της πληροφορίας που περιέχεται στα δεδομένα είναι απαραίτητες για την καθημερινή ζωή και την ιδιότητα του κριτικά σκεπτόμενου πολίτη, οι ιδέες της στατιστικής καταλαμβάνουν ολοένα και πιο σημαντικό ρόλο στη μαθηματική εκπαίδευση. Είναι πλέον ευρέως αποδεκτό ότι σημαντικές στατιστικές ιδέες, συμπεριλαμβανομένων και θεμελιωδών εννοιών της επαγωγικής στατιστικής, πρέπει να εισάγονται νωρίς στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών (National Council of Teachers of Mathematics, 2000). Στην Αυστραλία, για παράδειγμα, εδώ και δύο τουλάχιστον δεκαετίες το αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών απαιτεί να τίθενται οι βάσεις της στατιστικής συμπερασματολογίας στις τελευταίες τάξεις του δημοτικού, προνοώντας για εμπειρίες που καθιστούν τα παιδιά να “κατανοούν την έννοια του δείγματος, να επιλέγουν κατάλληλα δείγματα από καθορισμένες ομάδες και να εξάγουν ανεπίσημα συμπεράσματα από τα δεδομένα που έχουν συγκεντρωθεί” (Australian Education Council (AEC), 1991, σελ. 172). Στις Η.Π.Α., παρόμοιες προσδοκίες διατυπώνονται στα Common Core State Standards των Μαθηματικών (CCSS-M, 2010), και στην Έκθεση GAISE (Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education -GAISE Report, 2005).

Η σύγχρονη τεχνολογία παρέχει εργαλεία και ευκαιρίες στους νεαρούς μαθητές, για την ανάπτυξη του πρώιμου στατιστικού συλλογισμού τους. Επιτρέπει σε παιδιά μικρής ηλικίας να εισαχθούν, μέσα από διαδικασίες διερεύνησης και πειραματισμού, σε προηγμένα στατιστικά θέματα, συμπεριλαμβανομένων και πολύπλοκων στατιστικών εννοιών της στατιστικής συμπερασματολογίας. Αυτό αναπόδραστα οδηγεί στη μετακίνηση του επίκεντρου της διδασκαλίας από την εξοικείωση των παιδιών με διάφορα στατιστικά εργαλεία της περιγραφικής στατιστικής (γραφικές

παραστάσεις, αριθμητικά μέτρα) προς στην ανάπτυξη της ικανότητάς τους για επίλυση στατιστικών προβλημάτων. Η διαδικασία επίλυσης στατιστικών προβλημάτων προβάλλεται ως μια διερευνητική διαδικασία η οποία εμπεριέχει την διατύπωση ερευνητικών ερωτημάτων, τη συλλογή και ανάλυση δεδομένων και την εξαγωγή συμπερασμάτων βασισμένων σε δεδομένα (GAISE Report, 2005).

Η μελέτη που παρουσιάζεται στο παρόν άρθρο εστιάστηκε στην οικοδόμηση βασικών εννοιών της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής (informal inferential reasoning) ανάμεσα σε μαθητές μικρής ηλικίας. Εξετάστηκαν τα ακόλουθα ερωτήματα, με βάση τη μελέτη περίπτωσης μίας ομάδας οκτάχρονων παιδιών τα οποία διατύπωσαν στατιστικά συμπεράσματα βασισμένα σε δεδομένα τα οποία συνέλλεξαν και ακολούθως ανέλυσαν τα ίδια χρησιμοποιώντας το λογισμικό δυναμικής στατιστικής TinkerPlots® (Konold & Miller, 2005) ως εργαλείο:

- (i) Πώς αρχίζουν οι μαθητές μικρής ηλικίας να αναπτύσσουν την άτυπη επαγωγική συλλογιστική τους σε ένα μαθησιακό περιβάλλον, όπου βιώνουν όλα τα στάδια της διαδικασίας επίλυσης στατιστικών προβλημάτων (διατύπωση ερωτημάτων, συγκέντρωση δεδομένων, ανάλυση δεδομένων, ερμηνεία αποτελεσμάτων και εξαγωγή συμπερασμάτων);
- (ii) Πώς μπορούν να αξιοποιηθούν οι δυνατότητες που παρέχει ένα λογισμικό δυναμικής στατιστικής όπως το TinkerPlots® κατά τα πρώτα χρόνια της σχολικής εκπαίδευσης για υποστήριξη (scaffolding) και επέκταση της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής των μαθητών;

## ► Βιβλιογραφική ανασκόπηση

### ***Άτυπη Επαγωγική Συλλογιστική (Informal Inferential Reasoning)***

Η ανάπτυξη των άτυπων ιδεών της επαγωγικής συλλογιστικής είναι κύριο αντικείμενο ερευνητικού ενδιαφέροντος για την τρέχουσα βιβλιογραφία στον τομέα της στατιστικής παιδείας (π.χ., Gil & Ben-Zvi, 2011· Pratt, Johnston-Wilder, Ainley, & Mason, 2008). Από την υπάρχουσα βιβλιογραφία, διαφαίνεται ότι οι νεαροί μαθητές διαθέτουν διαισθητικά μοντέλα για τα δεδομένα, τα οποία μπορούν να αναγάγουν σε επαγωγική στατιστική (Paparistodemou & Meletiou, 2008· Rubin et al., 2006· Bakker, 2004· Makar, Fielding-Wells, & Allmond, 2011). Η Watson (2007) αναφέρει ότι η άτυπη επαγωγική συλλογιστική αντιπροσωπεύει την εμπειρία από το σημείο-αφετηρία, όπου οι μαθητές αρχίζουν να θέτουν ερωτήματα για σύνολα δεδομένων, μέχρι το σημείο όπου γίνονται ικανοί να κατανοήσουν την τυπική επαγωγική στατιστική. Οι Rubin κ.ά. (2006) ορίζουν ότι η άτυπη επαγωγική σκέψη αρθρώνεται στην κατανόηση των ακόλουθων συσχετιζόμενων εννοιών: 1. τις ιδιότητες του όλου αντί τις ιδιότητες συγκεκριμένων περιπτώσεων, 2. το μέγεθος του δείγματος και τις επιπτώσεις του στην εκτίμηση πληθυσμιακών παραμέτρων,

3. τον έλεγχο της μεροληψίας και 4. τη διάκριση μεταξύ υποθέσεων που ισχύουν πάντα και υποθέσεων που ισχύουν συχνά ή κάποιες φορές.

Οι Zieffler, delMas, Garfield, και Gould (2007) προσδιορίζουν την επαγωγική συλλογιστική ως τη διαδικασία όπου οι μαθητές συσχετίζουν αυτό που παρατηρούν στα δεδομένα με ένα θεωρητικό πληθυσμό και ως τον τρόπο με τον οποίο επιχειρηματολογούν ή χρησιμοποιούν πληροφορίες για να υποστηρίξουν αυτές τις συσχετίσεις. Η οικοδόμηση σχέσεων μεταξύ δείγματος και πληθυσμού αποτελεί το επίκεντρο της στατιστικής συμπερασματολογίας (Johnston-Wilder, Ainley, & Pratt, 2007). Σύμφωνα με τις Makar και Rubin (2007) η ανάπτυξη της άτυπης στατιστικής σκέψης των μαθητών στηρίζεται στις ακόλουθες τρεις αρχές: 1. διατύπωση γενικεύσεων (διατύπωση προβλέψεων, υπολογισμός εκτιμητριών παραμέτρων, εξαγωγή συμπερασμάτων) οι οποίες επεκτείνονται 'πέρα από τα δεδομένα', 2. χρησιμοποίηση δεδομένων ως τεκμηρίων για αυτές τις γενικεύσεις, και 3. χρησιμοποίηση της ορολογίας της επιστήμης των πιθανοτήτων για την περιγραφή αυτών των γενικεύσεων, συμπεριλαμβανομένων και αναφορών σε βαθμούς βεβαιότητας για τα εξαγόμενα συμπεράσματα.

### **Ο ρόλος των Δυναμικών Στατιστικών Λογισμικών στην Ανάπτυξη Επαγωγική Συλλογιστική**

Η πρόοδος της τεχνολογίας παρέχει στους εκπαιδευτικούς εργαλεία για άτυπες, κατευθυνόμενες από τα δεδομένα προσεγγίσεις, οι οποίες αποτελούν την αφετηρία για την ανάπτυξη του επαγωγικού συλλογισμού (Rubin et al., 2006). Η εμφάνιση των δυναμικών στατιστικών λογισμικών (π.χ. TinkerPlots® και Fathom®), τα οποία έχουν σχεδιαστεί ειδικά για να αναπαριστούν στατιστικές έννοιες, παρέχει την δυνατότητα ώστε ο επαγωγικός συλλογισμός να γίνει προσιτός σε νεαρούς μαθητές. Περαιτέρω, τα λογισμικά αυτά αποτελούν μέσο για το σχεδιασμό δραστηριοτήτων, οι οποίες αναπτύσσουν παράλληλα τις εμπειρίες και τα τυπικά κομμάτια της γνώσης, δημιουργώντας τις προϋποθέσεις για τους μαθητές να κάνουν άμεσες διασυνδέσεις μεταξύ της φυσικής εμπειρίας και της φορμαλιστικής αναπαράστασης εννοιών (Στυλιανού & Μελετίου-Μαυροθέρη, 2003· Paparistodemou, Noss & Pratt, 2008). Σημαντικός αριθμός ερευνητών έχουν μελετήσει την επίδραση των δυναμικών στατιστικών λογισμικών στην ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να εξαγουν συμπεράσματα και να επιχειρηματολογούν για τα δεδομένα, με πολύ ενθαρρυντικά αποτελέσματα (π.χ. Meletiou-Mavrotheris, 2003· Bakker, 2004· Ben-Zvi, 2006). Κάποιες από αυτές τις μελέτες έχουν καταδείξει ότι ακόμη και μικρά παιδιά μπορούν να αναπτύξουν ισχυρή διαισθητική σκέψη για σημαντικές έννοιες της στατιστικής συμπερασματολογίας μέσα από την χρήση κατάλληλων εργαλείων εξεικόνισης (visualisation) στατιστικών δεδομένων (e.g. Pratt, 2000· Stohl & Tarr, 2002· Ben-Zvi, 2006. Paparistodemou & Meletiou-Mavrotheris, 2008· Paparistodemou & Meletiou-Mavrotheris, 2010).

Αν και οι έρευνες των τελευταίων χρόνων έχουν αρχίσει να ρίχνουν κάποιο φως σε σχέση με την άτυπη επαγωγική σκέψη των μαθητών, η μελέτη αυτής της σημαντικής πτυχής του στατιστικού συλλογισμού βρίσκεται ακόμη σε αρχικό στάδιο στην τρέχουσα βιβλιογραφία. Ιδιαίτερα, υπάρχει ένα σημαντικό κενό γνώσης ως προς τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να αναπτυχθεί η άτυπη επαγωγική συλλογιστική των μαθητών σε μικρή ηλικία. Η παρούσα εργασία επιχειρεί να συμβάλει στην πλήρωση αυτού του κενού παρέχοντας εισηγήσεις για την ανάπτυξη κατάλληλων, εμπνευσμένων από την τεχνολογία, διδακτικών καταστάσεων, οι οποίες δίνουν στα παιδιά τη δυνατότητα να αναπτύξουν την άτυπη επαγωγική τους σκέψη μέσα από τη διερεύνηση δεδομένων που τους ενδιαφέρουν.

Η χρήση της τεχνολογίας είναι απαραίτητο εργαλείο στη σύγχρονη διδακτική της στατιστικής και η επιλογή του κατάλληλου λογισμικού είναι μεγάλης σημασίας. Όπως τονίζει ο Ben-Zvi (2000), η διδασκαλία της στατιστικής οφείλει να υιοθετήσει τη χρήση τεχνολογικών εργαλείων τα οποία να υποστηρίζουν την ενεργό κατασκευή γνώσης, να παρέχουν ευκαιρίες στους μαθητές να προβληματιστούν σχετικά με τις παρατηρηθείσες τάσεις και αποκλίσεις στα δεδομένα, και να συμβάλλουν στην ανάπτυξη των μεταγνωστικών ικανοτήτων των μαθητών. Ένα τέτοιο λογισμικό είναι και το δυναμικό εκπαιδευτικό πακέτο TinkerPlots<sup>®</sup>, το οποίο χρησιμοποιήθηκε ως εργαλείο για την ανάπτυξη της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής (informal inferential reasoning) των παιδιών που συμμετείχαν στην παρούσα έρευνα. Ακολουθεί μία σύντομη παρουσίαση του λογισμικού αυτού.

### ***Το Δυναμικό ΣτατιστικόΛογισμικό TinkerPlots<sup>®</sup>***

Το εκπαιδευτικό λογισμικό TinkerPlots<sup>®</sup>, είναι ένα δυναμικό εκπαιδευτικό λογισμικό, ειδικά σχεδιασμένο για τις μαθησιακές ανάγκες των μαθητών δημοτικού και γυμνασίου. Η ανάπτυξή του στηρίχθηκε σε σύγχρονες οικοδομιστικές θεωρίες μάθησης, καθώς και στα πορίσματα πολύχρονων ερευνών στο χώρο της στατιστικής παιδείας για το πώς οι μαθητές μικρής ηλικίας μπορούν να αναπτύξουν «άτυπη-δαισθητική στατιστική γνώση» μέσα από καινοτόμες διδακτικές παρεμβάσεις και αναπαραστασιακά πλούσια διδακτικά περιβάλλοντα.

Το Tinkerplots<sup>®</sup> προσφέρει ένα φιλικό προς τον νεαρό χρήστη υπολογιστικό περιβάλλον διερευνητικής επεξεργασίας δεδομένων, το οποίο ενισχύει τη βιωματική μάθηση, διευρύνοντας το μαθησιακό περιβάλλον και τις εμπειρίες των παιδιών. Αν και πλήρες πακέτο ανάλυσης στατιστικών δεδομένων, το Tinkerplots<sup>®</sup> σε αντίθεση με άλλα λογισμικά, επιτρέπει στους μαθητές να δημιουργήσουν τις δικές τους γραφικές παραστάσεις «από τη βάση» (bottom-up). Χρησιμοποιώντας το Tinkerplots<sup>®</sup>, παιδιά που δεν έχουν ακόμη διδακτεί τους συμβατικούς τύπους γραφικών παραστάσεων, ή τα είδη των μεταβλητών (ποσοτικές, ποιοτικές, συνεχείς, διακριτές κλπ.), μπορούν να προβούν στην ανάλυση ρεαλιστικών δεδομένων. Μέσω της εκτέλεσης απλών ενεργειών όπως η ιεράρχηση δεδομένων σύμφωνα με

τις τιμές μιας μεταβλητής, ή η ταξινόμησή τους σε κατηγορίες, τα παιδιά μπορούν να κατασκευάσουν μια ευρεία γκάμα τόσο συμβατικών γραφικών παραστάσεων (π.χ. κυκλικό διάγραμμα, ιστόγραμμα, διάγραμμα διασποράς), όσο και μη συμβατικών γραφημάτων που εφεύρουν τα ίδια. Μέσα από αυτούς τους νέους τρόπους αναπαράστασης δεδομένων, τα παιδιά βρίσκουν απαντήσεις στα ερωτήματά τους, αναπτύσσοντας παράλληλα στατιστικούς συλλογισμούς.

Οι αξιολογικές-επανατροφοδοτικές δυνατότητες που παρέχει το δυναμικό λογισμικό Tinkerplots® συμβάλλουν στην απόκτηση αυτογνωσίας και μεταγνωστικών δεξιοτήτων σκέψης. Ενθαρρύνεται η παραγωγή, έλεγχος και αναπροσαρμογή ιδεών και υποθέσεων. Η αλληλεπίδρασή του μαθητή με το λογισμικό ελέγχεται με τη βοήθεια μεταβαλλόμενων σχημάτων και γραφικών παραστάσεων. Μπορεί ο μαθητής να δει τα άμεσα αποτελέσματα των πράξεων του, να προβεί σε αυτοαξιολόγηση των εικασιών του και να διορθώσει τυχόν λάθη. Οι διαδικασίες αυτές βοηθούν το μαθητή να συνειδητοποιήσει σε μεταγνωστικό επίπεδο πώς ο ίδιος σκέπτεται, καθώς και να αναπτύξει στρατηγικές λύσεις προβλήματος. Ενισχύεται το αίσθημα αυτοπεποίθησης και επιμονής, η θετική αντιμετώπιση των λαθών. Το παιδί μαθαίνει πώς να μαθαίνει.

## ► Μεθοδολογία

### Συμμετέχοντες

Στην μελέτη έλαβαν μέρος είκοσι δύο οκτάχρονοι μαθητές μιας τρίτης τάξης του κατώτερου κύκλου (Τάξεις Α'-Γ') ενός δημοτικού σχολείου της Λευκωσίας στην Κύπρο. Τα παιδιά αυτά, τα οποία δεν είχαν κανένα υπόβαθρο στην στατιστική, διεξήγαγαν κάποια έρευνα και ακολούθως ανέλυσαν τα δεδομένα της έρευνάς τους χρησιμοποιώντας το λογισμικό TinkerPlots®.

Ο ρόλος των ερευνητριών κατά τη διάρκεια των δραστηριοτήτων ήταν αυτός του 'συμμετέχοντα παρατηρητή', Είχαν αλληλεπίδραση με τα παιδιά, ενώ αυτά εργάζονταν σε μεικτές ομάδες για τις δραστηριότητες. Ο ρόλος των ερευνητριών μπορεί να διακριθεί σε 'διερευνητικές παρεμβάσεις', 'πειραματικές παρεμβάσεις' και 'τεχνικές παρεμβάσεις' (βλ. Pratt, 2000). Οι διερευνητικές παρεμβάσεις αποσκοπούσαν στην καλύτερη κατανόηση του τρόπου σκέψης των παιδιών. Οι πειραματικές παρεμβάσεις στόχευαν στο να αλλάξουν την πορεία μιας δραστηριότητας με πιθανή συνέπεια μία εννοιολογική αλλαγή (π.χ. όταν δινόταν η ευκαιρία, οι ερευνητρίες ενθάρρυναν τα παιδιά να σχεδιάσουν γενικεύσεις που εκτείνονταν πέρα από τα δεδομένα στο χέρι). Τεχνικές παρεμβάσεις γίνονταν για να δοθούν εξηγήσεις σχετικά με το λογισμικό TinkerPlots®.

### **Εργαλεία/Δραστηριότητες-Διαδικασία**

Η έρευνα των παιδιών αφορούσε στις διατροφικές τους συνήθειες, στην υγεία και στην ασφάλεια. Οι συμμετέχοντες στην παρούσα έρευνα, αρχικά συμπλήρωσαν ένα *προσωπικό ημερολόγιο* για τις διατροφικές τους συνήθειες, την ασφάλεια και την υγεία τους. Για την συμπλήρωση του ημερολογίου τους, τα παιδιά αναμενόταν να γνωρίζουν τη σημασία των όρων διατροφική συνήθεια και κώδικας ασφάλειας και πώς αυτοί οι παράγοντες επηρεάζουν την υγεία τους. Η γνώση αυτή αποκτήθηκε μέσω των άλλων γνωστικών αντικειμένων του αναλυτικού προγράμματος. Τα παιδιά είχαν πολύ μικρή εμπειρία με τη συλλογή και την ανάλυση δεδομένων.

Αφού συμπλήρωσαν το προσωπικό τους ημερολόγιο, τα παιδιά ενθαρρύνθηκαν να συγκρίνουν τις δικές τους συνήθειες με τις *συνήθειες των διπλανών τους*. Με τον τρόπο αυτό, συνειδητοποίησαν ότι υπάρχει μεταβλητότητα στα δεδομένα από το ένα άτομο στο άλλο μέσα σε μια ομάδα. Αποφάσισαν ότι καλό θα ήταν να συγκρίνουν τις απόψεις των μαθητών της τάξης τους με αυτές των μαθητών άλλων τάξεων του σχολείου. Αρχισαν να προγραμματίζουν τη διεξαγωγή μίας έρευνας σε ολόκληρο το σχολείο τους, ούτως ώστε να παρουσιάσουν τα αποτελέσματά τους σε ένα σχολικό πανηγύρι που θα διοργανωνόταν στο σχολείο τους. Αποφάσισαν ότι, για να συλλέξουν δεδομένα από την πρώτη, δεύτερα και τρίτη τάξη του σχολείου τους, έπρεπε να κατασκευάσουν ένα δομημένο ερωτηματολόγιο.

Ετοιμάστηκε από τα ίδια τα παιδιά ένα ερωτηματολόγιο (βλ. Παράρτημα) αποτελούμενο από 16 ερωτήσεις αναφορικά με το φύλο, την ηλικία, τις διατροφικές συνήθειες, την υγεία και την ασφάλεια. Το ερωτηματολόγιο συμπληρώθηκε από όλα τα παιδιά του σχολείου. Τα δεδομένα εισήχθησαν στο λογισμικό TinkerPlots® και τα παιδιά χρησιμοποίησαν το δυναμικό περιβάλλον για να τα αναλύσουν και να τα αναπαραστήσουν (GAISE Report, 2005).

Η έρευνα εξελίχθηκε σε διάστημα τεσσάρων εβδομάδων και περιλάμβανε 3-5 σαραντάλεπτες συναντήσεις ανά εβδομάδα, κατά τις οποίες τα παιδιά χρησιμοποιούσαν το λογισμικό για την επεξεργασία των δεδομένων τους. Τα παιδιά εργάζονταν σε ομάδες μικτής ικανότητας (6 ομάδες των τριών και 1 ομάδα των τεσσάρων παιδιών). Μετά το τέλος κάθε συνάντησης, οι ερευνήτριες συζητούσαν για την εξέλιξη του μαθήματος, και μέσα από διάλογο και αναστοχασμό κατέληγαν στην λήψη αποφάσεων αναφορικά με τη μεθοδολογική οργάνωση και το περιεχόμενο της επόμενης συνάντησης.

Οι συναντήσεις οπτικογραφήθηκαν και οι παρατηρήσεις των ερευνητριών καταγράφηκαν. Επιπρόσθετα, πραγματοποιήθηκαν ομαδικές συνεντεύξεις με τα παιδιά κατά τη διάρκεια της ενασχόλησής τους με την επεξεργασία των δεδομένων τους. Επίσης, χρησιμοποιήθηκαν οι σημειώσεις των μαθητών καθώς και το κείμενο που ετοίμασαν για την παρουσίαση της έρευνάς τους στο σχολικό πανηγύρι. Αρχικά, για λόγους αξιοπιστίας, οι δύο συγγραφείς κωδικοποίησαν τα δεδομένα ανε-

ξάρτητα. Οι διαφορές στην κωδικοποίηση συζητήθηκαν και η τελική κωδικοποίηση επιτεύχθηκε μετά από αρκετούς κύκλους συζήτησης. Η ανάλυση των δεδομένων είχε διερευνητικό χαρακτήρα. Δεν αποσκοπούσε στην επαλήθευση υποθέσεων ή στη γενίκευση σε ένα μεγαλύτερο πληθυσμό, αλλά στην σε βάθος μελέτη της άτυπης επαγωγικής σκέψης των συγκεκριμένων παιδιών της Κύπρου.

Η αρχική κωδικοποίηση των δεδομένων έγινε με βάση τη διεθνή βιβλιογραφία (π.χ., GAISE Report, 2005). Η τελική κωδικοποίηση, η οποία διαμορφώθηκε μέσα από την ενδελεχή ανάλυση των δεδομένων της έρευνας, βασίστηκε σε τρεις αλληλοσχετιζόμενους άξονες επιχειρηματολογίας: (α) των δεδομένων, (β) των δεδομένων και της γενίκευσής τους, (γ) των δεδομένων και της χρήσης πιθανολογικών εκφράσεων (βλ. επίσης Paparistodemou & Meletiou-Mavrotheris, 2007).

### ► Αποτελέσματα και συζήτηση

Ο πρώτος άξονας των αποτελεσμάτων, *επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα*, αναφέρεται σε συμπεράσματα των παιδιών βασισμένα μόνο στα συγκεκριμένα δεδομένα που είχαν συλλέξει, ενώ ο δεύτερος, *επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και γενίκευση*, αναφέρεται σε συμπεράσματα των παιδιών για τα δεδομένα όπου έγινε προσπάθεια να εξαχθούν συμπεράσματα και για μεγαλύτερους πληθυσμούς χωρίς όμως να γίνεται αναφορά σε έννοιες της πιθανότητας. Ο τρίτος άξονας, η *επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και τη χρήση πιθανολογικών εκφράσεων* αναφέρεται σε συμπεράσματα των μαθητών όπου χρησιμοποιήθηκαν τα δεδομένα της έρευνας για την διατύπωση γενικεύσεων σχετικά με μεγαλύτερους πληθυσμούς, με βάση την έννοια της πιθανότητας (π.χ., χρησιμοποιώντας εκφράσεις όπως ‘πιο πιθανόν’, ‘μπορεί’). Τα στιγμιότυπα που παρουσιάζονται στις επόμενες ενότητες προέρχονται από τις αλληλεπιδράσεις των παιδιών με το λογισμικό, ενώ ανέλυαν τα δεδομένα τους. Δείχνουν την άτυπη στατιστική συμπερασματολογία των παιδιών, ενώ αυτά προσπαθούν να αντλήσουν συμπεράσματα από τα δεδομένα. Στις γραφικές παραστάσεις που παρουσιάζονται παρακάτω, τα παιδιά χρησιμοποίησαν λατινικούς χαρακτήρες για την αναγραφή ελληνικών λέξεων, λόγω του ότι το λογισμικό δεν έχει ακόμη εξελληνιστεί. Τα στιγμιότυπα που παρουσιάζονται θεωρήθηκαν στην ανάλυση των δεδομένων ως τα πιο αντιπροσωπευτικά της κάθε κατηγορίας.

### ***Επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα***

Στο ακόλουθο απόσπασμα, μια ομάδα τριών παιδιών προσπαθεί να αναλύσει τις απαντήσεις στην ερώτηση ‘Παίζεις με τα ψαλίδια μέσα στην τάξη;’ Τα παιδιά, αρχικά δημιούργησαν ένα ραβδόγραμμα, όπου παρατήρησαν ότι η μεγάλη πλειοψηφία των παιδιών που συμμετείχαν στην έρευνα (113 από τα 120 παιδιά) δεν παίζουν με τα ψαλίδια (Εικόνα 1).

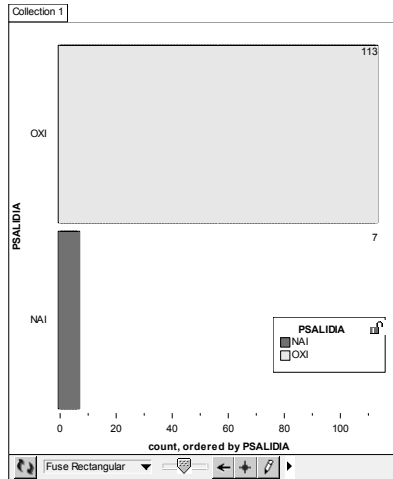


Ερευνήτρια: Τι παρατηρείς εδώ;

Βασίλης: Τα περισσότερα παιδιά δεν παίζουν με τα ψαλίδια.

Φίλιππος: Είναι επικίνδυνο να παίζεις με τα ψαλίδια...Μερικά από τα παιδιά παίζουν...επτά από αυτά.

Βασίλης: Τα περισσότερα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια ανήκουν στην πρώτη τάξη.



**Εικόνα 1:** Οι απαντήσεις στην ερώτηση ‘Παίζεις με τα ψαλίδια μέσα στην τάξη;’

Η πρώτη αντίδραση των παιδιών στη γραφική παράσταση είναι το γενικό συμπέρασμα ότι τα περισσότερα παιδιά δεν παίζουν με τα ψαλίδια. Συσχετίζουν αυτό το συμπέρασμα με τις προσωπικές τους εμπειρίες, σύμφωνα με τις οποίες τα ψαλίδια είναι επικίνδυνα. Επίσης, εξαγάγουν το συμπέρασμα ότι τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια ανήκουν στην πρώτη τάξη, στηριζόμενοι αποκλειστικά στις προσωπικές τους εμπειρίες,. Η ερευνήτρια προσπαθεί να ωθήσει τα παιδιά στο να υποστηρίξουν με δεδομένα την άποψή τους αυτή.

Ερευν.: Έχετε κάποιες αποδείξεις για αυτό το συμπέρασμα;

Βασίλης: Ναι ... (προσπαθεί να κατασκευάσει μία γραφική παράσταση)

Ερευν.: Τι προσπαθείς να κάνεις;

Βασίλης: Να βάλω την τάξη ... Παρατηρώ ότι δεν είναι μόνο τα παιδιά της πρώτης τάξη που παίζουν με τα ψαλίδια, αλλά και τα παιδιά της δευτέρας και τρίτης τάξης.

Ερευν.: Από τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια, πόσα ανήκουν στην πρώτη τάξη;

- Βασίλης: Τέσσερα. [Κατ'ακρίβεια στη γραφική παράσταση υπάρχουν μόνο τρία παιδιά στην πρώτη τάξη, τα οποία παίζουν με τα ψαλίδια.]
- Ερευν.: Στις τάξεις Β και Γ;
- Βασίλης: Δύο.
- Ερευν.: Είναι αυτή μεγάλη διαφορά;
- Βασίλης: Όχι ... δεν είναι μεγάλη διαφορά.
- Μαρία: Τα περισσότερα παιδιά, τα οποία είναι στην πρώτη τάξη δεν παίζουν με τα ψαλίδια... το ίδιο ισχύει και για τη δεύτερα και τρίτη τάξη.
- Βασίλης: Αλλά τα περισσότερα παιδιά, από τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια, είναι στην πρώτη τάξη.

Η Μαρία συγκρίνει την πρώτη τάξη με τις δύο άλλες τάξεις και με βάση τα δεδομένα καταλήγει στο συμπέρασμα ότι η πλειοψηφία των παιδιών και στις τρεις τάξεις δεν παίζουν με τα ψαλίδια. Ο Βασίλης επιχειρεί να βρει ενδείξεις στα δεδομένα που να δικαιολογούν την προσωπική πεποίθησή του ότι τα περισσότερα από τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια ανήκουν στην πρώτη τάξη. Εδώ γίνεται διάκριση μεταξύ των προσωπικών εμπειριών (τα μικρότερα παιδιά δεν γνωρίζουν ότι τα ψαλίδια είναι επικίνδυνα) και των δεδομένων όπως παρουσιάζονται στη γραφική παράσταση. Αν και ο Βασίλης παρατηρεί ότι δεν είναι μόνο τα παιδιά της πρώτης τάξης που παίζουν με τα ψαλίδια, εντούτοις προσπαθεί να βρει δεδομένα που να μπορούν να στηρίξουν την προσωπική του άποψη.

### **Επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και γενίκευση**

Τα δεδομένα με βάση την επιχειρηματολογία και τη γενίκευση αναφέρονται στην εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τα συγκεκριμένα δεδομένα, και στην χρήση των δεδομένων για την εξαγωγή κάποιων συμπερασμάτων για μεγαλύτερο πληθυσμό, χωρίς τη χρήση της έννοιας της πιθανότητας. Στο παρακάτω απόσπασμα μια ομάδα παιδιών αλληλεπιδρά με το λογισμικό TinkerPlots® και προσπαθεί να διερευνήσει τη σχέση μεταξύ του ενδεχομένου να παίζουν τα παιδιά του σχολείου τους με τα ψαλίδια και να αθλούνται. (Εικόνα 2).

- Μελίνα: Α! Έκανα κάτι άλλο!
- Ερευν.: Τι έκανες;
- Βάσος: Α! Εδώ βλέπουμε κατά πόσο τα παιδιά που αθλούνται παίζουν με τα ψαλίδια.
- Ερευν.: Ωραία! Τι συμπέρασμα βγάξετε;
- Βάσος: Τα παιδιά, τα οποία αθλούνται δεν παίζουν τόσο πολύ με τα ψαλίδια. Κάποια παίζουν, αλλά υπάρχουν περισσότερα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια από αυτά που δεν αθλούνται.

Ερευν.: Γιατί;

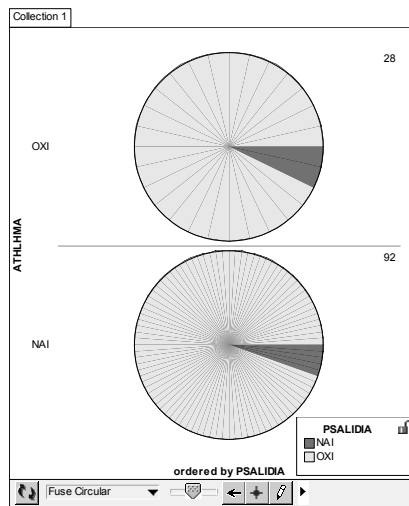
Βάσος: Διότι το βλέπουμε εδώ [δείχνει τη γραφική παράσταση].

...

Ερευν.: Αν δώσουμε αυτό το ερωτηματολόγιο σε όλες τις τάξεις του σχολείου (πρώτη μέχρι έκτη τάξη) θα παρατηρήσετε το ίδιο πράγμα;

Βάσος: Όχι!

Ερευν.: Γιατί;



**Εικόνα 2:** Η συσχέτιση των μεταβλητών άθληση και κατά πόσο τα παιδιά παίζουν με τα ψαλίδια.

Βάσος: Διότι τα παιδιά θα είναι μεγαλύτερα και θα ξέρουν ότι δεν πρέπει να κάνουμε αυτά τα πράγματα...

Ερευν.: Αν πάμε σε ένα άλλο σχολείο που έχει μόνο μικρές τάξεις, όπως τις τάξεις που πήραμε δεδομένα [πρώτη μέχρι τρίτη τάξη];

Μελίνα: Ναι! Νομίζω η πρώτη τάξη θα παίζει περισσότερο με ψαλίδια.

Βάσος: Θα ήθελα να δω τη γραφική παράσταση μεταξύ των τάξεων και των ψαλιδιών.

Ερευν.: Ωραία! Μπορείς να την κάνεις;

Ο Βάσος προσπαθεί να επιχειρηματολογήσει για τη σχέση μεταξύ του ενδεχομένου να παίζουν τα παιδιά με τα ψαλίδια και να αθλούνται. Το αρχικό του συμπέρασμα βασίζεται στις γραφικές παραστάσεις, παρόλο που στο τέλος η Μελίνα χρησιμοποιο-

εί ένα δικό της υποθετικό σενάριο για να ερμηνεύσει τα δεδομένα. Η δημιουργία αυτού του σεναρίου είναι και ο λόγος για τον οποίο τα παιδιά «υπεργενικεύουν τα δεδομένα», αλλά και από την άλλη είναι και ο λόγος που οδηγεί τον Βάσο να διερευνήσει τη σχέση μεταξύ της τάξης στην οποία βρίσκονται τα παιδιά της έρευνας και του ενδεχομένου να παίζουν με τα ψαλίδια. Ο Βάσος χρησιμοποιεί κυκλικά διαγράμματα για τη διερεύνησή του (Εικόνα 3):

Μαργαρίτα: Βλέπω ότι τα παιδιά της πρώτης τάξης παίζουν περισσότερο με τα ψαλίδια.

...

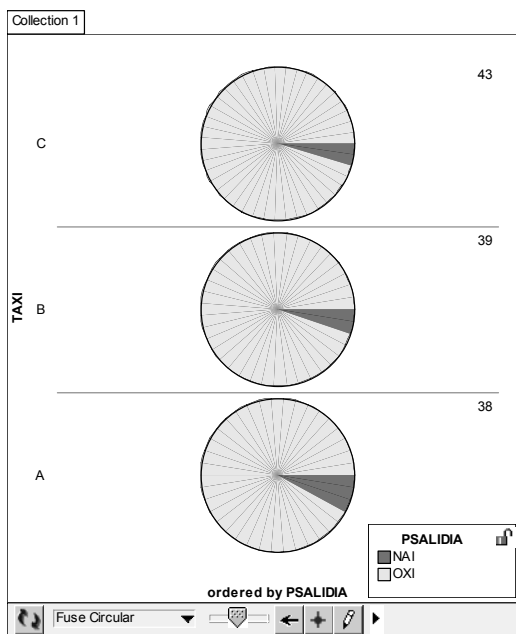
Βάσος: Τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια στη δευτέρα και τρίτη τάξη είναι λιγότερα από αυτά στην πρώτη τάξη. Στην πρώτη τάξη, τα παιδιά είναι μικρότερα και παίζουν περισσότερο με τα ψαλίδια [Δείχνει στη γραφική παράσταση].

Ερευν.: Αν ρωτήσουμε όλα τα παιδιά στο σχολείο;

Μαργαρίτα: Τα περισσότερα δε θα παίζουν με τα ψαλίδια.

Ερευν.: Τι μπορούμε να πούμε για όλα τα παιδιά στη χώρα μας;

Βάσος: Πάλι...θα είναι λιγότερο από το ένα τέταρτο των παιδιών αυτά που θα παίζουν με ψαλίδια.

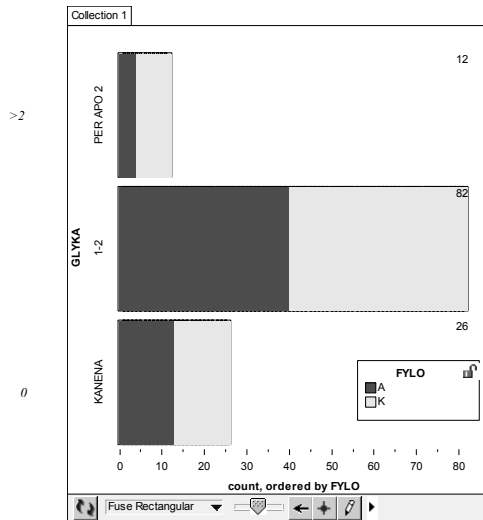


Εικόνα 3: Κυκλικά διαγράμματα για την τάξη και τα παιδιά που παίζουν με τα ψαλίδια.

Είναι ενδιαφέρον πώς ο Βάσος χρησιμοποιεί διαφορετικές αναπαραστάσεις δεδομένων. Όταν τα παιδιά ρωτήθηκαν από την ερευνήτρια κατά πόσο μπορούν να γενικευθούν τα δεδομένα τους για όλα τα παιδιά της χώρας, προσπαθούν να απαντήσουν στο ερώτημα αυτό κάνοντας υπολογισμούς.

### Επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα χρησιμοποιώντας πιθανολογικές εκφράσεις

Η ακόλουθη ομάδα μαθητών προσπαθεί να ερμηνεύσει τα δεδομένα της έρευνάς της και να κάνει εκτενέστερες αναλύσεις. Τα παιδιά επεξεργάζονται τις απαντήσεις των μαθητών που συμπλήρωσαν το ερωτηματολόγιο στην ερώτηση ‘Πόσα γλυκά τρως κάθε μέρα;’ (Εικόνα 4).



Εικόνα 4: Ο αριθμός των γλυκών που τρώνε τα παιδιά σε σχέση με το φύλο τους.

Ερευν.: Μπορείς να κάνεις μια γραφική παράσταση και να μας πεις τα συμπεράσματά σου;

Στάλω: Για τα γλυκά...Τα κορίτσια τρώνε περισσότερα γλυκά.

Η Στάλω κάνει μια γενική δήλωση για τα δεδομένα της.

...

Ερευν.: Αν βρω ένα παιδί και σου πω ότι τρώει περισσότερα από δύο γλυκά, τι θα έλεγες, είναι αγόρι ή κορίτσι;

- Στάλω: Κορίτσι...Διότι η γραφική παράσταση λέει ότι τα κορίτσια που τρώνε περισσότερα από δύο γλυκά είναι περισσότερα από τα αγόρια . . . άρα το *πιο πιθανόν* είναι να είναι κορίτσι.
- Ερευν: Αν δεν τρώει κανένα γλυκό;
- Αντρέας: Νομίζω είναι *πιο πιθανόν* το παιδί να είναι αγόρι, διότι είναι *λιγότερο πιθανόν* τα κορίτσια να μην τρώνε κανένα γλυκό.
- Στάλω: Θα έλεγα ότι το παιδί είναι αγόρι. Διότι τα αγόρια δεν τρώνε τόσα πολλά γλυκά...εμείς τρώμε περισσότερα γλυκά.

Σε αυτή την ομάδα των μαθητών, υπάρχει ανάμειξη μεταξύ της προσωπικής εμπειρίας και των δεδομένων. Εντούτοις, η αυθόρμητη χρήση της έκφρασης ‘πιο πιθανόν’ και ‘λιγότερο πιθανόν’ για τη εξαγωγή συμπερασμάτων, είναι ένα σημαντικό πρώτο βήμα των παιδιών αυτών προς την ανάπτυξη της άτυπης στατιστικής συμπερασματολογίας.

### ► Συμπεράσματα

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται διεθνώς σημαντική αναβάθμιση του ρόλου των στοχαστικών μαθηματικών (στατιστική-πιθανότητες) στα αναλυτικά προγράμματα. Η καλλιέργεια της στατιστικής σκέψης των μαθητών θεωρείται πλέον απαραίτητο εφόδιο για τη λήψη σωστών αποφάσεων στη σύγχρονη κοινωνία, όπου το άτομο κατακλύζεται καθημερινά από μεγάλο αριθμό ακατέργαστων στοιχείων και πληροφοριών (NCTM, 2000). Ένας σημαντικός στόχος της σύγχρονης διδασκαλίας των μαθηματικών είναι τα παιδιά να επιτύχουν πριν φύγουν από το σχολείο ένα επίπεδο στατιστικού αλφαριθμητισμού που θα τους επιτρέψει να συμβάλλουν σοβαρά στη λήψη κοινωνικών αποφάσεων βάσει ποσοτικών δεδομένων (Watson & Moritz, 2000).

Αντικατοπρίζοντας την πρόσφατη τάση για αναβάθμιση του ρόλου της στατιστικής στα σχολικά μαθηματικά, η παρούσα μελέτη σχεδιάστηκε με στόχο να διερευνήσει τρόπους με τους οποίους μπορούν να τεθούν τα θεμέλια της στατιστικής σκέψης κατά τα πρώτα χρόνια της σχολικής εκπαίδευσης. Συγκεκριμένα, διερευνήθηκαν τα ακόλουθα δύο ερωτήματα: (i) Πώς αρχίζουν οι μαθητές μικρής ηλικίας να αναπτύσσουν την άτυπη επαγωγική συλλογιστική τους; (ii) Πώς μπορούν να αξιοποιηθούν οι δυνατότητες που παρέχει ένα λογισμικό δυναμικής στατιστικής όπως το TinkerPlots® κατά τα πρώτα χρόνια της σχολικής εκπαίδευσης για υποστήριξη (scaffolding) και επέκταση της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής των μαθητών;

Η ποιοτική μεθοδολογία που εφαρμόστηκε στην παρούσα μελέτη περίπτωσης, το μικρό μέγεθος του δείγματος και η περιορισμένη γεωγραφική κάλυψη, δεν επιτρέπουν την γενίκευση των αποτελεσμάτων της έρευνας. Τα αποτελέσματα που

παρουσιάζονται είναι μόνο ενδεικτικά και θα πρέπει να εξεταστούν περαιτέρω, χρησιμοποιώντας πιο συστηματικές μεθόδους διερεύνησης της διαδικασίας της άτυπης επαγωγικής συλλογιστικής των μαθητών (π.χ. κατασκευή υποθετικών μαθησιακών μονοπατιών (hypothetical learning trajectories)). Εντούτοις, τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την έρευνα ενισχύουν την άποψη ότι η διδασκαλία της στατιστικής μπορεί όντως να συμβάλει στην ανάπτυξη της επαγωγικής συλλογιστικής των μαθητών σε νεαρή ηλικία, μέσω μιας άτυπης, στηριζόμενης στην επίλυση στατιστικών προβλημάτων, διερευνητικής προσέγγισης (Wild & Pfannkuch, 1999; Meletiou-Mavrotheris & Paparistodemou, 2015). Οι οκτάχρονοι μαθητές που συμμετείχαν στην έρευνα βίωσαν την επίλυση στατιστικών προβλημάτων ως μια διερευνητική διαδικασία. Έθεσαν ερωτήματα για ζητήματα που τους ενδιέφεραν, συνέλεξαν δεδομένα, ανάλυσαν και ερμήνευσαν τα δεδομένα τους και τα συσχέτισαν με τα αρχικά τους ερωτήματα. Οι ερμηνείες των δεδομένων που έδωσαν τα παιδιά διακινούνταν μεταξύ της αναφοράς στα δεδομένα που είχαν στην διάθεσή τους και της γενίκευσής τους σε ένα ευρύτερο πληθυσμό. Με προτροπή από τους ερευνητές, τα παιδιά προσπάθησαν να εξάγουν συμπεράσματα “πέρα από τα δεδομένα,” παρόλο που μερικές φορές έτειναν να υπεργενικεύουν (π.χ., κάνοντας δηλώσεις του τύπου «τα περισσότερα από τα αγόρια δεν καθαρίζουν τα δόντια τους»). Διατύπωσαν το άτυπο στατιστικό συλλογισμό τους με τρεις ευδιάκριτους τρόπους: (α) επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα, (β) επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και γενίκευση, και (γ) επιχειρηματολογία με βάση τα δεδομένα και τη χρησιμοποίηση εννοιών πιθανότητας.

Τα αποτελέσματα της έρευνας καταδεικνύουν επίσης ότι το προσωπικό ενδιαφέρον είναι σημαντικό για την εμπλοκή παιδιών μικρής ηλικίας σε συλλογισμούς σχετικά με την άτυπη στατιστική σκέψη. Τα παιδιά της ερευνάς μας είχαν ενεργή συμμετοχή στη σχολική τους εργασία (project) μια και τα δεδομένα που συνέλεξαν και ανάλυσαν αφορούσαν αυτούς και τους συμμαθητές τους. Σε αυτή την ηλικία, η προσωπική εμπειρία και το ενδιαφέρον διαδραματίζουν ουσιαστικό ρόλο στις αλληλεπιδράσεις των παιδιών με τα δεδομένα. Χρησιμοποιώντας πραγματικά δεδομένα για τη διερεύνηση προβλημάτων που τους ενδιαφέρουν, τα παιδιά έχουν την ευκαιρία να συνδέσουν τις στατιστικές έννοιες με εμπειρίες της καθημερινής τους ζωής. Η ενασχόληση με δραστηριότητες που αφορούν την πραγματικότητα βοηθά επίσης τα παιδιά να αναπτύξουν μεγαλύτερο ενδιαφέρον για τη στατιστική, αφού βιώνουν την πρακτική της χρησιμότητα. Τα παιδιά βιώνουν την στατιστική ως εργαλείο για την κατανόηση και επίλυση πρακτικών προβλημάτων (Makar & Confrey, 2007), και όχι μόνο ως μια συλλογή από γραφήματα, υπολογισμούς, και διαδικασίες (Sorto, 2006).

Επιπλέον, στη μελέτη υπάρχουν ισχυρές ενδείξεις οι οποίες υποστηρίζουν την πεποίθησή μας ότι η χρησιμοποίηση των εργαλείων που παρέχονται από ένα δυναμικό λογισμικό στατιστικής όπως το TinkerPlots®, μπορούν πράγματι να επεκτείν-

νουν τον άτυπο στατιστικό συλλογισμό των παιδιών (Ben-Zvi, 2006) μέσα από την ενθάρρυνσή τους να οικοδομήσουν και αναδιοργανώσουν τις διαισθητικές τους αντιλήψεις για τις στατιστικές έννοιες. Τα παιδιά της έρευνάς μας χρησιμοποίησαν το λογισμικό TinkerPlots<sup>®</sup> ως διερευνητικό εργαλείο. Η παρουσία του λογισμικού διευκόλυνε το ενδιαφέρον των μαθητών για την επίλυση στατιστικού προβλήματος – τους έδωσε την ευκαιρία να διερευνήσουν τα δεδομένα που συνέλλεξαν με τρόπους που δεν θα ήταν δυνατοί χωρίς τη χρήση του λογισμικού (Hammerman & Rubin, 2003). Ιδιότητες του λογισμικού όπως η ευελιξία, η διασύνδεση πολλαπλών αναπαραστάσεων και η άμεση ανατροφοδότηση διευκόλυναν την μάθηση, επιτρέποντας στα παιδιά να διερευνήσουν, να κάνουν υποθέσεις, και ακολούθως εύκολα να ελέγξουν τις υποθέσεις αυτές βλέποντάς τις σε δράση (Στυλιανού & Μελετίου-Μαυροθέρη, 2003· Ben-Zvi, 2006). Η ενασχόληση των παιδιών με αυθεντικά πολυμεταβλητά δεδομένα, χρησιμοποιώντας το TinkerPlots<sup>®</sup> ως διερευνητικό εργαλείο, ενεργοποίησε τη χρήση της άτυπης επαγωγικής τους σκέψης.

Η λειτουργική ενσωμάτωση καινοτόμων αλληλεπιδραστικών τεχνολογικών εργαλείων (π.χ. των δυναμικών λογισμικών Fathom<sup>®</sup> και TinkerPlots<sup>®</sup>) πρέπει να έχει κεντρική θέση στη σύγχρονη διδασκαλία της στατιστικής. Οι δυνατότητες που παρέχουν τα λογισμικά αυτά διευρύνουν τους γνωστικούς ορίζοντες των παιδιών, διανοίγοντας νέες προοπτικές για την ανάπτυξη της επαγωγικής τους σκέψης. Σε μικρές ηλικίες, θα μπορούσαν να συμβάλουν, μέσα από την διερεύνηση ρεαλιστικών προβλημάτων, στην καλλιέργεια του άτυπου επαγωγικού συλλογισμού των μαθητών. Ακολούθως, στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν να στηριχτούν στην εμπειρία της ανάλυσης δεδομένων που αποκτήθηκε στο δημοτικό σχολείο μέσω της χρήσης των δυναμικών λογισμικών, για να ενθαρρύνουν τα παιδιά να κινηθούν προς νέα επίπεδα αφάιρεσης και γενίκευσης. Τα παιδιά αυτού του επιπέδου θα πρέπει να είναι σε θέση να εξαγάουν συμπεράσματα από εμπειρικά δεδομένα και να υποστηρίζουν τα συμπεράσματά τους με τη χρήση γραφικών αναπαραστάσεων και αριθμητικών μέτρων. Θα πρέπει να αντιμετωπίζουν τη στατιστική ως τον προμηθευτή ισχυρών εργαλείων που τους επιτρέπουν να λαμβάνουν πληροφορημένες αποφάσεις για θέματα που τους ενδιαφέρουν. Ταυτόχρονα, τα παιδιά θα πρέπει να κατανοούν τους περιορισμούς των συμπερασμάτων που στηρίζονται σε δεδομένα που προκύπτουν από δειγματοληπτικές έρευνες και πειράματα, και θα πρέπει να είναι σε θέση να εκφράσουν την αβεβαιότητα που σχετίζεται με αυτά τα συμπεράσματα χρησιμοποιώντας εργαλεία της τυπικής επαγωγικής στατιστικής.

## ► Abstract

This paper focuses on developing students' informal inference skills, reporting on how a group of third grade students formulated and evaluated data-based inferences using the dynamic statistics data-visualization environment Tinker-



Plots® (Konold & Miller, 2005), software specifically designed to meet the learning needs of students in the early grades. Children analyzed collected data using TinkerPlots® as an investigation tool, and made a presentation of their findings to the whole school. Findings from the study support the view that statistics instruction can promote the development of learners' inferential reasoning at an early age, through an informal, data-based approach. These also suggest that the use of dynamic statistics software has the potential to enhance statistics instruction by making inferential reasoning accessible to young learners.

**Keywords:** *Statistics education research; TinkerPlots®; Informal statistical inference*

### ► Βιβλιογραφικές αναφορές

- Australian Education Council (1991). *A national statement on mathematics for Australian schools*. Melbourne: Author.
- Bakker, A. (2004). Reasoning about shape as a pattern in variability. *Statistics Education Research Journal*, 3(2), 64-83.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward Understanding the Role of Technological Tools in Statistical Learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2, 127-155.
- Ben-Zvi, D. (2006). Scaffolding students' informal inference and argumentation. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics Education: Proceedings of the Seventh International Conference of Teaching Statistics (ICOTS-7)*, Salvador, Brazil. Voorborg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Mathematics*. Washington, DC: Council of Chief State School Officers & National Governors Association Center for Best Practices.
- GAISE Report (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education: A Pre-K-12 Curriculum Framework*. Alexandria, VA: The American Statistical Association. [Online: <http://www.amstat.org/education/gaise>]
- Garfield, J., & Ahlgren, A. (1998). Difficulties in learning basic concepts in probability and statistics: Implications for research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 44-63.
- Gil, E., & Ben-Zvi, D. (2011). Explanations and Context in the Emergence of Students' Informal Inferential Reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, 13 (1), 87-108.
- Gordon, F. S., & Gordon, S. P. (1992). Sampling + Simulation = Statistical Understanding. In F. S. Gordon (Ed.), *Statistics for the twenty-first century* (pp. 207-216). Washington, DC: The Mathematical Association of America.
- Green, D. G. (1982). A survey of probability concepts in 3000 students aged 11-16. In D. V. Grey (Ed.), *Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics* (pp. 766-783). London: Statistics Teaching Trust.

- Hammerman, J., & Rubin, A. (2003). Reasoning in the Presence of Variability. In C. Lee (Ed), *Reasoning about Variability: A Collection of Current Research Studies* [On CD]. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publisher.
- Konold, C., & Miller, C. D. (2005). *TinkerPlots: Dynamic Data Explorations*. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Makar, K., & Ben-Zvi, D. (2011). The role of context in developing reasoning about informal statistical inference. *Mathematical Thinking and Learning*, 13, 1-4.
- Makar, K., & Confrey, J. (2007). Moving the context of modeling to the forefront. In W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education*. New York: Springer.
- Makar, K., Fielding-Wells, J., & Allmond, S. (2011, July). *Is this game 1 or game 2? Primary children's reasoning about samples in an inquiry classroom*. Paper presented at the Seventh International Forum for Research on Statistical Reasoning, Thinking, & Literacy. Texel, The Netherlands.
- Makar, K., & Rubin, A. (2007, August). *Beyond the bar graph: Teaching informal statistical inference in primary school*. Paper presented at the Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-5). Warwick, UK.
- Meletiou-Mavrotheris, M. (2003). Technological Tools in the Introductory Statistics Classroom: Effects on Student Understanding of Inferential Statistics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 8(3), 265-297.
- Meletiou-Mavrotheris, M., and Paparistodemou, E. (2015). *Developing Young Learners' Reasoning about Samples and Sampling in the Context of Informal Inferences*. *Educational Studies in Mathematics*, 88(3), 385-404.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Paparistodemou, E., Noss, R., & Pratt, D. (2008). 'The Interplay between Fairness and Randomness' *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 13, 89-110.
- Paparistodemou, E., & Meletiou-Mavrotheris, M. (2008). Enhancing Reasoning about Statistical Inference In 8 Year-Old Students. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 83-106.
- Paparistodemou, E. & Meletiou-Mavrotheris, M. (2010). Engaging Young Children in Informal Statistical Inference. In C. Reading (Ed.), *Data and Context in Statistics Education: Towards an Evidence-based Society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS8, July, 2010)*, Ljubljana, Slovenia. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Pratt, D. (2000). Making Sense of the Total of two Dice. *Journal of Research in Mathematics Education*, 31, 602-625.
- Pratt, D., Johnston-Wilder, P., Ainley, J., & Mason, J. (2008). Local and Global Thinking in Statistical Inference. *Statistics Education Research Journal*, 7(2), 107-129.
- Pfannkuch, M. (2006). Informal inferential reasoning. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics Education: Proceedings of the Seventh*

- International Conference of Teaching Statistics*, [CDROM]. Salvador, Brazil  
 Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Rubin, A., Hammerman, J., & Konold, C. (2006). Exploring informal inference with interactive visualization software. In A. Rossman & B. Chance (Eds.), *Working Cooperatively in Statistics Education. Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*, [CDROM]. Salvador, Brazil. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Shaughnessy J. M., Ciancetta M., Best K., & Canada D. (2004, April). *Students' attention to variability when comparing distributions*. Paper presented at the 82nd Annual Meeting of the National Council of Teachers of Mathematics. Philadelphia, PA.
- Sorto, M. A. (2006). Identifying Content Knowledge for Teaching Statistics. In A. Rossman and B. Chance (Eds.), *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute.
- Stohl, H. & Tarr, J. E. (2002). Using Multi-Representational Computer Tools to Make Sense of Inference. In D. Mewborn (Ed.), *Proceedings of the Twenty-fourth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Athens, GA: PME-NA.
- Στυλιανού, Δ., & Μελετίου-Μαυροθέρη, Μ. (2003). Δυναμικά Λογισμικά: Νέες Προοπτικές για τη Χρήση Τεχνολογίας στη Διδασκαλία των Μαθηματικών. *Σύγχρονη Εκπαίδευση*, 132, 27-37.
- Watson, J. (2007, August). *Facilitating beginning inference with TinkerPlots for novice grade 7 students*. Paper presented at the Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-5). Warwick, UK.
- Watson, J.M., & Moritz, J.B. (2000). Developing concepts of sampling. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 44-70.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion). *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Zieffler, A., delMas, R., Garfield, J., & Gould, R. (2007, August). *Studying the development of college students' informal reasoning about statistical inference*. Paper presented at the Fifth International Research Forum on Statistical Reasoning, Thinking, and Literacy (SRTL-5). Warwick, UK.

## ► Παράρτημα

## ΕΡΩΤΗΜΑΤΟΛΟΓΙΟ

Είμαστε τα παιδιά της Γ<sub>2</sub> τάξης και κάνουμε μία έρευνα σχετικά με τη διατροφή, την υγεία και την ασφάλεια των παιδιών του σχολείου μας. Θα σε παρακαλούσαμε να συμπληρώσεις το πιο κάτω ερωτηματολόγιο. Μη γράψεις πουθενά το όνομά σου. Ευχαριστούμε πολύ! 😊

1. Φύλο: Αγόρι  Κορίτσι   
 2. Τάξη: Α'  Β'  Γ'

3. Διατροφή: 

3.1. Τι έφαγες χθες;

Πρόγευμα: .....

Ενδιάμεσα: .....

Μεσημεριανό: .....

Ενδιάμεσα: .....

Βραδινό: .....

3.2. Ποιο φαγητό τρως πιο συχνά την εβδομάδα; .....

3.3. Πόσα γλυκά τρως κάθε μέρα; Κανένα  1-2  περισσότερα από 2 3.4. Πόσα φρούτα τρως κάθε μέρα; Κανένα  1-2  3-4  περισσότερα από 4 4. Υγεία: 4.1. Ασχολείσαι με κάποιο άθλημα; Ναι  Όχι 4.2. Τι ώρα κοιμάσαι το βράδυ; Πριν τις εννιά  Εννιά  Μετά τις εννιά 4.3. Πόσες φορές τη μέρα πλένεις τα δόντια σου; Καμία  1 φορά  περισσότερες από 1 5. Ασφάλεια στο σχολείο: 5.1. Διασταυρώνεις πάντα από τη διάβαση πεζών; Ναι  Όχι 5.2. Τρέχεις πάνω στις σκάλες του σχολείου; Ναι  Όχι 5.3. Κουνιέσαι με την καρέκλα μέσα στην τάξη; Ναι  Όχι 5.4. Παίζεις με τα ψαλίδια μέσα στην τάξη; Ναι  Όχι



