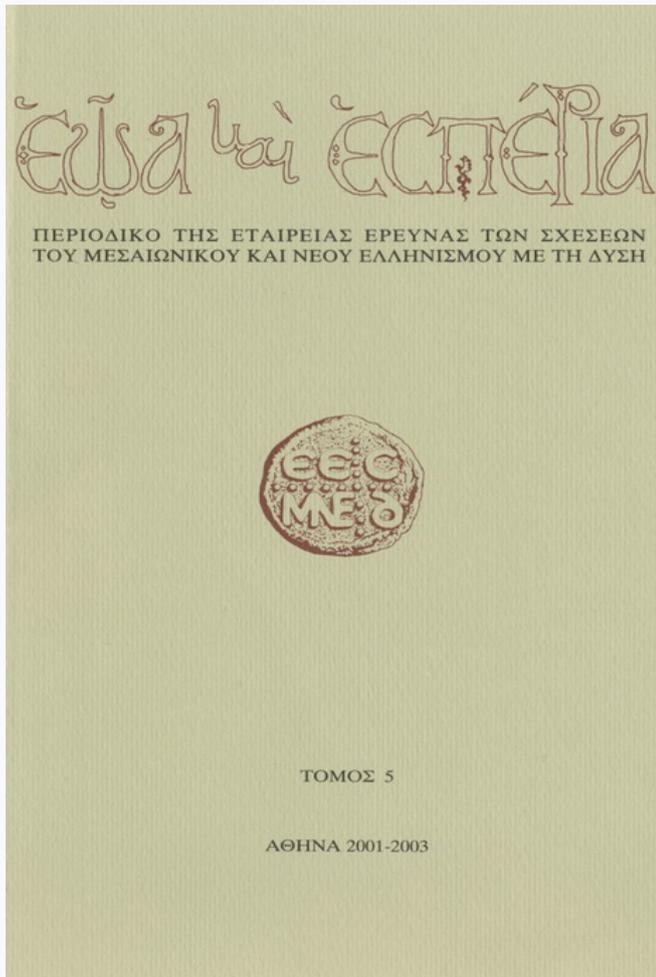


Εοα και Esperia

Vol 5 (2003)



Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ ΚΑΙ Η ΟΡΟΛΟΠΑ ΤΗΣ
ΣΤΟ ΒΥΖΑΝΤΙΟ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΒΙΕΝΝΑΙΟ ΕΛΛ. ΦΙΛ.
ΚΩΔ. 65 (φ. llr-126r)

ΜΑΡΙΑ ΧΑΛΚΟΥ

doi: [10.12681/eaesperia.61](https://doi.org/10.12681/eaesperia.61)

To cite this article:

ΧΑΛΚΟΥ Μ. (2003). Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ ΚΑΙ Η ΟΡΟΛΟΠΑ ΤΗΣ ΣΤΟ ΒΥΖΑΝΤΙΟ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΒΙΕΝΝΑΙΟ ΕΛΛ. ΦΙΛ. ΚΩΔ. 65 (φ. llr-126r). *Eoa Kai Esperia*, 5, 51-62. <https://doi.org/10.12681/eaesperia.61>

Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΑΙΔΕΙΑ ΚΑΙ Η ΟΡΟΛΟΓΙΑ ΤΗΣ ΣΤΟ ΒΥΖΑΝΤΙΟ ΚΑΤΑ ΤΟΝ ΒΙΕΝΝΑΙΟ ΕΛΛ. ΦΙΑ. ΚΩΔ. 65 (φ. 11r-126r)

Γνωρίζουμε ότι έποχές άκμης τών μαθηματικών στό Βυζάντιο ύπῆρξαν ό Ε', ΣΤ', Θ', Ι', ΙΓ' και ΙΔ' αιώνας¹. Οί μαθηματικοί τών πρώτων Βυζαντινών χρόνων ήμασαν στην Άλεξάνδρεια. Έπί Ίουστινιανού όμως, λόγω τής μεγάλης τότε οίκοδομικής δραστηριότητας τό κέντρο βάρους μετατοπίστηκε στην Κωνσταντινούπολη². Τό 726 μ.Χ. ενώ τό Πανδιδασκτήριο τής Κωνσταντινούπολης είχε πλέον παρακμάσει δίδασκαν άκόμα λογιστική και γεωδαισία³, ή όποία θεωρείτο κλάδος τής λογιστικής⁴. Σημειωτέον, ότι στην άρχαία Έλλά-

-
1. H. HUNGER, Die hochsprachliche profane Literatur der Byzantiner, München 1978, σέ έλληνική μετάφραση: Η. HUNGER, Βυζαντινή Λογοτεχνία, Έ λόγια κοσμική γραμματεία τών Βυζαντινών, τ. Γ', Μαθηματικά και Άστρονομία, Φυσικές Έπιστήμες, Ίατρική, Πολεμική Τέχνη, Νομική Φιλολογία, Μουσική, μτφρ. Γ.Χ. ΜΑΚΡΗΣ, ΙΩΑΝΝΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΥ-ΑΓΟΡΑΣΤΟΥ, Τ. ΚΟΛΙΑ, ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ ΠΑΠΑΓΙΑΝΝΗ, ΣΠ. ΤΡΩΙΑΝΟΣ, Δ. ΓΙΑΝΝΟΥ, (Μορφωτικό Ίδρυμα Έθνικής Τραπέζης) Άθήνα 1994 (στό έξῆς: Η. HUNGER, Βυζ. Λογοτεχνία), σ. 19. Κατά τό τέλος του ΙΓ' και στις άρχές του ΙΔ' αί. ή Κωνσταντινούπολη ήταν τό κέντρο τών άνωτέρων έπιστημών. Βλ. C.N. CONSTANTINIDES, Higher Education in Byzantium, Nicosia 1982 (στό έξῆς: CONSTANTINIDES, Higher Education), σ. 108.
 2. Ό.π., σ. 26.
 3. Γεωδαισία έστιν έπιστήμη τών έν τοίς αισθητοίς σώμασι μεγεθών και σχημάτων διαιρετική και συνθετική. Λαμβάνει τά σχήματα ού τέλεια ούδ' άπληρωμένα τῶ σωματικῆν ὄλην ὑποβεβλήσθαι, καθώσπερ και ή λογιστική μετρεί γούν και σωρόν ως κῶνον και φρέατα περιφεροῆ ως κυλινδρικά σχήματα... χοῖται δέ, ως ή γεωμετρία τῆ άριθμητικῆ, οὔτω και αὔτη τῆ λογιστικῆ... ὡσπερ ό γεωμέτρης τās λογικάς εὐθείας μεταχειρίζεται, οὔτως ό γεωδαίτης ταίς αισθηταίς προσχοῖται... Πόσα μέρη μαθηματικῆς; Τῆς μὲν τιμωτέρας και πρώτης ὀλοσχερέστερα μέρη δύο, άριθμητική και γεωμετρία, τῆς δέ περι τά αισθητά άσχολονμένης ἔξ, λογιστική, γεωδαισία, όπτική, κανονική, μηχανική, άστρονομική. HERONIS ALEXANDRINI, Stereometrica et de mensuris, ed. J. Heiberg, Stuttgart 1976, τ. Δ', σ. 100, 164. Βλ. και εις: The Cambridge Medieval History, v. IV : The Byzantine Empire, part II: Government, church and civilization, ed. J.M. HUSSEY, Cambridge 1967, σέ έλληνική μετάφραση: Πανεπιστήμιο του Καμπριτζ, Έ Ίστορία τής Βυζαντινῆς Άυτοκρατορίας, τ. Α'-Β', μτφρ. ΝΤΟΥΝΤΟΥ ΣΑΟΥΛΑ, Πρόλογος Γ. Καραγιαννόπουλος, ἔκδ. Μέλισσα, Άθήνα 1979 στό: τ. Β', κεφ. XXVIII· K. VOGEL, Έ Βυζαντινή έπιστήμη, (στό έξῆς: VOGEL, Έ βυζαντινή έπιστήμη), σ. 808.
 4. Έ πρακτική άριθμητική ονομαζόταν από τούς άρχαίους Έλληνες λογιστική, και δέν άνηκε στις μαθηματικές έπιστήμες. Τό ίδιο ισχυρε και στό Βυζάντιο με τή μόνη διαφορά ότι οι Βυζαντινοί έπιμύσαν ιδιαίτερος τῆ λογιστική, έπειδή εφαρμοζόταν σέ προβλήματα καθημερινῆς ζωῆς. Βλ. Ε. ΣΤΑΜΑΤΗΣ, Κριτική βυζαντινού βιβλίου Άριθμητικῆς, Άθήνα 1965, (στό έξῆς: ΣΤΑΜΑΤΗΣ, Κριτική βυζ. βιβλίου Άριθμ.), σ. 12.

δα ὁ ὅρος «ἀριθμητική» σήμαινε τὴ σημερινή «θεωρία ἀριθμῶν». Στὴ λογιστική ὅμως οἱ τύποι χρησιμοποιοῦνταν χωρὶς ἀποδείξεις καὶ οἱ γνώσεις τῶν μαθηματικῶν καὶ τῆς μηχανικῆς μεταδίδονταν ἀπὸ γενιὰ σὲ γενιὰ στὰ μέλη τῶν ομάδων τῶν οἰκοδόμων, τῶν ἐμπόρων καὶ τῶν βιοτεχνῶν⁵. Αὐτὸ βέβαια δὲν σήμαινε κατ' ἀνάγκην, ὅτι οἱ διδάσκαλοι τῆς λογιστικῆς ἀγνοοῦσαν τὰ θεωρήματα στὰ ὁποῖα στηρίζονταν οἱ πρακτικοὶ κανόνες. Μάλιστα ὀρισμένοι ἀπὸ αὐτοὺς πρέπει νὰ ἦταν καλοὶ γνώστες τῆς θεωρίας, καθὼς ἔδιναν λύσεις πρωτότυπες καὶ διαφορετικὲς ἀπὸ τοὺς συγχρόνους τους. Ἐπιπλέον εἶναι γνωστὸ ὅτι οἱ Βυζαντινοὶ ἔδειχναν προσήλωση στὰ ἀρχαιοελληνικὰ πρότυπα. Διαφύλαξαν ὅλα ὅσα εἶχαν ἐπιτευχθεῖ, τὰ ὁποῖα καὶ παρέδωσαν προκειμένου νὰ συνεχισθεῖ ἡ πρόοδος στὶς θετικὲς ἐπιστῆμες. Οἱ Βυζαντινοὶ ὅμως δὲν διακρίθηκαν γιὰ τὶς γνώσεις τους στὴ θεωρία ἀλλὰ μάλλον γιὰ τὴν πρακτικὴ χρῆση καὶ ἐφαρμογὴ τῶν ἐπιστημονικῶν γνώσεων στὴν καθημερινὴ ζωὴ⁶.

Κατὰ τὸν 9ο αἰ. ὁ Λέων ὁ μαθηματικὸς ἦταν αὐτὸς ποὺ ἐπανεφέρε τὴν παράδοση τῆς ἀνώτατης κρατικῆς ἐκπαίδευσης καὶ ὁ Πατριάρχης Φώτιος ὁ ὁποῖος ἦταν λάτρης τῆς ἀρχαίας ἐλληνικῆς παιδείας «ὀδήγησε τὸ Βυζάντιο στὸν αὐθεντικὸ ἐλληνισμό», μὲ περιορισμένη ὅμως τὴν παρουσία τῶν θετικῶν ἐπιστημῶν⁷. Σ' αὐτὴ τὴν περίοδο, ἡ παιδεία καὶ ἡ τέχνη εἶχαν πλέον σκοπὸ τὴν ἀπόκτηση ἐκείνης τῆς νοσοτροπίας, ἡ ὁποία θὰ «ἀπομάκρυνε τὸν πολίτη ἀπὸ κάθε τι τὸ ἀνθρώπινο, ὥστε νὰ πραγματοποιηθεῖ ἡ ἐπιθυμητὴ στροφή πρὸς τὸ ὑπεράνθρωπο»⁸.

Ἀργότερα (1008 μ.Χ.) ἐκδόθηκε μία μαθηματικὴ τετρακτὺς ἀγνώστου συντάκτη, ἡ ὁποία ἂν καὶ δὲν ἦταν ὑψηλοῦ ἐπιπέδου μᾶς προσέφερε ἐντούτοις σημαντικὲς πληροφορίες σχετικὰ μὲ κάποια εἶδη κειμένων, τὰ ὁποῖα παραδίδονταν στὰ πλαίσια τῆς ἐκπαιδευτικῆς πορείας ποὺ ἀκολοθεῖτο⁹. Μεταξὺ ὧσων παρέλαβε ἀπὸ τὴν ἀρχαιότητα τὸ Βυζάντιο, περιλαμβάνονταν

5. VOGEL, Ἡ βυζαντινὴ ἐπιστῆμη, σ. 808, 809.

6. HUNGER, Βυζ. Λογοτεχνία, σ. 14, 17, 18, 19.

7. P. LEMERLE, Le premier humanisme byzantin, Notes et remarques sur enseignement et culture à Byzance des origines au Xe siècle, Paris 1971, σὲ ἐλληνικὴ μετάφραση: P. LEMERLE, Ὁ πρῶτος Βυζαντινὸς Οὐμανισμός, μτφρ. ΜΑΡΙΑ ΝΥΣΤΑΖΟΠΟΥΛΟΥ-ΠΕΛΕΚΙΔΟΥ, (Μορφωτικὸ Ἴδρυμα Ἑθνικῆς Τραπέζης) Ἀθήνα 1985, (στὸ ἔξῃ: LEMERLE, Ὁ πρῶτος Βυζαντινὸς Οὐμανισμός), σ. 280, 281.

8. Ὁ.π., σ. 285. Ἡ ἀρχαία ἐλληνικὴ παιδεία ἀποτελοῦσε ἓνα μέσον γιὰ νὰ κατανοηθεῖ καλύτερα ἡ ὑπαρξὴ τοῦ Χριστοῦ, ὁ ὁποῖος ἦταν πλέον τὸ κέντρο τοῦ κόσμου. Οἱ ἔννοιες «Χριστιανισμός» καὶ «Παιδεία τοῦ Χριστοῦ» ἦταν ταυτόσημες. Ὁ Πλάτων διδασκόταν καὶ ἦταν ἀρεστός, διότι ἀπομάκρυνε τὸ μυαλὸ ἀπὸ τὰ ὑλικά καὶ τὴν πραγματικότητα τῶν αἰσθήσεων καὶ ὀδηγοῦσε τὸν ἄνθρωπο σὲ κόσμους ὅπου κατοικοῦν οἱ ἐκλεκτοὶ νόες τῆς ἀνθρώπινης φυλῆς. W. JAEGER. Early Christianity and Greek Paideia, Harvard 1961, σ. 12, 46.

9. H. HUNGER, Βυζ. Λογοτεχνία σ. 39.

γνώσεις τεχνολογίας στους τομείς της μηχανικής, της πολεμικής τέχνης, της φαρμακευτικής, και της χημικής τεχνολογίας¹⁰. Στα αλχημικά κείμενα μάλιστα σώζονται συνταγές που παραδίδονταν από γενιά σε γενιά στους μεταλλουργούς και στους χρυσοτεχνίτες, και οι οποίες περιλάμβαναν οδηγίες σχετικά με τη συγκόλληση μετάλλων, τη βαφή, την παρασκευή κραμάτων και τον ποιοτικό τους έλεγχο, ο οποίος γινόταν από κρατικούς υπαλλήλους¹¹. Από την εποχή των Παλαιολόγων έχουν σωθεί ή πραγματεία *περι χρυσοποιίας* του Νικολάου Βλεμμύδη, και η *έρμηνεία της επιστήμης της χρυσοχοΐας* ενός μοναχού Κοσμᾶ¹². Όσο καλά οι χρυσοτεχνίτες γνώριζαν ότι δεν υπήρχε μέθοδος μετατροπής άγενους μετάλλου σε χρυσό, άλλο τόσο γνώριζαν μεθόδους έπαργύρωσης και έπιχρύσωσης, με τις οποίες έδιναν όψη άργυρου ή χρυσού σε άλλα μέταλλα ή σε κράματά τους. Έπειδή δέ τα κράματα των μετάλλων χρησιμοποιούνται τόσο στην άργυροχρυσοχοΐα όσο και τη νομισματοκοπία, είναι αναγκαία ή γνώση τρόπων ύπολογισμού των αναλογιών, υπό τις οποίες εύρίσκονται τα μέταλλα σε κράματα. Τέτοιου είδους ύπολογισμοί και όσοι άλλοι σχετίζονταν με τη σημερινή πρακτική άριθμητική περιλαμβάνονταν στην καλουμένη *λογιστική*.

Τα μαθηματικά και ή αστρονομία, από την εποχή που ο Κωνσταντίνος ο Θ' (1042-1055)¹³ άναδιοργάνωσε το Πανδιδακτήριο της Κωνσταντινούπολης, είναι οι επιστήμες που καλλιεργήθηκαν έντατικά¹⁴.

Έπί της βασιλείας του Μανουήλ Α' Κομνηνού (1143-1180), το Βυζάντιο ήταν πιο προηγμένο σε σχέση με τη Δύση στον τομέα των μαθηματικών¹⁵. Περί το 1300 μ.Χ. γίνεται πλέον ο διαχωρισμός των *έμπορικων* (πρακτικών)¹⁶ από τα *άκαδημαϊκά* (τά διδασκόμενα στις ανώτερες σχολές) μαθηματικά.

10. Δημιουργικός άρχιτέκτων και μηχανικός θεωρείτο εκείνος, ο οποίος έχοντας έντυφήσει στις τέσσερις μαθηματικές επιστήμες (άριθμητική, γεωμετρία, μουσική, αστρονομία), μπορούσε παράλληλα να άσχει με έπιτυχία την τέχνη του μεταλλουργού, του χτίστη, του μαραγού, του ζωγράφου. VOGEL, 'Η βυζαντινή έπιστήμη, σ. 827.

11. 'Ο.π., σ. 828.

12. 'Ο.π., σ. 826

13. 'Υπάρχουν ένδειξεις, ότι ο Κωνσταντίνος ο Θ' Μονομάχος ήταν αυτός που εισήγαγε την τεχνική εκπαίδευση για να ένισχύσει την άνερχόμενη τότε τάξη των έμπόρων και των βιοτεχνών περιορίζοντας κατ' αυτόν τον τρόπο την έξουσία της άριστοκρατίας· βλ. ΣΤΑΥΡΟΥΛΑ ΧΟΝΔΡΙΑΟΥ, 'Ο Κωνσταντίνος Θ' Μονομάχος και ή εισαγωγή της τεχνικής εκπαίδευσης, *Α' Συνάντηση Βυζαντινολόγων Έλλάδος και Κύπρου* (25-27 Σεπτεμβρίου 1998), (περίληψη ανακοίνωσης), 'Ιωάννινα 1999, σ. 151.

14. VOGEL, 'Η βυζαντινή έπιστήμη, σ. 807.

15. 'Ο.π., σ. 811.

16. Κατά τον Μ. Βασιλείο: *Η ανθρώπινη σοφία είναι ή έμπειρική γνώση των πραγμάτων της ζωής σύμφωνα με την όποια άποκαλοΰμε σοφούς τους γνώστες καθεμιάς από τις όφέλιμες τέχνες*. Β.

Μάλιστα από τον 14ο αϊ. τὰ πρακτικά μαθηματικά ὄχι μόνον δὲν περιλαμβάνονταν στὴ διδασκαλία τῶν ἀνωτάτων σχολῶν¹⁷ ἀλλὰ κατὰ τὴν ἀποψη ὀρισμένων, βρισκόνταν σὲ συνεχή ἀνταγωνισμό μὲ τὴν ὕλη ποὺ διδασκόταν σ' αὐτές¹⁸, ἀφοῦ τὰ πρακτικά μαθηματικά ἐνδιέφεραν πλῆθος ἀνθρώπων, καθὼς ἐφαρμόζονταν σὲ προβλήματα καθημερινῆς ζωῆς, καὶ ἦταν χρήσιμα σὲ πολλὰ ἐπαγγέλματα.

Μολονότι οἱ τελευταῖες δεκαετίες πρὶν τὴν ἄλωση τῆς Κωνσταντινούπολης θεωροῦνται ἀσήμαντες σὲ προσφορὰ στὰ μαθηματικά, ἡ ὑπαρξὴ μεγάλου πλήθους χειρογράφων¹⁹ δείχνει αὐξημένο ἐνδιαφέρον τόσο γιὰ τὶς τέσσαρες μαθηματικὲς ἐπιστῆμες (ἀριθμητικὴ, γεωμετρία, ἀστρονομία, μουσική), ὅσο καὶ γιὰ τὴ λογιστικὴ καὶ τὴ γεωδαισία, οἱ ὁποῖες ἦταν κλάδοι τῶν κατ' ἐξοχὴν ἐμπορικῶν μαθηματικῶν²⁰.

Ἡ βυζαντινὴ ἐποχὴ τελειώνει μὲ ἔργα προορισμένα γιὰ πρακτικὴ χρῆση. Αὐτὰ εἶναι ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον βιβλία ἀριθμητικῆς, δηλαδὴ συλλογὲς προβλημάτων ποὺ ἀποτελοῦνται ἀπὸ ποικίλες καὶ ἐπιλεκτικὲς δημιουργίες κληροδοτημένες ἀπὸ τὴν παράδοση πολλῶν χρόνων καὶ λαῶν. Ὁ προσδιορισμὸς τῶν ἐπιρροῶν ποὺ δέχθηκαν οἱ συγγραφεῖς αὐτῶν τῶν ἔργων ἀποτελεῖ ἐξαιρετικὰ ἐπίπονη διαδικασία, ἰδιαίτερος, ὅταν στὶς περισσότερες περιπτώσεις διαπιστώνονται ἀλληλεπιδράσεις μεταξὺ Κινέζων, Περσῶν, Ἰνδῶν, Δυτικῶν καὶ Βυζαντινῶν. Αὐτὲς οἱ συλλογὲς περιλαμβάνουν ἐκτὸς τῶν ἄλλων καὶ στοιχεῖα πολυτιμὰ γιὰ τὴν ἐξέλιξη τοῦ πολιτισμοῦ καὶ τῆς γλώσσας, διότι ἀναφέρονται σὲ ζητήματα τῆς καθημερινῆς ζωῆς τῶν ἀνθρώπων τῆς ἐποχῆς ἐκείνης (μετατροπὲς νομισμάτων, προβλήματα κληρονομιῶν, φορολογικὸ καθεστῶς, κ.ἄ.)²¹.

Τὰ σχολεῖα κατὰ τοὺς βυζαντινοὺς χρόνους λειτουργοῦσαν κυρίως σὲ χώρους ἐκκλησιαστικούς. Οἱ μαθητὲς ἔμεναν συνήθως μέσα σὲ αὐτὰ²² καὶ ἔτσι εἶχαν τὴν δυνατότητα νὰ ἀναπτύξουν στενὲς σχέσεις μεταξὺ τους, οἱ ὁποῖες συνέβαλλαν στὴ δημιουργία κλίματος ποὺ εὐνοοῦσε τὶς ἐπιστημονικὲς συζητήσεις²³ καὶ τὴν πολύωρη ἐνασχόληση μὲ τὰ γράμματα²⁴. Βέβαια,

ΨΕΥΤΟΓΚΑΣ, Βασιλείου Καισαρείας τοῦ Μεγάλου Ἄπαντα τὰ ἔργα, 7 (Ὁμιλία καὶ Λόγοι), Θεσσαλονίκη 1973 (στο ἐξῆς: ΨΕΥΤΟΓΚΑΣ, Μ. Βασιλείου Ἄπαντα), σ. 369.

17. CALINGER, A contextual history of Mathematics to Euler, Prentice Hall 1999, σ. 357, 363.

18. C. B. BOYER - UT.C. MERZBACH, Ἡ Ἱστορία τῶν Μαθηματικῶν, Ἀθήνα 1997, σ.284.

19. VOGEL, Ἡ βυζαντινὴ ἐπιστήμη, σ. 814.

20. Ὁ.π., σ. 814.

21. ΣΤΑΜΑΤΗΣ, Κριτικὴ βυζ. βιβλίον Ἀριθμ., σ. 4, 15.

22. CONSTANTINIDES, Higher Education, σ. 160.

23. Ὁ Βασίλειος ὁ Μέγας στὶς Ἐπιστολὲς του πρὸς τοὺς Νέους γράφει ὅτι διὰ τῆς μαθήσεως θὰ κατακτηθεῖ ἡ ἀρετὴ, καὶ τοὺς προτρῆπει νὰ μὴ δέχονται ἄκριτα ὅλα ὅσα οἱ δάσκαλοι τοὺς διδάσκουν. ΨΕΥΤΟΓΚΑΣ, Μ. Βασιλείου Ἄπαντα, σ. 369.

24. CONSTANTINIDES, Higher Education, σ. 160.

ὅπως προκύπτει ἀπὸ τὸν βιενναῖο ἑλλ. φιλ. κώδ. 65 (15ος αἰ.)²⁵, φαίνεται νὰ ὑπῆρχαν καὶ μαθητές, οἱ ὁποῖοι γιὰ νὰ σπουδάσουν μετακινουῦνταν σὲ ἄλλη πόλη, ὅπου κατοικοῦσαν πολλοὶ μαζί στὸν ἴδιο χῶρο πληρώνοντας ἐνοίκιο.

Σχετικὰ μὲ τὸ εἶδος τῶν μαθητῶν γνωρίζουμε ὅτι παλαιότερα ὑπῆρχαν μαθητὲς κάθε ἡλικίας, οἱ ὁποῖοι μπορεῖ νὰ ἦταν κληρικοί, δημόσιοι ὑπάλληλοι, ἀκόμα καὶ ἀξιωματοῦχοι μαζί μὲ τὰ παιδιὰ τους²⁶. Ἡ ὑπαρξη αὐτοῦ τοῦ εἶδους τοῦ ἀκροατηρίου καθόριζε ὡς ἓνα βαθμὸ καὶ τὸ περιεχόμενο τῆς διδασκτέας ὕλης, ἡ ὅποια ὅσον ἀφορᾷ στὰ μαθηματικά τις περισσότερες φορὲς περιλάμβανε ὄχι μόνον κεφάλαια πρακτικῆς ἀριθμητικῆς καὶ γεωδαισίας, ἀλλὰ καὶ ἄλγεβρας. Ἐπειδὴ αὐτὰ τὰ κεφάλαια περιλαμβάνονται στὸ περιεχόμενο τοῦ βιενναίου ἑλλ. φιλ. κώδ. 65, τίθενται ἐρωτήματα σχετικὰ μὲ τὴ σύσταση τοῦ ἀκροατηρίου, στὸ ὁποῖο ἀπευθυνόταν. Τοῦτο διότι τὰ κεφάλαια τῆς λογιστικῆς καὶ τῆς γεωδαισίας ἦταν χρήσιμα κυρίως σὲ ἐμπόρους, χειροτέχνες, διοικητικὸς ὑπαλλήλους, πρωτομάστορες, τοπογράφους, ἐνῶ τῆς ἄλγεβρας σὲ μαθητὲς σχολείου. Ἐνδεικτικὰ ἀναφέρουμε τὰ κεφάλαια τῆς ἄλγεβρας στὰ ὁποῖα ὁ συγγραφέας προτείνει λύσεις γιὰ τις ἐξιιώσεις 3ου καὶ 4ου βαθμοῦ. Οἱ λύσεις αὐτὲς εἶναι ἐσφαλμένες, ἀλλὰ μέχρι τὸ 1615 πού ὁ Vieta ἀνακάλυψε τὴν γενικὴ τους λύση²⁷ εἶχαν γίνει πολλὲς ἀποτυχημένες ἀπόπειρες πρὸς αὐτὴν τὴν κατεύθυνση ἀπὸ τοὺς μαθηματικὸς ὄλων τῶν ἐποχῶν. Εἶναι δὲ σαφὲς ὅτι ἓνα τέτοιο θέμα καθαρὰ ἐρευνητικὸ δὲν θὰ ἦταν δυνατὸν νὰ ἐνδιαφέρει ἀνθρώπους πού ἐπιζητοῦσαν πρακτικὲς γνώσεις, ἀφοῦ μάλιστα ἕως σήμερα οἱ λύσεις τῶν ἐξιιώσεων 3ου καὶ 4ου βαθμοῦ διδάσκονται στοὺς μαθητὲς τῶν τελευταίων τάξεων τῶν Λυκείων.

Παλαιότερα στὰ σχολεῖα αὐτὰ ξεκινουῦσαν συνήθως μὲ ποίηση καὶ ρητορική, καὶ στὸ τέλος μάθαιναν μαθηματικά, ἂν καὶ ἡ σειρὰ δὲν ἦταν ἀπολύτως καθορισμένη. Βέβαια οἱ περισσότεροι μαθητὲς δὲν συνέχιζαν τις σπουδὲς τους στὰ ἀνώτερα μαθηματικά, διότι ἀφ' ἐνός μὲν οἱ δάσκαλοι ἦταν λιγοστοί, ἀφ' ἑτέρου δὲ ὑπῆρχε ἔλλειψη χειρογράφων βιβλίων²⁸. Καθὼς ἡ τυπογραφία ἀνακαλύπτεται πρὸς τὸ τέλος τοῦ 15ου αἰ. μ.Χ. τὰ χειρόγραφα ἀντέγραφαν πολλὲς φορὲς οἱ ἴδιοι οἱ μαθητὲς. Οἱ περισσότεροι δάσκαλοι (Πλανούδης, Βρυνένιος, Παχυμέρης) εἶχαν δικὲς τους βιβλιοθήκες ἀλλὰ τὸ πλῆθος τῶν μαθητῶν πού δέχονταν ἦταν περιορισμένο²⁹.

25. Ἡ μεταγραφὴ καὶ ἡ μελέτη τοῦ μαθηματικοῦ περιεχομένου αὐτοῦ τοῦ χειρογράφου ἀποτελεῖ τὸ θέμα τῆς ὑπὸ ἐκπόνηση διδακτορικῆς διατριβῆς μου.

26. Συνήθως τὸ κράτος ἀναλάμβανε τὴν μόρφωση τῶν λειτουργῶν του, καὶ ἡ ἐκκλησία τῶν κληρικῶν τῆς LEMERLE, Ὁ πρῶτος Βυζαντινὸς Οὐμανισμὸς, σ. 52, 229.

27. D.E. SMITH, *History of Mathematics*, τ. Β', Dover/New York 1958, σ. 465.

28. CONSTANTINIDES, *Higher Education*, σ. 155.

29. Ὁ.π., σ. 157.

Ὁ βιενναῖος ἑλλ. φιλ. κώδ. 65 εἶναι χαρτῶος καὶ χρονολογεῖται στὸν 15ο αἰ. Ἀποκτήθηκε ἀπὸ τὸν Augerius von Busbeck, ὅταν αὐτὸς ἦταν πρεσβευτῆς τοῦ αὐτοκράτορα Φερδινάνδου Α' στὴν αὐλὴ τοῦ σουλτάνου Σουλεϊμάν Β' (1555-1562 μ.Χ.)³⁰. Περιέχει ἓνα βιβλίο ἀριθμητικῆς μὲ λυμένα προβλήματα (φ. 11r-126r), τὰ ὁποῖα καλύπτουν ἓνα εὐρύτατο πεδίο θεμάτων κατάλληλων γιὰ διδασκαλία τόσο στὸ σημερινὸ δημοτικὸ ὅσο στὸ γυμνάσιο καὶ στὸ λύκειο. Ἡ τεράστια ποικιλία τῶν προβλημάτων καθιστᾷ δύσκολο τὸν καθορισμὸ τοῦ εἴδους τῶν μαθητῶν στὸν ὁποῖο ἀπευθύνεται. Ἄν ἐπρόκειτο γιὰ ὀλοκληρωμένο πρόγραμμα διδασκαλίας, τότε κατὰ τὴν ἀποψή μας θὰ μποροῦσε τὸ ἀκροατήριο νὰ ἀποτελεῖτο ἀπὸ μαθητὲς ὄλων τῶν τάξεων τῆς σημερινῆς πρωτοβάθμιας καὶ δευτεροβάθμιας ἐκπαίδευσης, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ ἄτομα τὰ ὁποῖα προορίζονταν νὰ ἀκολουθήσουν τὸ ἐπάγγελμα τοῦ κρατικοῦ λειτουργοῦ. Ἐκτὸς ἀπὸ τὸ εἶδος τῶν προβλημάτων, ἐξαιρετικὸ ἐνδιαφέρον παρουσιάζει καὶ ἡ μαθηματικὴ ὀρολογία, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται καὶ εἶναι ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἄγνωστη στὸν σύγχρονο μαθηματικὸ. Μερικὰ παραδείγματα εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ὁ συγγραφέας ὀνομάζει τὸν ἀριθμὸ *ψηφον* καὶ ὀρίζει τὸ μηδὲν ὡς *οὐδέν* γράφει ὅτι τὸ οὐδέν *οὐδενός ἐστὶ δηλωτικόν*, καὶ τὸ συμβολίζει μὲ τὸ ἀνεστραμμένο h. Χρησιμοποιεῖ τὸν ὄρο *μηλιούρια* ἢ *μιλούνια* ἀντὶ τοῦ ὄρθου πού εἶναι *μιλλιούνια*, προκειμένου νὰ δηλώσει τὰ ἑκατομμύρια. Γιὰ τὴν πράξη τοῦ πολλαπλασιασμοῦ χρησιμοποιεῖ δύο σχήματα: τὸ *δίπλευρον* (τὰ ψηφία τοῦ πολλαπλασιασθῆ τοποθετοῦνται κατακόρυφα), καὶ τὸ *οἰκός* (διὰ τὸ *τετραγωνικῶς λαμβάνειν τοὺς ψήφους*). Γιὰ τὸν πολλαπλασιασμὸ, πού σήμερα λέμε ὅτι ἐκτελοῦμε χιαστί (ὅταν π.χ. θέλουμε νὰ κάνουμε δύο κλάσματα ὁμόνυμα), χρησιμοποιεῖ τὴν ἔκφραση *πολλαπλασιάζω στανροειδῶς*. Οἱ ὄροι *ἐπιστρεπτικός ἀριθμὸς* καὶ *ἀνυπόστροφος*, χρησιμοποιοῦνται γιὰ νὰ δηλώσει ὁ συγγραφέας τοὺς σύνθετους καὶ τοὺς πρῶτους ἀριθμοὺς ἀντίστοιχα. Σημειωτέον, ὅτι ὁ ὄρος *πρῶτος ἀριθμὸς* χρησιμοποιεῖται γιὰ νὰ δηλώσει τὸν ἀριθμὸ, ὁ ὁποῖος ἔχει ὡς διαιρέτες μόνο τὸν ἑαυτὸν του καὶ τὴ μονάδα, ἐνῶ ὁ ὄρος *σύνθετος ἀριθμὸς* δηλώνει τὸν ἀριθμὸ, ὁ ὁποῖος ἔχει καὶ ἄλλους διαιρέτες ἐκτὸς ἀπὸ τὸν ἑαυτὸν του καὶ τὴ μονάδα.

Οἱ ἔκφρασεις ἢ *διὰ τῶν τριῶν μεταχείρισις* καὶ *διὰ τοῦ κανόνος τοῦ διὰ τῶν τριῶν* ἀντιστοιχοῦν στὴ σημερινὴ *μέθοδο τῶν τριῶν*. Μία συνήθης ὀνομασία αὐτοῦ τοῦ κανόνα ἦταν *ἐμπόρων κλείς*, ἡ ὁποία δείχνει τὴ σημασία του στὶς ἐμπορικὲς συναλλαγές. Ὁ συγγραφέας χρησιμοποιεῖ πολὺ συχνὰ τὴ μέθοδο τῶν τριῶν, καὶ δὲν παραλείπει κάθε φορὰ, νὰ τὴν περιγράψει ἀναλυτικά.

30. ΣΤΑΜΑΤΗΣ, Κριτικὴ βυζ. βιβλίου Ἄριθμ., σ. 5.

Ἐξ ὅρου *ἀφεξαίρεσις* σημαίνει τὴ σημερινὴ *ἀφαίρεση*.

Σχετικὰ μὲ τὶς ἀριθμητικὰς προόδους ἐπισημαίνουμε, ὅτι μολονότι ὁ ὅρος *ἀριθμητικὴ πρόοδος* δὲν συναντᾶται στὸ χειρόγραφο, ἐντούτοις ὑπάρχουν προβλήματα ὑπολογισμοῦ ἀθροισμάτων ἀριθμῶν, οἱ ὅποιοι εἶναι στὴν πραγματικότητα ὅροι ἀριθμητικῆς προόδου³¹.

Ἐξ ὅρου *φυσικὴ ρίζα* χρησιμοποιεῖται γιὰ τὴν ἀκεραία ρίζα (π.χ. τὴν $\sqrt{16}$), καὶ *νόθος ρίζα* γιὰ αὐτὴ πού δὲν δίνει ἀκέραιο ἀποτέλεσμα (π.χ. τὴν $\sqrt{30}$). Ἐξ ὅρου *ἐφίμικτος ρίζα* χρησιμοποιεῖται γιὰ νὰ δηλώσει τὸ ἀθροισμα τῶν ριζῶν δύο ἀριθμῶν. Σημειωτέον, ὅτι σήμερα δὲν χρησιμοποιοῦνται ἀντίστοιχοι ὀρισμοί. Ἄξιζει νὰ ἀναφέρουμε, ὅτι ὁ συγγραφέας δίνει ἀξιόλογες μεθόδους ὑπολογισμοῦ ριζῶν δευτέρας καὶ τρίτης τάξης, τὶς ὁποῖες σχολιάζουμε ἐκτενῶς στὴ διδακτορικὴ διατριβή³².

Στὶς ἐξιιώσεις πρώτου ἕως καὶ τετάρτου βαθμοῦ ὁ συγγραφέας ὀνομάζει *ἀριθμὸν* κάθε πραγματικὸν ἀριθμὸ καὶ *πραῖγμα* τὸν ἄγνωστο x . Οἱ ὅροι *τζένσο*, *κοῦβον*, καὶ *κάδρον* χρησιμοποιοῦνται γιὰ νὰ δηλώσουν τὴν δευτέρα (τετράγωνο), τρίτη (κύβο) καὶ τετάρτη δύναμη τοῦ ἄγνωστου x ἀντίστοιχα. Οἱ γενικὲς λύσεις γιὰ τὶς ἐξιιώσεις τρίτου καὶ τέταρτου βαθμοῦ παρουσιάζουν ἰδιαίτερο ἐνδιαφέρον, διότι δείχνουν τὴν προσπάθεια πού κατέβαλλαν τότε γιὰ τὴν εὔρεση γενικῆς λύσης. Σημειώνουμε, ὅτι ὁ σημερινὸς ὅρος *ισότητα* δύο μελῶν ἐμφανίζεται στὸ χειρόγραφο, ὡς *ὁμοιότητα*.

*Ρομβοειδὲς*³³ ὀνομάζεται κάθε πλάγιο παραλληλόγραμμο. Σήμερα βέβαια αὐτὸς ὁ ὅρος δὲν χρησιμοποιεῖται· ἐμεῖς ὀνομάζουμε ρόμβο τὸ παραλληλόγραμμο, τὸ ὁποῖο ἔχει δύο διαδοχικὰς πλευρὰς ἴσες. Τὰ ὀρθογώνια παραλληλόγραμματα ὀνομάζονται *τετράγωνα*. Δὲν ὑπάρχουν δὲ οἱ ὅροι τοῦ ἰσοσκελοῦς καὶ τοῦ ἰσοπλευροῦ τριγώνου· ὅποτε ὁ συγγραφέας ἀναφέρεται σὲ αὐτὰ τὰ ἀποκαλεῖ *τρίγωνα μὲ δύο ἢ μὲ τρεῖς ἴσες πλευρὰς*. Παρατηροῦμε, ὅτι σὲ ὀρισμένα προβλήματα τοῦ χειρογράφου μας χρησιμοποιεῖται ὁ ὅρος *ὑψος τριγώνου* γιὰ νὰ δηλώσει τὴ διχοτόμο τῆς γωνίας πού κεῖται ἀπέναντι ἀπὸ τὴ βᾶση του.

Ἐξ ὅρου *μηνικὸν κέρδος* ἀναφέρεται σὲ προβλήματα τόκου καὶ σημαίνει τὸ κέρδος ἑνὸς μηνός. Ἐξ ὅρου *ἐνιαυτὸς* δηλώνει τὴν χρονικὴ διάρκεια ἑνὸς

31. ΜΑΡΙΑ ΧΑΛΚΟΥ, Προβλήματα πολλαπλασιασμοῦ, διαίρεσης, ἀναλογιῶν καὶ προόδων σὲ βιενναῖο κώδικα τοῦ 15ου αἰ., *Β' Συνάντηση Βυζαντινολόγων Ἑλλάδος καὶ Κύπρου* (24-26 Σεπτεμβρίου 1999) (περὶληψη ἀνακοίνωσης), Ἀθήνα 2000, σ. 172.

32. ΜΑΡΙΑ ΧΑΛΚΟΥ, Περὶ ριζῶν, *Γ' Συνάντηση Βυζαντινολόγων Ἑλλάδος καὶ Κύπρου* (22-24 Σεπτεμβρίου 2000) (περὶληψη ἀνακοίνωσης), Ρέθυμνο 2002, σ. 90-93.

33. Ὁ Παχυμέρης ὀρίζει ὡς ρομβοειδὲς τὸ *παρῶσεσλευμένον ἐτερόμηκες, τὸ καὶ τὰς πλευρὰς καὶ τὰς γωνίας ἔχον ἀνάσους* (δὲν πρόκειται ἀκριβῶς περὶ ρόμβου). Βλ. P. TANNERY, *Quadrivium de Georges Pachymère*, Città del Vaticano 1940, σ. 203.

έτους. Λείπει έντελῶς ὁ σημερινὸς ὄρος ἐπιτόκιο, ὁ ὁποῖος δηλώνει τὸ ἐτήσιο κέρδος τῶν 100 νομισματικῶν μονάδων.

Ὁ ὄρος *φίνον* (πρὸ βλ. *affinage*) ἀναφέρεται στὸ καθαρὸτατο ἀσημι τῶν 12 οὐγγιών, καὶ *φίνον μάλαγμα*ν στὸν χρυσὸ τῶν 24 καρατίων. Ὅταν ὁμως πρόκειται γιὰ παρασκευὴ ἀσημιοῦ μικρότερης καθαρότητος χρησιμοποιεῖται ὁ ὄρος *ἐπιβολὴ χαλκώματος*, ἐνῶ γιὰ τὴν παρασκευὴ καθαρότερου μετάλλου ὁ ὄρος *λογαρίζω*³⁴.

Τὸ Πυθαγόρειο θεώρημα ἀναφέρεται ὡς *κανὼν τῆς σκάδρας*, καὶ διευκρινίζεται ἀπὸ τὸν συγγραφέα ὅτι σκάδρα σημαίνει τετράγωνο.

Ὁ ὄρος *ἄρριζον τζάκισμα κορυφῆς* ἀναφέρεται σὲ κάποιον ἀριθμὸ, τοῦ ὁποῖου ζητεῖται ἡ τετραγωνικὴ ρίζα, καὶ ὁ ὁποῖος εἶναι κλασματικὸς μὲ *ἄρριζον* (κατὰ τὸν συγγραφέα δὲν μπορεῖς νὰ ὑπολογίσεις τὴ ρίζα) παρανομαστί, ὅπως π.χ. 3/8, 7/14, κ.λπ. Ὁ ὄρος *ἀσχημάτιστον ἢ ἄτιμητον τζάκισμα* χρησιμοποιεῖται γιὰ κλάσματα (π.χ. 13/14, 7/16), τὰ ὁποῖα –ὅπως ἐξηγεῖ ὁ συγγραφέας– δὲν μποροῦν νὰ λάβουν μετὰ ἀπὸ ἀπλοποίηση μία ἀπὸ τὶς ἀκόλουθες μορφές: 1/2 ἢ 1/3 ἢ 1/4. Σύμφωνα μὲ τὸν συγγραφέα ἡ ρίζα αὐτῶν τῶν κλασμάτων δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθεῖ.

Στὸ κεφάλαιο τῆς στερεομετρίας δὲν ἀναφέρονται κἂν οἱ ὄροι παράπλευρη ἐπιφάνεια ἢ ὀλικὴ ἐπιφάνεια στερεοῦ, καὶ ὅταν ὁ συγγραφέας ζητεῖ τὴν εὕρεση τοῦ *περιεχομένου* τοῦ στερεοῦ αὐτὸ σημαίνει τὸν ὑπολογισμὸ τοῦ ὄγκου του.

Παρατηροῦμε ὅτι στὸ χειρόγραφὸ μας χρησιμοποιεῖται πολὺ συχνὰ ὁ ὄρος *ἀπόδειξη*, ὅταν πρόκειται γιὰ ἀπλὴ ἐπαλήθευση τῆς ὀρθότητος τῶν πράξεων καὶ ὄχι γιὰ κάποια διαδικασία, ἡ ὁποία σχετίζεται μὲ τὴ θεωρία. Συχνὰ μάλιστα αὐτὴ ἡ ἐπαλήθευση πραγματοποιεῖται μὲ τὴν ἀνάπτυξη μίας διαφορετικῆς μεθόδου ἐπίλυσης τοῦ ἰδίου προβλήματος.

Ἡ ὀρολογία, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται στὸ χειρόγραφὸ μας ἀξιολογήθηκε προσεκτικὰ, καθὼς τὸ κείμενο εἶναι ἐξαιρετικὰ ἀνορθόγραφο καὶ ἡ γλῶσσα του ἔπρεπε νὰ συγκριθεῖ μὲ τὴ γλῶσσα τῶν βυζαντινῶν κειμένων τῆς ἐποχῆς. Ἡ ὀρολογία συγκρινόμενη μὲ τὴν σημερινή, παρουσιάζει, ὅπως θὰ περιμένε κανεῖς, ὁμοιότητες ἀλλὰ καὶ σημαντικὲς διαφορές. Ἔτσι ὀρισμένοι ὄροι, ὅπως αὐτὸς τοῦ *τριγώνου* ἢ τῆς *ρίζας* παραμένουν ἀναλλοίωτοι· οἱ περισσότεροι ὁμως δὲν χρησιμοποιοῦνται πλέον σήμερα, ἐνῶ κάποιοι ἄλλοι θεωροῦνται λανθασμένοι. Π.χ. σήμερα θὰ ἦταν σοβαρὸ λάθος νὰ ὀνομάζαμε τε-

34. Οἱ χρυσοεπιθεῖαι ἐξελαγάριζαν τήζοντες τὸν χρυσὸν εἰς μικρὰ ὀστράκινα σκευή. Βλ. Φ. ΚΟΥΚΟΥΛΕΣ, Βυζαντινῶν βίος καὶ πολιτισμὸς, τ. Β', Ἀθήνα 1948, σ. 228. *Περί τοῦ λογαρίσμου τὸ χρυσίον*: βλ. Collection des Anciens Alchimistes Grecs, ed. M. BERTHELOT, τ. Β', Paris 1888, κεφ. 5, σ. 322, 333.

τράγωνο ένα τυχόν ὀρθογώνιο παραλληλόγραμμο· τὸ ἴδιο θὰ ἴσχυε καὶ ἂν ζητούσαμε τὸν ὑπολογισμό τοῦ ὕψους ἑνὸς τριγώνου ἐννοώντας τὴ διχοτόμο τῆς γωνίας ποὺ εἶναι ἀπέναντι ἀπὸ τὴ βάση του.

Τὰ Βυζαντινὰ κείμενα διακρίνονται γιὰ τὴν ἄρμονία καὶ τὸν ρυθμὸ τους ποὺ βασίζονται στὴ συμμετρικὴ σχέση τονιζομένων συλλαβῶν καὶ συλλαβικῶν ἐνοτήτων³⁵. Τοῦτο ἰσχύει καὶ γιὰ τὸ χειρόγραφο μας. Διαβάζοντάς το ἔχει κανεὶς τὴν αἴσθησι, ὅτι ὁ συγγραφέας του ἐπιδιώκει νὰ τὸ κάνει νὰ μοιάσει μὲ ποίημα. Πιστεύουμε, ὅτι ἡ σκοπιμότητα εἶναι ἀφενὸς μὲν αἰσθητικὴ, διότι ὁ ρυθμὸς προσδίδει κάλλος, ἀφετέρου δὲ παιδαγωγικὴ, διότι τὰ ἀνωτέρω χαρακτηριστικὰ τοῦ λόγου *ποιοῦσιν εὐσχήμονα τὴν ψυχὴν* αὐτῶν ποὺ ἀκούουν³⁶. Ἐξ' ἄλλου, ἀναφερόμενοι καὶ στὴν ψυχολογία τῶν μαθηματικῶν, σύμφωνα μὲ σχετικὲς ἔρευνες ἔχει διαπιστωθεῖ ὅτι ὁ μαθητὴς ἀφομοιώνει εὐκολώτερα τὴν ὕλη ὑπὸ μορφῆ ποιήματος, ἢ ὁποῖα χαρακτηρίζεται ἀπὸ μία μετρικὴ, ἕνα ρυθμὸ³⁷.

Ἐπειδὴ ἡ γλωσσοπλαστικὴ τάσι τῶν Βυζαντινῶν ἔχει δημιουργήσει ἕνα τεράστιο λεξικογραφικὸ θησαυρὸ, γιὰ τὸν ὁποῖο γνωρίζουμε πολὺ λίγα (σὲ κείμενα ῥητορικὰ, ἱστοριογραφικὰ, νομικὰ, μαθηματικὰ), καὶ ἡ κλασικίζουσα γλῶσσα ἀναμειγνύεται μὲ τὴν ἀπλούστερη τῶν Εὐαγγελίων καὶ τὴ δημώδη, χωρὶς νὰ ὑπάρχει σαφὴς διάκρισι μεταξύ τους, οἱ ἴδιοι οἱ συγγραφεῖς (π.χ. Μιχαὴλ Ψελλός, Θεόδωρος Πρόδρομος) παρουσιάζουν διαφορετικὲς γλωσσικὲς τάσεις³⁸. Βέβαια ὑπάρχει κάποιος γενικὸς κανὼνας σύμφωνα μὲ τὸν ὁποῖο, ὅ,τι ἔχει γραφεῖ ἀπὸ ὑποτιθέμενους ἀγράμματους εἶναι δημῶδες³⁹. Αὐτὸ ὅμως κατὰ τὸν Ν. Τωμαδάκη δὲν μπορεῖ νὰ εἶναι ἀπόλυτο. Καὶ τοῦτο διότι συνήθως νόθευαν τὸν ἀττικισμό μὲ τὴν κοινὴ γλῶσσα, ἢ ὁποῖα εἶχε πάρει πολλὰ στοιχεῖα ἀπὸ τὴν λατινικὴ, ἀλλὰ καὶ αὐτὴ ἡ κοινὴ ἀκόμα νοθεύεται ἀπὸ δημῶδεις τύπους. Ὅμως τὰ πράγματα φαίνεται νὰ περιπλέκονται περισσότερο ἀφοῦ ἀκόμα καὶ ἡ μεσαιωνικὴ δημῶδης νοθεύεται συχνὰ ἀπὸ

35. Γ. ΗΛΙΟΥΔΗΣ, Ὁ ρυθμὸς καὶ ἡ ἄρμονία τοῦ λόγου σὲ λειτουργικὰ καὶ ὑμνογραφικὰ κείμενα τῶν Βυζαντινῶν, *Α' Συνάντησι Βυζαντινολόγων Ἑλλάδος καὶ Κύπρου* (25-27 Σεπτεμβρίου 1998) (περὶληψη ἀνακοίνωσις), Ἰωάννινα 1999, σ. 150.

36. Ὁ.π., σ. 150.

37. Σύμφωνα μὲ τὴ μορφολογικὴ θεωρίαν ἡ ἀναγνώρισι σημαντικῶν σχέσεων μεταξύ τῆς παλαιᾶς καὶ τῆς νέας κατάστασις μάθησις εἶναι θεμελιώδης γιὰ τὴ μεταβίβασι τῆς μάθησις. Αὐτὸ συμβαίνει ἀκόμα καὶ ἂν ἕνας ἰδιαιτερός ρυθμὸς ἐπαναλαμβάνεται, παρὰ τὸ ὅτι οἱ στίχοι διαφέρουν κατὰ μήκος καὶ δὲν ἔχουν καμία λέξι κοινὴ. Π. ΓΕΩΡΓΟΥΣΗΣ, *Παιδαγωγικὴ Ψυχολογία*, Ἀθήνα 1981, σ. 378.

38. Θ. ΔΕΤΟΡΑΚΗΣ, Προβλήματα τῆς βυζαντινῆς λεξικογραφίας, *Β' Συνάντησι Βυζαντινολόγων Ἑλλάδος καὶ Κύπρου* (24-26 Σεπτεμβρίου 1999) (περὶληψη ἀνακοίνωσις), Ἀθήνα 2000, σ. 153.

39. Ν. ΤΩΜΑΔΑΚΗΣ, Κλείς τῆς βυζαντινῆς Φιλολογίας, Θεσσαλονίκη 1963, σ. 27.

τύπους λογιώτερους και ή νεοελληνική δημόδης άναμειγνύεται με στοιχεία συντηρητικώτερα⁴⁰.

Άπό τόν 12ο αϊ. μ.Χ. ή παιδεία είχε ως σκοπό νά γράφουν οί νέοι τήν άττική διάλεκτο⁴¹, αλλά δέν πρέπει νά παραγνωρίζουμε τó γεγονός ότι ó Βυζαντινός, όταν γράφει περι διδασκτικών θεμάτων, άγωνίζεται νά διακριθεί άκόμα και με τó ύφος τής γραφής, ιδιαίτερα μάλιστα όταν καταγίνεται με προβλήματα⁴². Η συγγραφή διδασκτικών θεμάτων συγκρίνεται με αύτήν τών δοκιμίων πού εκθέτουν έπιστημονικές γνώσεις με τήν κατάλληλη έκλαϊκευτική μορφή. Οί Βυζαντινοί συγγραφείς κατείχαν τήν τέχνη νά διδάσκουν λαμβάνοντας ύπόψη τους τó επίπεδο μόρφωσης τού μαθητού καθώς και τόν ευρύτερο κύκλο τών ενδιαφερόντων του, και προσπαθώντας νά κάνουν ζωντανή τήν διδασκαλία τους τήν εμπλούτιζαν και με πνευματώδεις παρατηρήσεις άκόμα⁴³. Έπί τών Παλαιολόγων ή ροπή πρò τήν καθαρεύουσα φθάνει στο άποκορύφωμα και έτσι μεγαλώνει τó χάσμα μεταξύ καθομιλουμένης και γραφομένης. Έπιπλέον δέν πρέπει νά άγνοηθεί τó ότι οί Βυζαντινοί έπρεπε σε πολλά ζητήματα (πολιτικά, στρατιωτικά) νά εκφράσουν πλήθος νέων ιδεών και έτσι ήταν πρακτικά άδύνατο νά περιορισθούν στο κλασσικό λεξιλόγιο⁴⁴.

Όσον άφορᾷ στο χειρόγραφο μας ή χρησιμοποιούμενη γλώσσα δείχνει τήν προσπάθεια πού κατέβαλλαν κάποιοι βυζαντινοί για νά γράφουν στην έπιθυμητή άττική διάλεκτο, ίσως τεχνητή και έξεζητημένη, ίσως άκόμη και πολύ διαφορετική άπό τήν καθομιλουμένη. Όμως, βάσει τής χρησιμοποιούμενης έπιστημονικής όρολογίας, θά μπορούσαμε νά χαρακτηρίσουμε τή γλώσσα τού χειρογράφου μας ως λογία, με έμφανή όμως τή λατινική επιρροή. Βέβαια ή λατινική επιρροή άποδεικνύεται και άπό όρισμένες μεθόδους, τίς όποιες χρησιμοποιεί ό συγγραφέας. Αναφέρουμε ως παράδειγμα τή μέθοδο τής ταβλέττας (τολέττας)⁴⁵, τήν όποία χρησιμοποιεί σε προβλήματα έμπορικών συναλλαγών.

40. Έκείνο πού μπορεί νά συμβαίνει είναι και τó αντίστροφο, δηλαδή ένας λόγιος νά χρησιμοποιεί τήν δημόδη γραφή και κάποιος πού θεωρείται άγράμματος τήν λογία, ή άκόμη κάποιος μορφωμένος νά κάνει σύνθεση λογίας και δημόδους γραφής, ό.π. (σημ. 39), σ. 27.

41. ΑΓΝΗ ΒΑΣΙΛΙΚΟΠΟΥΛΟΥ-ΙΩΑΝΝΙΔΟΥ, Η άναγέννηση τών γραμμάτων κατά τόν 12ο αϊ. στο Βυζάντιο και ό Όμηρος, Άθήνα 1971, σ. 54.

42. Ν. ΤΩΜΑΔΑΚΗΣ, Βυζαντινή έπιστολογραφία, Άθήνα 1969, σ. 319.

43. Ό.π., σ. 320.

44. Κ. KRUMBACHER, Geschichte der byzantinischen Litteratur, München 1897, σε έλλ. μετάφρ. Γ. ΣΩΤΗΡΙΑΔΟΥ. Ίστορία τής βυζαντινής Λογοτεχνίας, τόμος Α', έν Άθήνας 1897 [άνατύπωση 1974], σ. 51.

45. Η λέξη toilette είναι τó ύποκοριστικό τής λέξης tola ή tavola, ή όποία στη βενετική διάλεκτο σημαίνει τράπεζα. G. LORIA. Ίστορία τών Μαθηματικών, Άθήνα 1971, τ. Β', σ. 352.

Σχετικά με τις μεθόδους επίλυσης προβλημάτων παρατηρούμε ότι κάποιες από αυτές, όπως π.χ. της δοκιμής του πολλαπλασιασμοῦ, της διαίρεσης και της πρόσθεσης πολλῶν ἀριθμῶν, σήμερα εἶναι ἄγνωστες. Μάλιστα ἀξίζει νὰ ἀναφέρουμε, ὅτι σὲ καμία βαθμίδα τῆς ἐκπαίδευσης δὲν διδάσκουμε σήμερα μέθοδο δοκιμῆς ἀθροισμάτων πολλῶν προσθετέων. Τὸ ἴδιο συμβαίνει καὶ μετὰ τὶς ρίζες τρίτης τάξης⁴⁶, δηλαδή, δὲν διδάσκεται πλέον ὁ τρόπος ὑπολογισμοῦ τους.

Ἡ σύγκριση τῆς μαθητικῆς ὀρολογίας καὶ τῶν μεθόδων ἐκείνης τῆς ἐποχῆς μετὰ τὶς ἀντίστοιχες σημερινές ἀποδεικνύει, ὅτι στὸ πέρασμα τοῦ χρόνου ἄλλοι μὲν τρόποι ἐπίλυσης καὶ ἐπιστημονικοὶ ὅροι ἐξαφανίζονται, ἄλλοι δὲ ἐξελίσσονται, ἐνῶ ἄλλοι παραμένουν ἴδιοι. Αὐτὰ τὰ στοιχεῖα εἶναι σημαντικά, διότι βοηθοῦν στὸ νὰ σχηματίσουμε μία καλύτερη εἰκόνα τῆς ἐξέλιξης τῶν μεθόδων διδακτικῆς τῶν μαθηματικῶν, ὅσον ἀφορᾷ στὴν ἐπινόηση μεθόδων ἐπίλυσης προβλημάτων καὶ τρόπων διδασκαλίας γιὰ τὴν κατὰ τὸ δυνατόν καλύτερη κατανόησή τους ἀπὸ τοὺς μαθητές.

46. Ὡς ρίζα τρίτης τάξης π.χ. τοῦ ἀριθμοῦ 8 ὀρίζουμε τὸν ἀριθμὸ 2, διότι ἰσχύει ἡ ἰσότητα $2^3 = 8$.

SUMMARY

MATHEMATICAL EDUCATION AND TERMINOLOGY IN BYZANTIUM ACCORDING TO COD. VIND. PHIL. GR. 65 (15TH C.)

In this article we present some few results of our study on the mathematical content of the unpublished part (f. 11r-126r) of Cod. Vind. Phil. gr. 65 (the other part has been published by H. Hunger and K. Vogel), which is the subject of our Dr. thesis (to be submitted). This 15th century Byzantine MS includes the solution of problems of practical arithmetic, geometry and algebra, the roots of which can be traced back to antiquity. Most of them are related to practical human needs and therefore they could be used not only by practical men like merchants, metal workers, builders and other people but also by state employers to calculate taxes. The mathematical terminology used in this MS has been strongly influenced by latin works; nevertheless its comparison with modern Greek mathematical terminology reveals –apart from some differences– many identities and similarities showing the continuity of Greek mathematical tradition through the centuries.

MARIA CHALKOU