

ΕΝΑ ΤΡΙΣΔΙΑΣΤΑΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΜΟΡΦΟΛΟΓΙΚΗΣ ΕΞΕΛΙΞΗΣ ΟΡΕΙΝΟΥ ΟΓΚΟΥ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΔΙΑΒΡΩΤΙΚΗΣ ΔΡΑΣΗΣ ΤΩΝ ΥΔΑΤΩΝ*

Α. ΒΑΪΟΠΟΥΛΟΣ¹, Γ. Α. ΣΚΙΑΝΗΣ¹, Β. ΤΣΑΡΜΠΟΣ¹, Β. ΣΑΜΠΩ¹

ΣΥΝΟΨΗ

Στην παρούσα εργασία, επιλύεται η διαφορική εξίσωση της μορφολογικής εξέλιξης ορεινού όγκου, κυλινδρικού σχήματος με κατακόρυφο άξονα, λόγω της διαβρωτικής δράσης των υδάτων. Η λύση της εξίσωσης, συγκρίνεται με αυτήν που προκύπτει από διοδιαστάτο μοντέλο και διαπιστώνεται ότι η διαβρωτική διεργασία είναι ταχύτερη στον ορεινό όγκο πεπερασμένης βάσης από ότι στην οροσειρά με πολύ μεγάλο μήκος. Τέλος, επισημαίνεται ότι η ταχύτητα της μορφολογικής εξέλιξης αυξάνεται, στο βαθμό που μειώνεται ο λόγος της βάσης του αρχικού ορεινού όγκου προς μια σταθερά που ονοματίζεται «συντελεστής διάβρωσης». Τα συμπεράσματα της εργασίας αυτής, μπορούν να συμβάλουν στην καλύτερη κατανόηση των διαβρωτικών διεργασιών που διέπουν τη μορφολογική εξέλιξη του αναγλύφου μιας περιοχής.

ABSTRACT

In the present paper, we study the morphological evolution of a hill or mountain, caused by erosion. The mountain, in its initial state, is simulated by a vertical cylinder, with basis radius r_0 and the erosion is assumed to be caused by a thin water layer flow. Firstly, the differential equation of the erosion process is formulated, assuming that the eroded mass flow is proportional to the hill slope. The differential equation is of the diffusion type and contains a coefficient d , which may be called "erosion coefficient" and its magnitude depends on the type and cohesion of the soil, as well as the friction between soil carrying water flow and the ground. The solution of the differential equation is expressed as an integral, which gives the height y for a distance r from the origin at time t .

The integral is numerically calculated and various profiles of the mountainous relief for different time instants are plotted. As expected, the height of the top of the mountain and the slope are reduced with time. Compared to the two-dimensional model of a rectangular hill, the reduction rate is higher in the three-dimensional case. This means that the evolution of a hill or a mountain, with limited horizontal dimensions, is quicker than that of a mountain range of a much greater length.

A closed analytical expression for the variation of the height of the top of the hill with time is then deduced and compared with an empirical formula proposed by Strahler 1952. The theoretical predictions agree with this formula in qualitative terms only, since the former gives a slower time variation than the latter.

Finally, it is pointed out that the rate of morphological evolution depends on the ratio r_0/d , increasing when r_0/d decreases. A graphical plot of the speed of time variation of the height of the hill against r_0/d is made, to show this dependence.

The results and conclusions of this paper may help in understanding certain aspects of the process by which the relief of an area changes with time. They may also orient field and laboratory investigations towards testing the theoretical predictions and to the study of the influence of certain factors on the morphological evolution of a mountainous region.

ΛΕΞΕΙΣ ΚΛΕΙΔΙΑ: Διάβρωση, μορφολογική εξέλιξη, μεταφορική ικανότητα, συντελεστής διάβρωσης, εξίσωση διάχυσης).

KEY WORDS: erosion, morphological evolution, carrying capacity, erosion coefficient, diffusion equation.

* A 3-D MODEL OF THE MORPHOLOGICAL EVOLUTION OF A MOUNTAIN, AS A RESULT OF FLUVIAL PROCESSES

1. Εργαστήριο Τηλεανάλυσης, Τμήμα Γεωλογίας, Πανεπιστήμιο Αθηνών. Πανεπιστημιόπολη, Αθήνα 157 84.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Από τις αρχές της δεκαετίας του 1950, είχε διαπιστωθεί ότι το σχήμα και η χρονική εξέλιξη των ορεινών όγκων φαίνεται να ακολουθεί, κατά προσέγγιση, ορισμένους μαθηματικούς νόμους και είχε προταθεί και μια εμπειρική σχέση, με βάση παρατηρήσεις στο ύπαιθρο (Strahler 1952).

Στη συνέχεια, ξεκίνησαν οι πρώτες προσπάθειες στο θεωρητικό επίπεδο, για τη μαθηματική περιγραφή της μορφολογικής εξέλιξης ορεινών όγκων, αξιοποιώντας τη γνώση που είχε ήδη αποκομιστεί από τη μελέτη προβλημάτων διάδοσης θερμότητας. Πρώτα δείγματα αυτής της προσπάθειας, είναι οι εργασίες των Scheidegger 1959 και Culling 1963, 1965. Ακολούθησαν οι Kirkby 1971, Hirano 1975, 1976 και Trofimov & Moskovkin 1976, 1984. Μια εισαγωγική παρουσίαση αυτού του θέματος, γίνεται από τον Scheidegger 1991. Χαρακτηριστικό των παραπάνω εργασιών είναι η αναλυτική, ως επί το πλείστον, προσέγγιση του προβλήματος, διατυπώνοντας διαφορικές εξισώσεις με διάφορες αρχικές και οριακές συνθήκες και δίνοντας λύσεις που συνήθως δεν εκφράζονται σε κλειστή μορφή, αλλά ως ολοκληρώματα που προσδιορίζονται αριθμητικά, ή ως σειρές απείρων όρων. Στις περισσότερες περιπτώσεις, τα μοντέλα ήταν διδιάστατα και δίνονταν έμφαση στη μορφολογική εξέλιξη της κλιτύς και όχι του συνόλου του ορεινού όγκου. Η έλλειψη προσιτών υπολογιστικών μέσων με εύχρηστο και ισχυρό λογισμικό για αριθμητικούς υπολογισμούς, πιστεύουμε πως είναι η αιτία που οι εργασίες αυτές χαρακτηρίζονται, συχνά, από τις λίγες γραφικές παραστάσεις και την περιορισμένης έκτασης ποσοτική διερεύνηση των παραμέτρων που καθορίζουν τη συμπεριφορά του μελετούμενου συστήματος.

Από τη δεκαετία του 1970, με την ανάπτυξη των υπολογιστών, άρχισε να κερδίζει έδαφος η άποψη ότι δεν είναι απαραίτητο να καταφύγει κανείς στη διατύπωση και επίλυση διαφορικών εξισώσεων για τη μελέτη της μορφολογικής εξέλιξης μιας κλιτύς. Ο εναλλακτικός τρόπος προσέγγισης, είναι ο χωρισμός της γεωμορφής σε διακριτές στοιχειώδεις επιφάνειες (κυψελίδες) και η εκτίμηση του μελλοντικού ύψους της κάθε κυψελίδας, ξεκινώντας από ένα ψηφιακό μοντέλο εδάφους ως αρχική συνθήκη και χρησιμοποιώντας απλές αριθμητικές σχέσεις, που απορρέουν από το πείραμα ή από απλούς θεωρητικούς συλλογισμούς. Με τον τρόπο αυτό, επιτεύχθηκε η μελέτη της χρονικής εξέλιξης περίπλοκων τριδιάστατων γεωμορφών, με εντυπωσιακά, για εκείνη την εποχή, γραφήματα. Το ενδιαφέρον μετατοπίστηκε από τη μελέτη του σχήματος του συνόλου της κλιτύς, στη μελέτη της εμφάνισης και εξέλιξης μικρής κλίμακας γεωμορφών, κυρίως αυλάκων. Οι αριθμητικές αυτές λύσεις, έχουν αναπόφευκτα ένα μερικό χαρακτήρα, καθώς δεν παρέχουν ένα γενικό μαθηματικό νόμο για τη συμπεριφορά του υπό μελέτη συστήματος, αλλά συγκεκριμένες λύσεις για συγκεκριμένα ψηφιακά μοντέλα εδάφους. Στην ερευνητική αυτή κατεύθυνση, κινούνται οι εργασίες των Armstrong 1976, Huang & Bradford 1993, Coulthard et. al. 1996, Favis-Mortlock et. al. 1998. Οι Hergarten & Neugebauer 1998, ξεκινούν από τις διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν τη συμπεριφορά του υπό μελέτη συστήματος, η αριθμητική επίλυση των οποίων, για κάθε κυψελίδα, οδηγεί στην πρόβλεψη της χρονικής εξέλιξης της κλιτύς.

Η άποψή μας είναι ότι τα τριδιάστατα μοντέλα αριθμητικού προσδιορισμού του ψηφιακού μοντέλου εδάφους σε διάφορες χρονικές στιγμές, είναι πολύ χρήσιμα στην εκτίμηση του πώς θα εξελιχθεί μελλοντικά μια συγκεκριμένη περιοχή, με την περίπλοκη γεωμορφολογία της και με τους επι μέρους παράγοντες που διαμορφώνουν την εξέλιξή της. Ωστόσο, για τη συναγωγή γενικότερων συμπερασμάτων σε σχέση με το πώς επηρεάζεται η εξέλιξη ενός ορεινού όγκου και από ποιούς μαθηματικούς νόμους διέπεται αυτή, ίσως είναι καλύτερα να λειτουργήσει κανείς πιο αφαιρετικά και να αξιοποιήσει τις μεθόδους αναλυτικής προσέγγισης της συμπεριφοράς του υπό μελέτη συστήματος. Η ευκολία με την οποία μπορούν να πραγματοποιηθούν, σήμερα, οι απαραίτητοι αριθμητικοί υπολογισμοί, χάρη στους ταχείς ΗΥ, και να γίνουν οι σχετικές γραφικές παραστάσεις, είναι ένα πλεονέκτημα που στο παρελθόν δεν είχαν στη διάθεσή τους οι θεωρητικοί γεωμορφολόγοι και που μπορεί να βοηθήσει σημαντικά στην καλύτερη κατανόηση των διεργασιών εξέλιξης του σχήματος και των διαστάσεων ενός ορεινού όγκου.

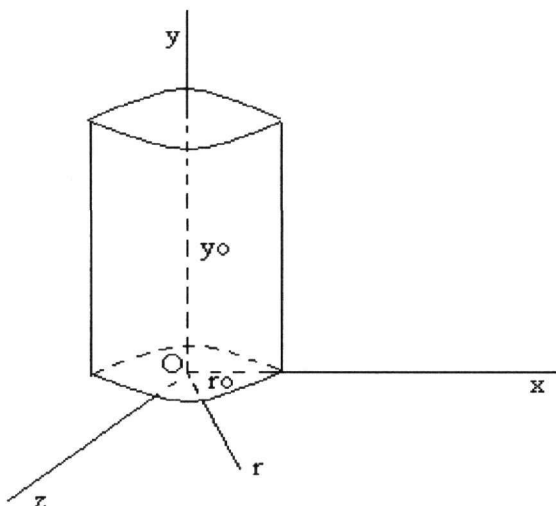
Στην παρούσα εργασία, μελετάται το πρόβλημα της μορφολογικής εξέλιξης τριδιάστατου ορεινού όγκου, λόγω της διαβρωτικής δράσης των επιφανειακών υδάτων. Το αρχικό σχήμα του ορεινού όγκου είναι κυλινδρικό, με κατακόρυφο άξονα, χωρίς να υπεισέρχεται άλλη οριακή συνθήκη στη διαφορική εξίσωση της διάβρωσης. Στη συνέχεια, συγκρίνονται τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τη λύση της διαφορικής εξίσωσης του τριδιάστατου μοντέλου, με αυτά των δυο διαστάσεων και συνάγεται μια εύχρηστη αναλυτική έκφραση για τη χρονική μεταβολή του ύψους του ορεινού όγκου.

2. ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ ΔΙΑΒΡΩΣΗΣ ΤΟΥ ΟΡΕΙΝΟΥ ΟΓΚΟΥ

Στη διεθνή βιβλιογραφία, οι εργασίες για τη μελέτη της μορφολογικής εξέλιξης ορεινού όγκου με αναλυτικές μεθόδους, περιορίζεται, συνήθως, στις δυο διαστάσεις. Οι Culling 1963 και Hirano 1976, επιλύουν το πρόβλημα της διάβρωσης ορεινού όγκου με αρχικό σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου. Ο Culling 1963, μελε-

τάει το πρόβλημα της χρονικής εξέλιξης κυλινδρικού όγκου, θέτοντας όμως μια οριακή συνθήκη μηδενικού ύψους, για μια δεδομένη απόσταση από το κέντρο της βάσης. Αυτό, από φυσική άποψη, σημαίνει απομάκρυνση του αποτιθέμενου υλικού από ποτάμια μεταφορά από τη συγκεκριμένη θέση. Στην παρούσα εργασία, διατυπώνεται και μελετάται η διαφορική εξίσωση της διαβρωτικής διεργασίας, χωρίς την υπόθεση της ροής ποτάμιου ρεύματος σε κάποια θέση. Κατά συνέπεια, η λύση διαφέρει από αυτήν του Culling 1963.

Η αρχική κατάσταση του ορεινού όγκου (χρόνος $t=0$), αναπαριστάται στο (σχ. 1).



Σχ. 1. Το μοντέλο του κυλινδρικού ορεινού όγκου, με ύψος y_0 και ακτίνα βάσης r_0
 Fig. 1. The model of the mountain with a cylindrical shape, height y_0 and basis radius r_0 .

Καθόλη την επιφάνεια του ορεινού όγκου, και σε διάφορες χρονικές στιγμές, ρέει ένα λεπτό στρώμα νερού, στην κατεύθυνση της ελάττωσης του υψομέτρου. Η ροή νερού μπορεί να οφείλεται σε βροχοπτώση, σε τήξη πάγων κατά την εαρινή περίοδο, ή σε άλλα αίτια. Το νερό συμπαρασύρει υλικό από την επιφάνεια του ορεινού όγκου και το αποθέτει σε χαμηλότερα υψόμετρα, με αποτέλεσμα να αλλάζει το ύψος y σε κάθε θέση (x, z) , άρα και το ανάγλυφο, ως προς το χρόνο t .

Για τη διατύπωση της διαφορικής εξίσωσης που περιγράφει την όλη διαδικασία, θα πρέπει πρώτα να γραφεί μια μαθηματική σχέση που να εκφράζει τη μεταβολή του υψομέτρου λόγω της ροής νερού και συμπαρασυρόμενου υλικού. Η σχέση αυτή είναι η:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -a[\partial(cv_x)/\partial x + \partial(cv_z)/\partial z] \quad (1)$$

c είναι η μεταφορική ικανότητα του νερού, (v_x, v_z) είναι η οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας $v(x, z, t)$ του νερού. Η παρουσία των v_x και v_z στη σχέση (1), υποδηλώνει ότι η χρονική μεταβολή του υψομέτρου, λόγω μεταφοράς μάζας, καθορίζεται από την οριζόντια συνιστώσα της ταχύτητας. Το a είναι μια ποσότητα που εκφράζει το βαθμό ευκολίας αποκόλλησης του υλικού από την επιφάνεια του ορεινού όγκου και εξαρτάται από τη συνοχή του υλικού αυτού.

Η ροή του νερού με το συμπαρασυρόμενο υλικό, είναι ανάλογη της κλίσης της επιφάνειας του αναγλύφου (Hirano 1975, Trofimov & Moskonkin 1984), οπότε ισχύει η σχέση:

$$(cv_x, cv_z) = -b(\partial y/\partial x, \partial y/\partial z) \quad (2)$$

Ο συντελεστής b εκφράζει το βαθμό ευκολίας κύλισης του νερού μαζί με το συμπαρασυρόμενο υλικό στην επιφάνεια του ορεινού όγκου και εξαρτάται από την τριβή μεταξύ ρευστού και εδάφους.

Από τις σχέσεις (1) και (2), συνάγεται η διαφορική εξίσωση της διάβρωσης, που είναι η:

$$\partial y/\partial t = d^2(\partial^2 y/\partial x^2 + \partial^2 y/\partial z^2) \quad (3)$$

Ο συντελεστής d ονοματίζεται συντελεστής διάβρωσης και συνδέεται με τα a και b με τη σχέση:

$$d^2 = ab \quad (4)$$

Για το μοντέλο του (σχ. 1), εξυπηρετεί να γραφεί η διαφορική εξίσωση (3) σε κυκλικές συντεταγμένες, οπότε, λόγω της ακτινικής συμμετρίας του προβλήματος, προκύπτει η σχέση

$$\partial y/\partial t = d^2[\partial^2 y/\partial r^2 + (1/r)\partial y/\partial r] \quad (5)$$

r είναι η απόσταση σημείου στο επίπεδο xOz , από την αρχή των αξόνων (σχ. 1).

Οι αρχικές συνθήκες της παραπάνω διαφορικής εξίσωσης, με βάση τη γεωμετρία του προβλήματος, είναι:

$$y(r, 0) = f(r) = \begin{cases} y_0, & r \leq r_0 \\ 0, & r > r_0 \end{cases} \quad (6)$$

και η λύση, γενικά, είναι (Zauderer 1989):

$$y(r, t) = \frac{y_0}{2d^2t} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{r^2 + s^2}{4d^2t}\right] I_0\left(\frac{rs}{2d^2t}\right) f(s) ds \quad (7)$$

I_0 είναι η τροποποιημένη συνάρτηση Bessel, πρώτου είδους και μηδενικής τάξης.

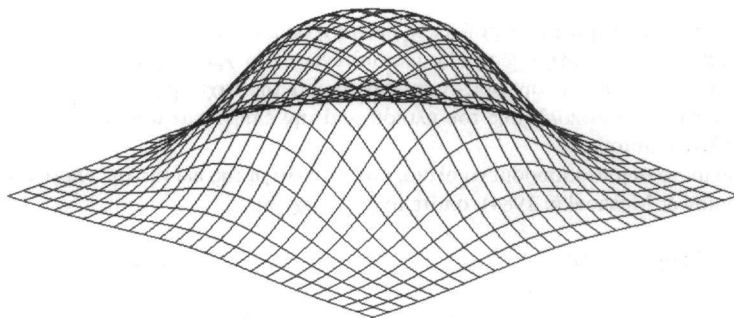
Για το συγκεκριμένο πρόβλημα, με τις αρχικές συνθήκες της σχέσης (6), η λύση είναι:

$$y(r, t) = \frac{y_0}{2d^2t} \int_0^{r_0} \exp\left[-\frac{r^2 + s^2}{4d^2t}\right] I_0\left(\frac{rs}{2d^2t}\right) ds \quad (8)$$

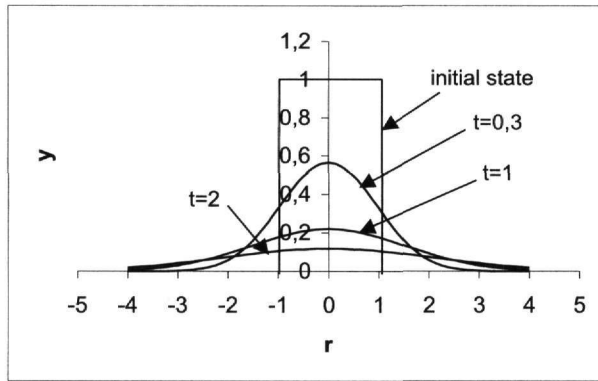
Για το ολοκλήρωμα της σχέσης (8), δεν υπάρχει έκφραση σε κλειστή μορφή, μπορεί όμως να υπολογιστεί αριθμητικά για διάφορες τιμές των r και t . Με τη βοήθεια κατάλληλου λογισμικού, έγιναν οι αριθμητικοί υπολογισμοί και δημιουργήθηκε (σχ. 2) ένα τρισδιάστατο γραφήμα της μορφής του ορεινού όγκου σε χρόνο $t=1$, με τις αριθμητικές τιμές των y_0 , r_0 και d ίσες με τη μονάδα. Μπορεί κανείς να δει το πώς το αρχικό ανάγλυφο του (σχ. 1) με την απότομη κλίση, εξελίσσεται, με την πάροδο του χρόνου, σε μια πιο ομαλή επιφάνεια κωδωνοειδούς μορφής.

Στο (σχ. 3), παρουσιάζεται η χρονική εξέλιξη του αναγλύφου, κατά μήκος κατακόρυφης τομής που περνάει από την αρχή των αξόνων ($r_0 = 1$, $d = 1$). Εδώ, είναι εμφανής η πτωτική τάση του ύψους του ορεινού όγκου με την πάροδο του χρόνου, καθώς και η προοδευτική μείωση της κλίσης.

Παρουσιάζει ενδιαφέρον η σύγκριση της λύσης της διαφορικής εξίσωσης (3) για τη διάβρωση του τρισδιάστατου ορεινού όγκου, με αυτήν για διδιάστατο μοντέλο.

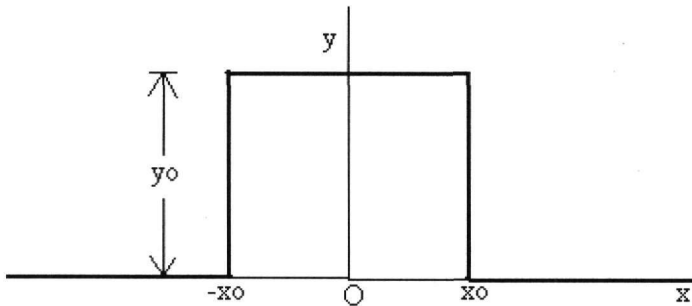


Σχ. 2. Ο ορεινός όγκος σε χρόνο $t = 1$.
Fig. 2. The mountain at time $t = 1$.



Σχ. 3. Τομή του αναγλύφου σε διάφορες χρονικές στιγμές.
 Fig. 3. A profile of the mountain relief for various time instants.

Για το σκοπό αυτό, θεωρούμε το διδιάστατο μοντέλο του (σχ. 4), που αναπαριστάει ορεινό όγκο με πολύ μεγάλη τη μια οριζόντια διάσταση.



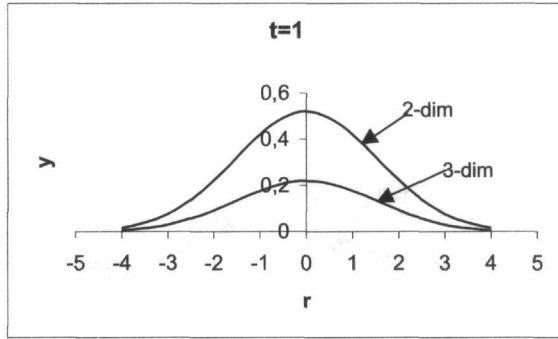
Σχ. 4. Διδιάστατο μοντέλο ορεινού όγκου.
 Fig. 4. A two-dimensional model of a mountain.

Η έκφραση για τη χρονική εξέλιξη του ορεινού όγκου είναι η (Culling 1963, Zauderer 1989):

$$y(x, t) = \frac{y_0}{\sqrt{4\pi d^2 t}} \int_{-1}^1 \exp\left[-\frac{(x-s)^2}{4d^2 t}\right] ds \quad (9)$$

Στο (σχ. 5), παρουσιάζονται οι λύσεις της διαφορικής εξίσωσης της διάβρωσης για το διδιάστατο μοντέλο του (σχ. 4) και για το τριδιάστατο μοντέλο του (σχ. 1). Είναι φανερό ότι από ποιοτική άποψη, οι λύσεις των διαφορικών εξισώσεων, στις δυο και στις τρεις διαστάσεις αντίστοιχα, δίνουν παρόμοια αποτελέσματα. Ωστόσο, στο τριδιάστατο μοντέλο, το υψόμετρο μεταβάλλεται, ως προς το χρόνο, με ταχύτερο ρυθμό από όσο στο διδιάστατο μοντέλο. Μια φυσική εξήγηση γι' αυτήν τη συμπεριφορά των λύσεων είναι ότι στις τρεις διαστάσεις, υπάρχει η δυνατότητα μεταφοράς υλικού σε διάφορες διευθύνσεις πάνω στην κλιτύ του ορεινού όγκου, ενώ στις δυο διαστάσεις η μάζα μεταφέρεται μόνο σε μια διεύθυνση, αυτήν της εφαπτομένης στη γραμμή του αναγλύφου. Κατά συνέπεια, στην πρώτη περίπτωση, το υλικό που μεταφέρεται στη μονάδα του χρόνου, για κάθε θέση πάνω στην επιφάνεια του ορεινού όγκου, είναι περισσότερο από όσο στη δεύτερη περίπτωση.

Επομένως, σύμφωνα με την παραπάνω μαθηματική ανάλυση, το ανάγλυφο οροσειράς με σχετικά μεγάλο μήκος θα πρέπει να μεταβάλλεται με πιο αργούς ρυθμούς από όσο το ανάγλυφο ορεινού όγκου με πεπερασμένες και τις τρεις διαστάσεις. Η γεωμορφολογική έρευνα στο ύπαιθρο, μπορεί ίσως να ελέγξει την εγκυρότητα αυτής της θεωρητικής πρόβλεψης.



Σχ. 5. Το διδιάστατο και το τριδιάστατο μοντέλο ορεινού όγκου σε χρόνο $t=1$, με τις παραμέτρους y_0, x_0, r_0, d_0 ίσες με τη μονάδα.

Fig. 5. The two-dimensional and the three-dimensional model at time $t=1$, with y_0, x_0, r_0, d_0 equal to unity.

Στις τρεις διαστάσεις, είναι δυνατό να συναχθεί μια εύχρηστη αναλυτική έκφραση για τη μεταβολή του μεγίστου υψομέτρου $y(0)$ ως προς το χρόνο t . Για το σκοπό αυτό, θέτουμε $r=0$ στη σχέση (8), ώστε να λάβει αυτή τη μορφή

$$y(0, t) = \frac{y_0}{2d^2t} \int_0^{r_0} \exp\left[-\frac{s^2}{4d^2t}\right] s ds \quad (10)$$

Από όπου συνάγεται εύκολα ότι

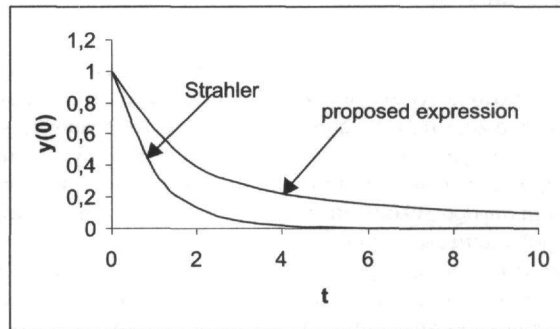
$$y(0, t) = y_0 \{1 - \exp[-r_0^2/(4d^2t)]\} \quad (11)$$

Από τη σχέση αυτή, είναι δυνατό να υπολογιστεί το υψόμετρο της κορυφής του ορεινού όγκου για διάφορες χρονικές στιγμές. Η χρονική εξέλιξη του ύψους της κορυφής του ορεινού όγκου, με βάση τη σχέση (11), διαφέρει σημαντικά από αυτήν που περιγράφεται από τον εμπειρικό τύπο του Strahler 1952, ο οποίος είναι:

$$y(0, t) = y_0 \cdot \exp(-kt) \quad (12)$$

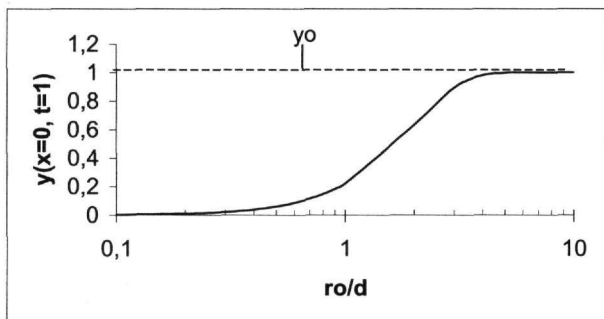
όπου k σταθερά.

Στο (σχ. 6), φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων (11) και (12), θέτοντας τις αριθμητικές τιμές των $y_0, r_0^2/(4d)$ και k ίσες με τη μονάδα. Είναι φανερό ότι η μείωση του ύψους της κορυφής γίνεται με ταχύτερο ρυθμό με βάση τον εμπειρικό τύπο του Strahler, από όσο με βάση τη δική μας πρόβλεψη. Για το λόγο αυτό, ίσως θα άξιζε να επανεξεταστούν τα εμπειρικά δεδομένα υπό το φως των νέων θεωρητικών προβλέψεων.



Σχ. 6. Χρονική εξέλιξη του ύψους ορεινού όγκου, με βάση τον εμπειρικό τύπο του Strahler 1952 και με βάση τη σχέση (11).
Fig. 6. Time variation of the mountain height, according to Strahler's 1952 empirical formula and according to the expression proposed in the present paper (equation (11)).

Με βάση τη σχέση (11), φαίνεται ότι οι ποσότητες d και r_0 παίζουν σημαντικό ρόλο στη χρονική εξέλιξη του ύψους της κορυφής, αλλά και του αναγλύφου, γενικότερα. Στη γραφική παράσταση του (σχ. 7), φαίνεται το πώς επηρεάζει το πηλίκο r_0/d τη μεταβολή του υψομέτρου της κορυφής $y(0)$, κατά το χρονικό διάστημα $t=0$ ως $t=1$. Η μεταβολή είναι ταχύτερη για μικρά r_0 και μεγάλα d , ενώ είναι πολύ αργή, ως ανύπαρκτη, για μεγάλα r_0 και μικρά d . Όταν η αριθμητική τιμή του r_0/d κυμαίνεται από 0.4 ως 4, αναμένονται σημαντικές, αλλά όχι πολύ γρήγορες χρονικές μεταβολές στο ύψος του ορεινού όγκου. Με αυτήν την έννοια, το διάστημα τιμών από 0.4 ως 4, εκτιμάται ότι είναι αυτό που εκφράζει τη φυσική πραγματικότητα.



Σχ. 7. Γραφική παράσταση της εξάρτησης της ταχύτητας χρονικής μεταβολής του ύψους του τρισδιάστατου μοντέλου ορεινού όγκου από το λόγο r_0/d .

Fig. 7. A graphical representation of the dependence of the speed of time variation of the height of the three-dimensional model on the ratio r_0/d .

3. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Από τη μαθηματική ανάλυση που πραγματοποιήθηκε σε αυτήν την εργασία, μπορούν να συναχθούν τα παρακάτω συμπεράσματα:

Η γενική εξελικτική τάση που ακολουθεί ένας ορεινός όγκος με απότομη κλιτύ, λόγω της διαβρωτικής δράσης των επιφανειακών υδάτων, είναι η μείωση του ύψους του και η εξομάλυνση του αναγλύφου, με τελικό αποτέλεσμα την ισοπέδωση του ορεινού όγκου, αν δεν υπάρχει κάποιος μηχανισμός αναπλήρωσης του ελαττούμενου υψομέτρου.

Ο ρυθμός χρονικής εξέλιξης εξαρτάται από το βαθμό ευκολίας με την οποία μπορεί να συμπαρασυρθεί υλικό από την επιφάνεια του εδάφους (συνοχή του επιφανειακού υλικού) και από τις τριβές μεταξύ της ρευστής μάζας του νερού με το συμπαρασυρόμενο υλικό. Η συνδυασμένη επιρροή των παραγόντων αυτών εκφράζεται με την παράμετρο d , που μπορεί να ονομαστεί συντελεστής διάβρωσης.

Ο ρυθμός μεταβολής του αναγλύφου εξαρτάται επίσης και από το μέγεθος της βάσης του αρχικού ορεινού όγκου. Με βάση το προταθέν τρισδιάστατο μοντέλο ακτινικής συμμετρίας, αποδείχτηκε ότι ο ρυθμός χρονικής μεταβολής του υψομέτρου καθορίζεται από το λόγο r_0/d , όπου r_0 η ακτίνα της βάσης του ορεινού όγκου, αν αυτή θεωρηθεί ως κυκλική, κατά προσέγγιση. Στο βαθμό που μειώνεται αυτός ο λόγος, επιταχύνεται η χρονική εξέλιξη του ορεινού όγκου.

Η εξέλιξη του αναγλύφου είναι ταχύτερη σε ορεινό όγκο με βάση πεπερασμένων διαστάσεων, από όσο σε μια οροσειρά, η μια διάσταση της οποίας είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με τις άλλες δυο.

Ο πειραματισμός στο εργαστήριο και οι παρατηρήσεις στο ύπαιθρο θα κρίνουν την εγκυρότητα των υποθέσεων εργασίας και των θεωρητικών προβλέψεων και μπορούν να συμβάλουν στην κατασκευή νέων μαθηματικών μοντέλων που να περιγράφουν καλύτερα τη φυσική πραγματικότητα (Βαϊόπουλος 2000).

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- ARMSTRONG, A., 1976: A three-dimensional simulation of slope forms. *Z. Geomorph. N. F.*, Suppl. Bd. 25, 20-28.
- ΒΑΪΟΠΟΥΛΟΣ, Δ. Α., 2000: Εισαγωγή στην Πληροφορική. Πανεπιστήμιο Αθηνών.
- COULTHARD, T. J., KIRKBY, M. J. & MACKLIN, M., 1996: A cellular automation fluvial and slope model of landscape evolution. In Abrahart, R. J. (ed.), *Proceedings of the first International Conference on Geocomputation (Volume I)*, School of Geography, University of Leeds, 168-185.
- CULLING, W. E. H., 1963: Soil creep and the development of hill-side slopes. *Jour. Geology*, 71, 127-161.
- CULLING, W. E. H., 1965: Theory of erosion on soil-covered slopes. *Jour. Geology*, 73, 230-254.
- FAVIS-MORTLOCK, D., BOARDMAN, J., PARSONS, T. & LASCELLES, B., 1998: Emergence and erosion: a model for rill initiation and development. In Abrahart, R.J. (ed.), *Proceedings of the third International Conference on Geocomputation*, University of Bristol, 17-19 September 1998. http://www.ecu.ox.ac.uk/ld/rg2geocomp/gc_86.htm.
- HERGARTEN, S. & NEUGEBAUER, H. J., 1998: Self-organized criticality in a landslide model. *Geophysical Research Letters*, 25(6), 801-804.
- HIRANO, M., 1975: Simulation of developmental process of interfluvial slopes with reference to graded form. *Jour. Geology* 83, 113-123
- HIRANO, M., 1976: Mathematical model and the concept of equilibrium in connection with slope shear ratio. *Z. Geomorph. N. F.*, Suppl. Bd. 25, 50-71.
- HUANG, C. H. & BRADFORD, J. M., 1993: Analyses of slope and runoff factors based on the WEPP erosion model. *Soil Science Society of America Journal*, 57(5), 1176-1183.
- KIRKBY, M. J., 1971: Hillslope process-response models based on the continuity equation. In Brunsden, D. (ed), *Slopes, form and process*, Inst. of British Geogr. Special Publ. 3, 15-30.
- SCHEIDEGGER, A. E., 1959: Hydraulic effects in geodynamics: *Geologie und Bauwesen*, 25, 3-49.
- SCHEIDEGGER, A. E., 1991: *Theoretical Geomorphology*. 3rd Edition. Springer-Verlag. Berlin.
- STRAHLER, A. N., 1952: Dynamic basis of geomorphology. *Bull. Geol. Soc. America*, 63, 923-938.
- TROFIMOV, A. M. & MOSKOVKIN, V. M., 1976: On the problem of stable profiles of deluvial slopes. *Z. Geomorph. N. F.*, Suppl. Bd. 25, 110-113.
- TROFIMOV, A. M. & MOSKOVKIN, V. M., 1984: Diffusion models of slope development. *Earth Surface Processes and Landforms*, 9, 435-453.
- ZAUDERER, E., 1989: *Partial Differential Equations of Applied Mathematics*. Second edition. John Wiley & Sons. New York.