

# Giordano Bruno

Vol 1, No 1 (2025)

GIORDANO BRUNO – Issue 1

Issue 1  
January 2025



## Giordano Bruno

Yearly journal of the Ficino Academy of art, philosophy and science,  
aiming at the revival of the ideal of Humanism

### Contents

**Άννα Γρίβα**, *Ελληνικές σπουδές, ποιητική και λογοτεχνική θεωρία στον Ιταλικό Ουμανισμό*

**Μάρκος Δενδρινός**, *Η διαμάχη πλατωνικών και αριστοτελικών κατά την πρόση Αναγέννηση*

**Φοίβος Παπαδημητρίου**, *Ένας Διάλογος για τη Φύση, τον Ντετερμινισμό και την Τυχαιότητα*

**Ηλίας Βαβούρας**, *Το δαμάτιο του σοφού από τους Στωικούς στην Αναγέννηση*

**Angeliki Antoniou**, *From Digital Humanities to Cultural Informatics and beyond*

**Foteini Efthymiou**, *Bertrand Russell: Two forms of knowledge, Critique of Idealism, On «linguistic analysis»*

**Ευσταθία Δήμου**, *Σημεία του Υψηλού: Μια προσέγγιση της «Περί Ύψους» θεωρίας του Λογγίνου*

**Μύρων Ζαχαράκης**, *Μια κριτική προσέγγιση στην «αναρχική» επιστημολογία του Feysrabend και στον «δημοκρατικό σχετικισμό» του*

**Δημήτριος Παππάς**, *Η Προ-Επιστήμη και το Δίκαιο στον Ησίοδο: Ιδέες για τον Σύγχρονο Οικογενειακό Σχεδιασμό*

**Σπύρος Γκάνας**, *Ο θεράπων στους Ηρακλείδες του Ευριπίδη*

**Ιωάννης Γιαννής**, *Το απέραντο σύμπαν του Giordano Bruno*

A Peer Reviewed, Open Access Journal  
ISSN: 3057-4323

## Ένας Διάλογος για τη Φύση, το Ντετερμινισμό και την Τυχαιότητα

Fivos Papadimitriou

doi: [10.12681/gbruno.43611](https://doi.org/10.12681/gbruno.43611)

*Issue 1*  
*January 2025*



## Giordano Bruno

Yearly journal of the Ficino Academy of art, philosophy and science,  
aiming at the revival of the ideal of Humanism

### Contents

**Άννα Γρίβα**, *Ελληνικές σπουδές, ποιητική και λογοτεχνική θεωρία στον Ιταλικό Ουμανισμό*

**Μάρκος Δενδρινός**, *Η διαμάχη πλατωνικών και αριστοτελικών κατά την πρώτη Αναγέννηση*

**Φοίβος Παπαδημητρίου**, *Ένας Διάλογος για τη Φύση, τον Ντετερμινισμό και την Τυχαιότητα*

**Ηλίας Βαβούρας**, *Το δωμάτιο του σοφού από τους Στωικούς στην Αναγέννηση*

**Angeliki Antoniou**, *From Digital Humanities to Cultural Informatics and beyond*

**Foteini Efthymiou**, *Bertrand Russell: Two forms of knowledge, Critique of Idealism, On «linguistic analysis»*

**Ευσταθία Δήμου**, *Σημεία του Υψηλού: Μια προσέγγιση της «Περί Ύψους» θεωρίας του Λογγίνου*

**Μύρων Ζαχαράκης**, *Μια κριτική προσέγγιση στην «αναρχική» επιστημολογία του Feyerabend και στον «δημοκρατικό σχετικισμό» του*

**Δημήτριος Παππάς**, *Η Προ-Επιστήμη και το Δίκαιο στον Ησιόδο: Ιδέες για τον Σύγχρονο Οικογενειακό Σχεδιασμό*

**Σπύρος Γκάννας**, *Ο θεράπων στους Ηρακλείδες του Ευριπίδη*

**Ιωάννης Γιαννής**, *Το απέραντο σύμπαν του Giordano Bruno*

A Peer Reviewed, Open Access Journal  
ISSN: 3057-4323

## Ένας Διάλογος για τη Φύση, το Ντετερμινισμό και την Τυχειότητα

Φοίβος Παπαδημητρίου

Τμήμα Αρχειονομίας, Βιβλιοθηκονομίας και Συστημάτων Πληροφόρησης,  
Πανεπιστήμιο Δυτικής Αττικής

### Περίληψη

Παρουσιάζεται εδώ ένας διάλογος μεταξύ δύο φανταστικών συνομιλητών, με θέμα τη θέση του ανθρώπου στη φύση, η οποία διέπεται από ντετερμινισμό και τυχειότητα. Συζητώνται, μεταξύ άλλων, η εξέλιξη των ειδών, η ανάδυση της πολυπλοκότητας, η ανθρωπική αρχή και η μη-επιλυσιμότητα. Προτείνεται η χρήση τέτοιων σύντομων και περιεκτικών διαλόγων ως μέσο βοηθητικό της σκέψης που στοχεύει στη διατύπωση κατά το δυνατόν ολοκληρωμένων κοσμο-και-βιοθεωριών, οι οποίες, αν και θα είναι υποκειμενικά διατυπωμένες, θα βασίζονται σε επιστημονικά δεδομένα. Οι διάλογοι αυτοί ίσως μπορέσουν να αναβιώσουν τους Πλατωνικούς διαλόγους στο πλαίσιο όμωσ γνώσεων που διατίθεται στον 21<sup>ο</sup> αιώνα αλλά και ενός νέου ουμανισμού.

**Λέξεις-κλειδιά:** ντετερμινισμός, τυχειότητα, εξέλιξη, ανθρωπική αρχή, επιλυσιμότητα, φύση

### On Nature, Determinism and Randomness: A Dialogue

#### Abstract

A dialogue between two imaginary interlocutors is presented here, that aims at opening a new avenue in thinking about determinism, stochasticity and the role of humans in nature. The evolution of species, the emergence of complexity, the anthropic principle and the problem of unsolvability are among the topics that this dialogue purports to touch upon. This example dialogue might serve as a conceptual framework facilitating thinkers to derive their own non-contradictory worldviews, which, although subjectively formulated, will nevertheless be based on widely accepted scientific results. Such dialogues may then be propounded, contributing to a revival of Platonic dialogues in the 21<sup>st</sup> century, by reflecting on the vast array of valid scientific knowledge that is hitherto available.

**Keywords:** determinism, randomness, evolution, anthropic principle, unsolvability, nature

## 1. Εισαγωγή

Η ζωή είναι πολύπλοκη, με απείρως μεγαλύτερη φαντασία από τη δική μας. Χρειαζόμαστε, με κύρια όπλα μας τη λογική και τις γνώσεις μας, να κατανοήσουμε στο μέγιστο δυνατό βαθμό τον κόσμο γύρω μας. Σε τί θα μπορούσε να συνίσταται μια ελάχιστη “εργαλειοθήκη” επιστημονικών εννοιών, που θα την καθιστούσε ικανή να οδηγήσει, το ταχύτερο δυνατόν, στο να μπορέσουμε να δημιουργήσουμε μια ολοκληρωμένη αντίληψη για τον κόσμο; Δεν είναι εύκολο να προσδιοριστεί ένα τέτοιο *minimum minimozum*, όπως και τίποτα απ’ ό,τι είναι άξιο θαυμασμού σ’ αυτό το σύμπαν δεν είναι εύκολο να κατανοηθεί χωρίς χρόνο και επίπονη προσπάθεια. Η αναζήτηση αυτού του ελάχιστου οδηγεί σε σκέψεις εκφρασμένες με μορφή διαλόγου μεταξύ δύο συνομιλητών (Α και Β). Ο στόχος αυτού του διαλόγου είναι η παραγωγή (στα πλαίσια του ανθρωπίνως δυνατού) ολοκληρωμένου νοήματος (μιας βιο-κοσμοθεωρίας), με τη χρήση όμως όσο το δυνατόν πιο περιορισμένου εύρους επιστημονικών εννοιών. Έτσι, εδώ γίνεται *μια πρώτη πρόταση* προς το σκοπό αυτό, της επανατοποθέτησης δηλαδή, της σκέψης για τη θέση του ανθρώπου στη φύση μέσα από ένα διάλογο. Το πλεονέκτημα της χρήσης διαλόγου αντί κειμένου είναι γνωστό: σε ένα τέτοιο πλαίσιο, άλλωστε, μπορεί να πιθανολογηθεί, ότι λειτουργούσαν και οι Πλατωνικοί διάλογοι. Στη νεότερη εποχή, μαθηματικοί κυρίως, δημοσίευσαν επιστημονικές και επιστημολογικές απόψεις σε μορφή διαλόγων (Rényi 1967; Stewart 1992; Smullyan 2009; Zazkis and Herbst 2018), με μεγάλη επιτυχία. Πέρα όμως από το διάλογο που παρουσιάζεται εδώ, άλλοι ερευνητές, μελλοντικά, ίσως (ή μάλλον, καλύτερα, *θα πρέπει να*) προτείνουν άλλα σύνολα ελαχίστων επιστημονικών γνώσεων και προσεγγίσεων από αυτό που παρουσιάζεται εδώ (με την ελπίδα να είναι και περισσότερο αποτελεσματικά), και τέτοια που να μας επιτρέπουν να αποκτούμε γρήγορα, και χωρίς ιδιαίτερη ούτε περισσότερη επιστημονική εξειδίκευση ή εμπάθυνση, μια όσο το δυνατόν πιο ολοκληρωμένη αντίληψη για τον κόσμο γύρω μας.

## 2. «Λόγος για Όλα»: Ένας Διάλογος

A Πώς θα δίναμε μια πολύ γενική περιγραφή του σύμπαντος;

B Γαλαξίες από άστρα, κενός χώρος, σμήνη και υπερσμήνη γαλαξιών, χώρος και χρόνος, ύλη και ενέργεια.

A Και της ιστορίας του;

B Ξεκίνησε πριν από περίπου 13-14 δισεκατομμύρια χρόνια, από κάτι πολύ απλούστερο, διαφοροποιήθηκε με εκρηκτικό τρόπο, επεκτεινόμενο με ιλιγγιώδη ταχύτητα, και στη διάρκεια αυτή, μπόρεσαν να δημιουργηθούν γαλαξίες, με ηλιακά συστήματα όπως το δικό μας, μέσα στο οποίο έγινε και η Γη μας.

A Και μια σύντομη ιστορία της Γης;

B Η επιφάνειά της σταθεροποιήθηκε σε κάποιο βαθμό πριν από 4,5 δισεκατομμύρια χρόνια, ύστερα ξεχώρισε η στεριά από τη θάλασσα, δημιουργήθηκε ζωή, στην αρχή απλή και στη συνέχεια σε μυριάδες μορφές, προσαρμοζόμενη στις εκάστοτε τοπικές συνθήκες κάθε φορά, με εξέλιξη των ειδών που οδήγησε σταδιακά και στην εμφάνιση των θηλαστικών, από τα οποία προέκυψε κι ο άνθρωπος.

A Ως εδώ, λίγο πολύ γνωστά σε όλους. Και τώρα, ένα φαινομενικά αθώο ερώτημα: ποιά σχέση μπορεί να έχει η εξέλιξη του ανθρώπινου γένους με την εξέλιξη των άλλων ειδών στον πλανήτη μας;

B Ίσως το πιο κρίσιμο ερώτημα, το οποίο, για να απαντηθεί θα πρέπει να αναλογιστούμε τα κομβικά σημεία της εξέλιξης στην επιφάνεια της Γης πριν από την εμφάνιση του ανθρώπου, που ήταν: 1) ζωή, 2) προσαρμοστικότητα της ζωής στις εκάστοτε διαφορετικές και ποικίλες φυσικοχημικές και γεωγραφικές συνθήκες, 3) νοημοσύνη (ακόμα και στοιχειώδης, εμφανίζεται σε πολλά είδη ζώων, καθώς άλλα έχουν ατομική και άλλα συλλογική νοημοσύνη), και 4) δημιουργικότητα (μέλισσες, πουλιά που φτιάχνουν τις φωλιές τους κλπ).

A Αυτά τα χαρακτηριστικά τα έχει και ο άνθρωπος. Οπότε, τί το καινούριο ήρθε με την έλευση του ανθρώπου στην εξέλιξη των ειδών, εκτός από αυτές τις ιδιότητες που εμφάνισαν τα φυτά και τα ζώα;

B Όχι μόνο ασύγκριτα ισχυρότερη νοημοσύνη σε σχέση με τα ζώα, αλλά και άλλες ιδιότητες, που δεν είχαν τα ζώα, ούτε και κανένα έμβιο όν μέχρι την εμφάνιση του ανθρώπου.

A Δηλαδή;

B Συγκεκριμένες ιδιότητες, που προέκυψαν μόνο στο ανθρώπινο γένος, όπως η ηθική, η (ασύγκριτα μεγαλύτερη ως προς οποιοδήποτε άλλο έμβιο όν) δημιουργικότητα, το αίσθημα δικαίου, η ανεπτυγμένη αισθητική, η τέχνη...

A Επομένως, αφού ο άνθρωπος είναι μέρος της εξέλιξης της Γης και η Γη μέρος της εξέλιξης του σύμπαντος, αυτό σημαίνει ότι...

B ...Το σύμπαν ξεκίνησε από κάτι πολύ βασικό, κι απ' αυτό δημιουργήθηκαν γαλαξίες με άστρα και πλανήτες. Ένας από τους πλανήτες, η Γη, αν και ξεκίνησε κι αυτή σαν ένα άψυχο αντικείμενο, όχι μόνο εμφάνισε ζωή, αλλά και την προστάτησε με το μαγνητικό της πεδίο από βλαβερές εξωπλανητικές ακτινοβολίες, επέτρεψε να δημιουργηθεί νοημοσύνη μέσα από αυτές τις μορφές ζωής, και στη συνέχεια δικαιοσύνη, ηθική, αισθητική και άλλες ιδιότητες. Στην πορεία αυτή, εμφανίστηκαν Φειδίας, Πλάτωνας, Αρχιμήδης, Σαίξπηρ, Νιούτον, Μπετόβεν, Τσαϊκόφσκι, Αϊνστάιν...

A Σωστά. Αλλά να επανέλθουμε όμως στο σημείο που αφήσαμε τη συζήτηση. Το σύμπαν παρουσίασε αυτή την εξέλιξη στη διάρκεια των δισεκατομμυρίων ετών της ύπαρξής του. Ήταν προγραμματισμένο από μόνο του να την κάνει, ή τυχαία του προέκυψε;

B Ντετερμινισμός και τυχειότητα διαπλέκονται πολύ συχνά, όταν εξετάζουμε φυσικά και ανθρώπινα φαινόμενα (Papadimitriou 2024). Θα μπορούσε (και μάλλον χωρίς πολλή δυσκολία) να ισχυριστεί κάποιος, ότι όλα είναι ντετερμινιστικά, αφού η τυχειότητα δεν υπάρχει σε μεσοσκοπικό επίπεδο παρατήρησης, αλλά μόνο αντικατοπτρίζει την αδυναμία μας να γνωρίζουμε, σημείο προς σημείο (χώρου και χρόνου), όλα τα δεδομένα για το καθετί που παρατηρούμε. Αν γνωρίζαμε όλα τα δεδομένα, θα αναμέναμε ότι θα είχαμε και την πλήρη περιγραφή της εξέλιξης του ο,τιδήποτε μας ενδιαφέρει, οπότε δεν θα υπήρχε και τίποτα το αναπάντεχο.

A Όμως δε είναι έτσι για τρεις λόγους. Πρώτον, η τυχειότητα είναι εγγενής στο κβαντικό επίπεδο. Δεύτερον, η έρευνα στα πολύπλοκα συστήματα απέδειξε ότι μη-προβλεψιμότητα εύκολα προκύπτει και από καθαρά ντετερμινιστικά συστήματα. Τρίτον, παρατηρούμε τη συνδυασμένη παρουσία ντετερμινισμού και τυχειότητας σε πολλές περιπτώσεις. Αυτός ο συνδυασμός ντετερμινισμού και τυχειότητας δεν περιγράφεται ίσως σε καμία άλλη περίπτωση πιο καλά από τις στοχαστικές διαφορικές εξισώσεις, στις οποίες το πρώτο τους μέρος είναι ντετερμινιστικό και το δεύτερο στοχαστικό. Η λύση τους δίνεται από τον λογισμό Itô, ή τον λογισμό Stratonovich (σύμφωνα με τους οποίους ονομάζονται και υπολογίζονται τα αντίστοιχα ολοκληρώματα). Για παράδειγμα, ενώ η απλή ντετερμινιστική διαφορική εξίσωση αύξησης του πληθυσμού  $x(t)$  στο χρόνο  $t$

$$\frac{dx(t)}{dt} = r(t)x(t)$$

έχει τη γνωστή λύση

$$x_{(t)} = x_{(0)} e^{\int_0^t r(t) dt},$$

με επίλυση ως στοχαστική διαφορική εξίσωση κατά Itô δίνει

$$d[e^{\int_0^t r(s) ds} S(t)] = [r(t)S(t)]e^{-\int_0^t r(s) ds} + dS(t).$$

Η εξίσωση αυτή δίνει την αύξηση του πληθυσμού  $x$  ταυτόχρονα ντετερμινιστικά και στοχαστικά. Οι τιμές του  $x$  μεταβάλλονται ακολουθώντας κάποια ντετερμινιστική εκθετική τάση (trend), αλλά και στοχαστικά γύρω (πάνω ή κάτω) από αυτή την τάση, με αποτέλεσμα η συμπεριφορά του  $x$  στο χρόνο να είναι ταυτόχρονα ντετερμινιστική όσο και στοχαστική (τυχαία).

B Θα ήθελα να δω πως εφαρμόζεται αυτό σε κάτι απλό. Τι γίνεται, όταν, για παράδειγμα, παρατηρώ ένα κόκκο άμμου να τον μετατοπίζει ελαφρά το απαλό κύμα μες στη θάλασσα;

A Ένας κόκκος άμμου κινείται στην άκρη της αμμουδιάς με την επιρροή της δύναμης του κύματος της θάλασσας, της τριβής με τους άλλους κόκκους άμμου και τη βαρύτητα. Στα μοντέλα φυσικής και γεωμορφολογίας που συνήθως χρησιμοποιούνται, η κίνηση αυτή δίνεται με βάση την Λαπλασιανή της ταχύτητας  $\Phi$ :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial \Phi}{\partial z^2} = 0$$

που για επιφανειακά κύματα βαρύτητας επιλύεται με τις οριακές συνθήκες

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \text{ στο } z=0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial i} = -gm \text{ και } \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial m}{\partial t}$$

στο  $z=D$ , όπου  $D$  είναι το βάθος του νερού,  $m$  η επιφανειακή μετατόπιση του κόκκου και  $g$  η σταθερά της επιτάχυνσης της βαρύτητας.

Με μια κυματική μετατόπιση του τύπου

$$m(x,t) = a \cos(kx - \omega t),$$

η κίνηση του κόκκου άμμου περιγράφεται από τις εξισώσεις

$$u = a\omega \cos(kx - \omega t) \frac{\cosh(kz)}{\sinh(kD)} \quad \text{και} \quad v = a\omega \sin(kx - \omega t) \frac{\sinh(kz)}{\sinh(kD)}.$$

Η κίνησή του όμως είναι ταυτόχρονα τόσο ντετερμινιστική (αλλά μη γραμμική), όσο και στοχαστική, οπότε θα περιγράφεται ακόμη καλύτερα, από μια μερική διαφορική εξίσωση του τύπου

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial s^2}(s,t) - \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}(s,t) = \sigma(Y(s,t)X(s,t)),$$

όπου  $\sigma$  είναι ο συντελεστής μη-γραμμικής διάχυσης και  $X(s,t)$  μια τυχαία διαδικασία διαταραχής (π.χ. κίνηση Brown). Έτσι, η εξίσωση αυτή έχει μια λύση που δίνεται από ένα ολοκλήρωμα της μορφής:

$$Y(s,t) = \iint \sigma((Y(s,t))X(du, dv)).$$

B Αυτά ισχύουν στο μεσο-μακρο-σκοπικό επίπεδο παρατήρησης. Όμως, στις πολύ μικρές κλίμακες τι γίνεται; Στο κβαντικό επίπεδο τι γίνεται;

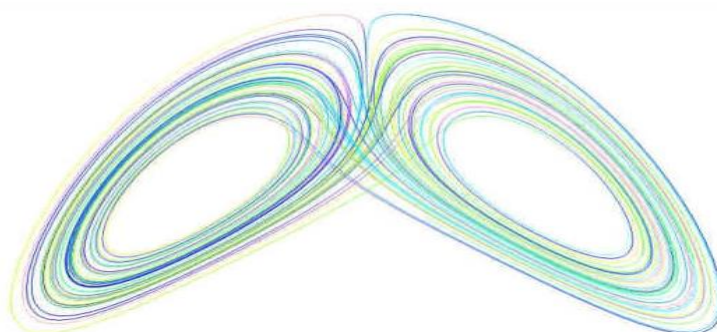
A Έχουμε τυχειότητα, αλλά και εγγενή απροσδιοριστία (από τις εξισώσεις Heisenberg). Σύμφωνα με την «Αρχή της απροσδιοριστίας» της ταχύτητας, θέσης και ορμής ενός ηλεκτρονίου με βάση τον τύπο του Heisenberg, αποδεικνύεται ότι εάν προσδιοριστεί με ακρίβεια μια μεταβλητή, π.χ. η ταχύτητα του ηλεκτρονίου, θα υπάρχει αδυναμία προσδιορισμού σε μια άλλη, π.χ. επιχειρώντας να εκτιμήσουμε τη θέση του. Η υλοενέργεια και ο χωρόχρονος έχουν βαθιά ριζωμένη μέσα τους την

τυχαιότητα, αλλά σε μεγάλες κλίμακες παρατήρησης ο κόσμος εμφανίζεται περισσότερο ντετερμινιστικός.

**B** Και τα «χαοτικά φαινόμενα»;

**A** Όταν μιλάμε για ντετερμινισμό, δεν αποκλείουμε και φαινόμενα «χαοτικά» που έχουν παρατηρηθεί και σημαίνουν μη-προβλεψιμότητα. Αλλά προσοχή: μιλάμε για μη-προβλεψιμότητα η οποία προκύπτει από απολύτως ντετερμινιστικές περιγραφές τους. Στο διάσημο δυναμικό σύστημα του μετεωρολόγου Lorenz (1963) για παράδειγμα, παρουσιάζονται δυο χώροι έλξης των τροχιών του συστήματος αυτού, και χαοτικές συμπεριφορές μη-προβλεψιμότητας (εικόνα 1). Αλλά όλες αυτές οι συμπεριφορές προκύπτουν από ένα δυναμικό σύστημα μεταβλητών  $x, y, z$  (που οι τιμές τους μεταβάλλονται στη διάρκεια του χρόνου) το οποίο είναι αυστηρά ορισμένο, ντετερμινιστικό, δηλαδή χωρίς πιθανότητες, μόνο με μεταβλητές:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= x(\rho - z) - y \\ \frac{dz}{dt} &= xy - \beta z\end{aligned}$$

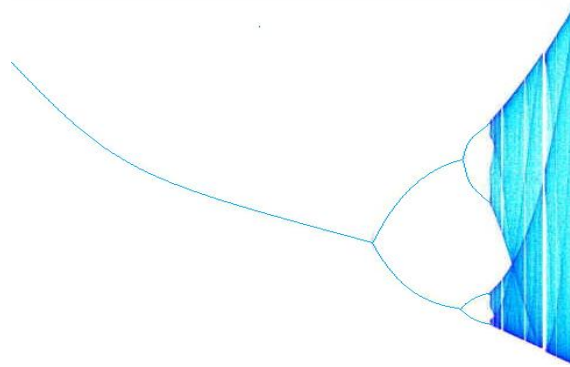


Εικόνα 1. Το πορτρέτο του ελκυστή του Lorenz στο φασικό χώρο

Πρόκειται δηλαδή για μη-προβλεψιμότητα που παρουσιάζεται από εξισώσεις αυστηρά ντετερμινιστικές, οι οποίες δεν έχουν πιθανότητες μέσα τους, παρά μόνο μεταβλητές ( $x, y, z, \dots$ ) οι οποίες υπακούουν σε άκαμπτες, εξαρχής προσδιορισμένες, περιγραφές, που παραμένουν αμετάβλητες σε όλη τη διάρκεια της εξέλιξης του συστήματος που μελετάμε. Κι όμως, ακόμα και τέτοια συστήματα, που έχουν οριστεί εξαρχής πλήρως, αποδείχθηκε ότι μπορούν σε σύντομο χρόνο της εξέλιξής τους να εμφανίσουν μη-προβλέψιμες συμπεριφορές, και γι' αυτό ονομάστηκαν «χαοτικά». Για παράδειγμα, χάος παρουσιάζεται και από την απλή αναδρομική εξίσωση

$$x_{n+1} = ax_n(1 - x_n)$$

καθώς μετά από επαναλήψεις παρουσιάζονται πολύπλοκες συμπεριφορές, «χαοτικές», όπως οι ατέλειωτες διακλαδώσεις (εικόνα 2):



Εικόνα 2. Οι διακλαδώσεις της απλής εξίσωσης που προαναφέρθηκε, οδηγούν (από αριστερά προς τα δεξιά) προς μη-προβλεψιμότητα

**B** Αφού έχουμε τυχαιότητα, μη-τυχαιότητα, ντετερμινισμό μαζί με μη-προβλεψιμότητα, όλα μαζί σε διάφορες κλίμακες παρατήρησης, τι νόημα βγαίνει τελικά απ' όλα αυτά; Θα μπορούσε π.χ. να γίνει κάποια ηθική αξιολόγηση της τυχαιότητας και της μη-τυχαιότητας; Άλλωστε, κάποτε θεωρούμε το τυχαίο ως καλό, άλλοτε ως κακό, και, με ανθρώπινα κριτήρια πάντα, κάποιιο το θεωρούν και ως εμφάνιση κάποιας υπερφυσικής επέμβασης.

**A** Δεν μπορούμε να δώσουμε ηθική χροιά, ούτε στο ντετερμινισμό, ούτε στην τυχαιότητα. Κι αυτό γιατί, τόσο τα καλά, όσο και τα δυσάρεστα, μπορεί ταυτόχρονα να προέρχονται τόσο από ντετερμινιστικές, όσο και από τυχαίες μεταβολές. Και γενικότερα, δεν μπορούμε να αποδίδουμε χαρακτηρισμούς «καλού» ή «κακού» στα όσα συμβαίνουν στη Γη, είτε αυτά είναι αποτελέσματα ντετερμινιστικών είτε μη-ντετερμινιστικών διαδικασιών, γιατί το καλό και το κακό είναι σχετικά. Και τα δύο κυριαρχούν στη Γη, ρυθμίζοντας οικοσυστήματα, βιο-κοινωνίες, οικονομία, όλα σ' αυτήν, καθώς και έξω από αυτήν.

**B** Αλλά, με τις σκέψεις αυτές, δεν θα μπορούσε εύκολα να μετατραπεί ένας άνθρωπος σε αδίστακτο, εγωιστή, καιροσκόπο, περνώντας πια από άποψη «ηθικής» σε μια θεώρηση πέρα από το καλό και το κακό;

**A** Βεβαίως και θα μπορούσε, και ορισμένοι μάλιστα θεωρούν κι ότι *πρέπει* να είναι έτσι. Αλλά μια τέτοια ισοπεδωτική προοπτική είναι ριζικά λανθασμένη, διότι εκείνοι που την υιοθετούν (και είναι δυστυχώς πολλοί που το κάνουν αυτό), ηθελημένα ή άθελά τους, αγνοούν τη συγκλονιστική πορεία που έχει κάνει ολόκληρο το σύμπαν επί δεκατομμύρια έτη, για να δημιουργηθούν αυτά τα έμβια νοήμονα όντα, τα οποία είναι σε θέση να διακρίνουν το καλό από το κακό, το ωραίο από το άσχημο, το δίκαιο από το άδικο, *έστω και μόνο με τα δικά τους* τοπικά, προσωπικά, πολιτισμικά, κοινωνικά κριτήρια.

B Εγώ ζω εδώ και τώρα, και αυτό μου αρκεί, για να κρίνω ο,τιδήποτε: «δημιούργημα της γης είμαι, με τη γη εγώ ζω», όπως «απαντά» το φίδι στον αετό, στο «Τραγούδι του Αετού», του Γκόρκι. Δηλαδή οφείλουμε, με τη συμπεριφορά μας, να τιμούμε και το παρελθόν του σύμπαντος; Τι περίεργη άποψη είναι αυτή; Γιατί να μας ενδιαφέρει εμάς αν «προσπαθούσαν» το σύμπαν, η Γη, ή άλλος, να φτιάξουν τα έμβια όντα κι εμάς μαζί;

A Το περίεργο δεν είναι αυτό. Το πραγματικά περίεργο είναι που ο άνθρωπος είναι τόσο εγωκεντρικός που εννοεί συστηματικά να ξεχνά (ή και να αγνοεί τελείως) αυτή την ασύλληπτης πολυπλοκότητας και διάρκειας διαδικασία με την οποία δημιουργήθηκαν όλο και πιο εξελιγμένες μορφές ύπαρξης. Και ότι όλο αυτό διήρκεσε όχι αιώνες, αλλά εκατοντάδες εκατομμύρια χρόνια.

B Ναι, αλλά δεν πήγαν όλα καλά κι ωραία με την «προσπάθεια» αυτή. Υπήρξαν κολοσσιαία λάθη, παρεκτροπές και ασυναρτησίες. Λίγα μόνο, ενδεικτικά: δεινόσαυροι που κυριάρχησαν στη γη και μετά εξαφανίστηκαν, αμμωνίτες που, αφού μετά από εκατομμύρια χρόνια αισθητικής εξέλιξης στη γραμμή ραφής τους προς όλο και μεγαλύτερη πολυπλοκότητα (από «κλυμενιακή» σε «κερατιτική» και μετά σε «φυλλοκερατιτική») μετά εξαφανίστηκαν κι αυτοί. Τότε προς τί όλη η αισθητική βελτίωση, που πήρε εκατομμύρια χρόνια για να γίνει, και μάλιστα στους κατασκότεινους πυθμένες των θαλασσών; Να πω κι άλλο; Γαλαξίες- κανίβαλοι που κατασπαράσσουν ο ένας τον άλλο, και τελικά μαύρες τρύπες όπου τελειώνουν όλα «άδοξα» μέσα τους αφού ο ίδιος ο χωρόχρονος τελειώνει εκεί. Αυτά αποδεικνύουν δημιουργικές προσπάθειες εκατομμυρίων ή δισεκατομμυρίων ετών, που, αφού προχώρησαν και απέδωσαν συγκεκριμένα αποτελέσματα, μετά κατέληξαν σε εξαφανίσεις και εκμηδενίσεις. Δηλαδή, για να το πω απλούστερα, τεραστίων διαστάσεων ματαιοπονίες της φύσης.

A Και πάλι δεν θα διαφωνήσω. Τόσο η ματαιοπονία, όσο και η τερατογένεση, είναι αναπόφευκτες μέσα στο γιγαντιαίο πειραματισμό που συμβαίνει στο σύμπαν. Είναι οι «παράπλευρες απώλειες» του πειραματισμού που διεξάγεται σε τεράστια χωροχρονική κλίμακα και δεν εξηγούνται χωρίς την παραδοχή ότι διεξάγονται πειραματισμοί με άγνωστο τελικό αποτέλεσμα. Διαφορετικά, δεν απαντάται το εύλογο ερώτημα «γιατί δεν ήταν κατασκευασμένα όλα εξ αρχής στην τελική τους μορφή;». Το ερώτημα αυτό δεν απαντάται, παρά μόνο αν θεωρηθεί ότι πρόκειται περί ασύλληπτου μεγέθους και πολυπλοκότητας *πειραματισμών*, οι οποίοι όμως έχουν πολλαπλά επιβεβαιωθεί από τη γεωλογία και τη βιολογία.

B Επειδή πρόκειται περί πειραματισμού, δεν θα πρέπει να έχει σημαντική θέση η τυχαιότητα στη φύση; Ειδάλλως, αν δεν υπήρχε τυχαιότητα, θα είχαμε, προβλέψιμα, και το τελικό αποτέλεσμα.

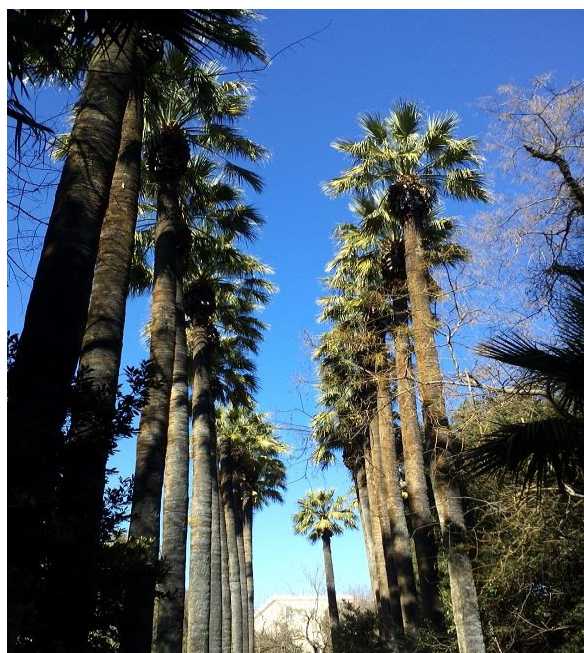
A Και μάλιστα, μέσα στον πειραματισμό είναι αναπόφευκτη και η τερατογένεση (εικόνα 3). Η φύση, αρχίζοντας από μικρά ερπετά, κατέληξε σε τερατώδεις

δεινosaύρους. Αρχίζοντας από μικρά ψάρια κατέληξε σε καρχαρίες και από μικρά θηλαστικά σε τεράστιες φάλαινες.

B Αλλά και οι ανθρώπινες κοινωνίες, αρχίζοντας από μικρές πόλεις κατέληξαν σε τεράστιες αυτοκρατορίες. Και επιχειρήσεις, αρχίζοντας από ένα τοπικό μικρό κατάστημα, μπορούν να εξελιχθούν ακόμα και σε πολυεθνικές «κολοσσούς».

A Στη φάση της τερατογονίας, το μικρό και το αδύναμο υποχωρούν, συρρικνώνονται και τελικά εξαλείφονται. Δυστυχώς, αυτό συνεπάγεται ότι υποχωρεί ή και εξαφανίζεται, συχνά-πυκνά, και κάτι που είναι εκάστοτε «καλό», ηθικό, ενάρετο. Αναρίθμητα παραδείγματα... Η φύση παράγει (μεταξύ άλλων) και «τέρατα», τα οποία κάποια στιγμή όμως, αναπόφευκτα καταρρέουν.

B Δηλαδή, μετά την τερατογένεση, έρχεται η κατάρρευση;



Εικόνα 3. Πανύψηλοι φοίνικες Washingtonia στον Εθνικό Κήπο. Από το 1842 που φυτεύτηκαν, έχουν φθάσει σήμερα σε ύψος 22 μέτρων (φωτογραφία από το συγγραφέα)

A Όπως η καταστροφή των τεράστιων δεινosaύρων, κυρίαρχων τότε στην επιφάνεια της Γης, που αφού εξελίχθηκαν επί δεκάδες εκατομμύρια χρόνια κι αφού κατέκτησαν την κορυφή της τροφικής αλυσίδας, καταστράφηκαν μαζικά και στη συνέχεια θριάμβευσαν τα μικρόσωμα θηλαστικά.

B Αλλά αν δεν είχε γίνει αυτό, τα θηλαστικά ίσως δεν θα είχαν υπερισχύσει και τελικά δεν θα υπήρχαμε κι εμείς.

A Ομοίως τα αστέρια: όταν τελειώσει το πυρηνικό καύσιμό τους, μετατρέπονται σε τέρατα, σε «κόκκινους γίγαντες», που καταπίνουν το σύστημα πλανητών γύρω τους, καταρρέουν σε «λευκούς νάνους» από την ίδια τους τη βαρύτητα κλπ.

B Και, μέχρι σήμερα, οι μεγάλες αυτοκρατορίες όλες τελικά κατέρρευσαν και αντικαταστάθηκαν από επιμέρους κράτη.

A Η τερατογονία είναι αναπόφευκτο αποτέλεσμα του ατέλειωτου πειραματισμού.

B Κι αυτό, δεδομένου ότι ο πειραματισμός δεν σταμάτησε ούτε κλάσμα δευτερολέπτου από τη δημιουργία του κόσμου και ύστερα. Στη φύση δημιουργείται κάτι, του δίνονται ευκαιρίες να αναπτυχθεί και να επεκταθεί και μετά του επιφυλάσσεται η κατάρρευσή του. Και μετά, πάλι από την αρχή, με τα ίδια ή και με άλλα συστατικά, πάμε για το επόμενο πείραμα μεγάλης κλίμακας;

A Ναι, αλλά σε όλη αυτή τη διαδικασία, θα πρέπει να δώσουμε μεγάλη προσοχή, στο ότι οι πιο μεγάλοι και ουσιαστικοί τέτοιοι πειραματισμοί μπορούν να ξεκινήσουν με βάση λίγα μόνο αρχικά συστατικά. Το DNA δομείται από τέσσερα μόνο αμινοξέα. Το σύμπαν είναι δομημένο κατ' ουσίαν με «έξι μόνο αριθμούς», τους οποίους εξετάζει ο Sir Martin Rees λεπτομερώς στο βιβλίο του που έχει τον τίτλο αυτό (Rees 2000). Με λίγους, πολύ συγκεκριμένους αριθμούς, από λίγα βασικά συστατικά ύλης, κατέληξε να δομηθεί ένα πολύπλοκο σύμπαν και να υπάρχει μια απίστευτη ποικιλία έμβιων όντων. Αυτό είναι το θαύμα της πολυπλοκότητας: ότι μπορεί να προκύψει και από πάρα πολύ απλές προϋποθέσεις (Paradimitriou 2020, 2020α).

B “Εἰ δέ τις τούτων ἔργῳ σκοπούμενος βάσανον λαμβάνοι, τὸ τῆς ἀνθρωπίνης καὶ θείας φύσεως ἡγνοηκῶς ἂν εἶη διάφορον” (Πλάτων, “Τίμαιος”, 68δ): αν κάποιος έθετε σε πείραμα αυτά τα δεδομένα, θα φανέρωνε την άγνοιά του για τη διαφορά μεταξύ της ανθρώπινης και της θείας φύσης. Αλλά θα επανέλθω στο προηγούμενο ζήτημα: γιατί, αντί να πειραματίζεται η φύση, δεν τα έφτιαχνε εξ αρχής όλα τέλεια, όπως θα «ήθελε» να είναι στην τελική τους μορφή;

A Ίσως και να το έκανε, αν υπήρχε περίπτωση να μην υπόκειται σε βασικούς μαθηματικούς περιορισμούς.

B Εννοείς φυσικούς νόμους;

A Όχι. Μαθηματικούς εννοώ. Π.χ. το ότι η περιφέρεια οποιουδήποτε κύκλου είναι πολλαπλάσια κατά  $\pi=3,14159\dots$  σε σχέση με τη διάμετρό του είναι μαθηματικός περιορισμός. Ο οποίος εισέρχεται σε αναρίθμητα πολλές εξισώσεις, π.χ. από την εξίσωση της απροσδιοριστίας του Heisenberg στο κβαντικό επίπεδο

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

μέχρι και τον παράγοντα

$$\frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

στην εξίσωση Einstein στην κοσμολογία.

B Αμέσως με τη δημιουργία του σύμπαντος, θα μπορούσε να έχει εμφανιστεί ένας τέλειος άνθρωπος, ένας άγγελος, ή κάποιο άλλο τέλειο όν και δεν θα υπήρχε λόγος να γίνει τίποτε άλλο.

A Αλλά δεν έγινε έτσι. Χρειάστηκε να φτιάξει πρώτα (πειραματιζόμενη) π.χ. τους δεινόσαυρους, μετά να τους καταστρέψει ώστε να κυριεύσουν τη γη τα θηλαστικά, από τα οποία να προκύψουν τα «πρωτεύοντα», από τα οποία να προκύψει τελικά ο άνθρωπος. Φαίνεται ότι, απλά δεν μπορούσε να γίνει διαφορετικά. Ή και ότι δεν υπάρχει «τελική μορφή» σε τίποτα... και όλα είναι απλώς προσωρινές μορφές ενός ατέλειωτου πειραματισμού.

B Θα μπορούσε να υπάρχει κάποιο όν με άπειρη υπολογιστική ικανότητα, ώστε να μπορεί να κάνει όλους αυτούς τους αδιάκοπους πειραματισμούς; Κι αν υπάρχει, μήπως δεν συνίσταται από ύλη και ενέργεια αυτό το «όν»; Κι ακόμη κι αν υπήρχε ένα τέτοιο «όν» το οποίο θα μπορούσε να προσεγγιστεί με μαθηματικό τρόπο, θα ήταν καλό ή κακό;

A Ποιος μπορεί να πει, εάν το σύμπαν, ή, ειδικότερα η Γη, και τα όσα συμβαίνουν στην επιφάνειά της, χαρακτηρίζονται από αγαθότητα ή όχι; Κανένας, επειδή οι έννοιες του «καλού» και του «κακού» είναι έννοιες ηθικής, των οποίων οι ερμηνείες μπορεί να ποικίλουν μεταξύ των ανθρώπινων αντιλήψεων και νοοτροπιών, τόσο στη διάρκεια του χρόνου, όσο και ως προς την κουλτούρα και το πολιτισμικό υπόβαθρο, αλλά και ως προς τις εκάστοτε συνθήκες. Εκτός αυτού, γεννάται αλυσίδα ερωτημάτων, π.χ. είναι «καλά» ή όχι τα ψάρια, αφού το ένα καταπίνει το άλλο ξαφνικά; Είναι «καλά» ή όχι τα φυτά; Άρα, μάλλον έχουμε κάποια, ας την πούμε «ουδέτερη» ηθική στη Γή: καλό και κακό συνυπάρχουν (όπως τουλάχιστον τα αντιλαμβάνεται ο άνθρωπος, αφού δεν ξέρουμε πώς και εάν αντιλαμβάνονται άλλα έμβια όντα το καλό και το κακό). Αν υποθέταμε ότι θα μπορούσαν να έχουν τέτοια δυνατότητα. Εκτός βέβαια, κι αν υιοθετούμε ως «καλή πλευρά» εκείνη του αμυνόμενου ή του πιο αδύνατου.

B Ναι, αλλά τουλάχιστον ξέρουμε ήδη από την αρχαιότητα, ότι δεν υπάρχει κακό χωρίς αγαθό: «οὐδὲ γὰρ ἐνταῦθα τὸ κακὸν ἀμιγὲς καὶ τοῦ ἀγαθοῦ» (Πρόκλος, 412-485 μ.Χ., «Περὶ τῆς κατὰ Πλάτωνα θεολογίας», 1.84.16-18).

A Θα επαναφέρω τη μαθηματική οπτική σε αυτό. Για κάποιο άγνωστο λόγο, πολλά από τα εγχειρίδια στατιστικής και θεωρίας πιθανοτήτων παραλείπουν να διδάξουν τη σημασία ενός βασικού θεωρήματος της θεωρίας πιθανοτήτων, το «νόμο του αντίστροφου ημιτόνου», που ανακαλύφθηκε από τον Paul Levy το 1939. Ο νόμος αυτός μας πληροφορεί, ότι σε μια μεγάλη δυαδική ακολουθία ψηφίων ή συμβόλων (π.χ. 1 και 0, ή Α και Β, ή πράσινο και κόκκινο,...) που παράγονται με τυχαίο τρόπο,

είναι αναπόφευκτο να παρατηρούνται «μεγάλα πακέτα» από κάποιο από τα δύο ψηφία ή σύμβολα. Ειδικότερα, ο νόμος αυτός μας βεβαιώνει, ότι για κάθε  $0 < a < 1$ , η πιθανότητα ότι μετά από έναν αριθμό ρίψεων/δοκιμών  $n$ , η ακολουθία  $S_n$  με την οποία θα εμφανίζεται το ένα από τα δύο ενδεχόμενα σε μπλόκ συνεχών εμφανίσεων αριθμών  $S_n < na$  δίνεται από το αντίστροφο ημίτονο της ρίζας του  $a$ :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P_n(T_n < a)) \rightarrow \frac{1}{\pi} \int_0^a \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx = \frac{2}{\pi} \arcsin(\sqrt{a})$$

**B** Ωστε είναι αναπόφευκτο να παρατηρούνται «πακέτα» καλού ή κακού; Θυμίζει φράσεις όπως «τον πήρε από κάτω η ζωή», «τρίτωσε το κακό», κλπ που δείχνουν μια συνεχόμενη συρροή καλών ή κακών συμβάντων. Έτσι εξηγούνται και περίοδοι καλές και κακές στη ζωή του καθενός;

**A** Μάλλον. Κι έχει και συνέχεια. Εάν  $p$  είναι η  $a$  priori πιθανότητα εμφάνισης ενός από τα δύο ψηφία της ακολουθίας, η πιθανότητα αυτή δίνεται από τον «νόμο των μεγάλων αριθμών», όπως διατυπώθηκε από τον Émile Borel, ήδη από το 1909: όσο μεγάλη ή τυχαία και αν είναι η δυαδική ακολουθία των ψηφίων αυτή, οι κυμάνσεις της ακολουθίας  $S_n - np$  θα είναι φραγμένες από ένα συγκεκριμένο αριθμό-φράγμα.

**B** Δηλαδή υπάρχουν όρια στις δυνατότητες κύμανσης του τυχαίου;

**A** Ναι. Υπάρχουν τέτοια όρια («φράγματα» είναι ο σωστός όρος εν προκειμένω), που δίνονται από το «Θεώρημα Khinchin» (1924) και το «φράγμα Khinchin» (Khinchin bound). Επομένως, μέσα από τις ανάμικτες εμφανίσεις τους, καλό ή κακό, ωραίο ή άσχημο, ευχάριστο ή δυσάρεστο, είναι αναπόφευκτο να εμφανίζονται στη φύση και στη ζωή και σε «κατά συρροήν» σχηματισμούς, σε «πακέτα», αλλά και πάλι, δεν μπορεί να είναι και ατέρμονα. Κάπου είναι «φραγμένα» κι αυτά.

**B** Δηλαδή, και το καλό και το κακό, και η τύχη και η ατυχία, έχουν τα «φράγματά» τους. Κι έτσι, η τύχη πολλές φορές ανακυκλώνεται (στις ζωές των ανθρώπων): «τὰς δὲ τύχας πολλάκις ἀνακυκλεῖσθαι περὶ τοὺς αὐτούς; ὄφρα γὰρ ὡς εἰ συνακολουθοῖμεν ταῖς τύχαις, τὸν αὐτὸν εὐδαίμονα καὶ πάλιν ἄθλιον ἐροῦμεν πολλάκις» (Αριστοτέλης, 384-322 π.Χ. “Ἠθικά Νικομάχεια”, 1.1100). Οπότε, αν παρακολουθήσουμε την τύχη ενός ανθρώπου, τον ίδιο άνθρωπο, άλλοτε θα τον ονομάζουμε ευτυχί και άλλοτε δυστυχί. Και πιο...μακροπρόθεσμα, τι γίνεται;

**A** Ο «νόμος των μεγάλων αριθμών» του Jacob Bernulli παρουσιάστηκε στο βιβλίο του “Ars Conjectandi” (1713) και μας βεβαιώνει ότι

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n) = E(X)$$

Για να το πούμε απλά, μετά από πολλές ρίψεις ενός ζαριού (που έχει 6 πλευρές αριθμημένες), ο αριθμός των αποτελεσμάτων που θα έρθει η οποιαδήποτε πλευρά του είναι ίση για κάθε πλευρά, και είναι η εξαρχής προσδοκώμενη:  $1/6$  για κάθε πλευρά.

Δεν έχεις παρά να δοκιμάσεις. Εάν ρίξεις δέκα φορές το ζάρι, είναι πιθανόν να προκύψει π.χ. τρεις φορές το 4, από δύο φορές το 1, το 3 και το 5, μία φορά το 2 και το 6 καμία. Άρα τα αποτελέσματα σε αυτή την περίπτωση θα είναι οι πλευρές 1, 3 και 5 από 20% καθεμία, 10% η πλευρά 2, με 30% η πλευρά 4 και 0% η πλευρά 6.

Παρατηρείς ότι καμία πλευρά ζαριού δεν έφερε  $1/6$ . Αλλά αν το ρίξεις 100 φορές, τότε, για κάποιο παράξενο λόγο, κάθε μία πλευρά φέρνει συνολικό αριθμό εμφανίσεων πολύ κοντά στο  $1/6$ . Κι αν το ρίξεις 1000 φορές, θα είναι ακόμη περισσότερο κοντά στο  $1/6$ .

B Λογικό είναι. Έτσι θα αναμενόταν.

A Και λογικό είναι, και συμβαίνει, και το απέδειξε και ο Jacob Bernulli και γι αυτό έγραψε στο εν λόγω βιβλίο του “Αν παρατηρούσαμε όλα τα γεγονότα ως την αιωνιότητα, τα πάντα θα συνέβαιναν με σταθερούς λόγους. Ακόμα και στα πιο τυχαία γεγονότα, υποχρεωτικά θα αναγνωρίζαμε ένα πεπρωμένο”.

B Και τότε πού είναι το παράξενο; Αφού αυτά που αναμένουμε αυτά αποδεικνύονται και αυτά προκύπτουν, δεν βλέπω τίποτα περίεργο.

A Το παράξενο έγκειται στο ότι υποθέτουμε ότι κάθε ρίψη είναι ανεξάρτητη από τις προηγούμενες και από τις επόμενες της – έτσι δεν είναι; Αν είναι όντως ανεξάρτητες, τότε γιατί δεν παρατηρούνται στρεβλώσεις; Αν ήταν όντως ανεξάρτητη η κάθε ρίψη από την προηγούμενη και την επόμενη της, τότε γιατί να μην έχω μετά από χίλιες ρίψεις, π.χ. 300 φορές το 1, 400 φορές το 2, 100 φορές το 3, 50 φορές το 4, 50 το 5, και 100 το 6; Αυτό όμως δεν συμβαίνει. Δεν συμβαίνει, αλλά, εάν οι ρίψεις ήταν όντως ανεξάρτητες, θα μπορούσε να συμβεί, αν όχι σε όλα, τουλάχιστον σε κάποιο πείραμα. Γιατί δεν συμβαίνει ποτέ;

B Δεν ξέρω. Είναι δηλαδή, σαν να υπάρχει κάτι (ή κάποιος;) που να κρατάει λογαριασμό για το αν ήρθε πέντε ή τρία και να υπολογίζει: «α!, αφού ήρθαν πολλά τεσσάρια, ώρα του να έρθει και κάποιο 6». Μήπως, το ότι τα αποτελέσματα πάντα συμβαδίζουν με το νόμο του Bernulli δείχνει ότι είναι όντως ανεξάρτητες οι ρίψεις;

A Μα, αν είναι έτσι, τότε γιατί δεν παρατηρείται ποτέ κάποια ανισοκατανομή στα αποτελέσματα μετά από πάρα πολλές ρίψεις (όχι για τις δέκα που είπα πριν, που παρουσιάζονται όντως ανισοκατανομές στα αποτελέσματα); Δηλαδή δεχόμαστε τις ανισοκατανομές όταν κάνουμε λίγες ρίψεις (όπως πριν με το ζάρι για μόνο δέκα φορές), αλλά όχι όταν γίνονται πολλές ρίψεις; Υπάρχει ένα όριο στον τύπο του Bernulli, με τον αριθμό των ρίψεων να τείνει στο άπειρο. Γι' αυτό μιλάμε για νόμο «μεγάλων» αριθμών.

B Δηλαδή, ούτε λίγο ούτε πολύ, εδώ συμβαίνει το εξής: τα μαθηματικά μας αποδεικνύουν κάτι που όντως συμβαίνει και στην πραγματικότητα, αλλά δεν υπάρχει φυσική εξήγηση του *γιατί* συμβαίνει αυτό.

A Ακόμα δε περισσότερο, θα μπορούσε να ερμηνευθεί και ως μια *ένδειξη* ότι τίποτα από ό,τι συμβαίνει (οι «ρίψεις» των ζαριών εν προκειμένω) δεν είναι άσχετο απ' ό,τι ήδη συνέβη στο παρελθόν.

B Αλλά αυτό δεν είναι θέμα των μαθηματικών. Είναι θέμα φυσικής ή μεταφυσικής για να εξηγηθεί. Παραμένει ανεξήγητο για μένα. Άφησέ με να το σκεφτώ κι άλλο...

A Για δεξιά πάλι το δεξί σκέλος της εξίσωσης του νόμου του αντίστροφου ημιτόνου. Κάποιος «απρόσκλητος» αριθμός είναι εκεί. Κάποιος που, όταν κάναμε συλλογισμούς για πιθανότητες, δεν περιμέναμε ότι θα τον συναντούσαμε εκεί, αφού προέρχεται από την...τριγωνομετρία.

B Καλά όλα αυτά, όμως ξέρουμε ότι όσο γοητευτικά και να είναι, τα μαθηματικά στερούνται ηθικών ιδιοτήτων. Είναι άσχετα από καλό κι από κακό.

A Όμως στις μαθηματικές σκέψεις επικρατούν καλές ιδιότητες: δικαιοσύνη και νοημοσύνη. Και όχι μόνο, καθώς, ως ένα βαθμό, κατά ορισμένους έχουν κι αισθητική (υπάρχουν «ωραίες» και «άσχημες» εξισώσεις και λύσεις). Αλλά ναι, δεν έχουν ζωή, δεν έχουν αγάπη, δεν έχουν ηθική. Παρά ταύτα, σε κάποιο σημαντικό βαθμό, μπορούν να μας οδηγήσουν στην κατανόηση του τι συμβαίνει στον κόσμο αυτό, μας δείχνουν δρόμους πέρα από τους συνήθειες, με τρόπο που καμία άλλη ανθρώπινη νοητική δραστηριότητα δεν μπορεί. Η φύση μας έδωσε όχι μόνο νοημοσύνη, αλλά και άλλες ιδιότητες, ξεχωριστά ανθρώπινες.

B Η «ανθρωπιά» είναι μία απ' αυτές που δεν περιγράφονται με μαθηματικά. Ας έχει κάποιος ανθρωπιά και αγάπη, κι ας μην ξέρει μαθηματικά.

A Η άγνοια μαθηματικών δεν είναι μόνο θέμα έλλειψης εκπαίδευσης ή ενασχόλησης μ' αυτά. Σε κάποιες περιπτώσεις είναι αναπόφευκτη, όπως μάλιστα αποδεικνύεται από τα ίδια τα μαθηματικά: «μη-επιλυσιμότητα».

B Άλλο πάλι...Πλήθος προβλημάτων, και άγνωστο γιατί μας έλαχε σ' εμάς, τους ανθρώπους, να επωμιζόμαστε εμείς την επίλυσή τους.

A Σύμφωνα με την «ανθρωπική αρχή» στην κοσμολογία (την οποία κάποιοι δέχονται και άλλοι όχι), το σύμπαν χαρακτηρίζεται από λεπτομερώς καθορισμένες σταθερές, οι οποίες, αν ήταν έστω και ελάχιστα διαφορετικές, ή δεν θα είχε δημιουργηθεί καν, ή θα είχε καταρρεύσει νωρίς και δεν θα είχε προλάβει να εμφανιστεί ζωή σε αυτό. Και βέβαια, πολύ σημαντικότερο, δεν θα είχε εμφανιστεί καν *νοήμων* ζωή (Barrow 2002; Barrow & Tippler 1988). Σύμφωνα με την αρχή αυτή, όλο το σύμπαν έγινε με σκοπό την εμφάνιση νοημόνων όντων, τα οποία θα μπορούσαν να το κατανοήσουν.

B Μήπως, αν ισχύει αυτή η αρχή, το σύμπαν αποκτά αυτογνωσία μέσω του ανθρώπου;

A Αν έγινε για τον άνθρωπο όλο αυτό ή όχι, μας είναι άγνωστο. Η ανθρωπική αρχή είναι, μέχρι στιγμής, μια θεωρία –μία από τις πολλές που υπάρχουν για το σύμπαν. Αλλά, ο άνθρωπος, παρά τα μη-επιλύσιμα προβλήματα, μπορεί και καταφέρνει τελικά να γνωρίζει πολλά. Προφανώς, δεν είμαστε σε θέση να ξέρουμε αν ισχύει η θέση της ανθρωπικής αρχής, ούτε και θα είμαστε, διότι δεν έχουμε δει όλο το «έργο» μέχρι το τέλος του. Δεν ξέρουμε, όχι μόνο το τέλος του σύμπαντος, ούτε της γης, ούτε το δικό μας ο καθένας ξεχωριστά.

B Άρα, αφού έχουμε τόσο ελλιπείς γνώσεις για ο,τιδήποτε μελλοντικό, τότε τί ξέρουμε τελικά; Και με ποιο κριτήριο εμπιστευόμαστε ό,τι ξέρουμε;

A Στην επιστολή προς Κορινθίους (Α.13) του Αποστόλου Παύλου, αναφέρεται ότι «ἐκ μέρους δὲ γινώσκωμεν, καὶ ἐκ μέρους προφητεύομεν· ὅταν δὲ ἔλθῃ τὸ τέλειον, τότε τὸ ἐκ μέρους καταργηθήσεται».

B Μου θυμίζει το τραγούδι «The Whole of the Moon» των «Waterboys» (του Mike Scott): “I had flashes, but you saw the plan... I saw the crescent, you saw the whole of the moon”. Εγώ είδα αναλαμπές, εσύ είδες το σχέδιο...Εγώ είδα μέρος του φεγγαριού, εσύ το είδες ολόκληρο. Και τί έχει να μας διδάξει η επιστήμη γι’ αυτή την επιμέρους γνώση;

A Ότι στη χωροχρονική κλίμακα που ζούμε, ντετερμινισμός και τυχαιότητα, ανάλογα με την κλίμακα παρατήρησης, διαπλέκονται. Οι δε απειριζόμενες ποσότητες που προκύπτουν εύκολα ακόμα και από στοιχειώδεις μαθηματικούς υπολογισμούς, αλλά και τα μη-επιλύσιμα προβλήματα που έχουν κατά καιρούς ανακύψει, οδηγούν στην υπόθεση ότι ο άνθρωπος δεν πρόκειται ποτέ να γνωρίσει πλήρως το «Λόγο» (εικόνα 4), αν όχι για οποιαδήποτε άλλη αιτία, τουλάχιστον διότι δεν έχει άπειρη υπολογιστική ικανότητα.



Εικόνα 4. Η «Σοφία-Λόγος» στον κεντρικό μεγάλο φεγγίτη του κτιρίου της Σερβικής Ακαδημίας Επιστημών, στο Βελιγράδι (φωτογραφία από το συγγραφέα)

**Β** Μερικώς γνωρίζουμε και μερικώς *θα* γνωρίζουμε. Κι από αυτό το εκάστοτε «εκ μέρους» που ερευνούμε, υπάρχουν μαθηματικά τεκμήρια, ότι μπορούμε, αν όχι να γνωρίζουμε πλήρως και με βεβαιότητα, τουλάχιστον να σχηματίζουμε ορισμένες ασφαλείς εκτιμήσεις για το όλον που εκάστοτε εξετάζουμε. Άλλωστε, με τις δικές της μεθόδους, κάτι παρόμοιο γίνεται συχνότατα και στην επιστήμη της στατιστικής.

**Α** Κατόπιν αυτών, οφείλουμε να είμαστε δίκαιοι, νοήμονες, να προστατεύουμε τη ζωή σε όλες της τις μορφές, να διατηρούμε υψηλό επίπεδο αισθητικής και ηθικής, και, όλα αυτά συνδυασμένα με αγάπη. Γιατί κανείς δεν είναι σωστό να διακινδυνεύει το έργο της φύσης, το οποίο, μέσα από αδιάκοπους πειραματισμούς, δημιουργίες, τερατογονίες και καταρρεύσεις, παλεύει, επί δισεκατομμύρια χρόνια, για τη δημιουργία ολοένα και πιο εξελιγμένων μορφών ζωής και νοημοσύνης. Όσον αφορά στον πλανήτη μας, *δεν μας ανήκει* το αποτέλεσμα της δισεκατομμυρίων ετών προσπάθειας αυτής. Είμαστε μόνο προσωρινοί διαχειριστές της. Και οφείλουμε να είμαστε, όχι μόνο για τους άλλους ανθρώπους, αλλά και για τα άλλα όντα που αγωνίζονται να επιβιώσουν και να εκπληρώσουν τον άγνωστο (σε αυτά) προορισμό τους, μέσα στη συγκλονιστική αυτή πορεία ενός διαρκώς εξελισσόμενου κόσμου. Κι έτσι, έχει σημασία η αγάπη προς κάθε «ελάχιστο αδελφό» που βρέθηκε σε κάθε σταυροδρόμι της ζωής μας. Και τέτοιοι εφήμεροι και ελάχιστοι «αδελφοί» δεν είναι μόνο άνθρωποι. Μπορεί να είναι και ζώα, φυτά, αλλά και έργα τέχνης, μόχθου και αγάπης του ανθρώπου.

**Β** Ή, όπως έγραψε και ο Ζαχαρίας Παπαντωνίου στην «προσευχή του ταπεινού»:

«Δεν έχω δόξα. Είν' ήσυχα τα έργα που έχω πράξει.  
Άκουσα τη γλυκιά βροχή. Τη δύση έχω κοιτάξει.  
Έδωκα στα παιδιά χαρές, σε σκύλους λίγο χάδι.

Ζευγάδες καλησπέρισα που γύριζαν το βράδυ.  
 Τώρα δεν έχω τίποτα, να διώξω ή να κρατήσω.  
 Δεν περιμένω ανταμοιβή. Πολύ 'ναι τέτοια ελπίδα.  
 Ευδόκησε ν' αφανιστώ, χωρίς να ξαναζήσω.  
 Σ' ευχαριστώ για τα βουνά και για τους κάμπους που είδα».

### 3. Επίλογος

Στον διάλογο αυτό δεν «λύνεται» το πρόβλημα της διαμόρφωσης μιας ενιαίας κοσμοθεωρίας, η οποία άλλωστε ήταν ζητούμενο στη διάρκεια των αιώνων και χιλιετιών, με ποικίλους τρόπους, με επιστήμη, πολιτική και θρησκεία. Προτείνεται όμως ένα εκ προθέσεως ελαχιστοποιημένο σύνολο πληροφοριών και συλλογισμών, που θα μπορούσαν να χρησιμεύσουν, μετά από την προσωπική αξιολόγηση του αναγνώστη, στην ευκολότερη ίσως κατασκευή ή ανα-κατασκευή μιας προσωπικής βιο-κοσμο-θεωρίας, η οποία, αν και υποκειμενική, δεν θα είναι μη-επιστημονική. Αυτό δεν σημαίνει ότι αποκλείεται (για την ακρίβεια, είναι επιθυμητό) να διατυπωθούν μελλοντικά διαφορετικά τέτοια «ελάχιστα» συστήματα γνώσεων, ώστε να συναχθούν όσο το δυνατόν περισσότερες λογικά διατυπωμένες εναλλακτικές βιο-κοσμο-θεωρίες μέσα από αυτά. Έτσι, αντίστοιχοι διάλογοι άλλων ερευνητών θα μπορούσαν να επικεντρωθούν στα ίδια ή σε άλλα θέματα, από τα οποία να συνάγονται διαφορετικά συμπεράσματα. Η ζωή είναι σε διαρκή ροή, το ίδιο και οι σκέψεις, ακόμα δε περισσότερο οι σκέψεις γύρω από αυτήν. Έτσι, ο διάλογος αυτός δεν απηχεί απαραίτητως τις γνώμες του συγγραφέα για όλα τα θέματα που τίγονται μέσα από αυτόν, ούτε και σημαίνει «κατασταλαγμένες γνώμες». Αποτελεί μια *άσκηση σκέψης* που σκοπεύει στο να δώσει το έναυσμα, ώστε με σωστή χρήση της επιστημονικής γνώσης, ενημερωμένης με τις τελευταίες ανακαλύψεις (και, βέβαια, όχι διαστρεβλωμένης ώστε να ταιριάζει σε υποκειμενικές προκαταλήψεις), να μπορεί ο καθένας να δημιουργήσει τη δική του άσκηση σκέψης, το δικό του παρόμοιο διάλογο, με στόχο την παραγωγή τις δικής του βιο-κοσμο-θεωρίας. Και αν, σε κάποια ύστερη περίοδο, κρίνει ότι χρειάζεται αναθεώρηση (καθώς η επιστήμη σήμερα προχωρά με άλματα), να προσθέσει, να αφαιρέσει ιδέες, γνώσεις και μεθόδους, συνδυάζοντας ανθρωπισμό με επιστήμη, και συμβάλλοντας έτσι προς ένα αναγεννημένο ουμανισμό. Ούτως ή άλλως, ένα τέτοιο εγχείρημα θα είναι πάντοτε προσωπικό, γιατί βασίζεται σε προσωπική επιλογή θεμάτων, η οποία προκύπτει από μακροχρόνια και εξαιρετικά πολύπλοκη εσωτερική διεργασία σκέψεων, αξιολογήσεων, ελέγχων και επανελέγχων εννοιών.

### Αφιέρωση

Ο διάλογος «Λόγος για όλα» αφιερώνεται στη μνήμη της μητέρας μου, Αθηνάς Παπαδημητρίου (φιολόγου, αρχαιολόγου), με την οποία είχα την εξαιρετική τύχη να κάνω εκτεταμένες φιλοσοφικές συζητήσεις (μεταξύ αυτών και σχετικές με τα θέματα

που εξετάζονται εδώ), των οποίων τα βασικά σημεία κατέγραψα, ένα έτος πριν φύγει από τον κόσμο αυτό.

### Αναφορές

Barrow, J. D. & Tipler, F.J. (1988). *The Anthropic Cosmological Principle*. Oxford: Oxford University Press.

Barrow, J.D. (2002). *The Constants of Nature; From Alpha to Omega – The Numbers that Encode the Deepest Secrets of the Universe*. New York: Pantheon Books.

Papadimitriou, F. (2020). *Spatial complexity: Theory, mathematical methods and applications*. Cham: Springer.

Papadimitriou, F. (2020a). The spatial complexity of 3×3 binary maps. *Spatial complexity: Theory, mathematical methods and applications*, pp. 163-178. Cham: Springer.

Papadimitriou, F. (2024). *Modelling Landscape Dynamics. Determinism, Stochasticity and Complexity*. Wiesbaden: Springer.

Rees, M. (2000). *Just Six Numbers: The Deep Forces that Shape the Universe*. New York: Basic Books.

Rényi, A. (1967). *Dialogues on Mathematics*. San Francisco: Holden-Day.

Smullyan, R. M. (2009). *Satan, Cantor & infinity: mind-boggling puzzles*. North Chelmsford, MA: Courier Corporation.

Stewart, I. (1992). *Another Fine Math you' ve got me into*. New York: Dover.

Zazkis, R., & Herbst, P. (2018). *Scripting Approaches in Mathematics Education. Mathematical Dialogues in Research and Practice*. Cham: Springer.