

## Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία

Τόμ. 8, Αρ. 1 (2012)

Ανοικτή Εκπαίδευση



Εφαρμογές των Μαθηματικών στην Ανοικτή εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση

Φωτεινή Καριώτου

doi: [10.12681/jode.9792](https://doi.org/10.12681/jode.9792)

Βιβλιογραφική αναφορά:

## Εφαρμογές των Μαθηματικών στην Ανοικτή εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση

### Applied Mathematics in Open Distance Education

Φωτεινή Καριώτου  
Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο  
Επίκ. Καθηγήτρια  
[kariotou@eap.gr](mailto:kariotou@eap.gr)

#### Περίληψη

Το αντικείμενο των εφαρμοσμένων μαθηματικών είναι η διατύπωση, η αυστηρή θεμελίωση, η επίλυση και η αξιολόγηση μαθηματικών προτύπων για προβλήματα που προκύπτουν στις επιστήμες και στην τεχνολογία καθώς και η ανάπτυξη μαθηματικών μεθόδων για την αναλυτική ή υπολογιστική αντιμετώπισή τους.

Η κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών εξυπηρετεί διττά το πρόγραμμα των «Μεταπτυχιακές Σπουδές στα Μαθηματικά» του Ε.Α.Π.

Κατ' αρχήν έχει σκοπό την ενίσχυση της εμπειρίας των φοιτητών στη σύνδεση της αποκτούμενης, μέσα από το πρόγραμμα, γνώσης με τα φαινόμενα της φυσικής πραγματικότητας και κατ' επέκταση στην καλλιέργεια της επιστημονικής διερευνητικής σκέψης τόσο στους φοιτητές όσο και στους μαθητές τους.

Επιπλέον η κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών στοχεύει στην ενίσχυση του ερευνητικού έργου του προγράμματος, σε τομείς αιχμής της επιστήμης και της τεχνολογίας, μέσα από τις εκπονούμενες διπλωματικές εργασίες και διδακτορικές σπουδές που άπτονται της κατεύθυνσης αυτής.

Η Ανοικτή εξ αποστάσεως εκπαίδευση στην υπηρεσία της κατεύθυνσης αυτής ενισχύει την αυτοδυναμία της μελέτης, μέσα από ηλεκτρονικές πηγές και μέσα, επιτρέποντας τη σύγχρονη και ασύγχρονη συνεργασία μεταξύ φοιτητή και επιβλέποντα ή /και της ερευνητικής ομάδας στην οποία το αντικείμενο έρευνάς του εντάσσεται.

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζονται βασικές περιοχές έρευνας στο πλαίσιο της κατεύθυνσης των εφαρμοσμένων μαθηματικών του προγράμματος ΜΣΜ, και ενδεικτικά περιγράφονται ερευνητικές εργασίες που έχουν εκπονηθεί από φοιτητές του προγράμματος στα έτη 2009-2011.

#### Abstract

Applied Mathematics concerns the formulation, the strict foundation, the study and the validation of mathematical models that describe physical problems arising in Science and Technology. Also, the applied mathematics include the development of mathematical methods for the analytical or computational treatment of such problems. The program "Graduate Studies in Mathematics" in HOU provides a route of courses directed to the Applied Mathematics.

Following this route, the students connect the mathematical knowledge acquired from their study with the physical phenomena and they cultivate the scientific thinking that wonders, seeks for interpretations and apply mathematics eligibly in order to find answers. This critical thinking is eventually transferred to their students,

as the program is mainly referred to mathematicians working mainly in second grade education.

On the other hand the applied mathematics route enhances the research work within the program, in critical scientific and technological areas, through research works made in the frame of MSc dissertations or Phd theses in related subjects.

The open distance education applied in such direction strengthens the autonomous work of the potential researcher and at the same time provides the means for a synchronous and asynchronous cooperation between the student, the tutor and the research group activated in the same area.

In the present work we introduce the main research areas of Applied Mathematics that are studied in “Graduate Studies in Mathematics” in HOU, and we indicatively refer to some MSc theses that have been made during the academic years 2009-2011.

### Key-words

*applied mathematics, mathematical modelling, graduate studies in HOU.*

### Εισαγωγή

Το αντικείμενο των εφαρμοσμένων μαθηματικών είναι η διατύπωση, αυστηρή θεμελίωση, επίλυση και αξιολόγηση μαθηματικών προτύπων για προβλήματα που προκύπτουν στις επιστήμες και στην τεχνολογία καθώς και η ανάπτυξη μαθηματικών μεθόδων για την αναλυτική ή υπολογιστική αντιμετώπισή τους.

Η κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών εξυπηρετεί με δύο τρόπους το πρόγραμμα των «Μεταπτυχιακές Σπουδές στα Μαθηματικά» του Ε.Α.Π. Ο ένας τρόπος αφορά την επίδραση που μπορεί να έχει στους φοιτητές που την επιλέγουν, και ο άλλος τρόπος αφορά την μακροχρόνια επίδραση που μπορεί να έχει στο ίδιο το πρόγραμμα και στο ίδρυμα που το φιλοξενεί.

### Επίδραση στους φοιτητές

Οι φοιτητές που θα ειδικευθούν σε εφαρμογές των μαθηματικών στις επιστήμες και στην τεχνολογία εξοικειώνονται με τη διαδικασία της μαθηματικής προτυποποίησης των φυσικών φαινομένων. Η διαδικασία αυτή τους παρέχει την οπτική των φαινομένων μέσα από το πρίσμα των φυσικών αρχών που διέπουν το φαινόμενο και τη μαθηματική διατύπωση των νόμων αυτών. Τέτοιοι νόμοι είναι για παράδειγμα η αρχή διατήρησης της μάζας, του φορτίου, της ενέργειας, της ορμής, ο νόμος ψύξεως του Fourier για τη θερμότητα, η αντίστοιχη διατύπωση σε άλλες περιοχές που εμπλέκουν φαινόμενα διάχυσης και άλλοι. Η χρήση των τελεστών ως μαθηματικές οντότητες οι οποίοι χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν φυσικούς τελεστές-διαδικασίες, και αντίστροφα, είναι η οπτική που προσφέρεται μέσω της κατεύθυνσης των εφαρμοσμένων μαθηματικών και ανοίγει τη σύνδεση της απτής καθημερινότητας των φοιτητών με τη διανοητική πραγματικότητα του πεδίου των μαθηματικών.

Στη συνέχεια η εμπλοκή των φοιτητών σε συγκεκριμένα πρότυπα είτε με τη μορφή αυτόνομων εργασιών είτε σε επιλεγμένες σειρές ασκήσεων, προσφέρουν την ευκαιρία για καλλιέργεια μιας σειράς δεξιοτήτων που αφ ενός χτίζουν το γνωστικό επιστημονικό υπόβαθρο κα αφ ετέρου καλλιεργούν τη διανοητική στάση ενός εκκολαπτόμενου ερευνητή. Ειδικότερα, το πρόγραμμα σπουδών είναι σχεδιασμένο κατά τρόπο ώστε προοδευτικά να καλύπτεται το βασικό γνωστικό περιεχόμενο που είναι απαραίτητο για να εργαστεί κάποιος ερευνητικά σε κάποιον από τους τομείς ενδιαφέροντος που άπτεται των εφαρμοσμένων μαθηματικών, τόσο μέσω της

μαθηματικής ανάλυσης όσο και μέσω της αριθμητικής ανάλυσης και υπολογιστικών τεχνικών.

Η ανάλυση των προτύπων γίνεται σε διάφορες γεωμετρίες που επιδέχονται αναλυτική είτε αριθμητική επεξεργασία, ώστε ο φοιτητής να αποκτήσει την ευχέρεια και την ευρύτητα επιλογής του γεωμετρικού πλαισίου στο οποίο θα περιγράψει βέλτιστα το φαινόμενο που αντιμετωπίζει. Διδάσκεται τις πιο χρήσιμες από τις μαθηματικές μεθόδους επίλυσης των σχετικών προβλημάτων αλλά και τις κύριες αρχές μοντελοποίησης, οι οποίες επιβάλλουν την εισαγωγή του στην διαστατική ανάλυση, ασυμπτωτική ανάλυση και θεωρία διαταραχών.

Η αντιμετώπιση συγκεκριμένων προβλημάτων που εμφανίζονται σε μαθηματικά πρότυπα των φυσικών επιστημών του παρέχει τις γνωστικές δεξιότητες και την ευχέρεια στο χειρισμό των μαθηματικών εργαλείων.

Η προσωπική εμπλοκή του φοιτητή στη διαδικασία μοντελοποίησης καλλιεργεί την ευρύτητα της σκέψης και τη διεπιστημονικότητα της προσέγγισης ενός φαινομένου. Η αντιμετώπιση των προκλήσεων που προκύπτουν τόσο στη μοντελοποίηση όσο και στην επίλυση των μαθηματικών προβλημάτων που έπονται, καλλιεργούν την ευελιξία και την πρωτοτυπία στη σκέψη, συγχρόνως με τη συνέπεια και τη διάκριση στις επιλογές. Η εξοικείωση με τις υπολογιστικές τεχνικές και τα συμβολικά πακέτα παρέχει τη δυνατότητα της περαιτέρω επεξεργασίας είτε των μοντέλων καθ' εαυτών, είτε των αποτελεσμάτων σε διάφορα στάδια της εργασίας πάνω σε ένα μοντέλο, οπτικοποιώντας τις μαθηματικές οντότητες, προβάλλοντας ποιοτικά χαρακτηριστικά των αποτελεσμάτων, βοηθώντας στην ποιοτική ή ποσοτική αξιολόγηση του μελετώμενου μοντέλου.

Τέλος, ο φοιτητής, μέσα από τη δυνατότητα να εκπονήσει ερευνητική διπλωματική εργασία στην κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών έχει τη ευκαιρία της αυτόνομης αναμέτρησης με την διερευνητική σκέψη και με την εφαρμογή της αποκτημένης γνώσης στην αποκάλυψη νέων εφαρμογών τόσο στο επίπεδο των μαθηματικών μεθόδων όσο και των εφαρμογών τους.

Η προσωπική συμμετοχή του φοιτητή στην εφαρμογή των μαθηματικών στην αντιμετώπιση συγκεκριμένου προβλήματος της άμεσης πραγματικότητας, θα επιφέρει εσωτερική αλλαγή ως προς την ίδια την προσέγγιση της γνώσης. Η αλλαγή αυτή θα μεταλαμπαδευτεί σε κάποιο βαθμό στους δικούς του μαθητές, καθώς το πρόγραμμα δέχεται φοιτητές οι οποίοι κυρίως δραστηριοποιούνται στη μέση εκπαίδευση. Έτσι, η κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών στοχεύει μακροπρόθεσμα στην καλλιέργεια της κριτικής εκείνης στάσης που συνδέει την αποκτούμενη διανοητικώς γνώση με την εφαρμογή και τη χρησιμότητά της στον φυσικό κόσμο που μας περιβάλλει.

Επίδραση στην ερευνητική παραγωγή του ΠΣ

Η άλλη πλευρά στην οποία η κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών στοχεύει είναι η ενίσχυση του ερευνητικού έργου του προγράμματος, σε τομείς αιχμής της επιστήμης και της τεχνολογίας, μέσα από τις εκπονούμενες διπλωματικές εργασίες και διδακτορικές διατριβές που άπτονται της κατεύθυνσης αυτής.

Ειδικότερα, στο πλαίσιο του προγράμματος σπουδών Μεταπτυχιακές Σπουδές στα Μαθηματικά, εκπονούνται από τους φοιτητές επιστημονικές εργασίες σε επίπεδο μεταπτυχιακής διπλωματικής και διδακτορικής διατριβής στις παρακάτω ερευνητικές περιοχές των εφαρμοσμένων μαθηματικών.

#### A1. Εφαρμογές των Μαθηματικών στη Βιοϊατρική Τεχνολογία

Η βιοϊατρική βασική έρευνα και τεχνολογία αποτελεί αιχμή επιστημονικού ενδιαφέροντος καθώς η συσσωρευμένη γνώση και η εφαρμοσμένη επιστήμη προσφέρουν πλήθος δυνατοτήτων στην πειραματική έρευνα, στη βάση της βιολογίας, της φυσικής και της χημείας διεργασιών που εμπλέκονται σε ασθένειες, οι οποίες μαστίζουν τον ανθρώπινο πληθυσμό στην εποχή μας. Το πλήθος των παραγόμενων αποτελεσμάτων και η πολυπλοκότητα των βιολογικών φαινομένων κάνουν αναγκαία την διεπιστημονική προσέγγιση των φαινομένων, ώστε διαφορετικές πλευρές να εξετάζονται υπό το πρίσμα κάθε επιστήμης και η κατανόηση να βαθαίνει και να γίνεται πολύπλευρη, ώστε και η αντιμετώπιση της ασθένειας γίνεται πιο αποτελεσματική. Τα μαθηματικά πρότυπα έχουν να συνεισφέρουν στην έρευνα αυτή, τόσο με την ακρίβεια και την προβλεψιμότητα των αναλυτικών μοντέλων όσο και με την προσαρμοστικότητα και την ευελιξία επιλογής των εμπλεκόμενων παραμέτρων των υπολογιστικών προσεγγιστικών μοντέλων. Στην περιοχή αυτή εκπονούνται εργασίες που μελετούν:

1. Μαθηματική προτυποποίηση της ροής πλάσματος γύρω από ερυθρά αιμοσφαίρια μέσω της έρπουσας Ροής Stokes
2. Μαθηματική προτυποποίηση της ανάπτυξης καρκινικών όγκων
3. Μαθηματική θεωρία των απεικονιστικών τεχνικών του εγκεφάλου, της Ηλεκτροεγκεφαλογραφίας και της Μαγνητοεγκεφαλογραφίας

#### A2. Εφαρμογές των Μαθηματικών στη θεωρία Σκέδασης Ακουστικών και Ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Η θεωρία της σκέδασης κατέχει σημαντικό ρόλο στη μαθηματική φυσική. Από την εξήγηση του λόρδου Rayleigh για το γαλάζιο χρώμα του ουρανού, μέχρι την ανακάλυψη του Rutherford για τον πυρήνα του ατόμου, αλλά και στις σύγχρονες εφαρμογές στην ιατρική, όπως στις απεικονιστικές τεχνικές με τη χρήση υπερήχων, ή της ηλεκτρονικής τομογραφίας με την εκπομπή ποζιτρονίων, η θεωρία της σκέδασης αποτελεί πόλο ενδιαφέροντος για τους επιστήμονες και ειδικά τους μαθηματικούς για περισσότερο από εκατό χρόνια. Αποτελεί κορμό της προτυποποίησης διαγνωστικών μη παρεμβατικών μεθόδων στην ιατρική φυσική αλλά και σε μεθόδους μη καταστροφικού ελέγχου.

#### A3. Εφαρμογές των Μαθηματικών στην Πληροφορική και αντιστρόφως

Η μελέτη και εφαρμογή των μαθηματικών μοντέλων των βιολογικών νευρωνικών δικτύων οδήγησε στην ανάπτυξη των τεχνητών νευρωνικών δικτύων, τα οποία αποτελούν πολύπλοκα συστήματα επεξεργασίας πληροφοριών. Αποτελούνται από μεγάλο πλήθος συνδεδεμένων μονάδων οι οποίες επεξεργάζονται και προωθούν την διερχόμενη πληροφορία, με βάση από πριν ορισμένη συνάρτηση βάρους η οποία επιδέχεται ανατροφοδότηση και επαναπροσδιορισμό και λειτουργούν έτσι και προς την αποθήκευση και απόδοση της εμπειρικής γνώσης. Έχουν μεγάλο πλήθος εφαρμογών, από την αεροπλοΐα, την βιολογία, την ιατρική, τη βιοπληροφορική αλλά και τη μετεωρολογία.

#### Η κατεύθυνση των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών στο πρόγραμμα ΜΣΜ του ΕΑΠ

Στο πλαίσιο του προγράμματος σπουδών Μεταπτυχιακές σπουδές στα μαθηματικά, η κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών θεραπεύεται μέσω δύο υποχρεωτικών θεματικών ενοτήτων, της ΜΣΜ60 και ΜΣΜ61 και μιας ΘΕ επιλογής, της ΜΣΜ62.



Ειδικότερα, η ΘΕ ΜΣΜ 61 με αντικείμενο *Υπολογιστικές Μέθοδοι & Λογισμικό στα Μαθηματικά*, όσο αφορά την κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών, παρέχει στο φοιτητή την εξοικείωση με τα βασικά εργαλεία που θα χρησιμοποιηθούν στην αντιμετώπιση σχετικών θεμάτων. Παράλληλα δίνονται εργαλεία απαραίτητα για την ανάπτυξη εκπαιδευτικού λογισμικού, που εξυπηρετούν την παιδαγωγική κατεύθυνση του προγράμματος. Μελετώνται αριθμητικές μέθοδοι και υπολογιστικά-συμβολικά πακέτα που αφορούν τη μελέτη Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων οι οποίες προκύπτουν στην μαθηματική προτυποποίηση και επίλυση ρεαλιστικών προβλημάτων. Επίσης μελετώνται στοιχειωδώς η αναλυτική αντιμετώπιση μερικών διαφορικών εξισώσεων και προβλημάτων συνοριακών τιμών, μέσω της θεωρίας Sturm Liouville και της ανάπτυξης σε ιδιοσυναρτήσεις καθώς και οι βασικές αρχές διαστατικής και ασυμπτωτικής ανάλυσης και του λογισμού των μεταβολών.

Στη συνέχεια η ΘΕ ΜΣΜ60, με αντικείμενο *Μαθηματικά Πρότυπα στις Φυσικές Επιστήμες*, εμβαθύνει στις μαθηματικές μεθόδους που χρησιμοποιούνται στην αναλυτική επίλυση των προβλημάτων που προκύπτουν από την προτυποποίηση των φυσικών φαινομένων, αλλά και που βρίσκονται ως υπόβαθρο πίσω από τις αριθμητικές μεθόδους οι οποίες επιτρέπουν την προσεγγιστική αλλά περισσότερο ρεαλιστική αντιμετώπιση των προβλημάτων αυτών. Έτσι, παρέχεται εις βάθος μελέτη της θεωρίας των Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων και των Ολοκληρωτικών Εξισώσεων που συναντώνται στην πλειοψηφία των φαινομένων της φυσικής, στη γραμμικοποιημένη προσέγγισή τους, ώστε η μελέτη να μην ξεφεύγει από τους στόχους του μεταπτυχιακού προγράμματος. Επιπροσθέτως μελετάται η θεωρία τελεστών, υπό το πρίσμα της συναρτησιακής ανάλυσης, ώστε να παρέχεται επαρκές θεωρητικό υπόβαθρο για την εξασφάλιση των συνθηκών που απαιτούνται για την ύπαρξη, μοναδικότητα και ευστάθεια των λύσεων των προβλημάτων που προτυποποιούν τα υπό μελέτη φαινόμενα, όχι μόνον για τους τελεστές δυναμικού, διάχυσης και του κυματικού τελεστή, οι οποίοι αναλύονται διεξοδικά, αλλά και κάθε γραμμικού συνεχούς και φραγμένου τελεστή. Η ανάλυση αυτή προσφέρει στον μελετητή μία οπτική συνολική της σχετικής ύλης και συνδέει τις μαθηματικές μεθόδους υπό το πρίσμα της θεωρίας τελεστών, με συμπυκνωμένο και συμπαγή τρόπο, εκτιμητέο από κάθε άνθρωπο που γοητεύεται από τα μαθηματικά ως ποιητικό δημιουργήμα.

Τέλος, η ΘΕ ΜΣΜ62, με αντικείμενο *Ειδικά Θέματα Μαθηματικών*, παρέχει στο φοιτητή που θα την επιλέξει, μία εισαγωγή στην ερευνητική διαδικασία, συγχρόνως με εις βάθος μελέτη σε εξειδικευμένες επιστημονικές περιοχές. Ειδικότερα, γίνεται εισαγωγή στη μαθηματική θεωρία της μηχανικής ρευστών, με έμφαση στις βιοϊατρικές εφαρμογές. Επίσης γίνεται μελέτη της μαθηματικής θεωρίας σκέδασης ακουστικών, ηλεκτρομαγνητικών και ελαστικών κυμάτων από ομαλό σκεδαστή, με μεγάλο εύρος τεχνολογικών εφαρμογών, από την περιοχή της διαγνωστικής ιατρικής, μέχρι της αμυντικής πολεμικής τεχνολογίας. Τέλος, γίνεται διεξοδική μελέτη προβλημάτων ελευθέρου συνόρου, που περιλαμβάνουν σύστημα μερικών διαφορικών εξισώσεων (διάχυσης αντίδρασης) και συνήθους διαφορικής εξίσωσης, σε χωρίο με ελευθερο σύνορο, δηλαδή όχι σταθερό στο χρόνο. Η έμφαση δίνεται στην χρήση αυτών των προβλημάτων στην μαθηματική προτυποποίηση και μελέτη προβλημάτων που σχετίζονται με την ανάπτυξη καρκινικών όγκων σε ανθρώπινο ιστό.

Η μελέτη γίνεται μέσα από έγκυρα συγγράμματα αλλά και από δημοσιευμένα άρθρα σε διεθνή περιοδικά με κριτές, καταξιωμένα και ευρέως μελετημένα από την επιστημονική κοινότητα που δραστηριοποιείται στην εν λόγω περιοχή. Η μελέτη

μέσα από δημοσιεύεις παρέχει, εκτός από την επικαιροποιημένη γνώση της περιοχής, την εκπαίδευση στην εξόρυξη γνώσης μέσα από την μελέτη ενός επιστημονικού άρθρου πυκνού στη γραφή καθώς και πρακτική εμπειρία στη μελέτη και κατ' επέκταση στη συγγραφή μίας επιστημονικής εργασίας. Η εμπειρία αυτή είναι πολύτιμη για την εκπόνηση της διπλωματικής εργασίας από το φοιτητή, που είτε έπεται χρονικά, είτε λαμβάνει χώρα σε παράλληλο με τη ΘΕ αυτή χρόνο.

### **Διπλωματικές εργασίες**

Ενδεικτικά αναφέρουμε πρόσφατες διπλωματικές εργασίες που έχουν εκπονηθεί στο πλαίσιο της κατεύθυνσης αυτής του προγράμματος ΜΣΜ στα έτη 2009-2011.

*Προτυποποίηση προβλημάτων έρπουσας ροής, με εφαρμογές σε ροή βιολογικών ρευστών*

- Μελέτη της ροής Stokes σε αξονοσυμμετρικά συστήματα συντεταγμένων. (Πρωτοπαππάς Ελευθέριος, 2009, επιβλ. Χατζηνικολάου Μ., ΜΣΜ60)

Στη διπλωματική αυτή γίνεται η πλήρης μαθηματική μελέτη των τελεστών που περιγράφουν τη ροή Stokes και ειδικά στην περιοχή της έρπουσας ροής, στο σφαιρικό και σφαιροειδές σύστημα συντεταγμένων. Περιγράφεται η εφαρμογή της θεωρίας σε συγκεκριμένα προβλήματα συνοριακών τιμών, τα οποία εμφανίζονται κατά την προτυποποίηση της ροής βιολογικών ρευστών. Έτσι τα αποτελέσματα της εργασίας αυτής αποτελούν υπόβαθρο ευρύτερης εργασίας πάνω στη μοντελοποίηση της ροής πλάσματος γύρω από τα ερυθρά αιμοσφαίρια στο ανθρώπινο κυκλοφορικό σύστημα.

*Προτυποποίηση προβλημάτων που η φυσική τους επιβάλλει μη αντιστρεπτή διαδικασία, οπότε περιγράφονται με μερικές διαφορικές εξισώσεις παραβολικού τύπου.*

- Προτυποποίηση προβλημάτων με παραβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις (Γρηγορίου Μαρία, 2010, Γκιντίδης, ΜΣΜ61)
- Μαθηματικά μοντέλα προβλημάτων αντίδρασης- διάχυσης (Δουκάκης Παναγιώτης, 2010, επιβλ. Βλάμος Π., ΜΣΜ51)

Στις παραπάνω διπλωματικές γίνεται μελέτη της θεωρίας των παραβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων και των ιδιοτήτων των λύσεων αντιστοίχων προβλημάτων συνοριακών και αρχικών τιμών. Οι εργασίες αυτές αποτελούν το θεωρητικό υπόβαθρο για τη μελέτη μαθηματικών προτύπων για φαινόμενα που εξελίσσονται στη φύση με μη αντιστρεπτό τρόπο στο χρόνο, όπως αυτά στα οποία αναφέρονται οι παρακάτω διπλωματικές εργασίες.

- Μαθηματική προτυποποίηση μέσω προβλημάτων ελεύθερου συνόρου (Τζελέπης Αλκιβιάδης, 2010, επιβλ. Χατζηνικολάου Μ. ΜΣΜ60)
- Προβλήματα ελεύθερου συνόρου στην ανάπτυξη και αντιμετώπιση καρκινικών όγκων (Βάγια Αργυρούλα, 2011, επιβλ. Χατζηνικολάου Μ., ΜΣΜ60)

Οι παραπάνω εργασίες μελετούν την προτυποποίηση προβλημάτων που εκτυλίσσονται σε διαφορετικές κλίμακες χρόνου, οπότε κάποιες από τις ποσότητες που περιγράφουν μεγέθη του φαινομένου περιγράφονται με ΜΔΕ ελλειπτικού τύπου και κάποια άλλα μεγέθη με ΜΔΕ παραβολικού τύπου είτε με ΣΔΕ ως προς τη μεταβλητή του χρόνου. Μαθηματικά πρότυπα με τέτοιου τύπου προβλήματα συνοριακών τιμών σε ελεύθερο σύνορο συναντώνται στη μελέτη της ανάπτυξης

καρκινικών όγκων σε ανθρώπινο ιστό. Μια σειρά διπλωματικών εργασιών αναφέρεται στη μελέτη της μη αγγειακής φάσης ανάπτυξης, τόσο βιβλιογραφικά, όσο και μέσω της ανάπτυξης και μελέτης συγκεκριμένων σχετικών προτύπων.

- Η Μαθηματική προτυποποίηση της ανάπτυξης καλοήθων καρκινικών όγκων από τον 20<sup>ο</sup> στον 21<sup>ο</sup> αιώνα (Παραθουρά Μαρία, 2010, επιβλ. Καριώτου Φ., ΜΣΜ60)
- Μελέτη της μη αγγειακής καρκινικής ανάπτυξης σε επιμήκη σφαιροειδή γεωμετρία (Κουνή Στυλιανή, 2011, επιβλ. Καριώτου Φ., ΜΣΜ60)
- Η επίδραση της πεπλατυσμένης σφαιροειδούς γεωμετρίας στη μαθηματική προτυποποίηση της μη αγγειακής καρκινικής ανάπτυξης (Γραικού Αικατερίνη, 2011, επιβλ. Καριώτου Φ., ΜΣΜ60)

Η γεωμετρία των προβλημάτων που μελετώνται αναφέρεται σε καμπυλόγραμμα συστήματα συντεταγμένων, τα οποία περιγράφουν φυσικά συστήματα με ακτινική συμμετρία, οπότε η περιγραφή απαιτεί το σφαιρικό σύστημα συντεταγμένων, είτε αξονική συμμετρία, οπότε χρησιμοποιείται το επίμηκες σφαιροειδές ή το πεπλατυσμένο σφαιροειδές σύστημα. Ωστόσο, η περιγραφή κάποιου φυσικού συστήματος μπορεί να απαιτεί λιγότερο τετριμμένη γεωμετρία, οπότε επιβάλλεται η χρήση του δισφαιρικού συστήματος συντεταγμένων, είτε του ελλειψοειδούς συστήματος συντεταγμένων

- Το δισφαιρικό σύστημα συντεταγμένων σε στατικά προβλήματα συνοριακών τιμών (Καλαπόδης Ανδρέας, 2009, επιβλ. Χατζηνικολάου Μ.)

*Προτυποποίηση κυματικών προβλημάτων με υπερβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες στη θεωρία των χαμηλών συχνοτήτων ανάγεται στη μελέτη προβλημάτων δυναμικού.*

- Σκεδαση ακουστικών κυμάτων από ομαλούς σκεδαστες-εφαρμογή στη mathematica (Μανωλόπουλος Μιχαήλ, 2009, επιβλ. Γκιντίδης Δ., ΜΣΜ61)
- Η συνεισφορά της επίπεδης και της σημειακής ακουστικής διέγερσης στην αποτύπωση των χαρακτηριστικών σφαιρικού σκεδαστή (Σαραφοπούλου Χαρίκλεια, 2011, επιβλ. Καριώτου Φ., ΜΣΜ60)

Στις παραπάνω εργασίες αναλύεται το φυσικό φαινόμενο της διάδοσης και σκέδασης ακουστικών κυμάτων σε συνεχές μέσο όπου παρεμβάλλεται φυσικό εμπόδιο ή χωρική ασυνέχεια. Το φαινόμενο περιγράφεται μαθηματικά μέσω της κυματικής εξίσωσης και συνοριακών τιμών που εξαρτώνται από τις φυσικές ιδιότητες του εμποδίου-σκεδαστή και από τη γεωμετρία του. Γίνεται εκτενής αναφορά και εφαρμογή της θεωρίας σκέδασης στην περίπτωση που το μήκος κύματος είναι πολύ μεγαλύτερο από τη χαρακτηριστική διάσταση του σκεδαστή, δηλαδή της θεωρίας χαμηλών συχνοτήτων και τέλος γίνεται αναφορά στην χρήση των αποτελεσμάτων της θεωρίας στην αντίστροφη σκέδαση, δηλαδή στην ταυτοποίηση του σκεδαστή, όταν είναι γνωστό το προσπίπτον και το σκεδασμένο ακουστικό πεδίο.

*Χρήση υπολογιστικού πακέτου Mathematica*

Μια σειρά εργασιών παρέχουν επιπλέον το υπολογιστικό υπόβαθρο για την αριθμητική προσέγγιση των παραπάνω προβλημάτων, με εφαρμογές από τη χρήση του υπολογιστικού πακέτου Mathematica.

- Αριθμητικές μέθοδοι επίλυσης ιδιόμορφων ολοκληρωτικών εξισώσεων (Ελευθερίου Παναγιώτα, 2010, επιβλ. Γκιντίδης, ΜΣΜ61)
- Εφαρμογή των μερικών διαφορικών εξισώσεων στην προτυποποίηση προβλημάτων με τη χρήση Mathematica (Χανιωτάκης Σταύρος, 2011, επιβλ. Γκιντίδης, ΜΣΜ61)



- Εισαγωγή σε μη γραμμικές διαφορικές εξισώσεις- Υπολογιστικές εφαρμογές με το Mathematica (Θυμιοπούλου Ηλιάνα, 2010, επιβλ. Γκιντίδης, ΜΣΜ61)
- Υπολογιστική επίλυση ολοκληρωτικών εξισώσεων με το Mathematica (Παπαχρήστος Ηλίας, 2011, επιβλ. Γκιντίδης, ΜΣΜ61)

#### *Εφαρμογές των Μαθηματικών στην πληροφορική*

Αριθμητικές μέθοδοι για την βελτιστοποίηση μη γραμμικών συναρτήσεων με μεγάλο πλήθος μεταβλητών καθώς και η εφαρμογές των μαθηματικών στον σχεδιασμό και στην εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων και η χρήση αυτών στην βιοϊατρική τεχνολογία, μελετώνται στις παρακάτω εργασίες.

- Καμπυλόγραμμη και γραμμική αναζήτηση για προβλήματα βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας (Μπουραζάνα Δήμητρα, 2011, επιβλ. Δ. Σωτηρόπουλος, ΜΣΜ61)
- Νευρωνικά δίκτυα προσομοίωσης του ανθρώπινου εγκεφάλου (Πλέρου Αντωνία, 2009, επιβλ. Βλάμος Π. ΜΣΜ51)
- Εξόρυξη πληροφοριών από βιοϊατρικά δεδομένα με χρήση νευρωνικών δικτύων (Ιορδανίδης Φώτιος, 2011, επιβλ. Δ. Σωτηρόπουλος, ΜΣΜ61).

#### **Συμπεράσματα**

Η κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών απευθύνεται σε εκείνους τους φοιτητές του προγράμματος «Μεταπτυχιακές σπουδές στα μαθηματικά», του Ελληνικού Ανοικτού Πανεπιστημίου, οι οποίοι έχουν ενδιαφέρον στη μαθηματική προτυποποίηση και στην εφαρμογή των μαθηματικών στις φυσικές επιστήμες και στην τεχνολογία. Μέσα από την ειδίκευσή αυτή εμβαθύνουν στη γνώση και χρήση ισχυρών μαθηματικών μεθόδων και τεχνικών, προσεγγίζουν ειδικές περιοχές της φυσικής ή της βιολογίας μέσα από τη μελέτη φαινομένων της βιομαθηματικής πραγματικότητας, των φυσικών νόμων που τα διέπουν και της μαθηματικής διατύπωσής τους. Τους παρέχεται η δυνατότητα να παράγουν νέα αποτελέσματα, συνεισφέροντας έτσι σε κάποιο βαθμό στην επιστημονική γνώση της περιοχής ενδιαφέροντός τους. Η εμπειρία που αποκτούν καταγράφεται στον τρόπο σκέψης και αντιμετώπισης τόσο των μαθηματικών καθ' εαυτών όσο και της σύνδεσής τους με την εμπειρώμενη πραγματικότητα. Η κριτική και συνδυαστική σκέψη η οποία καλλιεργείται μεταφέρεται μέσω της εκπαιδευτικής διαδικασίας αβίαστα στους μαθητές των φοιτητών μας, μέσα από την επαγγελματική τους πορεία.

Η πορεία του προγράμματος μέσα από την κατεύθυνση των εφαρμοσμένων μαθηματικών είναι σε δυναμική θετική εξέλιξη καθώς τα αποτελέσματα στα οποία αναφερθήκαμε στην παρούσα εργασία αφορούν μόλις τα πρώτα χρόνια λειτουργίας του προγράμματος και το ενδιαφέρον προκύπτει αυξανόμενο και διευρυνόμενο.

#### **Βιβλιογραφία**

- Colton D., Coyle J. and Monk P., (2000). Recent developments in inverse acoustic scattering theory. *SIAM Rev.*, 42, pp. 369-414
- Dyn C.L. (2004). *Principles of Mathematical Modeling*, Elsevier Academic Press
- Fowler A.C. (1998). *Mathematical Models in the Applied Sciences*, Cambridge University Press
- Happel J., Brenner H., (1981), *Low Reynolds numbers Hydrodynamics*, Springer
- Jones D.S., Sleeman B.D.(2003), *Differential Equations and Mathematical Biology*, Chapman & Hall/CRC