

## Open Schools Journal for Open Science

Vol 2, No 1 (2019)

Special Issue Articles from the 1st Greek Student Conference on Research and Science



**Σχέση που συνδέει την τάση στους πόλους λαμπτήρα πυράκτωσης με την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει. Πειραματικός έλεγχος του θεωρητικού μοντέλου με χρήση συστήματος Arduino**

*Βάιος Αρβανιτάκος, Αλεξάνδρα Γαβαλιά, Άγγελος Γκούσης, Αλέξανδρος Μικρόπουλος, Αλεξία Κονταξή, Ιωάννα Μπούρχα, Μάγια Μπρόκβιτς, Αλέξανδρος Παπαδόπουλος, Θάνος Τόλιος, Δημήτρης Λουκάτος, Λαμπρινή Παπασίμπα*

doi: [10.12681/osj.19527](https://doi.org/10.12681/osj.19527)

### To cite this article:

Αρβανιτάκος Β., Γαβαλιά Α., Γκούσης Α., Μικρόπουλος Α., Κονταξή Α., Μπούρχα Ι., Μπρόκβιτς Μ., Παπαδόπουλος Α., Τόλιος Θ., Λουκάτος Δ., & Παπασίμπα Λ. (2019). Σχέση που συνδέει την τάση στους πόλους λαμπτήρα πυράκτωσης με την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει. Πειραματικός έλεγχος του θεωρητικού μοντέλου με χρήση συστήματος Arduino. *Open Schools Journal for Open Science*, 2(1), 311–319.  
<https://doi.org/10.12681/osj.19527>



# Σχέση που συνδέει την τάση στους πόλους λαμπτήρα πυράκτωσης με την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει. Πειραματικός έλεγχος του θεωρητικού μοντέλου με χρήση συστήματος Arduino

Αρβανιτάκος Βάιος<sup>1</sup>, Γαβαλιά Αλεξάνδρα<sup>1</sup>, Γκούσης Άγγελος<sup>1</sup>, Μικρόπουλος Αλέξανδρος<sup>1</sup>, Κονταξή Αλεξία<sup>1</sup>, Μπούρχα Ιωάννα<sup>1</sup>, Μπρόκβιτς Μάγια<sup>1</sup>, Παπαδόπουλος Αλέξανδρος<sup>1</sup>, Τόλιος Θάνος<sup>1</sup>, Λουκάτος Δημήτρης<sup>1</sup>, Παπασιμίπα Λαμπρινή<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Πειραματικό Σχολείο Πανεπιστημίου Αθηνών

## Περίληψη

Στη συγκεκριμένη εργασία τίθεται το ερώτημα: Ποια σχέση συνδέει την τάση που εφαρμόζουμε στους πόλους ενός λαμπτήρα πυράκτωσης με την ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει; Στη συνέχεια θέτουμε το ερώτημα ποια μαθηματική σχέση συνδέει το  $I_{τελ}$  με την τάση που εφαρμόζεται στους πόλους του λαμπτήρα. Αναζητούμε από τη βιβλιογραφία τη θεωρητική πρόβλεψη για τη σχέση, επαληθεύουμε πειραματικά την ισχύ της σχέσης (1) χρησιμοποιώντας μια υπολογιστική πλατφόρμα Arduino Uno. Ο Arduino Uno εφοδιάζεται με βοηθητικό κύκλωμα και προγραμματίζεται ώστε να επιτρέπει τη λήψη ζευγών τιμών (ρεύματος που διαρρέει το λαμπτήρα, τάσης στα άκρα του), ανά 5 περίπου ms, σε πραγματικό χρόνο. Με τη βοήθεια απλού λογισμικού επεξεργασίας των δεδομένων που καταγράψαμε, από τη μία, αλλά και του θεωρητικού μοντέλου, από την άλλη, διερευνούμε κατά πόσο μπορούμε να προσδιορίσουμε κάποια σχετικά με το φαινόμενο που μελετάμε φυσικά μεγέθη (λ.χ. τη θερμοκρασία του νήματος του λαμπτήρα).

## Λέξεις κλειδιά

Νόμος του Ωμ, Νόμος του Joule, νόμος θερμικής αγωγιμότητας, πειραματική επιβεβαίωση, λαμπτήρας πυράκτωσης, πλατφόρμα Arduino Uno

## Εισαγωγή

Σε αυτή την εργασία θα προσπαθήσουμε να απαντήσουμε στο ερώτημα: Ένας λαμπτήρας πυράκτωσης ακολουθεί το νόμο του Ωμ; Η απάντηση στο ερώτημα θα δοθεί από το πείραμα. Στη συνέχεια θα θέσουμε το ερώτημα: Πώς μπορούμε να εξηγήσουμε την σχέση που συνδέει την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει τον λαμπτήρα με την τάση που εφαρμόζουμε στους πόλους. Αρχικά θα επιχειρήσουμε με βάση τους νόμους της φυσικής (την αρχή διατήρησης της ενέργειας και το νόμο για τη διάδοση της θερμότητας) και ορισμένες υποθέσεις να προσδιορίσουμε τη παραπάνω σχέση (θεωρητικό μοντέλο). Στη συνέχεια θα σχεδιάσουμε και θα υλοποιήσουμε μια πειραματική διάταξη με την οποία θα μπορούμε να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον λαμπτήρα και την τάση στα άκρα του χρησιμοποιώντας μια υπολογιστική πλατφόρμα Arduino Uno (Arduino\_Uno, 2017), η οποία έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμη για δράσεις STEM (Λουκάτος κ.ά., 2016).

## Θεωρητικό μοντέλο του προβλήματος

Ένας λαμπτήρας πυράκτωσης αποτελείται από ένα μέταλλο που λιώνει σε πολύ υψηλή θερμοκρασία (πχ βολφράμιο με θερμοκρασία τήξης περίπου 3400 οC). Όταν μέσα από το σύρμα διέρχεται ηλεκτρικό ρεύμα η θερμοκρασία του σύρματος αυξάνεται (φαινόμενο Joule) (Αντωνίου κ.ά., 2011). Τότε μεταφέρεται ενέργεια (θερμότητα) από το σύρμα στο περιβάλλον εξαιτίας της διαφοράς θερμοκρασίας μεταξύ σύρματος και περιβάλλοντος. Επίσης το σύρμα εκπέμπει ενέργεια με τη μορφή φωτονίων (φωτεινή) προς το περιβάλλον. Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας η ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται στον λαμπτήρα είναι ίση με την αύξηση της θερμικής ενέργειας του σύρματος του λαμπτήρα, της ενέργεια που μεταφέρεται στο περιβάλλον με τη μορφή θερμότητας και της ενέργειας που μεταφέρουν τα φωτόνια (φωτεινή).

Προσεγγίσεις – Παραδοχές:

Αρχικά υποθέτουμε ότι το σύρμα του λαμπτήρα βρίσκεται σε θερμική ισορροπία με το περιβάλλον οπότε έχει θερμοκρασία θλαμπτήρα. Έστω λοιπόν ότι εφαρμόζουμε στα άκρα του λαμπτήρα μια σταθερή τάση  $V$ . Αρχικά η θερμοκρασία του λαμπτήρα αυξάνεται (η θερμική ενέργεια του λαμπτήρα αυξάνεται), η αντίσταση του σύρματος αυξάνεται και η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει μειώνεται. Σε μερικά δευτερόλεπτα η θερμοκρασία του λαμπτήρα σταθεροποιείται, η αντίσταση του σταθεροποιείται και επομένως και η ένταση του ρεύματος που τον διαρρέει. Τότε η ηλεκτρική ενέργεια που προσφέρεται στον λαμπτήρα είναι ίση με την ενέργεια που μεταφέρεται στο περιβάλλον με τη μορφή θερμότητας και την ενέργεια που μεταφέρουν τα φωτόνια (φωτεινή).

Υποθέτουμε ότι κάθε στιγμή (επομένως θα χρησιμοποιήσουμε το μέγεθος της ισχύος) η ενέργεια που μεταφέρουν τα φωτόνια  $\epsilon$  είναι πολύ μικρότερη από τη μεταφορά θερμότητας λόγω αγωγής και δεν θα τη λάβουμε υπόψη στους υπολογισμούς μας (Χατζή Γ., 1999). Δηλ. Η θερμική ισχύς είναι ίση με τη ηλεκτρική ισχύ:

$$\frac{dQ}{dt} = V \cdot I \quad (1)$$

Για τη μεταφορά της θερμικής ισχύος ισχύει ο νόμος της θερμικής αγωγιμότητας:

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda \cdot (\theta_{\lambda} - \theta_{\pi}) \quad (2)$$

Ο  $\theta_{\lambda}$  είναι η σταθερή θερμοκρασία του λαμπτήρα όταν η τάση στα άκρα του είναι  $V$ ,  $\theta_{\pi}$  ή θερμοκρασία του περιβάλλοντος και  $\lambda$  συντελεστής αγωγιμότητας, τον οποίο θεωρούμε σταθερό – ανεξάρτητο της θερμοκρασίας και εξαρτάται από το υλικό σύρματος του λαμπτήρα.

Εισάγουμε την αντίσταση  $R$  του σύρματος και την εξάρτηση της από τη θερμοκρασία του σύρματος του λαμπτήρα:

$$R = \frac{V}{I} \quad \text{και} \quad R = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_{\lambda}) \quad (3)$$

$R_0$  είναι η αντίσταση σε  $0^{\circ}\text{C}$  και  $\alpha$  ο συντελεστής της ηλεκτρικής αγωγιμότητας του υλικού του σύρματος. Συνδυάζοντας κατάλληλα τις σχέσεις (1), (2) και (3) από τις οποίες επαλείφουμε το  $R$  και το  $\theta_{\lambda}$  τελικά καταλήγουμε στην σχέση (Π. Δημητριάδης κ.ά):

$$I = -\frac{A}{V} + \sqrt{\frac{A^2}{V^2} + B} \quad (4)$$

Όπου:

$$B = \frac{\lambda}{\alpha \cdot R_0}, \quad \text{και} \quad A = \frac{\lambda \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_\lambda)}{2\alpha} \quad (5) \text{ (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ I)}$$

Θεωρητικές προβλέψεις

Όταν η τάση  $V$  που εφαρμόζεται στα άκρα του λαμπτήρα πάρει μικρές τιμές, δηλαδή  $V \ll 0$ , τότε η σχέση (4) προσεγγίζεται από την:

$$I = \frac{1}{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_\pi)} \cdot V \quad \text{ή} \quad I = \frac{V}{R_\pi} \quad (6) \text{ (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II)}$$

Δηλ. ισχύει ο νόμος του Ohm, με αντίσταση λαμπτήρα ίση με την τιμή της στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

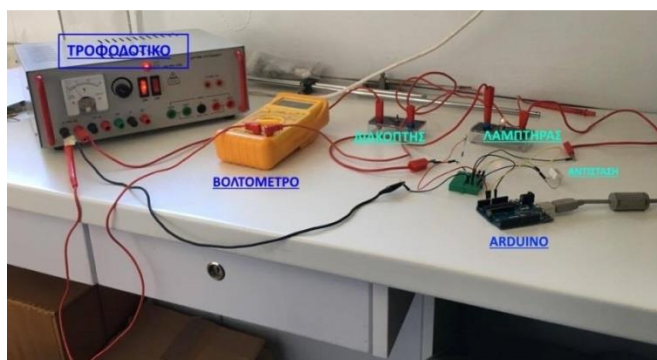
Όταν η τάση  $V$  που εφαρμόζεται στα άκρα του λαμπτήρα πάρει μεγάλες τιμές τότε:

$$I \approx \sqrt{B} \quad (7) \text{ (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II)}$$

από τη σύγκριση θεωρητικών προβλέψεων και πειραματικών δεδομένων μπορούμε να προσδιορίσουμε τα  $A$  και  $B$  και επομένως να προσδιορίσουμε τις σταθερές  $\lambda$  και  $\theta_\lambda$  αν γνωρίζουμε τα  $\alpha$  και  $R_0$ .

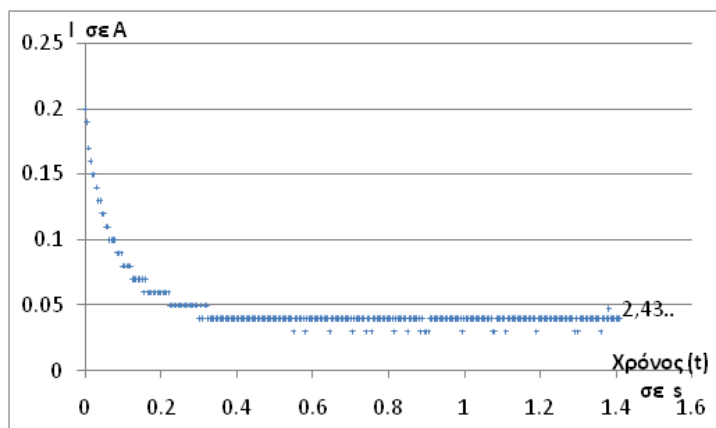
## Πειραματικός έλεγχος

Συνδέουμε σε σειρά λαμπτήρα πυράκτωσης με μία αντίσταση  $1\Omega$ . Τα άκρα του συστήματος οδηγούνται σε πηγή τροφοδοσίας με ικανότητα παροχής μεταβλητής τάσης. Παράλληλα, συνδέουμε μια πλατφόρμα Arduino Uno, που ρυθμίζεται ώστε, με τη βοήθεια των αναλογικών εισόδων της, να εκτελεί συνεχείς μετρήσεις της τάσης στα άκρα του λαμπτήρα και της τάσης στα άκρα της αντίστασης του  $1\Omega$ , ανά  $5ms$ . Η γνώση της τάσης στα άκρα της αντίστασης του  $1\Omega$ , σε σειρά, παρέχει και άμεση ένδειξη για την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, όταν αυτό είναι κλειστό. Η τιμή του  $1\Omega$  έχει επιλεγεί ώστε να είναι επαρκώς μεγάλη για να μπορούν να καταγραφούν οι τιμές από τον Arduino αλλά συνάμα αρκετά μικρή ώστε να μην επηρεάζει ουσιαστικά την εξέλιξη του φαινομένου που μελετάμε. Η τελική πειραματική διάταξη εικονίζεται στο Σχήμα 1.

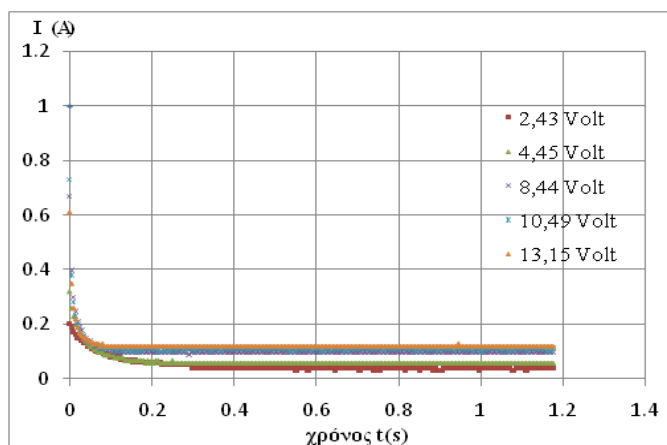


**Σχήμα 1:** Πειραματική διάταξη

Για συγκεκριμένες τιμές της τάσης  $V$  στους πόλους του λαμπτήρα λαμβάνουμε σειρά μετρήσεων της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον λαμπτήρα σε συνάρτηση με το χρόνο  $t$  με ρυθμό λήψης των μετρήσεων  $5ms$ . Κατασκευάζουμε τα διαγράμματα έντασης-χρόνου για διάφορες τιμές της τάσης. Στο Σχήμα 2 παρατηρούμε ότι η ένταση του ρεύματος μειώνεται και σε χρόνο  $0,4s$  σταθεροποιείται στη τιμή των  $40mA$  όταν η τάση στους πόλους του λαμπτήρα είναι  $2,43Volt$ . Στο Σχήμα 3 φαίνεται ότι για μεγάλες τιμές της τάσης (μεγαλύτερες των  $8Volt$ ) η ένταση σταθεροποιείται σε τιμή ανεξάρτητη της τάσης, όπως το περιμένουμε από το θεωρητικό μας μοντέλο (σχέση 7).

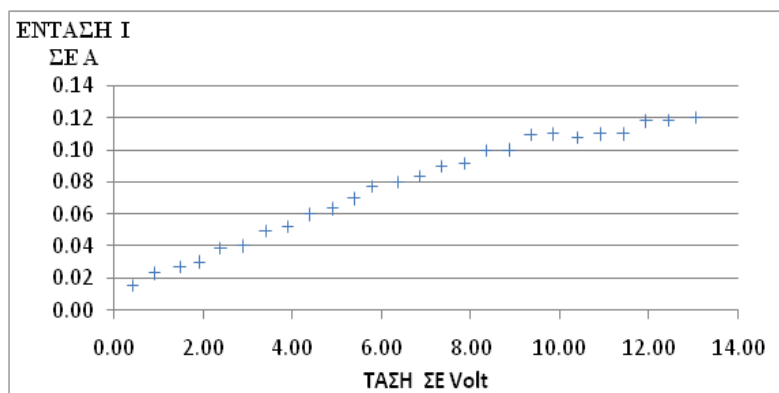


**Σχήμα 2:** Μετρήσεις της έντασης σε συνάρτηση με το χρόνο σε λαμπτήρα 12V με εφαρμοζόμενη τάση 2,43Volt



**Σχήμα 3:** Η ένταση  $I$  σε συνάρτηση με το χρόνο για διαφορετικές τάσεις

Από τις μετρήσεις προσδιορίζουμε τη σταθερή τιμή της έντασης του ρεύματος για τις αντίστοιχες τάσεις και κατασκευάζουμε το διάγραμμα που φαίνεται στο Σχήμα 4.

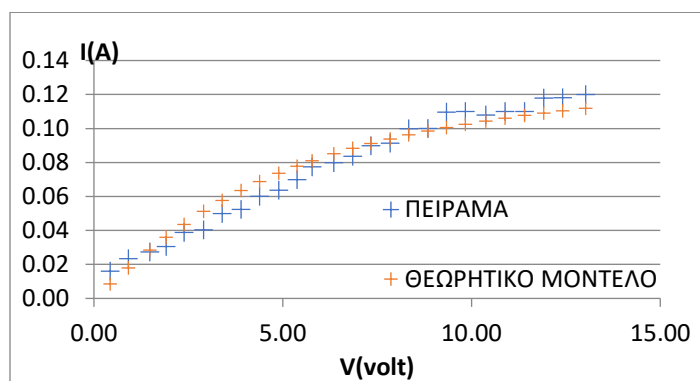




**Σχήμα 4:** Πειραματικές τιμές της έντασης του ρεύματος που διαρρέει τον λαμπτήρα για τάσεις από 0,45 Volt έως 13 Volt

Στο διάγραμμα παρατηρούμε ότι για μικρές τιμές των τάσεων η ένταση αυξάνεται σχεδόν γραμμικά με την τάση, όμως για μεγάλες τιμές η τιμή της έντασης γίνεται σχεδόν σταθερή ανεξάρτητη από την τάση, όπως περιμέναμε και από το θεωρητικό μας μοντέλο (ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II).

Για να επιβεβαιώσουμε αν το θεωρητικό μοντέλο περιγράφει τα πειραματικά δεδομένα, υπολογίζουμε με βάσει τη σχέση 4 την ένταση του ρεύματος για διαφορετικές τάσεις, δοκιμάζοντας διαφορετικές τιμές για τα A, B. Με τη χρήση του προγράμματος excel (Excel, 2017) βρίσκουμε A, B τέτοια ώστε οι θεωρητικές τιμές να είναι πολύ κοντά στα πειραματικά δεδομένα (Σχήμα 5).



**Σχήμα 5:** Σύγκριση πειραματικών με θεωρητικές τιμές

### Συμπεράσματα

Με τη σύγκριση των πειραματικών με τις θεωρητικές τιμές προσδιορίσαμε τις τιμές των σταθερών A και B. Με τη βοήθεια των σχέσεων 5, 6 προσδιορίσαμε τις τιμές του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας  $\lambda$  για το μέταλλο του λαμπτήρα, την αντίσταση του λαμπτήρα στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος και την θερμοκρασία που φτάνει ο λαμπτήρας. Η τιμή της  $R_p$  προσδιορίζεται από τα πειραματικά δεδομένα για τις μικρές τιμές της τάσης, όπου ο λαμπτήρας ικανοποιεί τον νόμο του  $\Omega\mu$ .

A (A·V)	B (A <sup>2</sup> )	$\alpha$ (°C) <sup>-1</sup>	$R_p$ ( $\Omega$ )	$\lambda$ (W/°C)	$\theta_\lambda$ (°C)
0,55	0,002	0,0045	47	0,000429	2344

Οι παραπάνω τιμές είναι κοντά στις τιμές που δίνει και η βιβλιογραφία για τον λαμπτήρα πυράκτωσης με βολφράμιο.

### Ευχαριστίες

Σε αυτό το σημείο θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε ιδιαίτερα τους επιβλέποντες καθηγητές μας, των οποίων η βοήθεια ήταν πολύτιμη για τη πραγματοποίηση της εργασίας αυτής. Ευχαριστούμε πολύ το σχολείο και τους γονείς μας για την απαραίτητη συμπαράστασή που μας πρόσφεραν καθόλη τη διαδικασία.

### Βιβλιογραφικές Αναφορές

[1] Αντωνίου Ν., Δημητριάδης Π., Καμπούρης Κ., Παπαμιχάλης Κ. & Παπασιμίπα Λ., (2008) Φυσική Β Γυμνασίου (Βιβλίο Μαθητή), ΥΠ.Ε.Π.Θ., Π.Ι., Δ' ΕΚΔΟΣΗ, ΑΘΗΝΑ 2008.

[2] Λουκάτος Δ. & Παπασιμίπα Λ., (2016), «Διδακτική αξιοποίηση του υπολογιστικού συστήματος arduino υπο για την επιβεβαίωση υδροδυναμικών νόμων της Φυσικής», Πρακτικά του συνεδρίου Hellenic Conference on Innovating STEM Education, Αθήνα, 16-18 Δεκεμβρίου 2016.

[3] Π. Δημητριάδης, Κ. Καμπούρης, Κ. Παπαμιχάλης, Λ. Παπασιμίπα (2003), «Μελέτη της χαρακτηριστικής καμπύλης του σύρματος ενός λαμπτήρα πυρακτώσεως, στο Εργαστήριο Νέας Τεχνολογίας. Μια διδακτική προσέγγιση, σύμφωνη με τις αντιλήψεις της σύγχρονης επιστημονικής κοινότητας.». 8ο Κοινό Συνέδριο ένωσης Ελλήνων Φυσικών και Ένωσης Κυπρίων Φυσικών. Καλαμάτα 17- Ιανουαρίου 2003. Πρακτικά του Συνεδρίου.

[4] Χατζή Γ., Εργαστηριακές ασκήσεις Φυσικής, εκδ. Τροχαλία, 1999

Arduino\_Uno (2017). Ανακτήθηκε τον Φεβρουάριο του 2017 από τον ιστότοπο: <https://www.arduino.cc/en/main/arduinoBoardUno>

[5] Excel (2017). Ανακτήθηκε τον Φεβρουάριο του 2017 από τον ιστότοπο: [https://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft\\_Excel](https://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Excel)

### Παράρτημα

Από τη σχέση (1) και (2) προκύπτει άμεσα:

$$V \cdot I = \lambda \cdot (\theta_{\lambda} - \theta_{\pi}) \quad (\Pi_1)$$

Συνδυάζοντας κατάλληλα τις σχέσεις (3) προκύπτει:

$$\frac{V}{I} = R_0 \cdot (1 + \alpha + \theta_\lambda) \quad \text{ή} \quad \theta_\lambda = \frac{(V - I \cdot R_0)}{I \cdot R_0 \cdot \alpha}$$

Από σχέση (1) και (A<sub>1</sub>) και μετά από πράξεις προκύπτει τριώνυμο ως προς I:

$$I^2 \cdot (V \cdot R_0 \cdot \alpha) + I \cdot R_0 \cdot \lambda \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_\pi) - \lambda V = 0$$

Επιλύοντας το τριώνυμο λαμβάνουμε:

$$I = \frac{-\lambda \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_\pi)}{2 \cdot \alpha \cdot V} + \sqrt{\frac{\lambda^2}{V^2 \cdot \alpha^2} + \frac{\lambda}{R_0 \cdot \alpha}} \quad (\Pi_2)$$

$$B = \frac{\lambda}{\alpha \cdot R_0} \quad \text{και} \quad A = \frac{\lambda \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_\lambda)}{2 \cdot \alpha} \quad \text{επομένως η σχέση } (\Pi_2) \text{ γράφεται: } I = -\frac{A}{V} + \sqrt{\frac{A^2}{V^2} + B} \quad (\Pi_3)$$

#### ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ II:

Από τα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι όταν το x είναι πολύ μικρό τότε:

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} \quad (\Pi_4)$$

Όταν η τάση είναι μικρή ( $V \rightarrow 0$ ), τότε η σχέση Π<sub>3</sub> με τη βοήθεια της Π<sub>4</sub> προσεγγίζεται από τη:

$$i = \frac{B}{2 \cdot A} \cdot V \quad \eta \quad i = \frac{1}{R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_\pi)} \cdot V = \frac{V}{R(\theta_\pi)}$$

Δηλαδή ισχύει ο νόμος του Ohm, με αντίσταση του λαμπτήρα ίση με την τιμή της στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος.

Όταν η τάση V πάρει μεγάλες τιμές δηλαδή το  $\frac{A^2}{V^2} \rightarrow 0$  η σχέση Π<sub>3</sub> με τη βοήθεια της Π<sub>4</sub> προσεγγίζεται

από τη:  $i \approx \sqrt{B}$  δηλαδή η ένταση του ρεύματος είναι σταθερή και ανεξάρτητη από την τάση που εφαρμόζεται στους πόλους του λαμπτήρα.