

Open Schools Journal for Open Science

Vol 3, No 1 (2020)



Η κρίσιμη πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος, ως παράγων υπεραγωγιμότητας

Ηλίας Ανδρινόπουλος, Στέλιος Ζαρίφης, Αναστασία Κατηφόρη, Κατερίνα Λιάτη, Κλαίρη Μπάρτζη, Άρης Παναγιωτόπουλος, Βασίλης Συναδινός, Ελένη-Ειρήνη Τόγια, Μαρία-Ελένη Τσαπνίδου, Γιώργος Φαλαγγάς, Μιχάλης Ανδρεαδέλλης, Παύλος, Αρβανίτης, Αναστάσιος Αλεβίζος

doi: [10.12681/osj.22396](https://doi.org/10.12681/osj.22396)

Copyright © 2020, Ηλίας Ανδρινόπουλος, Στέλιος Ζαρίφης, Αναστασία Κατηφόρη, Κατερίνα Λιάτη, Κλαίρη Μπάρτζη, Άρης Παναγιωτόπουλος, Βασίλης Συναδινός, Ελένη-Ειρήνη Τόγια, Μαρία-Ελένη Τσαπνίδου, Γιώργος Φαλαγγάς, Μιχάλης Ανδρεαδέλλης, Παύλος, Αρβανίτης, Αναστάσιος Αλεβίζος



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

To cite this article:

Ανδρινόπουλος Η., Ζαρίφης Σ., Κατηφόρη Α., Λιάτη Κ., Μπάρτζη Κ., Παναγιωτόπουλος Α., Συναδινός Β., Τόγια Ε.-Ε., Τσαπνίδου Μ.-Ε., Φαλαγγάς Γ., Ανδρεαδέλλης Μ., Αρβανίτης Π., & Αλεβίζος Α. (2020). Η κρίσιμη πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος, ως παράγων υπεραγωγιμότητας. *Open Schools Journal for Open Science*, 3(1). <https://doi.org/10.12681/osj.22396>

Η κρίσιμη πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος, ως παράγων υπεραγωγιμότητας

Ηλίας Ανδρινόπουλος¹, Στέλιος Ζαρίφης¹, Αναστασία Κατηφόρη¹, Κατερίνα Λιάτη¹, Κλαίρη Μπάρτζη¹, Άρης Παναγιωτόπουλος¹, Βασίλης Συναδινός¹, Ελένη Ειρήνη Τόγια¹, Μαρία-Ελένη Τσαπνίδου¹, Γιώργος Φαλαγγάς¹, Μιχάλης Ανδρεαδέλλης², Παύλος, Αρβανίτης³, Αναστάσιος Αλεβίζος⁴

¹ 2^ο Γενικό Λύκειο Χαλανδρίου, Αθήνα, Ελλάδα

² Φυσικός, 2^ο Γενικό Λύκειο Χαλανδρίου, Αθήνα, Ελλάδα

³ Χημικός, 2^ο Γενικό Λύκειο Χαλανδρίου, Αθήνα, Ελλάδα

⁴ Γεωλόγος, 2^ο Γενικό Λύκειο Χαλανδρίου, Αθήνα, Ελλάδα

Περίληψη

Θα μελετηθεί τα μέγεθος «κρίσιμη πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος» ως παράγοντας στην εκδήλωση του φαινομένου της υπεραγωγιμότητας σε ένα υπεραγωγίμο υλικό.

Θα πραγματοποιήσουμε την μαγνητική αιώρηση υπεραγωγού σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο. Σκοπός της άσκησης είναι να υπολογιστεί η πυκνότητα του κρίσιμου υπεραγωγίμου ρεύματος που ρέει στον υπεραγωγό.

Το ερώτημα το προσεγγίζουμε πειραματικά. Ο υπολογισμός της τιμής του μεγέθους θα γίνει μετρώντας το ύψος μαγνητικής αιώρησης, της μάζας του υπεραγωγίμου υλικού (μάζα του βαγονιού) και τη μεταβολή της κάθετης συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της κάθετης απόστασης από τους μαγνήτες.

Το πείραμα πραγματοποιήθηκε στο Ινστιτούτο Επιστήμης Υλικών στο Ε.ΚΕ.Φ.Ε. ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ με διάταξη τρένου (βαγόني – υπεραγωγός, ράγες – μαγνήτης). Βιντεοσκοπήσαμε την επίσκεψή μας που περιλάμβανε ενημέρωση για το φαινόμενο της υπεραγωγιμότητας, όπως και την διεξαγωγή του πειράματος.

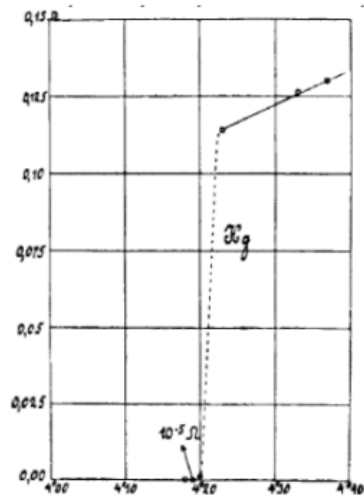
Λέξεις κλειδιά

Υπεραγωγιμότητα, υπεραγωγός, υπεραγωγίμο υλικά, μαγνητικό πεδίο B, υπεραγωγίμο ρεύμα, κρίσιμη πυκνότητα υπεραγωγίμου ρεύματος, μαγνητική ροπή ηλεκτρικού ρεύματος.

Μεθοδολογία και Πειραματισμός

Υπεραγωγοί ονομάζονται τα υλικά στα οποία η ηλεκτρική αντίσταση και το μαγνητικό πεδίο μηδενίζονται στο εσωτερικό τους όταν αυτά ψυχθούν κάτω από μία συγκεκριμένη θερμοκρασία [1]. Η θερμοκρασία κάτω από την οποία ένα υλικό γίνεται υπεραγωγός λέγεται «κρίσιμη» θερμοκρασία.

Το φαινόμενο αυτό το ανακάλυψε ο Ολλανδός επιστήμονας Heike Kamerlingh – Onnes (Χάικε Κάμερλινγκ - Ονες), ο οποίος είχε καταφέρει να υγροποιήσει το Ήλιο (το σημείο βρασμού του υγρού He σε πίεση μίας ατμόσφαιρας είναι 4.2 K, -268,8oC). Πειραματιζόμενος τον Απρίλιο του 1911 σ' αυτές τις πολύ χαμηλές θερμοκρασίες με μετρήσεις της ηλεκτρικής αντίστασης μεταλλικών στοιχείων, ενώ περίμενε αύξηση της ηλεκτρικής αντίστασης των μετάλλων, όταν η θερμοκρασία μειωνόταν, τα πειράματά του, έδειξαν ακριβώς αντίθετο αποτέλεσμα! Δηλαδή η ηλεκτρική αντίσταση μειωνόταν με τη μείωση της θερμοκρασίας. Εκτός από αυτό το αποτέλεσμα παρατήρησαν και ένα νέο μη αναμενόμενο φαινόμενο. Συγκεκριμένα παρατήρησαν ότι η ηλεκτρική αντίσταση του Hg



μηδενιζόταν σε μία συγκεκριμένη θερμοκρασία (Εικόνα 1). Ονόμασε το νέο φαινόμενο «υπεραγωγιμότητα». Στο διάγραμμα μπορούμε να δούμε τη γραφική παράσταση της αντίστασης του υδραργύρου συναρτήσει της θερμοκρασίας που προέκυψε από τα πειράματά του Kamerlingh – Onnes το 1911.Γ' αυτήν την ανακάλυψη το 1913 του απονεμήθηκε το βραβείο Νόμπελ. Το 1933 οWaltherMeissner και ο RobertOchsenfeld δυο φυσικοί του Physikalish – TechnischeReichsantalt του Βερολίνου, πραγματοποίησαν το ακόλουθο πείραμα, που οδήγησε στο ομώνυμο φαινόμενο: φαινόμενο Meissner [1]. Τοποθέτησαν έναν στερεό κύλινδρο από κασίτερο ή μόλυβδο μέσα σε σταθερό μαγνητικό πεδίο. Οι δυναμικές γραμμές του πεδίου διεισδύουν στο εσωτερικό του μετάλλου. Στη συνέχεια το μέταλλο ψυχόταν κάτω από την κρίσιμη θερμοκρασία έτσι ώστε να γίνει υπεραγωγός.

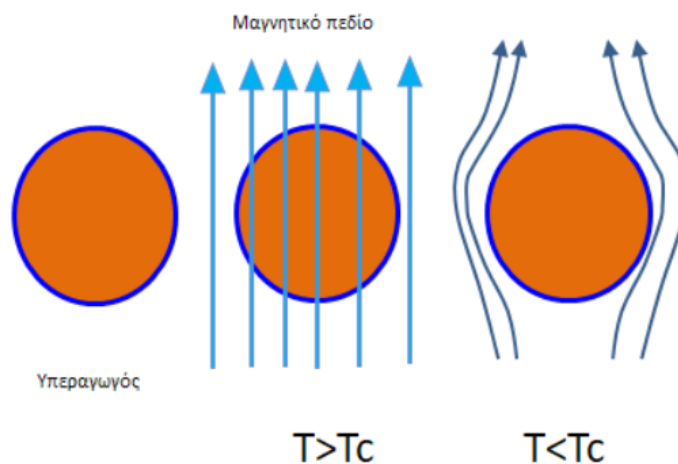
Εικόνα 1 Μεταβολή της ηλεκτρικής αντίστασης του Hg που μετρήθηκε από τον Onnes και τους συνεργάτες του. Αυτή η μέτρηση σηματοδότησε την ανακάλυψη του φαινομένου της υπεραγωγιμότητας

Τότε οι δυναμικές γραμμές του μαγνητικού πεδίου ξαφνικά αποβαλλόταν από το μέταλλο. Αυτό γιατί όταν ένας υπεραγωγός εκτίθεται σε ένα ασθενές εξωτερικό μαγνητικό πεδίο με $H < H_c$, αναπτύσσει επιφανειακά ρεύματα με φορά τέτοια ώστε να δημιουργούν μαγνητικό πεδίο αντίθετο από το εξωτερικό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την πλήρη εξώθηση των δυναμικών γραμμών του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου από το εσωτερικό του υλικού και είναι γνωστό ως φαινόμενο Meissner. (Εικόνα 2) Το φαινόμενο του τέλει διαμαγνητισμού που παρατηρείται στους υπεραγωγούς προκαλεί την εντυπωσιακή ιδιότητα της μαγνητικής αιώρησης στους στοιχειακούς

υπεραγωγούς όπως ο Pb και Hg. Για να χαρακτηριστεί ένα υλικό σαν υπεραγωγός θα πρέπει να εμφανίζει στην ίδια θερμοκρασία το

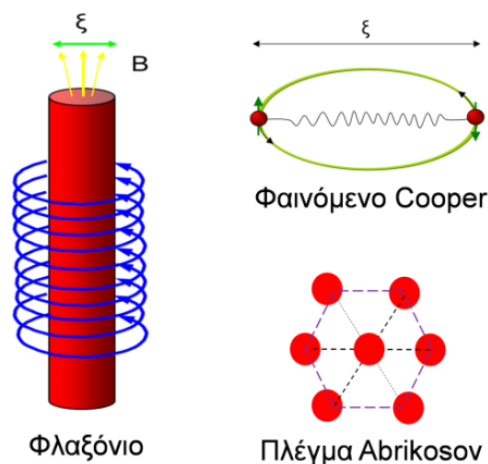
φαινόμενο της τέλει αγωγιμότητας ($\rho=0$ μηδενική ειδική ηλεκτρική αντίσταση) και του τέλει διαμαγνητισμού ($B=0$, αποβολή του μαγνητικού πεδίου).

Όλα τα υλικά παρουσιάζουν διαμαγνητικές ιδιότητες, αλλά συνήθως είναι αμελητέες. Στους υπεραγωγούς το φαινόμενο αυτό είναι έντονο και αναπτύσσονται ισχυρές δυνάμεις ικανές για μαγνητική αιώρηση.



Εικόνα 2. Φαινόμενο Meissner-Ochsenfeld.

Οι υπεραγωγοί χωρίζονται σε δύο κατηγορίες (υπεραγωγοί πρώτου και δευτέρου είδους ή τύπου I ή II) ανάλογα με την συμπεριφορά τους σε μαγνητικό πεδίο [1, 3].



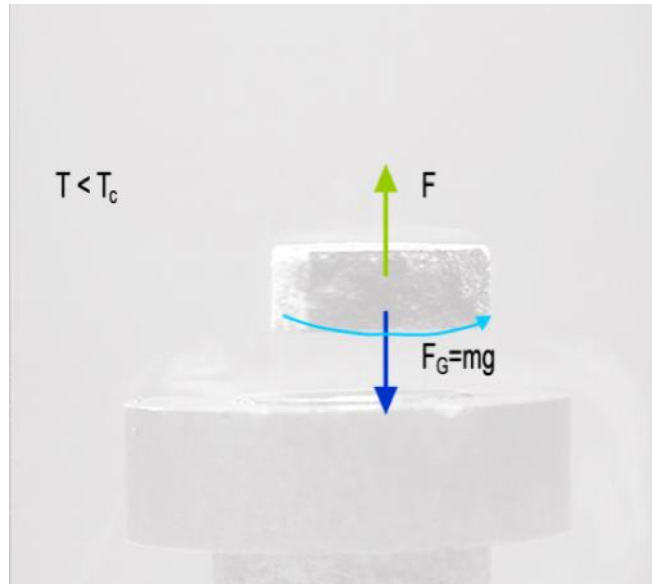
Εικόνα 3. Αριστερά: Δομή φλαξονίου υπεραγωγού δεύτερου είδους. Στο κέντρο του φλαξονίου το μαγνητικό πεδίο είναι μη μηδενικό. Στην περιφέρεια του φλαξονίου κυκλοφορεί υπεραγωγίμο ηλεκτρικό ρεύμα.. Κάτω δεξιά: Εξαγωγικό πλέγμα Abrikosov των φλαξονίων υπεραγωγού δεύτερου είδους. Πάνω δεξιά: Φαινόμενο Cooper (ζευγάριμα δύο ηλεκτρονίων που συνεισφέρουν στην αγωγιμότητα ενός υπεραγωγού όταν αυτός «μεταβεί στην υπεραγωγίμη κατάσταση»). Για περισσότερες λεπτομέρειες δες αναφορές 1,3.

Στους υπεραγωγούς πρώτου είδους, μετά από μία μέγιστη τιμή μαγνητικού πεδίου (κρίσιμη τιμή μαγνητικού πεδίο, H_c), το μαγνητικό πεδίο διεισδύει στο εσωτερικό του, με αποτέλεσμα την καταστροφή της υπεραγωγιμότητας. Στους υπεραγωγούς δευτέρου είδους το μαγνητικό πεδίο δεν

καταστρέφει την υπεραγωγιμότητας όταν $H > H_c$. Σ' αυτή την κατηγορία υπεραγωγών το μαγνητικό πεδίο διεισδύει σε συγκεκριμένες περιοχές του υπεραγωγού οι οποίες σχηματίζουν ένα εξαγωγικό πλέγμα (πλέγμα Abrikosov, [1,3]). Οι περιοχές στο εσωτερικό των υπεραγωγών δευτέρου είδους που το μαγνητικό πεδίο είναι διάφορο του μηδενός ονομάζονται φλαξόνια (εικόνα 3).

Τα φλαξόνια είναι περιοχές μαγνητικού πεδίου με κβαντισμένη μαγνητική ροή. Το πλέγμα των φλαξονίων έχει ιδιότητες που μοιάζουν πολύ με αυτές της συμβατικής ύλης (που αποτελείται από άτομα). Όταν ένας υπεραγωγός διαρρέεται από ηλεκτρικό ρεύμα τα φλαξόνια κινούνται με αποτέλεσμα την απώλεια ενέργειας.

Οι μεταλλουργικές ατέλειες δεσμεύουν τα φλαξόνια με αποτέλεσμα στους υπεραγωγούς δευτέρου είδους να μπορούμε περάσουμε μεγάλες πυκνότητες ηλεκτρικού ρεύματος χωρίς απώλειες. Η δέσμευση των φλαξονίων στους υπεραγωγούς δευτέρου είδους τους καθιστά χρήσιμα υλικά για τη δημιουργία μεγάλων μαγνητικών πεδίων (υπεραγωγίμοι μαγνήτες). Στην ικανότητα των υπεραγωγών να διαρρέονται από μεγάλες πυκνότητες ρεύματος στηρίζεται και το φαινόμενο της μαγνητικής αιώρησης.



Εικόνα 4 Μαγνητική αιώρηση του υπεραγωγού με χημικό τύπο $Bi_{2-x}Pb_xSr_2Ca_2Cu_3O_{10+\delta}$ [6]

Το 1986 οι Benjor & Muller ανακάλυψαν ότι ορισμένα οξειδία του χαλκού έχουν κρίσιμη θερμοκρασία που ξεπερνά τους 40 K. Αυτή η οικογένεια υπεραγωγών ονομάζονται υπεραγωγοί «υψηλής κρίσιμης θερμοκρασίας» (High Tc superconductors). Μέχρι στιγμής η ψηλότερη κρίσιμη θερμοκρασία που ανακαλύφθηκε (1990) σε έναν υπεραγωγό είναι για τον $Ti_2Ba_2Ca_2Cu_3O_{8+x}$, $T_c =$



128K (-145oC). Η μεγάλη κρίσιμη θερμοκρασία αυξάνει σημαντικά το πεδίο εφαρμογών των υπεραγωγών. Μία ενδιαφέρουσα εφαρμογή των υπεραγωγών υψηλής κρίσιμης θερμοκρασίας είναι η μαγνητική αιώρηση (Εικόνα 4).

Ένα από τα σημαντικότερα φυσικά μεγέθη ενός υπεραγωγού δευτέρου είδους που συνδέεται άμεσα με την πρακτική εφαρμογή των υπεραγωγών είναι η κρίσιμη πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος J_c (critical current density). Η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος εξαρτάται από την θερμοκρασία και το μαγνητικό πεδίο. Στο πείραμα που ακολουθεί ασχοληθήκαμε με την εκτίμηση της κρίσιμης πυκνότητας ηλεκτρικού ρεύματος στους 77.3 K (θερμοκρασία βρασμού του N₂ σε πίεση μιας ατμόσφαιρας).

Επιπρόσθετος σκοπός του πειράματος ήταν η επίδειξη και η κατανόηση της μαγνητικής αιώρησης υπεραγωγού δευτέρου είδους, πάνω από μόνιμο μαγνήτη.

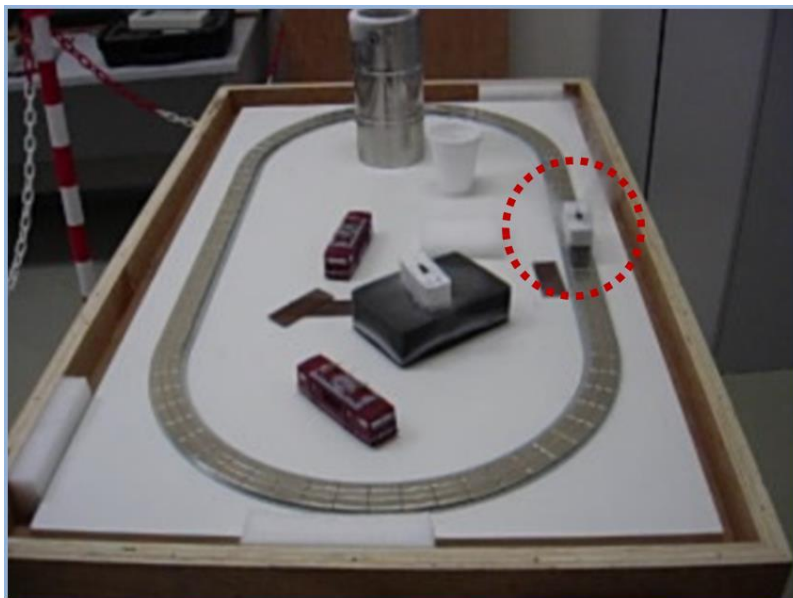
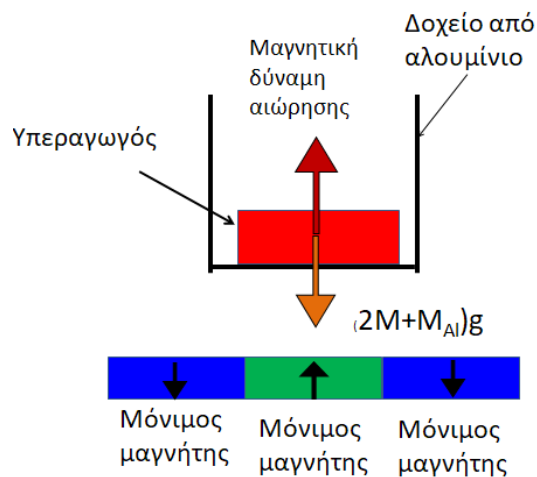
Πειραματιστήκαμε με τον υπεραγωγό YBa₂Cu₃O_{7-δ} ($\delta = 0,1 - 0,4$) (YBCO) ή υπεραγωγός 123 με κρίσιμη θερμοκρασία, $T_c = 91,8$ K, Τον υπεραγωγό αυτό ανακάλυψαν το 1987, ο Δρ. Paul Chu και οι συνεργάτες του στο πανεπιστήμιο του Χιούστον (Houston, Texas).

Το πείραμα μας έγινε υπό την επίβλεψη του Ερευνητή Α' Δρ. Μιχάλη Πίσσα του Ινστιτούτου Νανοεπιστήμης και Νανοτεχνολογίας του Ε.ΚΕ.Φ.Ε.ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ.



Εικόνα 5. Η ομάδα των μαθητών κατά την διάρκεια εκτέλεσης του πειράματος μαγνητικής αιώρησης.

Χρησιμοποιώντας τη σχέση που δίνει τη δύναμη που ασκείται σε ένα μαγνητικό δίπολο (όταν αυτό βρίσκεται σε εξωτερικό μαγνητικό πεδίο), θα υπολογίσουμε την κρίσιμη πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος του υπεραγωγού $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, σε θερμοκρασία 77,3 K.



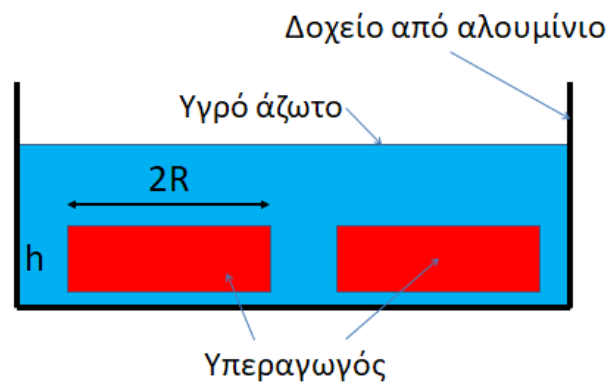
Εικόνα 6. Μαγνητική αιώρηση «υπεραγωγίμου βαγονιού» σε τροχιά από μόνιμους μαγνήτες. Στο πάνω σχήμα φαίνεται μία εγκάρσια τομή της διάταξης και οι δυνάμεις που ασκούνται στο βαγόνι. Στο κάτω σχήμα φαίνεται μία φωτογραφία της διάταξης.

Ο υπολογισμός θα γίνει μετρώντας το ύψος μαγνητικής αιώρησης, την μάζα του βαγονιού και τη μεταβολή της κάθετης συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της κάθετης απόστασης από τους μαγνήτες.

Η πειραματική διάταξη (Εικόνα 6) αποτελείται από μία τροχιά κατασκευασμένη από μόνιμους μαγνήτες και ένα βαγόνι που στο εσωτερικό του περιέχει δύο υπεραγωγίμες παστίλιες.

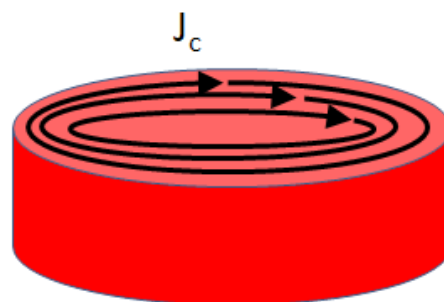
Το βαγόνι (Εικόνα 7) αποτελείται από ένα δοχείο αλουμινίου σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου. Στο εσωτερικό του δοχείου βρίσκονται δύο παστίλιες σχήματος κυλίνδρου, του υπεραγωγού $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, κρίσιμης θερμοκρασίας $T_c=91,8 \text{ K}$.

Οι διαστάσεις της κάθε παστίλιας είναι: ύψος $h=0,01 \text{ m}$ και διαμέτρου $D=0,026 \text{ m}$. Η μάζα κάθε παστίλιας είναι $M=0,029 \text{ Kg}$. Η συνολική μάζα του βαγονιού είναι $0,1 \text{ Kg}$



Εικόνα 7. Βαγόνι υπεραγωγίμου τρένου(διαμήκης τομή). Το βαγόνι αποτελείται από το δοχείο αλουμινίου και τις δύο υπεραγωγίμες παστίλιες. Για να είναι οι παστίλιες στην υπεραγωγίμη κατάσταση αυτές είναι βυθισμένες σε υγρό άζωτο.

Όπως έχουμε προαναφέρει όταν ο υπεραγωγός $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, βρεθεί μέσα σε μαγνητικό πεδίο, των μόνιμων μαγνητών, τότε αυτό διεισδύει στο εσωτερικό του υπό μορφή φλαξονίων (σωλήνες στο εσωτερικό των οποίων το μαγνητικό πεδίο είναι μη μηδενικό). Λόγω των ατελειών του υλικού (όρια των κόκκων, χημικές ατέλειες κλπ) τα φλαξόνια δεν σχηματίζουν το εξαγωγικό πλέγμα Abrikosov (κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας), αλλά «καρφώνονται» (στις ατέλειες). Αυτό το γεγονός έχει σαν αποτέλεσμα η μαγνητική επαγωγή στο εσωτερικό του υπεραγωγού να μην είναι ομογενής. Η μη ομογενής χωρική κατανομή της μαγνητικής επαγωγής συνδέεται με μία κατανομή ηλεκτρικού ρεύματος, των υπεραγωγίμων ζευγών ηλεκτρονίων (φαινόμενος Cooper). Αν το μαγνητικό πεδίο ξεπεράσει μία συγκεκριμένη τιμή H_c , τότε τα φλαξόνια διεισδύουν μέχρι το κέντρο του υπεραγωγού (στο κέντρο της υπεραγωγίμης παστίλιας στην περίπτωση μας).



Εικόνα 8. Υπεραγωγίμος κύλινδρος στην κρίσιμη κατάσταση. Τα φλαξόνια έχουν διεισδύσει με τέτοιο τρόπο ώστε τα ηλεκτρικά ρεύματα που ρέουν γύρω από τους πυρήνες τους δημιουργούν

ένα σταθερό ηλεκτρικό ρεύμα που κυκλοφορεί σε όλο τον όγκο της παστίλιας με φορά παράλληλη στην κυλινδρική επιφάνεια της.

Άρα, παρουσία εξωτερικού μαγνητικού πεδίου, ($H > H_c$) σ' ένα υπεραγωγό δευτέρου είδους (όπως η παστίλια $YBa_2Cu_3O_7$) το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό του είναι μη ομογενές (έχει μη μηδενικό στροβιλισμό για να ακριβολογούμε [4,5]). Αυτή η κατάσταση μπορεί να περιγραφεί ισοδύναμα λέγοντας ότι ο υπεραγωγός διαρρέεται με υπεραγωγίμο ηλεκτρικό ρεύμα σταθερής πυκνότητας J_c , όπως φαίνεται στην Εικόνα8. Η πυκνότητα υπεραγωγίμου ηλεκτρικού ρεύματος J_c ονομάζεται κρίσιμη πυκνότητα υπεραγωγίμου ηλεκτρικού ρεύματος (απλούστερα, πυκνότητα κρίσιμου ρεύματος).

Ο υπεραγωγός με το μόνιμο ηλεκτρικό ρεύμα είναι ισοδύναμος με ένα σημειακό μαγνητικό δίπολο (όπως ένας μικρός μόνιμος μαγνήτης).

Η μαγνητική ροπή συναρτηθεί της κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος και των γεωμετρικών χαρακτηριστικών θα δίνεται από τη εξίσωση [6]:

$$\mathbf{m} = \frac{\pi}{3} J_c h R^3 \hat{\mathbf{e}}_z$$

όπου J_c η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος (σε Amp/m²) που ρέει στον υπεραγωγό, h το ύψος του κυλίνδρου και R η ακτίνα του. Στον προηγούμενο τύπο έχουμε υποθέσει ότι το κρίσιμο ηλεκτρικό ρεύμα κυκλοφορεί παράλληλα στην περιφέρεια του κυλίνδρου, με αποτέλεσμα η μαγνητική ροπή να είναι παράλληλη με τον z -άξονα.

Η δύναμη μαγνητικής αιώρησης που ασκείται στην υπεραγωγίμη παστίλια μπορεί να προσεγγιστεί από τον τύπο που δίνει τη δύναμη που ασκείται μεταξύ μαγνητικού δίπολου, μόνιμης διπολικής μαγνητικής ροπής, και εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Η συγκεκριμένη δύναμη θα δίνεται από τη σχέση [4,5,6]:

$$F_z = m \frac{\Delta B_z}{\Delta z}$$

όπου m είναι το μέτρο της μαγνητικής ροπής. Ο λόγος $\Delta B_z / \Delta z$ δίνει την κλίση της z -συνιστώσας του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Προφανώς η φορά της δύναμης F_z θα εξαρτάται από το γινόμενο των πρόσημων των δύο παραγόντων που την αποτελούν. Ποιο συγκεκριμένα για το πείραμά μας, για να έχουμε μαγνητική αιώρηση θα πρέπει η δύναμη μαγνητικής αιώρησης να γίνει ίση με την δύναμη βαρύτητας. Άρα, η συνθήκη μαγνητικής αιώρησης μπορεί να γραφτεί:

$$(2M + M_{Al})g = m \frac{\Delta B_z}{\Delta z} \quad (3)$$

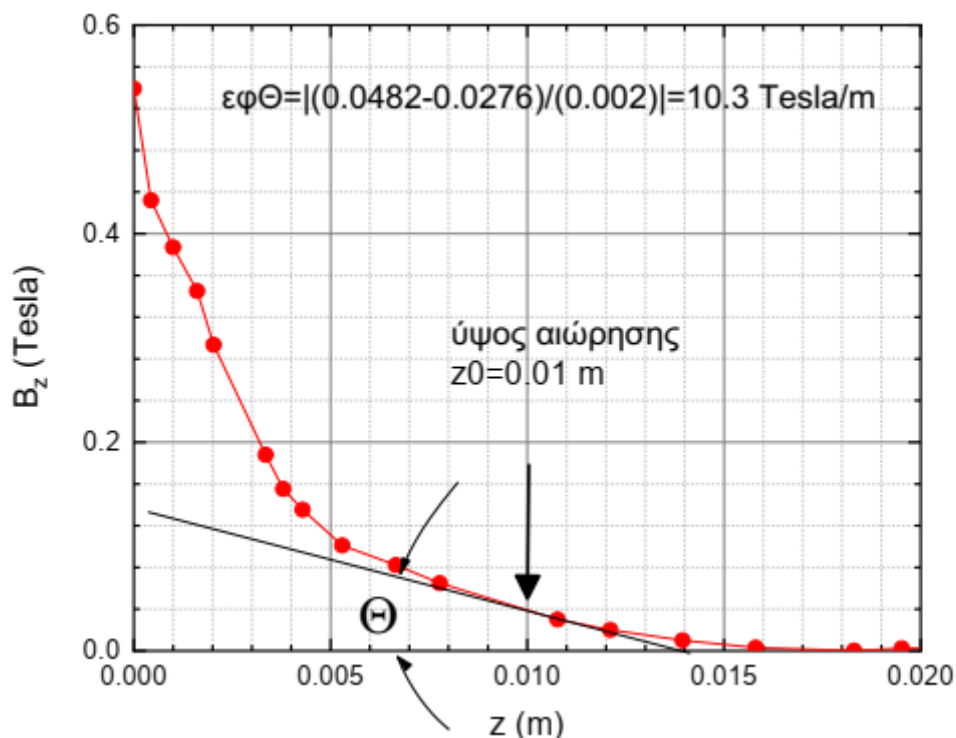
όπου $2M+M_{Al}$ είναι η συνολική μάζα του βαγονιού (0,1 Kg) και g η επιτάχυνση της βαρύτητας. Τη μάζα του υγρού αζώτου που βρίσκεται στο βαγόνι, την αγνοούμε. Προφανώς, η ποσότητα $\Delta B_z/\Delta z$ θα πρέπει να εκτιμηθεί στο ύψος που συμβαίνει η μαγνητική αιώρηση σε σχέση με την επιφάνεια των μαγνητών.

Αντικαθιστώντας τη σχέση της μαγνητικής ροπής (εξίσωση 1) στη συνθήκη ισορροπίας (εξίσωση 3), εύκολα, παίρνουμε.

$$(2M + M_{Al})g = \frac{\pi}{3} J_c h R^3 \frac{\Delta B_z}{\Delta z}$$

$$J_c = \frac{3(2M + M_{Al})g}{\pi h R^3 \frac{\Delta B_z}{\Delta z}} \quad (0.1)$$

Για να υπολογίσουμε την κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος του υπεραγωγού στην θερμοκρασία $T=77,3$ K (η θερμοκρασία που βρίσκονται οι υπεραγώγιμες παστίλιες) χρειαζόμαστε την κλίση του μαγνητικού πεδίου στο ύψος της μαγνητικής αιώρησης. Η κλίση του μαγνητικού πεδίου μπορεί να υπολογιστεί γραφικά από την εφαπτομένη της καμπύλης του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της απόστασης από την επιφάνεια των μαγνητών, στο ύψος αιώρησης. Στο πείραμα που εκτελέσαμε το ύψος αιώρησης βρέθηκε περίπου $z_0=0,01$ m.



Εικόνα 9. Μεταβολή της z-συνιστώσας μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της κάθετης απόστασης από τους μαγνήτες (κόκκινοι κύκλοι). Στο σχήμα φαίνεται επίσης, ο γραφικός υπολογισμός της κλίσης του μαγνητικού πεδίου στο ύψος μαγνητικής αιώρησης. Οι μετρήσεις του μαγνητικού πεδίου και το ύψος

Στην εικόνα 9 φαίνεται η μεταβολή του μαγνητικού πεδίου συναρτήσει της απόστασης από την επιφάνεια κεντρικού μαγνήτη (Εικόνα 6). Οι μετρήσεις του μαγνητικού πεδίου έγιναν με την βοήθεια του οργάνου μέτρησης του μαγνητικού πεδίου της εταιρίας Lakeshore. Η απόλυτη τιμή της κλίσης του μαγνητικού πεδίου εκτιμήθηκε από την εφαπτομένη της γωνίας που σχηματίζει η εφαπτομένη της καμπύλης $B_z(z)$, με τον οριζόντιο άξονα, στη θέση $z_0=0,01$ m (Εικόνα 9).

Αντικαθιστώντας τις αριθμητικές τιμές στην εξίσωση(4), παίρνουμε:

$$J_c = \frac{3 \times 0.1 \text{ Kg} \times 10 \text{ m/s}^2}{\pi \times 0.01 \text{ m} \times 0.013^3 \text{ m}^3 \times 10.3 \text{ Tesla/m}} = 4.2 \text{ MAmp/m}^2$$

Άρα, η κρίσιμη πυκνότητα ρεύματος στους 77,3 K είναι ίση με $J_c \sim 4.2 \pm 0.1 \text{ MAmp/m}^2$.

Συμπεράσματα

Έγινε προσπάθεια για τον ποιοτικό και ποσοτικό χαρακτηρισμό του πειράματος της μαγνητικής αιώρησης υπεραγωγού πάνω σε μόνιμο μαγνήτη. Η μαγνητική αιώρηση οφείλεται στην αλληλεπίδραση της διαμαγνητικής μαγνητικής ροπής του υπεραγωγού με την βαθμίδα του μαγνητικού πεδίου των μόνιμων μαγνητών (αλληλεπίδραση μαγνητικού δίπολου με ανομοιογενές μαγνητικό πεδίο). Συγκεκριμένα, μετρήθηκε η μεταβολή της κάθετης συνιστώσας του μαγνητικού πεδίου των μόνιμων μαγνητών συναρτήσει της απόστασης από την επιφάνεια τους. Τα αποτελέσματά μας είναι σε καλή συμφωνία με αυτά που δίνουν οι κατασκευαστές των μαγνητών (7). Από την καμπύλη μεταβολής του μαγνητικού πεδίου εκτιμήσαμε την κλίση του μαγνητικού πεδίου σε σχέση με την απόσταση από την επιφάνεια του μαγνήτη. Τέλος κάνοντας χρήση της εξίσωσης ισορροπίας εκτιμήσαμε την κρίσιμη πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος του υπεραγωγού στους $T=77.3$ K. Η τιμή που υπολογίσαμε βρίσκεται πολύ κοντά στις τιμές που έχουν αναφερθεί στην βιβλιογραφία (8) για τον υπεραγωγό $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$.

Βιβλιογραφία

- [1] M. Tinkham (2006), *Introduction to superconductivity*, Dover Publications
- [2] Heike Kamerlingh Onnes (1913), *Investigations into the Properties of Substances at Low Temperatures, which Have Led, amongst Other Things, to the Preparation of Liquid Helium*, Nobel Lecture
- [4] M. Πίσσας (2005), *Εισαγωγή στην Υπεραγωγιμότητα*, Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο
- [5] E. H. Brandt (1989), *Levitation in Physics*, Science, σελ. 243, 349

[

[6] Hyung-Woo Lee¹, Ki-Chan Kim, and Ju Lee (2006), *Review of Maglev Train Technologies*, IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, σελ. 42, 1917

[6] Μ. Πίσσας (2018) (αδημοσίευτη μελέτη)

[7] Διαδικτυακή πρόσβαση: <https://www.supermagnete.gr/faq/How-do-you-calculate-the-magnetic-flux-density>

[8] K, S. Jin et al. (1988), *Melt-textured growth of polycrystalline YBa₂Cu₃O_{7-δ} with high transport J_c at 77*, Phys. Rev. B 37, 7850