ePublishing

Open Schools Journal for Open Science

Vol 3, No 1 (2020)

Μελέτη της κίνησης ουρανίων σωμάτων και μελανών οπών με τη χρήση μοντέλου απεικόνισης του χωροχρόνου

Χρήστος Καραογλάνης, Βαρβάρα Καρυώτη, Δημήτρης Μπεκιάρης, Αχιλλέας Μπραϊμάκης, Στέφανος Ξαστερούλιας, Ελένη Πρωτονοτάριου, Γιάννης Σπίνος, Δρ. Μαρία Διακόνου, Καλλιόπη Σιώπη

doi: 10.12681/osj.22401

Copyright © 2020, Χρήστος Καραογλάνης, Βαρβάρα Καρυώτη, Δημήτρης Μπεκιάρης, Αχιλλέας Μπραϊμάκης, Στέφανος Ξαστερούλιας, Ελένη Πρωτονοτάριου, Γιάννης Σπίνος, Δρ. Μαρία Διακόνου, Καλλιόπη Σιώπη

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0.

To cite this article:

Καραογλάνης Χ., Καρυώτη Β., Μπεκιάρης Δ., Μπραϊμάκης Α., Ξαστερούλιας Σ., Πρωτονοτάριου Ε., Σπίνος Γ., Διακόνου Δ. Μ., & Σιώπη Κ. (2020). Μελέτη της κίνησης ουρανίων σωμάτων και μελανών οπών με τη χρήση μοντέλου απεικόνισης του χωροχρόνου. *Open Schools Journal for Open Science*, *3*(1). https://doi.org/10.12681/osj.22401

https://epublishing.ekt.gr | **e-Publisher:** EKT | **Downloaded at:** 23/02/2026 00:04:07

Open Schools Journal for Open Science

Volume 4

Μελέτη της κίνησης ουρανίων σωμάτων και μελανών οπών με τη χρήση μοντέλου απεικόνισης του χωροχρόνου

Χρήστος Καραογλάνης[1], Βαρβάρα Καρυώτη[1], Δημήτρης Μπεκιάρης[1], Αχιλλέας Μπραϊμάκης[1], Στέφανος Ξαστερούλιας[1], Ελένη Πρωτονοτάριου[1], Γιάννης Σπίνος[1], Δρ. Μαρία Διακόνο[2], Καλλιόπη Σιώπη[3]

[1] Πρότυπο ΓΕΛ Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης, Αθήνα, Ελλάδα
[2] Φυσικός, Πρότυπο ΓΕΛ Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης, Αθήνα, Ελλάδα
[1] Μαθηματικός, Πρότυπο ΓΕΛ Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης, Αθήνα, Ελλάδα

Περίληψη

Η καλύτερη απεικόνιση του χωροχρόνου θεωρείται η προσομοίωσή του με μία τεντωμένη ελαστική μεμβράνη. Για την κατανόηση και τη μελέτη του κατασκευάσαμε ένα «τραμπολίνο» διαμέτρου 2.7m με καλά τεντωμένο εξαιρετικά ελαστικό ύφασμα διαστάσεων 2 m × 2 m. Μελετήσαμε την κίνηση μικρών και μεγάλων σωμάτων απουσία και παρουσία εστιών καμπύλωσης καθώς και την κίνηση του Δία γύρω από τον Ήλιο τηρουμένων των σχετικών αναλογιών μαζών και διαμέτρων. Έγινε προσπάθεια απεικόνισης μελανών οπών με χρήση μικρών σιδερένιων σφαιρών και μαγνητών ώστε να πετύχουμε τις καλύτερες δυνατές αναλογίες ακτίνας και μάζας σύμφωνα με το μοντέλο του Schwarzshild.

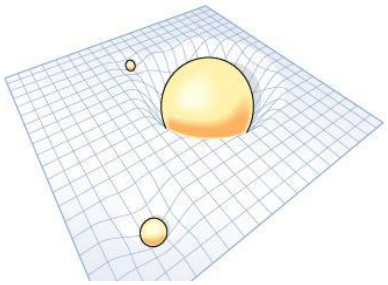
Λέξεις κλειδιά

αστροφυσική, χωρόχρονος, βαρύτητα, μελανές οπές, Δίας, Ήλιος , ελαστικότητα

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η θεωρία της Γενικής Σχετικότητας του Einstein εισάγοντας νέες αρχές για το χώρο, το χρόνο και τη βαρύτητα αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους πυλώνες της σύγχρονης φυσικής και την καλύτερη μέχρι σήμερα περιγραφή του σύμπαντος. Ενώνει το χώρο και το χρόνο σε μια ενιαία τετραδιάστατη διάταξη που καμπυλώνεται από την παρουσία της ύλης και αποκαλείται χωρόχρονος.

Η ύπαρξή του χωροχρόνου συνδέεται με πολλά φαινόμενα που έχουν παρατηρηθεί και επιβεβαιωθεί πειραματικά, σε μερικές περιπτώσεις μάλιστα με ακρίβεια δεκαπέντε σημαντικών ψηφίων, όπως η καμπύλωση του φωτός κοντά σε αστέρες μεγάλης μάζας (Einstein A., 1911, Eddington, 1919, Clifford M. Will, 1995), ή η δημιουργία και η διάδοση βαρυτικών κυμάτων (Abbott, B.P.; et al. 2016). Η διάταξη όμως αυτή λόγω της εξαιρετικά πολύπλοκης μαθηματικής δομής γίνεται δύσκολα αντιληπτή. Η κοινή λογική αντιλαμβάνεται την παραμόρφωση ενός ελατηρίου ή μιας ακτίνας φωτός όταν ανακλάται ή διαθλάται όχι όμως και την παραμόρφωση του ίδιου του χώρου. Αλλά η βαρύτητα, που δημιουργεί ένα υλικό σώμα, καμπυλώνει τον περιβάλλοντα χώρο, λες και είναι ελαστικό σώμα και όχι το κενό.



Εικόνα 1 Χωρόχρονος (Encyclopaedia Britannica, 2006)

Για την κατανόηση του χωροχρόνου κατασκευάζουμε απλά μοντέλα και προσομοιώσεις. Το προσφιλέστερο από αυτά είναι η απεικόνισή του με ένα τεντωμένο, επίπεδο, ελαστικό ύφασμα, όπου οι τρεις χωρικές διαστάσεις απλοποιούνται σε δύο (Σχήμα 1). Αν δεν υπάρχουν αντικείμενα στην περιοχή, το ύφασμα αυτό παραμένει επίπεδο, και κάθε σώμα που τοποθετείται πάνω του θα κινείται σε ευθεία γραμμή. Η παρουσία όμως μαζών καμπυλώνει το ύφασμα δημιουργώντας γύρω τους λακκούβες όπως η ύλη καμπυλώνει τον χωρόχρονο. Κάθε αντικείμενο μικρής μάζας αναγκάζεται να κυλήσει μέσα στη λακκούβα μεγαλύτερης μάζας δίνοντας την εντύπωση ότι έλκεται από αυτή. Η καμπύλωση του χωροχρόνου γεννά τη βαρύτητα. Τις ιδιότητες του μοντέλου «ελαστικού υφάσματος» (Kaur,2017) και τη δυνατότητά του να προσεγγίσει τις κινήσεις των πλανητών γύρω από τον Ήλιο καθώς και κάποιες από τις ιδιότητες των μελανών οπών μελετήσαμε στην παρούσα εργασία.

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΗΜΑΝΣΕΙΣ

Επιλογή υλικών και κατασκευή

Η απεικόνιση του χωροχρόνου με τεντωμένο ελαστικό ύφασμα μας οδήγησε στην κατασκευή ενός «τραμπολίνου». Επειδή οι αποστάσεις μεταξύ των ουρανίων σωμάτων είναι μεγάλες μας ήταν προφανές ότι έπρεπε να κατασκευάσουμε ένα τραμπολίνο με τη μέγιστη δυνατή διάμετρο. Μια τετράγωνη κατασκευή, αν και πολύ απλούστερη τεχνικά, θα παρουσίαζε ειδικές συνθήκες στις τέσσερις γωνίες της που δεν προβλέπονται από το μοντέλο. Τη στεφάνη αποφασίσαμε να την κάνουμε με εύκαμπτο πλαστικό σωλήνα μεταλλικής εσωτερικής επένδυσης που χρησιμοποιείται για τη διανομή νερού στις υδραυλικές εγκαταστάσεις, ώστε να έχουμε την κατάλληλη επιλογή διαμέτρου.

Η μεγάλη δυσκολία ήταν η επιλογή του υφάσματος. Τεχνική και θεωρητική. Χρειαζόμασταν ένα ελαστικό ύφασμα. Πόσο ελαστικό όμως; Η ελαστικότητα του χωροχρόνου πρέπει να είναι μεγάλη γιατί αυτός παρουσιάζει άπειρη καμπύλωση στην περιοχή μιας μελανής οπής η οποία καθώς

κινείται και αλλάζει θέση δεν αφήνει μόνιμες παραμορφώσεις στα σημεία από τα οποία πέρασε. Και αυτό είναι δυνατό στο σύμπαν γιατί η καμπύλωση είναι γεωμετρικοτοπολογική ιδιότητα του κενού χώρου. Ένα ύφασμα όμως έχει περιορισμένη ελαστικότητα και όριο παραμόρφωσης το οποίο όταν το υπερβούμε καταστρέφεται μόνιμα, ξεχειλώνει και σκίζεται. Επίσης ο χωροχρόνος παρουσιάζει την ίδια ελαστικότητα και στις τρεις χωρικές κατευθύνσεις. Τα περισσότερα ελαστικά υφάσματα δεν παρουσιάζουν την ίδια ελαστικότητα στο μήκος και στο φάρδος τους.

Αναζητήσαμε λοιπόν μέσω διαδικτύου το πιο ελαστικό ύφασμα που είχε την ίδια δυνατότητα επιμήκυνσης και στις δύο διαστάσεις του. Τέτοια υφάσματα κατασκευάζονται με ίνες lycra ή spandex κυρίως για αθλητικές ενδυμασίες και πωλούνται συνήθως σε μεγάλες ποσότητες με μέγιστο φάρδος 2 m. Όταν καταφέραμε να παραγγείλουμε το ύφασμα ξέραμε και τις διαστάσεις που θα είχε το τραμπολίνο μας. Το ύφασμα ήταν 2 m × 2 m και είχε δυνατότητα επιμήκυνσης μέχρι 250%. Το τραμπολίνο δεν μπορούσε να είχε διάμετρο μεγαλύτερη από 3 m για να έχει τη δυνατότητα καμπύλωσης το ύφασμα με μεγάλες μάζες χωρίς να σχίζεται. Η τελική κατασκευή είχε διάμετρο περίπου 2,7 m και το καλά τεντωμένο ύφασμα στερεώθηκε με μανταλάκια σε απόσταση 5 cm μεταξύ τους ώστε να αποφεύγονται οι γωνίες και να υπάρχει ομοιόμορφη τάση σε όλα τα σημεία της περιφέρειας στα πλαίσια του δυνατού.

Επιλογή αντικειμένων για την εκτέλεση του πειράματος

Η αρχική σκέψη ήταν να μελετήσουμε τις κινήσεις των πλανητών γύρω από τον Ήλιο. Έπρεπε να επιλέξουμε τις κατάλληλες μπάλες για την απεικόνιση. Μελετώντας τις διαστάσεις πλανητών και Ήλιου ήταν προφανές ότι μόνο η συνύπαρξη Δία και ακόμα και ο Κρόνος είχε σε σχέση με την ακτίνα οι άλλοι πλανήτες είναι υλοποιήσιμη ήταν Ήλιου, αφού πολύ μικρή μάζα του (Πίνακας 1) και πολύ μικρότεροι. Στη διάθεσή μας είχαμε μεταλλικές μπαλίτσες με μάζα 15 gr και διάμετρο 2,85 cm. Αν ο Ήλιος απεικονιζόταν με μία από αυτές, ο Δίας θα έπρεπε να είχε μάζα $1{,}5\times10^{-2}$ gr και διάμετρο 2 mm, άρα μη παρατηρήσιμη. Τελικά αποφασίσαμε για Ήλιο να χρησιμοποιήσουμε μεταλλική σφαίρα μάζας 1,5 kg και διαμέτρου 30 cm. Για την αναπαράσταση του Δία χρειαζόμασταν μια σφαίρα με διάμετρο 3 cm περίπου και βάρους 1,5 gr. Η πρώτη σκέψη ήταν η χρήση κούφιας μπάλας από πλαστικό αλλά επειδή δεν ήταν λεία αποφασίστηκε η χρήση κούφιας μεταλλικής σφαίρας που είχε όμως λίγο μεγαλύτερη μάζα (2,1 gr).

Ουράνιο σώμα	Μάζα kg	Ακτίνα m	Απόσταση m
ΗΛΙΟΣ	$2{,}0\times10^{30}$	$7{,}0\times10^{8}$	0
ΔΙΑΣ	$1{,}9\times10^{27}$	$7{,}0\times10^{7}$	$7{,}8\times10^{11}$
ΚΡΟΝΟΣ	$5{,}7\times10^{26}$	$5{,}7\times10^{7}$	1.5×10^{12}

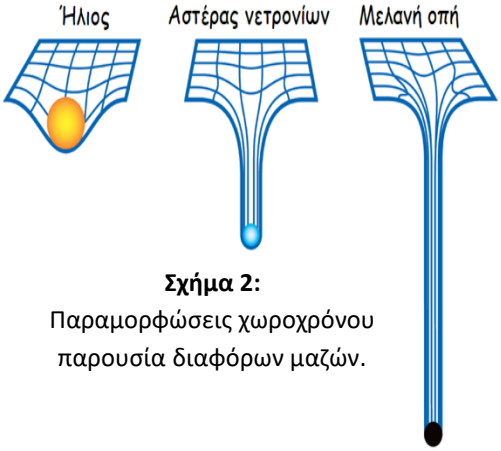
Πίνακας 1 Χαρακτηριστικά Ήλιου , Δία & Κρόνου

Εκτός του ηλιακού μας συστήματος θα θέλαμε να απεικονίσουμε και μελανές οπές. Το μεγάλο πρόβλημα ήταν η σχέση ακτίνας και μάζας του αντικειμένου που θα χρησιμοποιούσαμε για την απεικόνισή τους. Κάθε ουράνιο σώμα μπορεί να καταλήξει σε μελανή οπή αν η μάζα του συρρικνωθεί σε σφαίρα με οριακή ακτίνα (ακτίνα Schwarzshild) που δίνεται από τον τύπο:

$$R_S = 2GM / c^2 \qquad (1)$$

όπου $G = 6{,}673\times10^{-11} N(m/kg)^2$ η βαρυτική σταθερά, M η μάζα του ουρανίου σώματος και c^2 το τετράγωνο της ταχύτητας του φωτός.

Σύμφωνα με τον τύπο (1) αν ο Ήλιος γινόταν μαύρη τρύπα θα έπρεπε να είχε ακτίνα μόλις 2953 m δηλαδή 10^6 φορές μικρότερη από την ακτίνα των 15 cm που είχε η σφαίρα του Ήλιου μας! Η ταυτόχρονη απεικόνιση Ήλιου και αντίστοιχης μελανής οπής ήταν αδύνατη.



Σχήμα 2: Παραμορφώσεις χωροχρόνου παρουσία διαφόρων μαζών.

Το βασικό χαρακτηριστικό των μελανών οπών είναι τεράστια μάζα σε πολύ μικρό όγκο (άπειρη πυκνότητα). Κανένα σχεδόν αντικείμενο μπορούσαμε να δεν σκεφτούμε να παίζει το ρόλο μιας μελανής οπής ώστε να έχουμε στο ελάχιστο μια απεικόνιση παρόμοια με το **Σχήμα 2**.

Για να το πετύχουμε θα έπρεπε η πιο μικρή μεταλλική σφαίρα του εργαστηρίου, διαμέτρου 1,5 cm και μάζας 8 g, να αποκτήσει τεράστια μάζα. Πόση; Από τον τύπο (1) λύνοντας ως προς M βρίσκουμε:

$$M = R_S c^2 / 2G = [1{,}5 \times 8{,}99 / 4 \times 6{,}7] \times 10^{25} \approx 5\times10^{24} \text{ kg} \qquad (2)$$

Η τήρηση φυσικών αναλογιών σε οποιαδήποτε μορφή ήταν αδύνατη!!

Μπορούσαμε όμως με κάποιο τρόπο να αυξήσουμε τη μάζα μιας μεταλλικής σφαίρας; Όχι για να έχουμε πραγματική απεικόνιση μελανής οπής, η οποία ούτως ή άλλως θα κατέστρεφε τελείως το ελαστικό ύφασμα, αλλά μια απεικόνιση της παραμόρφωσης που θα μπορούσε να προκαλέσει ένα πολύ βαρύ αντικείμενο με μικρή διάμετρο σε σχέση με τη σφαίρα που θα έπαιζε το ρόλο του Ήλιου στο πείραμά μας. Αν χρησιμοποιούσαμε έναν πολύ ισχυρό μαγνήτη κάτω από το ελαστικό ύφασμα θα μπορούσαμε να έχουμε μια πολύ μεγάλη αύξηση της δύναμης που θα καμπύλωνε το ύφασμα. Στο μοντέλο «ελαστικού υφάσματος» την καμπύλωση προκαλεί το βάρος της εκάστοτε σφαίρας που ακουμπούμε στο ύφασμα, δηλαδή η ελκτική δύναμη με την οποία η Γη τραβά τα αντικείμενα. Αν σ' αυτή προσθέσουμε και μια μαγνητική τότε το αντικείμενο θα συμπεριφέρεται σαν να έχει πολύ μεγαλύτερη μάζα. Στη σφαίρα 1,5 kg ασκείται από τη Γη δύναμη 14,7 N και σε αυτή των 8 g δύναμη 0,08 N. Αν προσθέταμε μαγνητική δύναμη 30 N θα είχαμε μια κάποια εικόνα της ζητούμενης απεικόνισης.

Για το λόγο αυτό προμηθευτήκαμε μαγνήτες νεοδυμίου σε κύβους ακμής 10 mm που δημιουργούν μαγνητικό πεδίο 1,29 – 1,32 T και ασκούν δύναμη μέχρι 37,3N σε απόσταση 1cm (Supermagnete, Datenblatt Artikel W-10-N). Με τον τρόπο αυτό η σφαίρα των 8 g ακτίνας 1,5 cm καμπύλωνε το ύφασμα σαν να είχε μάζα 3,808 kg, κοντά στο όριο αντοχής του. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι η

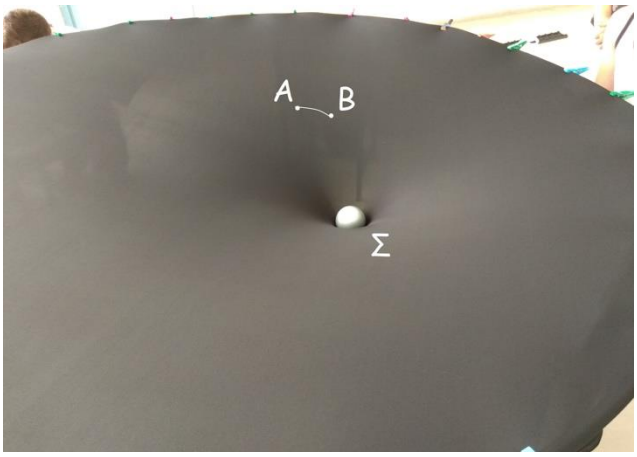
Εικόνα 3 Στιγμιότυπο μετρήσεων

σφαίρα του Ήλιου είχε μέση πυκνότητα $1{,}1\times10^{2}$ kg/m^3 και η μικρή σφαίρα $2{,}7\times10^{5}$ kg/m^3!

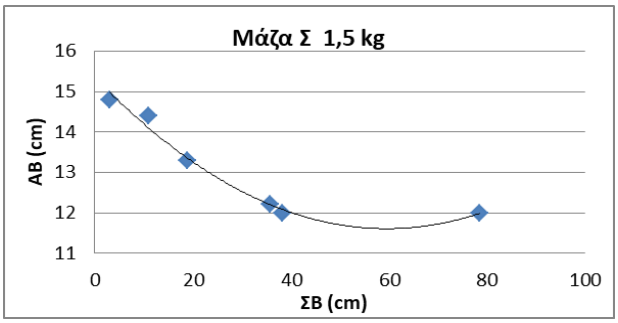
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

Ύλη και χώρος.

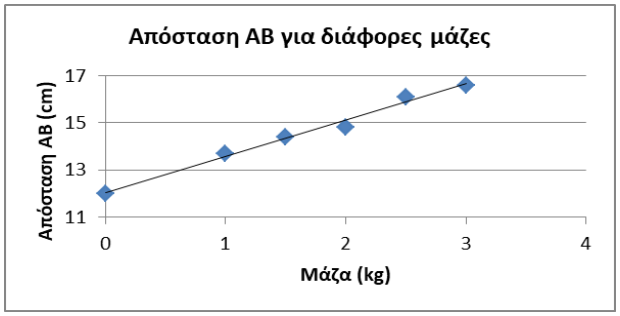
Μετά την κατασκευή του «τραμπολίνου» σκεφτήκαμε ότι θα ήταν χρήσιμο να καταλάβουμε πώς ο δισδιάστατος χώρος μας καμπυλώνεται με την παρουσία μαζών. Για το λόγο αυτό μελετήσαμε πως μεταβάλλεται η απόσταση δύο σημείων, Α και Β του Σχήματος 3, που όταν ο χώρος είναι επίπεδος ήταν 12 cm, αν τοποθετήσουμε στο «τραμπολίνο» διάφορες σφαίρες. Έγιναν μετρήσεις με διάφορες μάζες (Σχήμα 5, Πίνακας 3) και σε διάφορες θέσεις (Σχήμα 4, Πίνακας 2) . Όπως περιμέναμε οι μεγαλύτερες μάζες προκάλεσαν μεγαλύτερη παραμόρφωση



Σχήμα 4: Διάγραμμα μετρήσεων Πίνακα 2



Σχήμα 5: Διάγραμμα μετρήσεων Πίνακα 3



ΣΒ = 11cm	
M (kg)	**AB (cm)**
0.0	12.0
1.0	13.7
1.5	14.4
2.0	14.8
2.5	16.1
3.0	16.6

Μάζα Σ πάνω στην προέκταση της ΑΒ	
ΣΒ (cm)	**AB (cm)**
78.5	12.0
38.3	12.0
35.8	12.2
19.0	12.4
11.0	14.4
3.0	14.8
Μάζα Σ μεταξύ των Α και Β	
ΣΒ (cm)	**AB (cm)**
11.0	11.4

Πίνακας 3: ΑΒ και μάζες

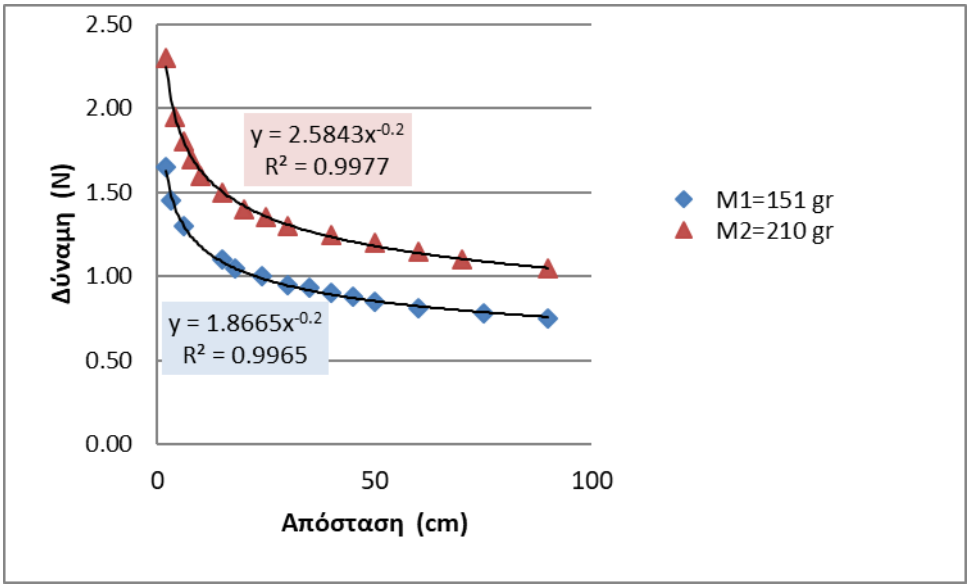
Το ΑΒ σε συνάρτηση με την απόσταση από την εστία καμπύλωσης είναι 2ου βαθμού, ενώ σε συνάρτηση με την μάζα είναι σχεδόν γραμμική. Όλες οι μετρήσεις του ΑΒ σε συνάρτηση με τη μάζα έγιναν σε απόσταση 11cm από το Β, στην προέκταση της ΑΒ.

Οι δυνάμεις μεταξύ των ουρανίων σωμάτων.

Η καμπύλωση του χωροχρόνου γεννά τη βαρύτητα δίνοντας την εντύπωση ότι αντικείμενα μικρής μάζας έλκονται από μεγαλύτερη σύμφωνα με την Νευτώνεια αντίληψη. Αναζητήσαμε λοιπόν το νόμο έλξης αντικειμένων που κινούνται πάνω στο ύφασμα γύρω από μια σφαίρα που το καμπυλώνει. Μετρήσαμε με δυναμόμετρο τη δύναμη που χρειάζεται να ασκούμε σε αντικείμενα διαφόρων μαζών (151g και 210g) ώστε να μην πέφτουν στη λακκούβα που σχηματίζει σφαίρα μάζας 1,5 kg σε διάφορες θέσεις μετρώντας με εύκαμπτο μέτρο την απόστασή τους από τη σφαίρα. Η καλύτερη συνάρτηση της απόστασης από την κεντρική σφαίρα που περιγράφει τις μετρήσεις μας (Σχήμα 6) μας έδωσε το νόμο βαρύτητας για το χώρο μας:

$$F = D \cdot M \cdot m \cdot r^{-0.2} \qquad (3)$$

όπου M=μάζα σφαίρας, m=μάζα αντικειμένου και D σταθερά του χώρου που εξαρτάται από την ελαστικότητα του υφάσματος και είναι το G μας.



Σχήμα 6: Διάγραμμα δύναμης δυο αντικειμένων (151g και 210g) σε συνάρτηση με την απόστασή τους από κεντρική μάζα 1,5Kg

Σε δισδιάστατο χώρο κεντρικές βαρυτικές δυνάμεις είναι ανάλογες του 1/r αλλά στο ύφασμα οι τριβές επηρεάζουν τα αποτελέσματα. (Barrow,2002)

$$\boxed{D = 8{,}2\ Nm^{0.2}/kg^2}$$

Απεικονίσεις ηλιακού συστήματος και μελανών οπών.

Το τελικό στάδιο της εργασίας μας ήταν η προσπάθεια απεικόνισης της κίνησης του Δία γύρω από τον Ήλιο. Αν και είχε γίνει μεγάλη προσπάθεια να υπάρχει φυσική αναλογία ακτίνων και μαζών οι αποστάσεις ήταν αδύνατον να τηρηθούν γιατί θα έπρεπε ο χώρος μας να εκτείνεται τουλάχιστον μέχρι τα 3 km. Επιπλέον στον δισδιάστατο χώρο οι τροχιές έχουν άλλες ιδιότητες. Έγιναν όμως πολλές βιντεοσκοπήσεις της τροχιάς της μικρής κούφιας σφαίρας γύρω από τη μεγάλη στις οποίες ήταν εμφανές ότι η στρέβλωση του χώρου γύρω από τη μεγάλη μάζα επηρεάζει σημαντικά την τροχιά της μικρής.

Η απεικόνιση μελανών οπών με τη βοήθεια των μαγνητών ήταν εντυπωσιακή και μας έδωσε μια αίσθηση της παραμόρφωσης του χωροχρόνου από την παρουσία τους. Αξιοσημείωτο είναι ότι αν και η καμπύλωση είναι πολύ μεγαλύτερη επηρεάζει μικρότερη περιοχή. Αντικείμενα μικρής μάζας κινούνται ανεπηρέαστα στο όριο του τραμπολίνου γεγονός που δεν παρατηρήθηκε για τον Ήλιο.

Η προσπάθεια παραγωγής βαρυτικών κυμάτων δεν είχε την ίδια απόδοση γιατί οι ελάχιστες διαταραχές του υφάσματος κατά τη σύγκρουση μελανών οπών ήταν δύσκολα παρατηρήσιμες.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ - ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Η απεικόνιση του χωροχρόνου με τεντωμένο ελαστικό ύφασμα είναι μια επιτυχής προσπάθεια με σοβαρά μειονεκτήματα την αναπαράσταση των αποστάσεων με φυσικές αναλογίες, τις τριβές που επηρεάζουν σημαντικά τις κινήσεις και το όριο ελαστικότητας του υφάσματος. Θα θέλαμε σε μελλοντική μας εργασία να μελετήσουμε ποσοτικά τα όρια μέσα στα οποία το μοντέλο αυτό ισχύει και μπορεί να δώσει ρεαλιστικά αποτελέσματα.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστούμε τους διοργανωτές του συνεδρίου για την ευκαιρία που μας έδωσαν να συμμετέχουμε σε ένα επιστημονικό συνέδριο αλλά και για τις εμπειρίες που αποκομίσαμε.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Clifford M. Will (1995), *«Είχε δίκιο ο Αϊνστάιν;»*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης

[2] Abbott, B.P.; et al.,(2016). *"Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger".* Phys. Rev. Lett. **116** (6)

[3] Einstein A., (1911), *«On the Influence of Gravitation on the Propagation of Light»* Annalen der Physik, 35, σελ. 898-908

[4] Eddington, 22-11-1919, Illustrated London News, Διαδικτυακή Πηγή:

https://physicsgg.files.wordpress.com/2013/05/eclipse_1919.jpg?w=594&h=780

[5] Tejinder Kaur et al (2017), *Teaching Einsteinian Physics at Schools: Part 1, Models and Analogies for Relativity,* Phys.Educ. **52** 065012

[6] Supermagnete, Datenblatt Artikel W-10-N *Technische Daten und Anwendungssicherheit*, Webcraft GmbH, Industriepark 206, 78244 Gottmadingen, Deutschland

[7]Barrow, J. D., (2002), *The Constants of Nature.* Pantheon Books. ISBN 0-375-42221-8.