

## Open Schools Journal for Open Science

Vol 3, No 6 (2020)



Ο αριθμός π=3,14

Αναστασία Αντύπα, Κώστας Πιτσούνης

doi: [10.12681/osj.24311](https://doi.org/10.12681/osj.24311)

Copyright © 2020, Αναστασία Αντύπα, Κώστας Πιτσούνης



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

### To cite this article:

Αντύπα Α., & Πιτσούνης Κ. (2020). Ο αριθμός π=3,14. *Open Schools Journal for Open Science*, 3(6).  
<https://doi.org/10.12681/osj.24311>



# Ο αριθμός $\pi=3,14$

Αναστασία Αντύπα<sup>1</sup>, Κώστας Πιτσούνης<sup>2</sup>

<sup>1</sup>1<sup>ο</sup> Γυμνάσιο Γλυκών Νερών, Αθήνα, Ελλάδα

<sup>2</sup>Μαθηματικός, 1<sup>ο</sup> Γυμνάσιο Γλυκών Νερών, Αθήνα, Ελλάδα

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Ο λόγος της περιφέρειας του κύκλου προς την διάμετρό του ονομάζεται  $\pi$ . Ο υπολογισμός της τιμής του απασχολεί χιλιάδες χρόνια την ανθρωπότητα από τον Πυθαγόρα έως τον Αρχιμήδη και από την αρχαιότητα μέχρι σήμερα. Όλοι οι κύκλοι ανεξαρτήτου διαμέτρου έχουν το ίδιο  $\pi$  και αυτό ισούται κατά προσέγγιση με 3,14. Άλλοι επιστήμονες πάλι ορίζουν τη σταθερά  $\pi$  ως τον αριθμό που το γινόμενο του με τη διάμετρο, συμπίπτει με την πλήρη στροφή που κάνει ένας κύκλος για να κυλίσει πάνω σε μια ευθεία γραμμή. Με αρκετές στρογγυλοποιήσεις, το  $\pi$  ισούται με 3,14 όμως στην πραγματικότητα τα δεκαδικά του ψηφία είναι άπειρα και οι μαθηματικοί και όλοι όσοι έχουν ασχοληθεί με την αναζήτησή τους, δεν έχουν εμφανίσει παρά μόνο ένα μέρος από αυτά.

## Λέξεις κλειδιά:

σταθερά  $\pi$ , κύκλος, διάμετρος, Όιλερ, Αρχιμήδης

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το  $\pi$ , σύμφωνα με τον Ουίλιαμ Λ. Σαφ, «περικλείει τόσο μυστήριο, ρομαντισμό, παρανόηση και ανθρώπινο ενδιαφέρον όσο κανένα άλλο μαθηματικό σύμβολο». (Nature and History of  $\pi$ ).

Αν και η πατρότητα του συμβόλου  $\pi$  αποδίδεται στον Ουίλιαμ Τζόουνς, εκείνος που καθιέρωσε το σύμβολο  $\pi$  και το μετέδωσε στην μαθηματική κοινότητα της εποχής ήταν ο Λέοναρντ Όιλερ.



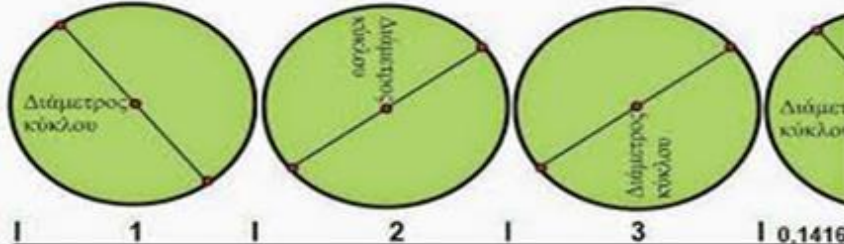


Τι ακριβώς

είναι λοιπόν το  $\pi$ ,

και γιατί γίνεται τόσοσ λόγος για αυτό;

Αφήστε μία ρόδα διαμέτρου 1 m να ρολάρει στην άμμο μέχρι να κάνει μια περιστροφή και μετρήστε το αποτύπωμα με όση μεγαλύτερη ακρίβεια μπορείτε.



Σχήμα 1ο: Αναπαράσταση ενός τρόπου υπολογισμού του  $\pi$ .

Εναλλακτικά χρησιμοποιώντας ένα κονσερβοκούτι και ένα κομμάτι σπάγκο, μπορείτε να διαπιστώσετε πως η περίμετρος ενός κύκλου είναι λίγο μεγαλύτερη από το τριπλάσιο της διαμέτρου του. Λίγο; Πόσο λίγο; Τα προβλήματα αρχίζουν ακριβώς την στιγμή που θα αποφασίσουμε να προσδιορίσουμε με ακρίβεια αυτό το λίγο...

Τα πρώτα 5000 ψηφία του  $\pi$  (δυστυχώς χωρίς μνημονικό κανόνα)

3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384  
46095505822317253594081284811745028410270193852110555964462294869949308196442881097566593344612847564823378678316527120190914564  
85669234603486104532664821339360726024914127372458700660631558817488152092096282925409171536436789259036001133053054882046652138  
4146951941511609433057270365759919309218611738193261179310511854807446237996274956735188575272489122793818301194912983367336244  
06566430860213949463952247371907021798609457027705592171762931767523846748184676694051320005681271452635608277857713427578960917  
363717872146844090122495340146549585371050792279688925892354201995611212902196086403441815981362977477130996051870721134999999837  
29780499510597317328160963185950244594553469083026425220825334468503526193118817101000313783875288658753320838142061717766914730  
3598253490428755468731159562863882337875937519577818577805321722680661300192787661119590021642019893809525720106548586327886893  
6153381827968230301952035018529689957736225994138912497217752834791315557485724245415069595082953311686172785588907509838175463  
746493931925506040092770167113900984882401285836160356370766010471018194295559619894676783744944825537977472684710404753464620804  
668425906949129311367702898915210475216205696602405803815019351125338243003558764024749647326391419927260426992279678234578163600  
93417216412199245863150302861829745557067498385054945883692699569092721079750930295532116534498720275596023648066549911988183479  
77535663698074265425276265518184175746728909777279380008164706001614524919217321721477235014144197356854816136115735252521347574  
18494684385232390739414333454776241686251898356948556209921922218427255025425688767179049460165346680498862723279178608578438382  
796797668145410095388378636095068006422512520511730298489608412848862694560424196528502221066118630674427862203919494504712371378  
9660956367319172874677646575739624138908658326459981339047802759009946576407895126946839835259570982582262052248940772671947826  
848260147699090264013639443745530506820349625245174939965143142980919065925093722169646151570985838741059788595977297549893016175  
392846813826868386894277415599185592524595395943104997252468084598727364469584865383673622262609912460805124388439045124413654976  
2780797156914359977001296160894169486855584406353220272258284886481584560285060168427394422674677889552138582254995466672782  
39864569611634588623057745649803559363456817432411251807606947945109659609402522887971089314566913686722874894056010150330861792  
86809208747609178249385890997149096759852613655497818931297848216829984872265880485756401427047755513237964145152374623436454285  
844479526586721051141354735759523134271661021359695623144295248493718711014576540359027993440374200731057853906219838744780847  
8489683214457138687519435064302184531910484810053706146806749192781911979399520614196634287544406437451237181921799893910159195  
18146751426912397489409071864942319615679452080951465502252316038819301420937621378559566389377870830309697920773467221825629966  
1501421506803844777345492026054186659252014974428507321866600213243408819071048633173464965145390579626856100550810665879699816  
35747363840525714591028970641401109712062804390397595156771577004203378699360072305876317655942187312514712053292819182618612586  
732157919841484882916447060957527069572209175671167229109816909152801735067127485832228718352093539657251210835791513698820914442  
1006751934346711031412671113699086858163983150197016515116851714376571618351556088490998985998238734552831363550764791853589322618  
548963213283108985706420467525907091548141654985946163718027088199430992448895712828909232326097299712084437326548938239119  
32597463673058360414281388303203824903758985243744170291327656180937734440307074699211201913020330801976211011004492932151608424  
4485963766983895226867831235526582131449576857262433418930968462624341077322697802807318915441101046823252716201052652272116  
9036665573092547110557851763466820651109896526918620564769312570586356620185810072936065987648611791455348850346113676758324  
9441668039626579787718556084552965412665408530614344318866769751456614068007002378776591344017127494704205623053899456131407112  
700040785473326993908145466464588079720826830634328587856983052358089330657574067954571637752542021149557615814002510262285943  
021647155097925923099079654737612551765675135751782966645477917450112996148903046399471329621073404375189573596145890193897131117  
90429782564750320319869151402870808599048010941216322201794764777262241425485454032165718590614228815785904306632175182979866223  
71271591607716692547487378966549494501146540628433663937900397692656721463853067360965712091871664162748888007869256029022  
847210403172118608204190004229661711963779213375751149595015660463818629472654736425230817703675159067350235072835405670403867435  
1362222477158915049530984448933096340878076932993978054193414737744184263129860809988687413260472

Σχήμα 2ο: τα πρώτα 5000 ψηφία του  $\pi$





μαθηματικοί υπολόγισαν ότι το  $\pi$  έχει 1.120 ψηφία το 1949 με μια αριθμομηχανή γραφείου. Επί του παρόντος, έχουν προσδιοριστεί 22,5 τρισεκατομμύρια δεκαδικά ψηφία (Μάρτιος 2017), κάτι που δεν έχει ουσιαστικά κάποια πρακτική σημασία αφού ακόμη και η NASA για την διαπλανητική

πλοήγηση των διαστημοπλοίων της, χρησιμοποιεί τα 15 πρώτα δεκαδικά ψηφία του  $\pi$ : **3.141592653589793**. Έχουν φτιαχτεί διάφοροι μνημονικοί κανόνες σε πολλές γλώσσες για να θυμόμαστε όσο το δυνατόν περισσότερα ψηφία. Στα ελληνικά αρκετά γνωστό είναι το παρακάτω τετράστιχο το οποίο μας δίνει τα πρώτα 23 ψηφία:

**Αεί ο Θεός ο μέγας γεωμετρεί**

**το κύκλου μήκος ίνα ορίσει διαμέτρω**

**παρήγαγεν αριθμόν απέραντον**

**και ον φευ! ουδέποτε όλον θνητοί θα εύρωσι**

**3,1415926535897932384626**

*«Το  $\pi$  δεν είναι απλώς μια συλλογή από τυχαία ψηφία. Το  $\pi$  είναι ένα ταξίδι, μία εμπειρία όπου αν δεν προσπαθήσεις να διακρίνεις την ποιητική φύση του  $\pi$ , θα σου φανεί πολύ δύσκολο να το μάθεις».*

-Άντρανιγκ Μπάσμαν

## ΤΟ ΕΥΛΟΓΟ ΕΡΩΤΗΜΑ ΜΑΘΗΤΗ

Ένας μαθητής της Β Γυμνασίου πληροφορούμενος πως ο « $\pi$ » είναι άρρητος, μπορεί να διατυπώσει στον καθηγητή του την εξής απορία: «πώς συμβαίνει ο « $\pi$ » να είναι άρρητος και ταυτόχρονα να ισούται με το πηλίκο  $L/\delta$  όπου  $L$  το μήκος του κύκλου και  $\delta$  το μήκος της διαμέτρου που είναι και οι δύο ρητοί;» Η απάντηση είναι απλή για έναν μαθητή Λυκείου θετικής κατεύθυνσης, αλλά δυσνόητη για έναν μαθητή Β γυμνασίου. Στην πραγματικότητα το μήκος ενός κύκλου είναι επίσης άρρητος και προκύπτει μέσω διαδοχικών προσεγγίσεων χρησιμοποιώντας την ακολουθία των

μηκών

των





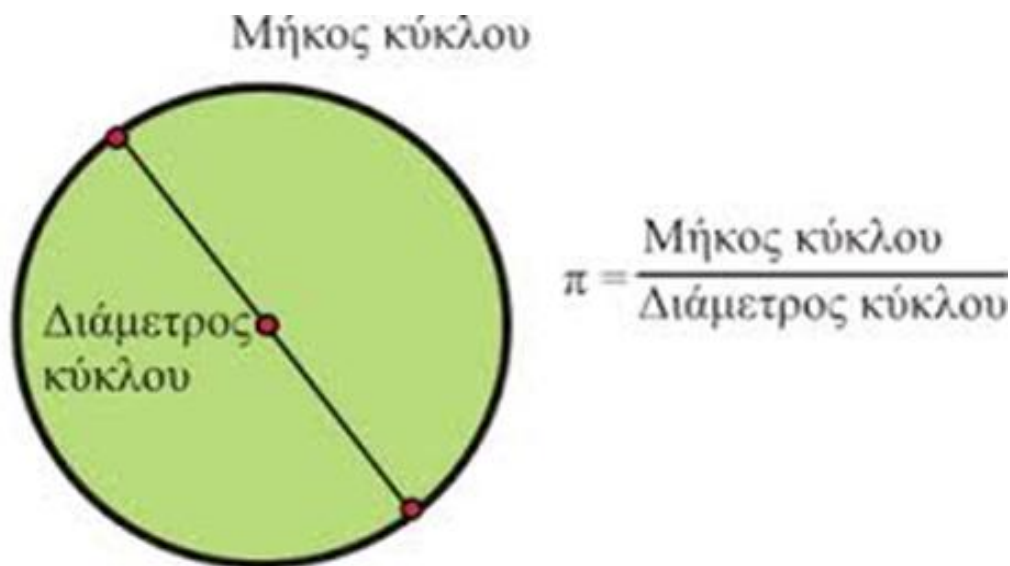
και περιεγγραμμένων στον κύκλο πολυγώνων. Για παράδειγμα αν διαιρέσουμε την περίμετρο ενός 200γωνου εγγεγραμμένου σε κύκλο με την διάμετρο του κύκλου έχουμε μια πολύ καλή προσέγγιση του «π».

**Με αφετηρία αυτή την απορία, θα προσπαθήσω να ερμηνεύσω την απεραντοσύνη των δεκαδικών ψηφίων του π.**

Παρουσιάζει μεγάλο ιστορικό αλλά και μαθηματικό ενδιαφέρον μια αναδρομή στην ενασχόληση του ανθρώπου με τον κύκλο και την τιμή του π. Ας την επιχειρήσουμε ανατρέχοντας ταυτόχρονα σε μερικές από τις σημαντικότερες μορφές της μαθηματικής επιστήμης.

## ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΑΝΑΔΡΟΜΗ

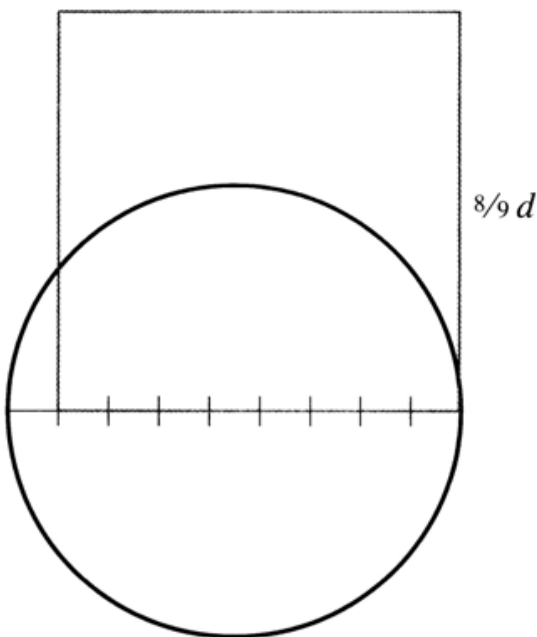
*Ο υπολογισμός του π είναι ουσιαστικά το μόνο από τα παλαιότερα μαθηματικά ζητήματα που απασχολεί ακόμη σοβαρά τη σύγχρονη μαθηματική έρευνα. (Pi: A Source Book).*



Σχήμα 3<sup>ο</sup>: αναπαράσταση του υπολογισμού του π







Η αρχαιότερη γνωστή καταχώριση της αναλογίας του  $\pi$  έγινε από έναν Αιγύπτιο γραφέα, τον Αχμές, γύρω στο 1650π.Χ., πάνω στον πάπυρο που σήμερα ονομάζεται Πάπυρος Ριντ και βρίσκεται στο Βρετανικό Μουσείο στο Λονδίνο. Ο Αχμές έγραφε: «Κόψτε το  $1/9$  της διαμέτρου και σχηματίστε ένα τετράγωνο με βάση το υπόλοιπο έτσι ώστε το τετράγωνο αυτό έχει το ίδιο εμβαδόν με τον κύκλο». Για να καταλάβουμε τον συλλογισμό του Αχμές ας θεωρήσουμε έναν κύκλο διαμέτρου 1 οπότε η ακτίνα είναι 0,5. Τότε το εμβαδόν του τετραγώνου του σχήματος θα

**Σχήμα 4ο:** Ο συλλογισμός του Αχμές.

είναι 0,7901 και αν αυτό συμπίπτει με το εμβαδό του κύκλου διαιρώντας με 0,25 παίρνουμε  $\pi=3,16$ . Οι τύποι στον Πάπυρο Ριντ αποτελούν επίσης την πρώτη καταγεγραμμένη απόπειρα

«τετραγωνισμού του κύκλου» να κατασκευαστεί δηλαδή ένα τετράγωνο με εμβαδό ίσο με εκείνο δοσμένου κύκλου.

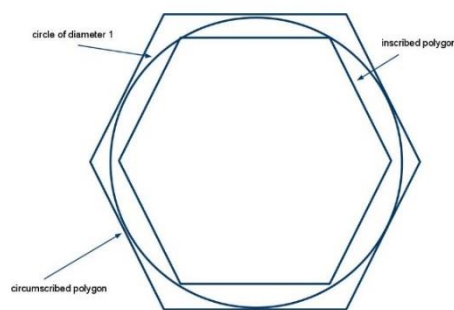
Περίπου 1200 χρόνια μετά τον Αχμές, ο Αντιφών και ο Βρύσων από την Ηράκλεια, και οι δύο σύγχρονοι του Σωκράτη, σκέφθηκαν κάτι πολύ έξυπνο και πρωτοποριακό για την εποχή εκείνη. Ο Αντιφών υπολόγισε το εμβαδό ενός εγγεγραμμένου σε κύκλο πολυγώνου και διπλασιάζοντας κάθε φορά τις πλευρές, οδηγήθηκε σε πολύγωνα που κάλυπταν σχεδόν όλη την επιφάνεια του κύκλου. Αργότερα ο Βρύσων έκανε την ιδιοφυή κίνηση, να υπολογίσει τα εμβαδά δύο πολυγώνων, ενός εγγεγραμμένου και ενός περιγεγραμμένου σε κύκλο και υπέθεσε σωστά πως το ζητούμενο εμβαδό είναι μια ενδιάμεση τιμή!

Διακόσια περίπου χρόνια μετά, ο Αρχιμήδης (287 – 212 π.Χ.) ακολούθησε την ίδια μέθοδο, επικεντρώνοντας τους υπολογισμούς του στις περιμέτρους των δύο πολυγώνων. Διπλασίασε τις





πλευρές δύο εξάγωνων τέσσερις φορές καταλήγοντας σε δύο 96γωνα και υπολόγισε τις περιμέτρους τους. Έτσι βρήκε κατά προσέγγιση το μήκος του κύκλου. Με τον τρόπο αυτό οδηγούμαστε στην τιμή  $\pi=3,1419$ . Ο Αρχιμήδης δημοσίευσε τους υπολογισμούς του στο βιβλίο «Κύκλου Μέτρηση».



Σχήμα 5<sup>ο</sup>: Η μέθοδος του Αρχιμήδη

Θα χρειαστεί να φτάσουμε στην Κίνα και στον 5<sup>ο</sup> αιώνα, ώστε να έχουμε μια ακριβέστερη τιμή του  $\pi$ . Εκεί θα βρούμε τον αστρονόμο Τσου Τσ'ουνγκ-τσιχ και τον γιο του Τσου Κενγκ-τσιχ. Οι δυο τους χρησιμοποιώντας εγγεγραμμένα πολύγωνα με 24576 πλευρές (πιθανόν να ξεκίνησαν με ένα εξάγωνο και διπλασίασαν τον αριθμό των πλευρών 12 φορές) κατέληξαν στο συμπέρασμα πως το  $\pi$  είναι περίπου 3,1415929. Θα περάσουν περισσότερα από χίλια χρόνια για να υπολογιστεί το  $\pi$  με μεγαλύτερη ακρίβεια. Στο μεταξύ για αιώνες οι μηχανικοί και άλλοι επιστήμονες αρκούνταν στην τιμή  $\pi=3$ .

Το 1655 ένας Άγγλος μαθηματικός και κρυπτογράφος, ο Τζον Ουόλις, κατάφερε με επίπονη προσπάθεια να διατυπώσει τον τύπο που φέρει σήμερα το όνομα του.

Ο τύπος του Τζον Ουόλις

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \dots}{1 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \dots}$$

Το 1675 ο Σκωτσέζος Τζέιμς Γκρέγκορι βρήκε μια απλή και έξυπνη λύση για να υπολογίσει τα τόξα των εφαπτομένων. Τόξο εφαπτομένης είναι η γωνία σε ακτίνια που έχει εφαπτομένη ίση με δοσμένο αριθμό. Για παράδειγμα το τοξεφ1= $\pi/4$ . Ακολουθεί ο τύπος του Γκρέγκορι.

Η σειρά του Γκρέγκορι

$$\text{τοξεφ} = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \frac{x^{11}}{11} \dots$$





Αντικαθιστώντας απλώς το  $x$  με τον αριθμό 1 στη σειρά έχουμε:  $\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 \dots$

Το 1665, ενώ η πανώλη σάρωνε το Λονδίνο ο Ισαάκ Νεύτων κατέφυγε στο Γούλσθροπ. Εκεί μεταξύ των άλλων ασχολήθηκε με τον υπολογισμό του  $\pi$ . Το πιο κάτω άθροισμα των απείρων όρων μιας ακολουθίας αποδίδεται στον μεγάλο Άγγλο στοχαστή.

$$\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3 \times 2^3} \right) + \frac{1 \times 3}{2 \times 4} \left( \frac{1}{5 \times 2^5} \right) + \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} \left( \frac{1}{7 \times 2^7} \right) + \dots$$

Ο Λέοναρντ Όιλερ γεννήθηκε στην Ελβετία το 1707. Στα τριάντα του χρόνια ήταν τυφλός από το ένα μάτι. Στα εξήντα πέντε είχε χάσει εντελώς την όρασή του. Ωστόσο συνέχισε να εργάζεται, υπαγορεύοντας σε βοηθούς. Οι πιο κάτω τύποι αποδίδονται στο Όιλερ.

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

$$\frac{\pi}{4} = 5 \text{τοξεφ} \left( \frac{1}{7} \right) + 2 \text{τοξεφ} \left( \frac{3}{79} \right)$$

$$\frac{\pi}{4} = 2 \text{τοξεφ} \left( \frac{1}{3} \right) + \text{τοξεφ} \left( \frac{1}{7} \right)$$

Μέχρι τα τέλη του 19<sup>ου</sup> αιώνα είχαν υπολογιστεί τα 100 πρώτα ψηφία του  $\pi$  με χρήση δυναμοσειρών και της συνάρτησης τοξεφ.







## Η ΑΡΡΗΤΟΤΗΤΑ ΚΑΙ Η ΥΠΕΡΒΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ $\pi$ .

Από την εποχή ήδη του Όιλερ, υπήρχε η υποψία πως υπήρχαν άρρητοι που δεν θα μπορούσαν να αποτελούν λύση εξίσωσης με ακέραιους συντελεστές. Οι αριθμοί αυτοί χαρακτηρίστηκαν υπερβατικοί. Ο **Johann Heinrich Lambert** απέδειξε την αρρητότητα του  $\pi$  το 1767. Το 1882 ο **F. Lindemann** απέδειξε την υπερβατικότητα του  $\pi$ .

## ΤΑ ΣΥΓΧΡΟΝΑ ΜΕΣΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ $\pi$

Το πέρασμα από τη χειρόγραφη μέθοδο υπολογισμού του  $\pi$ , στον υπολογισμό μέσω μηχανικών, ηλεκτρομηχανικών και τέλος ηλεκτρονικών υπολογιστών σηματοδότησε μια νέα εποχή. Εκτός της πολλαπλάσιας ταχύτητας και αντοχής, τα υπολογιστικά εργαλεία δεν έκαναν εύκολα λάθος. Μέχρι τον Σεπτέμβριο του 1947 είχαν βρεθεί 808 ψηφία του  $\pi$  και τον χειμώνα του 1948, προσδιορίστηκε το 1000στό ψηφίο. Ο αμερικανικής κατασκευής ENIAC με τις 19000 λυχνίες υπό τις οδηγίες της ομάδας του Τζον φον Νόιμαν υπολόγισε το 1948 2037 ψηφία του  $\pi$ . Το 1961 οι Τζον Ρεντς και Ντάνιελ Σανκς έγιναν διάσημοι επειδή ξεπέρασαν τα 100000 δεκαδικά ψηφία του  $\pi$ , με τη βοήθεια ενός IBM 7090 στο Κέντρο Επεξεργασίας Πληροφοριών στη Νέα Υόρκη. Χρησιμοποίησαν μια εξίσωση από το 1896:  $\pi = 24\text{τοξεφ}(1/8) + 8\text{τοξεφ}(1/57) + 4\text{τοξεφ}(1/239)$ . Το 1973 στο Παρίσι ο Ζαν Γκιγιού και ο Μ. Μπουγιέ υπολόγισαν ένα εκατομμύριο ψηφία του  $\pi$  σε 23 ώρες χρησιμοποιώντας ένα CDC 7600.

## Σημαντικοί σταθμοί προσδιορισμού του $\pi$ εκτός εκείνων που αναφέρθηκαν

- Το 2000 π.Χ. Οι Βαβυλώνιοι χρησιμοποιούν την τιμή  $\pi = 3 \frac{1}{8}$ .
- 2ος αι. μ.Χ. Ο Κλαύδιος ο Πτολεμαίος χρησιμοποιεί την τιμή  $\pi = 377/120 = 3,14166$
- 1220 μ.Χ. Ο Λεονάρντο Πιζάνο Φιμπονάτσι βρίσκει πως  $\pi = 3,141818...$
- Το 1593. Ο Φρανσουά Βιет βρίσκει το πρώτο άπειρο γινόμενο περιγραφής του  $\pi$ .
- Το 1596 ο Λούντολφ φαν Σόιλεν υπολογίζει 32 ψηφία του  $\pi$  και το 1610 35 δεκαδικά ψηφία.
- Το 1674 ο Γκότφριντ Βίλχελμ φον Λάιμπνιτς ανακαλύπτει την δυναμοσειρά τόξου εφαπτομένης για το  $\pi$ .





- Το 1706 ο Ουίλιαμ Τζόουνς χρησιμοποίησε για πρώτη φορά το  $\pi$  με την σύγχρονη έννοιά του στο έργο του Synopsis Palmariorum Matheseos.
- Το 1746 ο Λέοναρντ Όιλερ δημοσιεύει το Introductio in Analysin Infinitorum, που περιλαμβάνει το γνωστό θεώρημα του και πολλές δυναμοσειρές για το  $\pi$  και το  $\pi^2$ .
- Το 1761 ο Γιόχαν Χάινριχ Λάμπερτ αποδεικνύει ότι το  $\pi$  είναι άρρητος.
- Το 1775 ο Όιλερ εισηγείται ότι το  $\pi$  είναι υπερβατικός αριθμός.
- Το 1855 ο Ρίχτερ υπολογίζει 500 δεκαδικά ψηφία του  $\pi$ .
- Το 1947 ο Φέργκιουσον υπολογίζει 808 ψηφία, χρησιμοποιώντας έναν επιτραπέζιο υπολογιστή.
- Το 1996 οι αδελφοί Τσουντόφσκι υπολογίζουν πάνω από 8 δισεκατομμύρια ψηφία.
- Το 1997 ο Κάναντα και ο Τακαχάσι υπολόγισαν 51,5 δισεκατομμύρια ψηφία με ένα Hitachi SR2201 σε λιγότερο από 29 ώρες.
- Το Νοέμβριο του 2016 ο χομπίστας των μαθηματικών **Πέτερ Τρούεμπ** στην Ελβετία ολοκλήρωσε τον υπολογισμό 22.459.157.718.361 πλήρως επιβεβαιωμένων ψηφίων, περίπου 9 τρισεκατομμυρίων περισσότερων από ό,τι στο προηγούμενο ρεκόρ το 2013.

## ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ

Στο μυαλό ενός ευφάνταστου ερευνητή θα μπορούσε να γεννηθεί το ερώτημα: «Μήπως αυτή η ατέλειωτη, φαινομενικά τυχαία σειρά αριθμών μεταφέρει κάποιο μήνυμα από το παρελθόν; Μήπως εμπεριέχει κάποιο κώδικα που ακόμη δεν ανακαλύψαμε;». Στο σημείο αυτό πιάνουν δουλειά οι στατιστικοί. Στο “The Magic of Pi” διαβάζουμε: Αφού ο κύκλος έχει 360 μοίρες και το  $\pi$  έχει στενή σχέση με τον κύκλο, εξετάζουμε με αγωνία το 360ό ψηφίο. Για άλλη μια φορά η ανταμοιβή μας είναι αξιοσημείωτη. Παρατηρούμε πως εμφανίζεται ο αριθμός 360 γύρω από το 360ό ψηφίο. Ακόμη το 7<sup>ο</sup> το 22<sup>ο</sup> το 113<sup>ο</sup> και το 355<sup>ο</sup> ψηφίο είναι 2. Θυμόμαστε εδώ πως το 22/7 και το 355/113 είναι δύο από τις πιο ακριβείς προσεγγίσεις του  $\pi$ .





## ΤΟ $\pi$ ΣΤΗΝ ΤΕΧΝΗ

Το 1998 γυρίστηκε η ταινία με τίτλο « $\pi$ ». Στην ταινία παρακολουθούμε την πορεία προς την παράνοια, ενός ιδιοφυούς μαθηματικού που απομονώνεται στο διαμέρισμά του κυριευμένος από την εμμονή να ανακαλύψει μέσα από το  $\pi$  και άλλους αριθμούς, τα μυστικά του σύμπαντος.

Παρακολουθήστε το τρέιλερ: <https://www.youtube.com/watch?v=jo18VloR2xU>

«Η ζωή του  $\pi$ » ήταν μια ταινία παραγωγής του 2012 βασισμένη στο ομώνυμο βιβλίο του Γιαν Μαρτέλ. Ο ήρωας της ταινίας που ζούσε στην Ινδία, παίρνει από του συμμαθητές του το παρατσούκλι « $\pi$ » εξ αιτίας της μεγάλης αγάπης του για τα μαθηματικά.

Παρακολουθήστε το τρέιλερ: <https://www.youtube.com/watch?v=wPzMgaPfNRA>

Απολαύστε μια μελωδία βασισμένη στα ψηφία του  $\pi$

<https://www.youtube.com/watch?v=OMq9he-5HUU>

## Η ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΗΜΕΡΑ ΤΟΥ $\pi$

Η 14<sup>η</sup> Μαρτίου έχει καθιερωθεί σαν παγκόσμια ημέρα του  $\pi$ . Σε πολλές μαθηματικές σχολές πανεπιστημίων το πάρτι εκείνης της ημέρας αρχίζει την 1:59 μμ για προφανή λόγο.

## ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Η αναζήτηση της ακριβούς τιμής του  $\pi$ , μοιάζει με την αναζήτηση της ουσίας του σύμπαντος. Δεν είναι τυχαίο πως το  $\pi$  συνδέεται με την μέτρηση του κύκλου. Στον κύκλο πολλοί αρχαίοι λαοί έδιναν λατρευτικό συμβολισμό. Μπορούμε να φανταστούμε πως ο πρώτος άνθρωπος που



ανέβηκε στο πιο ψηλό σημείο ενός βουνού, προκειμένου να σχηματίσει μια ιδέα για τον κόσμο, αντελήφθη πως τον περιέβαλλε μια κυκλική επιφάνεια. Ανάμεσα στις πρώτες παρατηρήσεις του νοήμονος όντος που ονομάστηκε άνθρωπος, ήταν η στρογγυλότητα των ματιών του και της ίριδας που μοιάζει με κυκλικό





παράθυρο προς τον εσωτερικό του κόσμο. Παρατήρησε ακόμη την κυκλική πορεία του κυκλικού δίσκου του ήλιου γύρω από την γη, την κυκλική εναλλαγή των εποχών του έτους και τον κύκλο της ζωής του αλλά και κάθε άλλου οργανισμού. Φυσικό ήταν πολλοί τόποι λατρείας και τέλεσης ιερών τυπικών, να πάρουν κυκλικό σχήμα. Ο κύκλος λοιπόν συνδέθηκε από τα πρώτα χρόνια εμφάνισης του ανθρώπου με την δημιουργία και κατά συνέπεια με τον δημιουργό. Δεν θα μπορούσε λοιπόν η μέτρηση του κύκλου και ο υπολογισμός του  $\pi$  αργότερα, να μην ανάγεται στους άρρητους (ανέκφραστους), δηλαδή μη περιγράψιμους με ακρίβεια αριθμούς.

**Η αδυναμία ακόμη και των πιο σύγχρονων υπολογιστών να προσδιορίσουν με ακρίβεια την τιμή του  $\pi$ , θα μας θυμίζει πάντα την αδυναμία του ανθρώπου να προσδιορίσει την ουσία του Δημιουργού του κόσμου που μας περιβάλλει.**

Στόουνχεντζ, Αγγλία

### ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Στο σημείο αυτό αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω τις πηγές μου, τους συγγραφείς των βιβλίων που ακολουθούν. Ένα ευχαριστώ ακόμη οφείλω στην διευθύντρια του σχολείου μου κ. Τερζάκη για την ενθάρρυνση και τέλος στον καθηγητή μου κ. Πιτσούνη για την ενθάρρυνση και την πολύτιμη βοήθειά του όλο αυτό το διάστημα προετοιμασίας της εργασίας μου.

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] David Blatner, The joy of  $\pi$
- [2] Αρχιμήδης, Κύκλου Μέτρηση
- [3] Πέτρ Μπέκμαν, A History of Pi
- [4] Τζόναθαν Μπόργουιν, Pi: A Source Book
- [5] Ουίλιαμ Λ. Σαφ, Nature and History of  $\pi$
- [6] Μόντε Ζέργκερ, The Magic of Pi
- [7] Ουίλιαμ Τζόουνς, Synopsis Palmariorum Mathescos

