ePublishing

Open Schools Journal for Open Science

Vol 6, No 1 (2023)

Open Schools Journal for Open Science - Special Issue -Πρακτικά του «3ου Μαθητικού Συνεδρίου Έρευνας και Επιστήμης»

Υπολογισμός πυκνότητας με ταλάντωση ρευματοφόρου σύρματος

Νικόλαος Τσακίρης

doi: 10.12681/osj.31827

Copyright © 2023, Νικόλαος Τσακίρης

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0.

To cite this article:

Tsakiris, N. (2023). Υπολογισμός πυκνότητας με ταλάντωση ρευματοφόρου σύρματος . *Open Schools Journal for Open Science*, *6*(1). https://doi.org/10.12681/osj.31827

https://epublishing.ekt.gr | **e-Publisher:** EKT | **Downloaded at:** 15/08/2025 15:31:49

https://epublishing.ekt.gr | **e-Publisher:** EKT | **Downloaded at:** 15/08/2025 15:31:49

Υπολογισμός πυκνότητας με ταλάντωση ρευματοφόρου σύρματος

Νικόλαος Τσακίρης[1]

[1] *Γενικό Λύκειο Κολλεγίου Ψυχικού*

nikostsakiris2711@gmail.com

Επιβλέποντες Καθηγητές: Μάριος Γαλερός[1], *Βασίλης Δημόπουλος*[2], *Ευάγγελος Κοτρώνης*[3]

[1, 2, 3]*ΠΕ 04, Γενικό Λύκειο Κολλεγίου Ψυχικού*

mgaleros@haef.gr, vdimop@haef.gr, ekotronis@haef.gr

Περίληψη

Είναι γνωστό ότι η πυκνότητα ενός στερεού σώματος ορίζεται ως το πηλίκο του όγκου προς τη μάζα του. Ενδιαφέρον έχει ο προσδιορισμός της πυκνότητας ενός υλικού δίχως την άμεση μέτρηση των δύο παραπάνω μεγεθών.

Στην εργασία αυτή μελετάται η χρήση ταλάντωσης ενός αγώγιμου σύρματος για τον υπολογισμό της πυκνότητας του. Στην πειραματική μας διάταξη καθηλώνεται το ένα άκρο του σύρματος και τοποθετείται ένας μαγνήτης στο μέσο του μήκους του που διαρρέει εναλλασσόμενο ρεύμα σταθερής συχνότητας μέσα από αυτό. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την δημιουργία μιας δύναμης που ωθεί το σύρμα σε ταλάντωση ορισμένης συχνότητας. Εφαρμόζοντας διάφορες τάσεις στο σύρμα μετρούνται τα αντίστοιχα μήκη κύματος της ταλάντωσης. Συσχετίζοντας τη διάμετρο του αγώγιμου σύρματος τη συχνότητα και το μήκος του κύματος που το διατρέχει και της τάσης που ασκείται σε αυτό υπολογίζουμε την πυκνότητα του σύρματος.

Λέξεις κλειδιά: ηλεκτρομαγνητισμός, ελαστικό μέσο, στάσιμα κύματα, πυκνότητα

Εισαγωγή

Η πυκνότητα ενός υλικού αποτελεί αντικείμενο επιστημονικής μελέτης από την εποχή των αρχαίων Ελλήνων. Τον 3^{ο} αιώνα π.Χ. ο Αρχιμήδης, κατανοούσε ότι ο λόγος

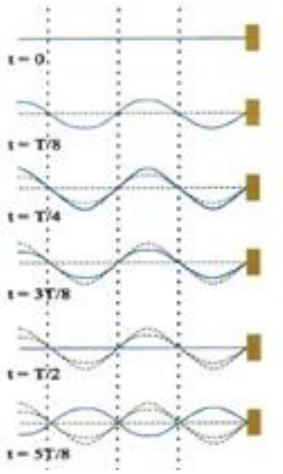
της μάζας ενός σώματος προς τον όγκο του, γνωστή ως πυκνότητα, άλλαζε ανάλογα με το υλικό από το οποίο αποτελούταν. Έτσι, μετρώντας τον λόγο αυτών των δύο μεγεθών για το σώμα (που στην περίπτωσή του ήταν η κορώνα του βασιλιά των Συρακουσών) και συγκρίνοντάς τον με αυτούς που είχαν καταγραφεί για τα διάφορα υλικά, μπορούσε να αναγνωρίσει το υλικό από το οποίο αποτελούταν (Fermi et.al, 2020). Στην πειραματική αυτή εργασία, μελετήσαμε ένα τρόπο με τον οποίο θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την πυκνότητα ενός σώματος χωρίς να μετρήσουμε άμεσα κανένα από τα δύο μεγέθη που αναφέρθηκαν.

Θεωρητική προσέγγιση του προβλήματος

Θεωρία για τα στάσιμα κύματα

Στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων της ίδιας συχνότητας και του ίδιου πλάτους που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με αντίθετες κατευθύνσεις (Ιωάννου et.al, 1999).

Αν, λοιπόν, κρατήσουμε την ελεύθερη άκρη ενός τεντωμένου σχοινιού, που η άλλη του άκρη είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο και της δώσουμε μια ώθηση δημιουργείται ένας κυματικός παλμός ο οποίος διαδίδεται κατά μήκος του σχοινιού. Όταν η κυματική διαταραχή φτάσει στην άκρη του σχοινιού το σχοινί ασκεί μια δύναμη στο σημείο στήριξης και η αντίδραση της δημιουργεί έναν ανακλώμενο παλμό που κινείται στην αντίθετη κατεύθυνση. Αν, όμως, εξαναγκάσουμε το ελεύθερο άκρο του σχοινιού να κάνει αρμονική ταλάντωση (σχήμα 1) το αρμονικό κύμα που δημιουργείται και το όμοιο του που προκύπτει από την ανάκλαση συμβάλλουν δημιουργώντας στάσιμο κύμα.



Σχήμα 1: Γραφική αναπαράσταση στάσιμου κύματος (Ιωάννου et.al, 1999).

Αν φωτογραφίσουμε το σχοινί σε διάφορες χρονικές στιγμές, θα παρατηρήσουμε ότι υπάρχουν σημεία στο σχοινί - οι δεσμοί - που παραμένουν διαρκώς ακίνητα ενώ όλα τα άλλα εκτελούν ταλάντωση με την ίδια συχνότητα. Τα σημεία που παραμένουν ακίνητα μπορούν να εντοπιστούν από την παρακάτω εξίσωση:

$$A' = 0$$
$$2A \cdot cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) = 0$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = k\pi + {}^{\pi}/_{2} \quad , \qquad k \in \mathbb{Z}$$

Όπου το Α' είναι το πλάτος ταλάντωσης που βρίσκεται x μέτρα μακριά από το άκρο του σύρματος που εκτελεί αρμονική ταλάντωση. Συνεπώς, αν κανείς υπολογίσει τις θέσεις των στάσιμων σημείων μπορεί να υπολογίσει και το λ (μήκος του κύματος στο νήμα):

$$x_1 = \frac{\lambda}{4}$$

$$x_2 = \frac{3\lambda}{4}$$

...

Άρα:

$$\Delta x = \lambda\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) = {}^{\lambda}/_{2}$$

Όπου το Δx είναι η απόσταση μεταξύ δύο στάσιμων σημείων. Έτσι θεωρώντας το σημείο το οποίο είναι προσδεμένο το νήμα (στην πειραματική μας διάταξη) ως το πρώτο στάσιμο σημείο, η απόσταση του δεύτερου σημείου από αυτό είναι ίσο με το λ/2.

Ακόμα για την ταχύτητα v διάδοσης κυματικής διαταραχής σε νήμα σε τάση T ισχύει η εξίσωση (Καφεντζής, 2020):

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad \textbf{(1)}$$

Όπου μ είναι η γραμμική πυκνότητα του νήματος για την οποία ισχύει:

$$\mu = \frac{m}{l}$$

Με l το μήκος του σύρματος, θεωρώντας το, όμως, κυλινδρικό:

$$V = l \cdot A = l \cdot (\pi \cdot r^2) = \frac{l \cdot \pi \cdot d^2}{4}$$

Όπου το r είναι η ακτίνα και το d η διάμετρος του νήματος. Άρα η μ γράφεται:

$$\mu = \frac{m}{\left(\frac{4V}{\pi \cdot d^2}\right)} = \frac{m}{V} \cdot \left(\frac{\pi\, d^2}{4}\right) = \frac{\rho \cdot \pi\, d^2}{4}$$

Με ρ την πυκνότητα του σύρματος. Εφαρμόζοντας, λοιπόν, την σχέση για το μ που βρήκαμε στην **(1)** και ύστερα από πράξεις καταλήγουμε:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\left(\frac{\rho\pi d^2}{4}\right)}} = \sqrt{\frac{4T}{\rho\pi d^2}}$$

$$v^2 = \frac{4}{\rho\pi d^2} \cdot T$$

Και αφού $v = \lambda f$ ισχύει :

$$\lambda^2 f^2 = \frac{4}{\rho\pi d^2} \cdot T$$

$$\boldsymbol{T = \frac{\rho\pi f^2\, d^2}{4} \cdot \lambda^2} \qquad \textbf{(2)}$$

Μέσω αυτού του τύπου αν κανείς γνωρίζει τη συχνότητα ταλάντωσης του νήματος f και την διάμετρο d, εφαρμόζοντας διάφορες τιμές τάσης στο νήμα και μετρώντας το λ για κάθε μια (στο πείραμα εμείς μετρήσαμε το Δx = λ/2) και απεικονίζοντάς το λ^2-T γραφικά προκύπτει μια ευθεία με κλίση α:

$$a = \frac{\rho \pi f^2 d^2}{4}$$

Η σχέση αυτή δίνει τη δυνατότητα προσδιορισμού της πυκνότητας:

$$\boldsymbol{\rho = \frac{4a}{\pi f^2 d^2}} \qquad \textbf{(3)}$$

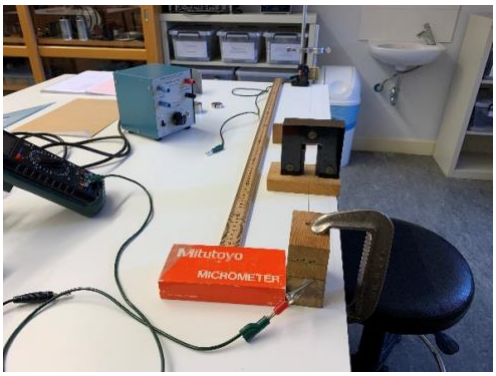
Αυτός είναι και ο τύπος, μέσω του οποίου υπολογίζουμε την πυκνότητα του σύρματος στο πείραμά μας.

Θεωρία ηλεκτρομαγνητισμού και εναλλασσόμενου ρεύματος

Για να εξασφαλίσουμε ότι η συχνότητα ταλάντωσης θα είναι γνωστή και ότι το πλάτος θα είναι αμείωτο για αρκετά μεγάλο χρονικό διάστημα για να πάρουμε τις μετρήσεις προκαλέσαμε εξαναγκασμένη ταλάντωση στο νήμα μέσω εναλλασσόμενου ρεύματος. Το νήμα στο πείραμά μας είναι αγώγιμο και τοποθετείται εντός μαγνητικού πεδίου. Μέσα του διαρρέεται εναλλασσόμενο ρεύμα σταθερής συχνότητας f = 50 Hz. Συνεπώς λόγω της δύναμης Laplace ($F_{Laplace}$) εξαναγκάζεται το νήμα σε ταλάντωση συχνότητας 50Hz (Young, Freedman, 2016).

Πειραματικό μέρος

Στο πείραμά μας υπάρχει μία τεντωμένη αγώγιμη χορδή -πακτωμένη στο ένα της άκρο-, που διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα σταθερής συχνότητας f στο μέσο της οποίας τοποθετείται ένας μαγνήτης. Στη χορδή ασκείται δύναμη Laplace, αυτή ταλαντώνεται κατακόρυφα και ένα κύμα διαδίδεται κατά μήκος της και ανακλάται στο ακλόνητο άκρο της. Το προσπίπτον και το ανακλώμενο κύμα συμβάλλουν δίνοντας στάσιμο κύμα. Η χορδή, μέσω τροχαλίας, μετατρέπεται σε κατακόρυφη και καταλήγει προσδεμένη σε ένα άγκιστρο στο οποίο προσθέτουμε βαρίδια γνωστής μάζας (Σχήμα 2). Έτσι, η τάση (T) της χορδής ισούται με το βάρος των σωμάτων που τοποθετούνται στο άγκιστρο.



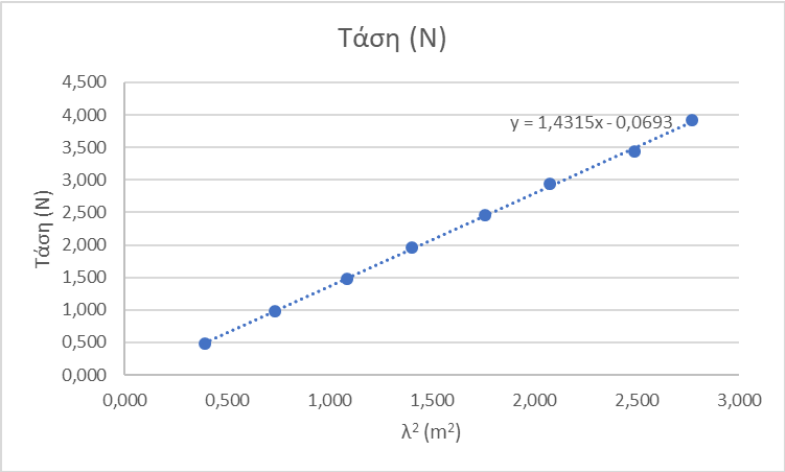
Σχήμα 2: Παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη

Τοποθετώντας βαρίδια διαφορετικής μάζας εντοπίζουμε μέσω μίας σφήνας πρώτο στάσιμο σημείο «δεσμό» που δημιουργείται σε κάθε περίπτωση και μετράμε την απόστασή του από το σημείο στο οποίο είναι πακτωμένο το σύρμα. Για αυτή ισχύει ότι Δx= λ/2. Τελικά εξάγουμε τις τιμές που φαίνονται στον πίνακα 1.

λ/2(cm)	λ/2(cm)	λμ/2(cm)	Μ.Ο.λ(cm)	**λ^2(m^2)**	$m_{κρέμεται}$(g)	**Τάση (N)**
31,2	31,5	31,4	62,7	**0,393**	50,0	**0,491**
43,3	42,4	42,9	85,7	**0,734**	100,0	**0,981**
52,0	52,3	52,2	104,3	**1,088**	150,0	**1,472**
59,1	59,4	59,3	118,5	**1,404**	200,0	**1,962**
66,2	66,5	66,4	132,7	**1,761**	250,0	**2,453**
72,0	72,2	72,1	144,2	**2,079**	300,0	**2,943**
79,4	78,4	78,9	157,8	**2,490**	350,0	**3,434**
83,5	83,0	83,3	166,5	**2,772**	400,0	**3,924**

Πίνακας 1: Πίνακας με τα πειραματικά δεδομένα που συλλέξαμε

Άρα, παριστάνοντας γραφικά την τάση Τ (όπου $T = w = m \cdot g$) συναρτήσει του λ^2 προκύπτει η γραφική παράσταση του σχήματος 3.



Σχήμα 3: Γραφική παράσταση της Τ-λ^2

Με βάση την γραφική παράσταση (σχήμα 3) η κλίση υπολογίστηκε ίση με 1,4315. Άρα αφού η διάμετρος του σύρματος μετρήθηκε $d = 0{,}0003m$ και η συχνότητα είναι $f = 50Hz$ με χρήση του τύπου (3) η πυκνότητα του σύρματος υπολογίζεται:

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{4a}{\pi d^2 \cdot f^2} = \frac{0{,}6981 \cdot 4}{3{,}14 \cdot (0{,}0003)^2 \cdot (50)^2} = \mathbf{8105}\boldsymbol{kg\ /\ m^3}$$

Καθώς, λοιπόν η εργοστασιακή τιμή της πυκνότητας είναι 8400 kg / m^3 η απόκλισή μας είναι:

$$\Pi\% = \frac{8400 - 8105}{8400} \cdot 100\% = 3{,}5\%$$

Συμπεράσματα – επίλογος

Στόχος της εργασίας μας ήταν να υπολογίσουμε την πυκνότητα του αγώγιμου σύρματος. Εν τέλει, όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η απόκλιση στην τελική μας τιμή ανέρχεται στις 3,5 μονάδες στα 100. Η ακρίβεια της μέτρησης θα μπορούσε να βελτιωθεί με τη χρήση ενός πιο μυτερού οργάνου για τον εντοπισμό της δέσμης ή με την παροχή ρεύματος μεγαλύτερης έντασης καθώς και με τη χρήση ισχυρότερου μαγνήτη για να είναι πιο εμφανής ο εντοπισμός του σημείου δεσμού.

Συμπερασματικά, η μέθοδος που παρουσιάστηκε αποτελεί ένα αρκετά αξιόπιστο τρόπο μέτρησης της πυκνότητας σύρματος και συνεπώς ταυτοποίησης του υλικού του, ένα πολύ ενδιαφέρον και διδακτικό πείραμα και έναν ελάχιστα παρεμβατικό τρόπο έμμεσης αναγνώρισης του υλικού αγώγιμου σύρματος.

Ευχαριστίες

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον παρασκευαστή του Εργαστηρίου Φυσικών Επιστημών του σχολείου κ. Νικόλαο Κόγια για την πολύτιμη βοήθειά του στην εκτέλεση του πειράματος.

Βιβλιογραφικές αναφορές

Αλέκος Ιωάννου, Γιάννης Ντάνος, Άγγελος Πήττας, Σταύρος Ράπτης, “ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ”. *Φυσική (Γ Λυκείου Θετικών Σπουδών)*, 1999. [online] Διαδικτυακή πρόσβαση: ebooks.edu.gr/ebooks/v/html/8547/2728/Fysiki-G-Lykeiou-ThSp_html-apli/index2_5 [Ημερομηνία ανάκτησης 8 Νοεμβρίου 2020]

Γιώργος Π. Καφεντζής, “Φυσική Για Μηχανικούς.” *Τμήμα Επιστήμης Υπολογιστών - Πανεπιστήμιο Κρήτης*. [online] Διαδικτυακή πρόσβαση: https://www.csd.uoc.gr/~hy112/lectures/2018-19/Lec14 [Ημερομηνία ανάκτησης 10 Νοεμβρίου 2020]

Laura Fermi, Gilberto Bernardini, *The Little Balance*. [online] Διαδικτυακή πρόσβαση: www.math.nyu.edu/~crorres/Archimedes/Crown/bilancetta [Ημερομηνία ανάκτησης 10 Νοεμβρίου 2020]

Young, Freedman, *University Physics with Modern Physics, 14th Edition*, 2016.