

## Open Schools Journal for Open Science

Vol 6, No 1 (2023)

Open Schools Journal for Open Science - Special Issue -Πρακτικά του «3ου Μαθητικού Συνεδρίου Έρευνας και Επιστήμης»



### Το εκκρεμές και οι αναρτήσεις των αυτοκινήτων

Δημήτρης Κουτρομπάς, Μάριος Γαλερός, Vasilis Dimopoulos, Ευάγγελος Κοτρώνης

doi: [10.12681/osj.32453](https://doi.org/10.12681/osj.32453)

Copyright © 2023, Δημήτρης Κουτρομπάς, Μάριος Γαλερός, Vasilis Dimopoulos, Ευάγγελος Κοτρώνης



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

### To cite this article:

Κουτρομπάς Δ., Γαλερός Μ., Dimopoulos, V., & Κοτρώνης Ε. (2023). Το εκκρεμές και οι αναρτήσεις των αυτοκινήτων. *Open Schools Journal for Open Science*, 6(1). <https://doi.org/10.12681/osj.32453>



# Το εκκρεμές και οι αναρτήσεις των αυτοκινήτων

Δημήτρης Κουτρομπάς<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Γενικό Λύκειο Κολλέγιο Ψυχικού  
[dimitris.koutroumpas@outlook.com](mailto:dimitris.koutroumpas@outlook.com)

Επιβλέποντες Καθηγητές: Μάριος Γαλερός<sup>1</sup>, Βασίλης Δημόπουλος<sup>2</sup>, Ευάγγελος Κοτρώνης<sup>3</sup>

<sup>1, 2, 3</sup> ΠΕ 04, Γενικό Λύκειο Κολλεγίου Ψυχικού

[mgaleros@haef.gr](mailto:mgaleros@haef.gr), [vdimop@haef.gr](mailto:vdimop@haef.gr), [ekotronis@haef.gr](mailto:ekotronis@haef.gr)

## Περίληψη

Η εργασία αφορά στη μελέτη της φθίνουσας μηχανικής ταλάντωσης. Αρχικά, επιλύεται η διαφορική εξίσωση που περιγράφει τη φθίνουσα ταλάντωση και στη συνέχεια περιγράφονται δύο πειραματικές διαδικασίες.

Το πρώτο, είχε ως στόχο τον προσδιορισμό της σταθεράς απόσβεσης  $b$ , για ένα σύστημα εκκρεμούς που αποτελείται από ένα χάρακα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου τοποθετείται κάθε φορά μια διαφορετική επιφάνεια χαρτονιού. Σε κάθε επανάληψη, το εκκρεμές εκτρέπονταν από την αρχική θέση σε ίδια απομάκρυνση και σε μικρή γωνία και αφήνονταν ελεύθερο να κινηθεί. Με χρήση αισθητήρα και με το Excel κατασκευάστηκε η γραφική παράσταση πλάτος – χρόνος. Μέσω της βέλτιστης γραμμής προσδιορίστηκε η σταθερά απόσβεσης  $b$ .

Στο δεύτερο πείραμα, μελετήθηκε το σύστημα ανάρτησης δύο αυτοκινήτων. Με τη βοήθεια αισθητήρα θέσης της εταιρίας PASCO, τα δύο αυτοκίνητα εξαναγκάστηκαν σε κατακόρυφη ταλάντωση. Το λογισμικό του αισθητήρα κατασκεύασε τη γραφική παράσταση θέσης- χρόνου, δείχνοντας πως όταν τα αμορτισέρ παλιώνουν, η τιμή του  $b$  ελαττώνεται και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο.

**Λέξεις - Κλειδιά:** φθίνουσα ταλάντωση, σταθερά απόσβεσης, εκκρεμές, αναρτήσεις αυτοκινήτου

## Θεωρητικό υπόβαθρο

Στη θεωρία συναντάμε ταλαντώσεις χωρίς καθόλου απώλειες ενέργειας, κάτι που δεν είναι αλήθεια, αφού, εάν ίσχυε κάτι τέτοιο, το σώμα θα ταλαντευόταν επ' άπειρο με αμείωτο πλάτος ( $A_0$  σταθερό). Στη φύση πάντα υπάρχουν απώλειες ενέργειας, κυρίως μέσω των δυνάμεων τριβής (απόσβεσης) κι έτσι το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται και εν τέλει, μηδενίζεται. Με την επίδραση τέτοιων δυνάμεων εξασθένησης η μηχανική ενέργεια του συστήματος

ελαττώνεται με την πάροδο του χρόνου, οπότε η ταλάντωση φθίνει βαθμιαία, και λέγεται φθίνουσα.

Μέσω του έργου των δυνάμεων απόσβεσης, η ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σύστημα μειώνεται και μεταφέρεται στο περιβάλλον μέσω θερμότητας. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την ελάττωση του πλάτους της ταλάντωσης. Ανάμεσα, στις δυνάμεις απόσβεσης, που μπορεί να ασκούνται σε ένα σώμα που εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση, ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζουν εκείνες, όπου η δύναμη αντίστασης είναι ένα διάνυσμα με φορά αντίρροπη της ταχύτητας και μέτρο ανάλογο αυτής και συνδέονται με την εξίσωση  $F = -bv$ , όπου  $b$  είναι μία θετική σταθερά, που ονομάζεται σταθερά απόσβεσης. Η τιμή της εξαρτάται από τα σχήμα και το μέγεθος του σώματος και από τις ιδιότητες του μέσου στο οποίο πραγματοποιείται η ταλάντωση. Σε αυτή την περίπτωση, ο ρυθμός μεταβολής του πλάτους (ρυθμός μείωσης) εξαρτάται από την σταθερά απόσβεσης. Για τιμή  $b=0$  η ταλάντωση είναι αμείωτη οπότε το πλάτος δεν μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου ( $A=A_0$ ). Όταν  $b \neq 0$ , το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται συναρτήσει του χρόνου και ο ρυθμός μείωσης αυξάνεται με την αύξηση της σταθεράς  $b$ . Όταν η σταθερά απόσβεσης είναι πολύ μεγάλη, το σώμα δεν προλαβαίνει να κάνει μία πλήρη ταλάντωση (επανέρχεται στη Θ.Ι. χωρίς να την υπερβεί) με αποτέλεσμα η κίνηση να γίνεται απεριοδική. Η χρονική συνάρτηση του πλάτους είναι μία φθίνουσα εκθετική συνάρτηση που ακολουθεί τον νόμο της εκθετικής μεταβολής (Ιωάννου, et al., 1999).

Το ιδιαίτερο ενδιαφέρον μας για την παρούσα εργασία αφορά στο γεγονός ότι οι φθίνουσες ταλαντώσεις δίνουν την ευκαιρία της εφαρμογής ενός μαθηματικού μοντέλου σε ένα πραγματικό σύστημα σωμάτων.

Μαθηματικό υπόβαθρο – Η διαφορική εξίσωση

Η εφαρμογή του διαφορικού και του ολοκληρωτικού λογισμού είναι εμφανής στη ενότητα των ταλαντώσεων. Στην απλή αρμονική ταλάντωση η εξίσωση της απομάκρυνσης  $x(t)$  παραγωγίζεται με πρώτη παράγωγο -συνάρτηση την ταχύτητα και είναι και δύο φορές παραγωγίσιμη για  $t \geq 0$  με δεύτερη παράγωγο την επιτάχυνση  $a(t)$ . Η μέση ταχύτητα ορίζεται στις κινήσεις ως ο λόγος μεταβολής της θέσης  $\Delta x$  προς τον χρόνο  $\Delta t$  και η στιγμιαία ταχύτητα σε μια χρονική στιγμή έστω  $t$  ορίζεται ως ο ρυθμός μεταβολής της θέσης σε ένα απειροστά μικρό χρονικό διάστημα  $\Delta t \rightarrow 0$ . Διαφορική εξίσωση ονομάζεται η εξίσωση της οποίας οι υπάρχουσες λύσεις είναι συναρτήσεις έστω  $y(x)$  και περιέχουν τις παραγώγους της συνάρτησης. Οι αποδείξεις για τις χρονοεξισώσεις των μεγεθών στην Α.Α.Τ. αφορούν διαφορικές εξισώσεις με χωριζόμενες μεταβλητές ενώ στη φθίνουσα ταλάντωση μελετάται μία ομογενής διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης που επιλύεται ως προς την συνάρτηση θέσης-χρόνου. Από τον θεμελιώδη νόμο της μηχανικής του Νεύτωνα η διανυσματική φυσική σχέση μετασχηματίζεται σε συναρτησιακή εξίσωση (χρονικές συναρτήσεις  $a(t)$ ,  $v(t)$ ,  $x(t)$ ).

Με αντικατάσταση των  $v(t)$  και  $a(t)$  με τις παραγώγους  $x'(t)$  και  $x''(t)$  η εξίσωση, που προκύπτει, είναι διαφορική εξίσωση με σταθερούς συντελεστές και για την επίλυσή της απαιτείται η υπόθεση μία εκθετικής λύσης και η διερεύνηση των ριζών δευτεροβάθμιας εξίσωσης. Το πρόσημο της διακρίνουσας ( $\Delta > 0$ ,  $\Delta = 0$ ,  $\Delta < 0$ ) δίνει την συνθήκη μεταξύ της σταθεράς  $\Lambda > 0$  και της ιδιοσυχνότητας  $\omega_0$  του συστήματος και λύσεις 2 πραγματικές και άνισες, 2 άνισες μιγαδικές ρίζες και μια μοναδική διπλή ρίζα.

$$\Sigma F = ma \Leftrightarrow -Dx - bv = ma \Leftrightarrow -Dx(t) - bv(t) = ma(t) \Leftrightarrow$$

$$ma(t) + bv(t) + Dx(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2}(t) + \frac{b}{2m} \frac{dx}{dt} + \frac{D}{m}x(t) = 0$$

Αν θέσουμε  $\Lambda = \frac{b}{2m}$  και  $\omega_0^2 = \frac{D}{m}$ , τότε προκύπτει η εξίσωση:

$$\frac{d^2x}{dt^2}(t) + \Lambda \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x(t) = 0 \quad (1)$$

Για την τελευταία διαφορική εξίσωση, υποθέτουμε μία εκθετική λύση της μορφής:

$$x(t) = e^{\gamma t}$$

και με αντικατάσταση στην (1) προκύπτει η εξίσωση:

$$\gamma^2 + 2\Lambda\gamma + \omega_0 = 0 \quad (2)$$

που αποτελεί τη χαρακτηριστική εξίσωση της διαφορικής με Διακρίνουσα  $\Delta$ :

$$\Delta = 4\Lambda^2 - 4\omega_0^2 \quad (3)$$

Σε αυτό το σημείο είναι δυνατό να διακρίνουμε τρεις διαφορετικές περιπτώσεις.

**1<sup>η</sup> περίπτωση:** Αν  $\Delta > 0$ , τότε  $\Lambda > \omega_0$  και ρίζες της (2) θα είναι οι  $\gamma_1 = -\Lambda + \sqrt{\Lambda^2 - \omega_0^2}$  και  $\gamma_2 = -\Lambda - \sqrt{\Lambda^2 - \omega_0^2}$  και η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης (1) θα είναι η  $x(t) = C_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 e^{\gamma_2 t}$ . Στην περίπτωση αυτή έχουμε *ισχυρή απόσβεση*.

**2<sup>η</sup> περίπτωση:** Αν  $\Delta < 0$ , τότε  $\Lambda < \omega_0$  και ρίζες της (2) θα είναι οι  $\gamma_1 = -\Lambda + i\sqrt{\omega_0^2 - \Lambda^2}$  και  $\gamma_2 = -\Lambda - i\sqrt{\omega_0^2 - \Lambda^2}$  και η γενική λύση της διαφορικής εξίσωσης (1) θα είναι η  $x(t) = e^{-\Lambda t} (C_1 \sigma\upsilon\nu(\sqrt{\omega_0^2 - \Lambda^2} t) + C_2 \eta\mu(\sqrt{\omega_0^2 - \Lambda^2} t))$ . Στη περίπτωση αυτή η απόσβεση είναι *ασθενής*.

**3<sup>η</sup> περίπτωση:** Αν  $\Delta = 0$  τότε  $\Lambda = \omega_0$  τότε η (2) έχει μία διπλή ρίζα τη  $\gamma = -1$  και η γενική λύση της διαφορικής (1) είναι η  $x(t) = C_1 e^{-\Lambda t} + C_2 t e^{-\Lambda t}$ . Η απόσβεση σε αυτή την περίπτωση χαρακτηρίζεται ως *κρίσιμη* (Serway & Vuile, 2012).

Αμορτισέρ αυτοκινήτων – Εφαρμογή φθίνουσας ταλάντωσης

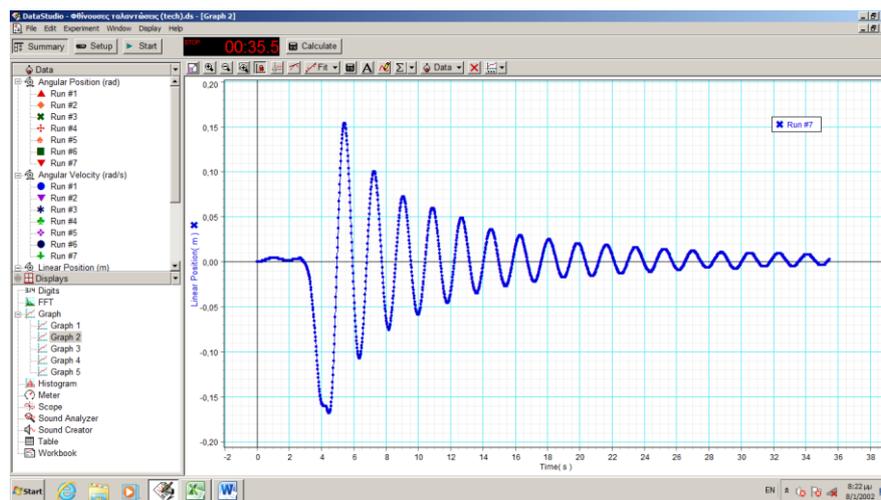
Το σύστημα ανάρτησης του αυτοκινήτου είναι ένα σύστημα αποσβεννύμενων ταλαντώσεων. Τα αμορτισέρ εξασφαλίζουν δύναμη απόσβεσης που εξαρτάται από την ταχύτητα τέτοια, ώστε όταν το αυτοκίνητο περνά από ένα εξόγκωμα δρόμου, να μη συνεχίζει να ταλαντώνεται για πολύ χρόνο. Καθώς τα αμορτισέρ παλιώνουν και φθείρονται, η τιμή του  $b$  ελαττώνεται και η ταλάντωση διαρκεί περισσότερο. Η φθορά αυτή μειώνει την ασφάλεια, επειδή οι ρόδες έχουν λιγότερη επαφή με το έδαφος. Ενώ όμως στη περίπτωση του αυτοκινήτου είναι επιθυμητή η μεγάλη απόσβεση, σε άλλα συστήματα, όπως σε ένα εκκρεμές ρολόι, επιδιώκεται η ελαχιστοποίηση της απόσβεσης (Ιωάννου, et al., 1999).

Το σύστημα ανάρτησης αποτελείται από μια σειρά εξαρτημάτων, συμπεριλαμβανόμενων, ελατηρίων, αμορτισέρ, βραχιόνων ανάρτησης (βραχιόνες ελέγχου και ράβδοι πίεσης), φρένων τροχών, ζαντών, ελαστικών, τελικών συστημάτων μετάδοσης κίνησης και του συστήματος διεύθυνσης. Ένα ελατήριο αμβλύνει τον αντίκτυπο των ανωμαλιών του οδοστρώματος και την επίδραση του δρόμου, μετατρέποντας τα σε δονήσεις. Το ελατήριο αποτελεί έναν σημαντικό σύνδεσμο μεταξύ των μεμονωμένων εξαρτημάτων της ανάρτησης, καθώς συνδέει τις αναρτημένες και μη αναρτημένες μάζες του οχήματος (Giancoli, 2000).

## Πειραματική Διαδικασία

### 1<sup>η</sup> Πειραματική διαδικασία

Για τη μελέτη της φθίνουσας ταλάντωσης χρησιμοποιήθηκε η ελεύθερη φθίνουσα ταλάντωση ενός συστήματος χάρακας-χαρτόνι. Το σύστημα αφού διεγείρεται και φτάνει στη θέση του μέγιστου αρχικού πλάτους  $A_0$  αφήνεται ελεύθερο να ταλαντωθεί. Την πρώτη φορά η διαδικασία γίνεται χρησιμοποιώντας μόνο το χάρακα, ενώ στις επόμενες δοκιμές τοποθετούμε στο κάτω μέρος του ένα κομμάτι χαρτονιού, φροντίζοντας, όμως, να διατηρούμε τη συνολική μάζα του συστήματος σταθερή με την προσθήκη ή αφαίρεση βαριδίων. Ένας αισθητήρας θέσης χρησιμοποιείται για να απεικονιστεί η γραφική παράσταση θέσης-χρόνου (Σχήμα 1).



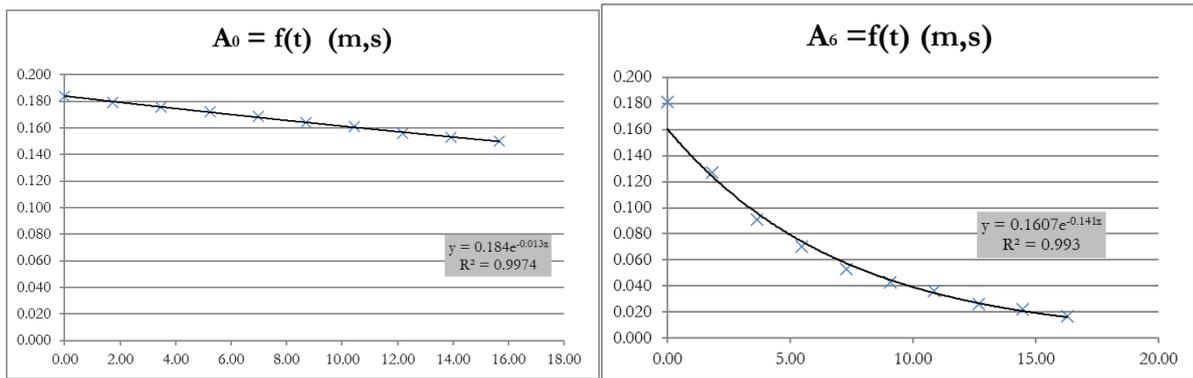
**Σχήμα 1:** εικόνα από το πρόγραμμα του αισθητήρα της εταιρίας PASCO, που απεικονίζεται η απομάκρυνση συναρτήσει του χρόνου για το σύστημα χάρακας - χαρτόνι

Από τη γραφική παράσταση αντλούμε πληροφορίες και κατασκευάζουμε έναν πίνακα τιμών που περιλαμβάνει τις μετρήσεις των μεγεθών: διαδοχικές μέγιστες απομακρύνσεις (πλάτη -  $A$ ) προς την ίδια κατεύθυνση, χρονικές στιγμές που εμφανίζονται αυτές οι μέγιστες απομακρύνσεις και περίοδος μεταξύ δύο διαδοχικών πλατών. Στον πίνακα 1, εμφανίζονται οι μετρήσεις για την πρώτη και την τελευταία επανάληψη του πειράματος. Στην πρώτη επανάληψη, δεν έχει τοποθετηθεί χαρτόνι στο κάτω μέρος του χάρακα ενώ στην τελευταία έχει τοποθετηθεί και μάλιστα η επιφάνειά του είναι η μεγαλύτερη που χρησιμοποιείται στο πείραμα.

Στη συνέχεια, για κάθε διαδικασία μέτρησης κατασκευάσαμε στο Excel τις γραφικές παραστάσεις μέγιστο πλάτος – συναρτήσει του χρόνου. Στο σχήμα 2 απεικονίζονται οι γραφικές παραστάσεις για την πρώτη και τελευταία φορά που εκτελέσαμε το πείραμα.

| $A_0$ (m) | $\Delta t$ (s) | T (s) | $A_6$ (m) | t (s) | T (s) |
|-----------|----------------|-------|-----------|-------|-------|
| 0.184     | 0              |       | 0.166     | 0     |       |
| 0.179     | 1.7            | 1.70  | 0.107     | 1.8   | 1.8   |
| 0.176     | 3.44           | 1.74  | 0.075     | 3.62  | 1.82  |
| 0.171     | 5.18           | 1.74  | 0.058     | 5.44  | 1.82  |
| 0.168     | 6.92           | 1.74  | 0.046     | 7.26  | 1.82  |
| 0.165     | 8.66           | 1.74  | 0.035     | 9.06  | 1.8   |

**Πίνακας 1:** Μετρήσεις για το πλάτος και το χρόνο που λάβαμε κατά την πρώτη και τελευταία εκτέλεση του πειράματος. Στον πίνακα εμφανίζεται και η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης



**Σχήμα 2:** Γραφικές παραστάσεις πλάτους συναρτήσεϊ του χρόνου που λάβαμε κατά την πρώτη και τελευταία εκτέλεση του πειράματος

Η απεικόνιση του πλάτους συναρτήσεϊ του χρόνου έγινε για όλες τις φορές που εκτελέστηκε το πείραμα (συνολικά 7 φορές) και μέσω της εξίσωσης της βέλτιστης γραμμής που μας έδωσε το Excel, προσδιορίσαμε τη σταθερά  $\Lambda$ . Στη συνέχεια χρησιμοποιήσαμε τη σχέση  $\Lambda = b/2m$  και υπολογίσαμε τη σταθερά απόσβεσης της ταλάντωσης  $b$ . Στον πίνακα 2, εμφανίζονται οι τιμές για τη σταθερά απόσβεσης  $b$ , σε κάθε περίπτωση.

| Μέτρηση                        | Εμβαδόν επιφάνειας χαρτονιού $S(\text{cm}^2)$ | Σταθερά $\Lambda (\text{s}^{-1})$ | Μάζα συστήματος (Kg) | Σταθερά απόσβεσης $b (\text{Kg/s})$ |
|--------------------------------|---|-----------------------------------|----------------------|-------------------------------------|
| 1 <sup>η</sup> (χωρίς χαρτόνι) | 0   | 0.013                             | 0.9                  | 0.007                               |
| 2 <sup>η</sup>                 | 25  | 0.027                             | 0.79                 | 0.017                               |
| 3 <sup>η</sup>                 | 49  | 0.044                             | 0.79                 | 0.028                               |
| 4 <sup>η</sup>                 | 81  | 0.073                             | 0.79                 | 0.046                               |
| 5 <sup>η</sup>                 | 121   | 0.112                             | 0.79                 | 0.071                               |
| 6 <sup>η</sup>                 | 169   | 0.144                             | 0.79                 | 0.091                               |
| 7 <sup>η</sup>                 | 225   | 0.161                             | 0.79                 | 0.102                               |

**Πίνακας 2:**Αποτελέσματα μετρήσεων για τις σταθερές  $\Lambda$  και  $b$

Από τον πίνακα 2 είναι εμφανές ότι καθώς αυξάνεται η επιφάνεια του χαρτονιού, αυξάνεται και η τιμή της σταθεράς απόσβεσης. Στον πίνακα 3, φαίνονται οι μέσοι όροι των περιόδων σε σχέση με τις σταθερές απόσβεσης για την κάθε περίπτωση που μελετήσαμε. Η περίοδος φαίνεται να αυξάνεται κατά λίγο καθώς η σταθερά απόσβεσης μεγαλώνει.

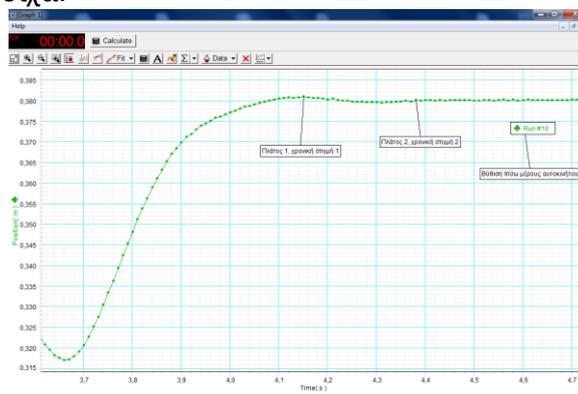
| Μέτρηση                        | Εμβαδόν επιφάνειας χαρτονιού $S (\text{cm}^2)$ | Σταθερά απόσβεσης $b (\text{Kg/s})$ | Περίοδος $T (\text{s})$ |
|--------------------------------|--|-------------------------------------|-------------------------|
| 1 <sup>η</sup> (χωρίς χαρτόνι) | 0  | 0.007                               | 1.74                    |
| 2 <sup>η</sup>                 | 25   | 0.017                               | 1.73                    |
| 3 <sup>η</sup>                 | 49   | 0.028                               | 1.74                    |
| 4 <sup>η</sup>                 | 81   | 0.046                               | 1.75                    |

|                |     |       |      |
|----------------|-----|-------|------|
| 5 <sup>η</sup> | 121 | 0.071 | 1.76 |
| 6 <sup>η</sup> | 169 | 0.091 | 1.76 |
| 7 <sup>η</sup> | 225 | 0.102 | 1.80 |

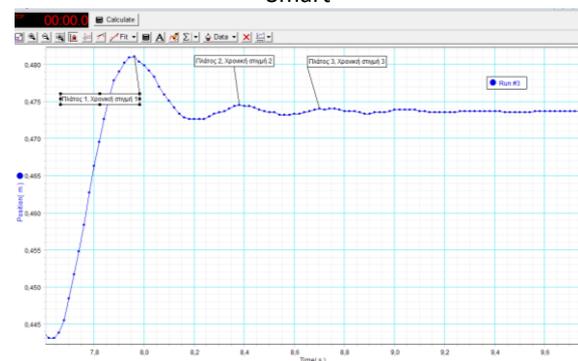
**Πίνακας 3:** Στον πίνακα απεικονίζονται οι μέσες τιμές για την περίοδο της κάθε φθίνουσας ταλάντωσης

## 2<sup>ο</sup> Πείραμα

Στο δεύτερο πείραμα μελετώνται τα συστήματα-αμορτισέρ δυο αυτοκινήτων διαφορετικής παλαιότητας, το μοντέλο Smart της Mercedes και το C2 της Citroen. Τοποθετούμε στο έδαφος έναν αισθητήρα βάσης και στον προφυλακτήρα κάθε αυτοκινήτου προσαρμόζεται κατάλληλα ένα χαρτόνι. Αυτό λειτουργεί ως ανακλαστική επιφάνεια. Θέτοντας σε κατακόρυφη ταλάντωση τα οχήματα, καταγράφεται σε ηλεκτρονικό υπολογιστή η γραφική παράσταση θέσης- χρόνου για τα δύο αυτοκίνητα. Στα σχήματα 3 και 4, εμφανίζονται αυτές οι γραφικές παραστάσεις για το Smart και το C2 αντίστοιχα.



**Σχήμα 3:** Γραφική παράσταση θέσης – χρόνου της φθίνουσας ταλάντωσης του συστήματος-αμορτισέρ για το Smart



**Σχήμα 4:** Γραφική παράσταση θέσης – χρόνου της φθίνουσας ταλάντωσης του συστήματος-αμορτισέρ για το C2

Η διαδικασία, πραγματοποιήθηκε δύο φορές για κάθε όχημα και τα αποτελέσματα των μετρήσεων φαίνονται στον πίνακα 4.

|                        |       |                      |      |
|------------------------|-------|----------------------|------|
| SMART                  |       |                      |      |
| 1 <sup>η</sup> μέτρηση |       |                      |      |
| Βύθιση (m)             | 0.059 |                      |      |
| Πλάτος 1 (m)           | 0.001 | Χρονική στιγμή 1 (s) | 4.06 |
| Πλάτος 2 (m)           | 0     | Χρονική στιγμή 2 (s) | 4.34 |
| 2 <sup>η</sup> μέτρηση |       |                      |      |
| Βύθιση (m)             | 0.063 |                      |      |
| Πλάτος 1 (m)           | 0.001 | Χρονική στιγμή 1 (s) | 4.15 |

|                        |       |                      |      |
|------------------------|-------|----------------------|------|
| Πλάτος 2 (m)           | 0     | Χρονική στιγμή 2 (s) | 4.38 |
| Citroen                |       |                      |      |
| 3 <sup>η</sup> μέτρηση |       |                      |      |
| Βύθιση (m)             | 0.021 |                      |      |
| Πλάτος 1 (m)           | 0.007 | Χρονική στιγμή 1 (s) | 3.24 |
| Πλάτος 2 (m)           | 0.001 | Χρονική στιγμή 2 (s) | 3.66 |
| Πλάτος 3 (m)           | 0.001 | Χρονική στιγμή 3 (s) | 3.98 |
| 4 <sup>η</sup> μέτρηση |       |                      |      |
| Βύθιση (m)             | 0.028 |                      |      |
| Πλάτος 1 (m)           | 0.007 | Χρονική στιγμή 1 (s) | 7.96 |
| Πλάτος 2 (m)           | 0.001 | Χρονική στιγμή 2 (s) | 8.38 |
| Πλάτος 3 (m)           | 0.000 | Χρονική στιγμή 3 (s) | 8.74 |

**Πίνακας 4:** Πίνακας πειραματικών μετρήσεων της φθίνουσας ταλάντωσης των δύο αυτοκινήτων

Με τη βοήθεια των μετρήσεων του πίνακα 4, προσδιορίζουμε για κάθε όχημα, την περίοδο της ταλάντωσης -μέση τιμή- των συστημάτων αμορτισέρ. Έτσι, για το C2 η τιμή είναι ίση με 0,38s ενώ για το Smart ίση με 0,26s. Η σταθερά απόσβεσης σχετίζεται με την περίοδο της ταλάντωσης και μάλιστα όταν η σταθερά μεγαλώνει η περίοδος μικραίνει. Άρα, το C2 έχει μικρότερη σταθερά απόσβεσης, κάτι που αναδεικνύεται και από τα διαγράμματα των σχημάτων 3 και 4, όπου φαίνεται ότι το Smart εκτελεί μία σχεδόν απεριοδική κίνηση, ενώ το C2 εκτελεί τρεις πλήρεις ταλαντώσεις μέχρι να μηδενιστεί το πλάτος του. Ο όρος βύθιση αφορά στη θέση από την οποία αφήνονται οι προφυλακτήρες των αυτοκινήτων να κινηθούν σε σχέση με την αρχική θέση ισορροπίας τους.

### Συμπεράσματα

Οι φθίνουσες ταλαντώσεις αποτελούν μία ενδιαφέρουσα περίπτωση ταλάντωσης, αφού συνδυάζουν γνώσεις από τα μαθηματικά αλλά βρίσκει και εφαρμογή και σε αρκετά συστήματα της καθημερινής ζωής, όπως είναι η ταλάντωση των αμορτισέρ των αυτοκινήτων. Στην εργασία μας μελετήσαμε πειραματικά τη φθίνουσα ταλάντωση.

Συνοψίζοντας, κάποια από τα συμπεράσματά μας θα αναφέραμε, χαρακτηριστικά ότι μέσα από την εργασία αναδείχθηκε το γεγονός ότι η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το είδος του μέσου καθώς και από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου που κινείται. Στην εργασία μας διατηρήσαμε σταθερό το μέσο (αέρας) αλλά μεταβάλλαμε την επιφάνεια του αντικειμένου. Αυξάνοντας την επιφάνεια διαπιστώσαμε ότι προσδιορίζεται μεγαλύτερη τιμή για τη σταθερά απόσβεσης  $b$ .

Επιπλέον, μία από τις παρατηρήσεις του σχολικού βιβλίου της Γ' Λυκείου αφορά στο ότι, όταν η σταθερά  $b$  μεγαλώνει η περίοδος παρουσιάζει μια μικρή αύξηση που στα πλαίσια του βιβλίου θεωρείται αμελητέα (Ιωάννου, et al., 1999). Αυτό -η αύξηση δηλαδή της περιόδου- αναδείχθηκε και στην εργασία μας, όπου διαπιστώσαμε ότι καθώς το  $b$  αυξάνεται, η περίοδος αυξήθηκε από 1.74s σε 1.80s. Αναφορικά με τα πειραματικά σφάλματα, αυτά είναι πιθανό να οφείλονται στη δυσκολία ανάγνωσης των γραφικών παραστάσεων που δημιουργήθηκαν μέσω του προγράμματος του αισθητήρα, όπου έπρεπε να επιλέξουμε το μέγιστο πλάτος και τη δεδομένη χρονική στιγμή, που αυτό εμφανίζεται.

Στο δεύτερο πείραμα, αναδείχθηκε ότι το ένα από τα δύο αυτοκίνητα έχει μικρότερη σταθερά απόσβεσης σε σχέση με το άλλο, κάτι που οφείλεται στην παλαιότητα του συστήματος των αμορτισέρ. Μάλιστα, ακριβώς και επειδή η ασφάλεια στην οδήγηση είναι το ζητούμενο, η εκτέλεση του πειράματος οδήγησε τον οδηγό του C2 στο συνεργείο αυτοκινήτων, όπου χρειάστηκε να αλλάξει αμορτισέρ, μιας και αυτά ήταν ήδη αρκετά παλιά. Τέλος, είναι απαραίτητο να αναφερθεί ότι αρχικά θέλαμε να προσδιορίσουμε τη σταθερά  $\Lambda$  για τα αμορτισέρ των αυτοκινήτων, αυτό, όμως, δεν ήταν δυνατό γιατί ο αριθμός των ταλαντώσεων, μέχρι να μηδενιστεί το πλάτος ήταν πολύ μικρός για να προσεγγιστεί από την εκθετική συνάρτηση, όπως ακριβώς συνέβη στην πρώτη πειραματική διαδικασία.

## **Ευχαριστίες**

Σε αυτό το σημείο θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον κ. Νίκο Κόγια, παρασκευαστή του Εργαστηρίου ΦΕ του Σχολείου μας για τη βοήθειά του στην εκτέλεση των πειραμάτων καθώς και τον καθηγητή Μαθηματικών κ. Προκόπη Κωστούλα για τον έλεγχο της λύσης της διαφορικής εξίσωσης καθώς και για την παροχή του αυτοκινήτου του για να το χρησιμοποιήσουμε στη δεύτερη πειραματική διαδικασία.

## **Βιβλιογραφικές αναφορές**

Giancoli, D. C., 2000. *Physics for Scientists and Engineers, with Modern Physics*. 5th επιμ. New Jersey: Prentice Hall.

Serway, R. A. & Vuile, C., 2012. *Physics For Scientists*. 3rd επιμ. Boston: Charles Hatford.

Ιωάννου, Α., Ντάνος, Γ., Πήττας, Ά. & Ράπτης, Σ., 1999. *Φυσική Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Γ' τάξη Γενικού Λυκείου*. 3η επιμ. Αθήνα: ΙΤΥΕ Διόφαντος.