ePublishing

Open Schools Journal for Open Science

Vol 3, No 6 (2020)

Ακολουθώντας τον ήλιο

Αρχοντία Ιωάννίδη, Χρυσσάνθη Καραγιώργου, Δανάη Καραμάνη, Αλεξάνδρα Καραντζά, Δημήτριος Παπαγεωργίου, Ιωάννης Παπαζαχαρής, Θεόδωρος Παπαχρήστος, Δημήτριος Πορφύρης-Πανάτση, Ευθύμιος Σίντος, Ιάσων Σουρέλης, Γεώργιος Τζιάκης, Βασιλική Βλάχα, Μαρία Ιατρίδου

doi: 10.12681/osj.24293

Copyright © 2020, Αρχοντία Ιωάννίδη, Χρυσσάνθη Καραγιώργου, Δανάη Καραμάνη, Αλεξάνδρα Καραντζά, Δημήτριος Παπαγεωργίου, Ιωάννης Παπαζαχαρής, Θεόδωρος Παπαχρήστος, Δημήτριος Πορφύρης-Πανάτση, Ευθύμιος Σίντος, Ιάσων Σουρέλης, Γεώργιος Τζιάκης, Βασιλική Βλάχα, Μαρία Ιατρίδου

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0.

To cite this article:

Ιωάννίδη Α., Καραγιώργου Χ., Καραμάνη Δ., Καραντζά Α., Παπαγεωργίου Δ., Παπαζαχαρής Ι., Παπαχρήστος Θ., Πορφύρης-Πανάτση Δ., Σίντος Ε., Σουρέλης Ι., Τζιάκης Γ., Βλάχα Β., & Ιατρίδου Μ. (2020). Ακολουθώντας τον ήλιο. *Open Schools Journal for Open Science*, *3*(6). https://doi.org/10.12681/osj.24293

https://epublishing.ekt.gr | **e-Publisher:** EKT | **Downloaded at:** 18/07/2025 08:07:17

Open Schools Journal
for Open Science

Ακολουθώντας τον ήλιο

Ιωαννίδη Αρχοντία[1], Καραγιώργου Χρυσάνθη[1] , Καραμάνη Δανάη[1], Καραντζά Αλεξάνδρα[1], Παπαγεωργίου Δημήτριος[1], Παπαζαχαρής Ιωάννης[1], Παπαχρήστος Θεόδωρος[2], Πορφύρης-Πανάτσης Δημήτριος[1], Σίντος Ευθύμιος[2], Σουρέλης Ιάσων[1], Τζιάκης Γεώργιος[1], Βλάχα Βασιλική[3], Ιατρίδου Μαρία[4]

[1] Πρότυπο Γυμνάσιο Ζωσιμαίας Σχολής Ιωαννίνων, Ιωάννινα, Ελλάδα, [2] Γενικό Λύκειο Πεδινής Ιωαννίνων, Ιωάννινα, Ελλάδα

[2] Πρότυπο Γυμνάσιο Ζωσιμαίας Σχολής Ιωαννίνων, Ιωάννινα, Ελλάδα

[3] Εκπαιδευτικός, Πρότυπο Γυμνάσιο Ζωσιμαίας Σχολής Ιωαννίνων, Ιωάννινα, Ελλάδα

[4] Εκπαιδευτικός, Γενικό Λύκειο Πεδινής Ιωαννίνων, Ιωάννινα, Ελλάδα

Περίληψη

Η παρούσα εργασία έχει στόχο να συμβάλει ώστε να γίνουν αντιληπτές Αστρονομικές έννοιες που έχουν σχέση με τον προσανατολισμό μας πάνω στη σφαίρα με βάση τον ήλιο. Πιο συγκεκριμένα με τη χρήση του ελεύθερου λογισμικού geogebra, μοντελοποιούμε το πρόβλημα του προσανατολισμού και διερευνούμε πως μεταβάλλεται η γωνία που σχηματίζουν οι ακτίνες του ήλιου με το οριζόντιο επίπεδο ενός τόπου, όταν αυτός μεσουρανεί στον τόπο αυτό, (γωνία ύψους) και την μετράμε με μια ράβδο και τη σκιά της. Επίσης διερευνούμε ποιος είναι ο κατάλληλος τύπος που δίνει το γεωγραφικό πλάτος ενός τόπου, συναρτήσει αυτής της γωνίας και υπολογίζουμε το γεωγραφικό μήκος με βάση την ώρα που ο ήλιος μεσουρανεί.

Λέξεις-Κλειδιά

Προσανατολισμός, ήλιος, γωνία ύψους, ηλιακή απόκλιση, γεωγραφικές συντεταγμένες

ΜΕΘΟΔΟΣ:

Ακολουθούμε τη διερευνητική μέθοδο μοντελοποιώντας το πρόβλημα με τη χρήση του ελεύθερου λογισμικού geogebra

Open Schools Journal
for Open Science

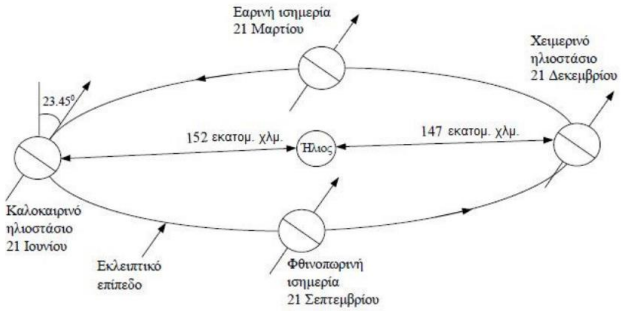
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η παραδοχή ότι οι ιδέες που σχηματίζουν τα παιδιά είναι σημαντικές οδήγησε σε έρευνες, σχετικά με τη διερεύνηση της κατανόησης εννοιών και φαινομένων Αστρονομίας. (*Σ. Οικονομίδης*, κ.α., 2011). Επιβεβαιώσαμε αυτές τις διαπιστώσεις με σχετικό ερωτηματολόγιο που απευθύναμε στους μαθητές των σχολείων μας (Π.Γ. Ζωσιμαίας και ΓΕΛ Πεδινής Ιωαννίνων, αδημοσίευτα αποτελέσματα), στο ερώτημα ποια είναι η γωνία που σχηματίζουν οι ακτίνες του ήλιου με το οριζόντιο επίπεδο ενός τόπου όταν αυτός μεσουρανεί, το 37,9% των μαθητών θεωρεί ότι ο ήλιος ρίχνει τις ακτίνες του κάθετα σ' αυτόν, το 25,2% ότι αυτό συμβαίνει μόνο μερικές φορές και μόνο το 18,3% γνωρίζει ότι ο ήλιος ρίχνει κάθετα τις ακτίνες του μόνο σε ορισμένους τόπους. Διερευνήσαμε την απάντηση, στο παραπάνω ερώτημα, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο μπορούμε να προσανατολιστούμε στη σφαίρα με βάση τον ήλιο, κάνοντας χρήση του ελεύθερου λογισμικού geogebra, ελπίζοντας να συμβάλουμε ώστε να γίνουν κατανοητές βασικές Αστρονομικές έννοιες που εμπλέκονται στην μελέτη μας.

Η ΓΩΝΙΑ ΥΨΟΥΣ

Καθώς η γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της ένας παρατηρητής σε έναν τόπο βλέπει στον ουρανό τον ήλιο να κινείται από Ανατολή προς Δύση. Ο ήλιος είναι στο ψηλότερο σημείο της πορείας του (Ζενίθ) όταν βρεθεί πάνω από τον μεσημβρινό του τόπου στον οποίο βρίσκεται ο παρατηρητής. Λέμε τότε ότι ο ήλιος **μεσουρανεί** σε αυτόν τον τόπο, η διαφορετικά ότι αυτός ο τόπος έχει ηλιακό μεσημέρι. Είναι φανερό πως το ηλιακό μεσημέρι δεν ταυτίζεται με το μεσημέρι (ώρα 12:00) που χρησιμοποιούμε στην καθημερινότητα μας παρά μόνο στους τόπους που βρίσκονται στον μεσημβρινό του Γκρίνουιτς και πως ο ήλιος μεσουρανεί ταυτόχρονα σε όλους τους τόπους που βρίσκονται στον ίδιο μεσημβρινό. Με άλλα λόγια, οι τόποι που είναι στον ίδιο μεσημβρινό έχουν ηλιακό μεσημέρι την ίδια χρονική στιγμή. Ονομάζουμε γωνία **ύψους την οξεία γωνία** που σχηματίζουν οι ακτίνες του ήλιου με το οριζόντιο επίπεδο ενός τόπου, **όταν αυτός μεσουρανεί**.

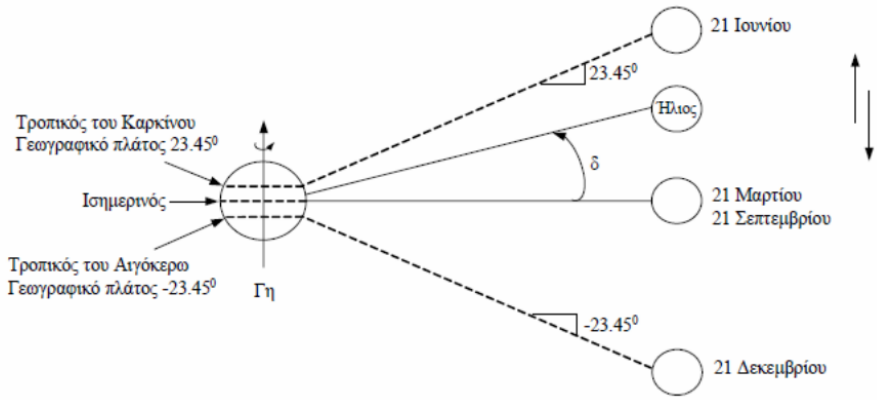
Κατά την περιφορά της γης γύρω από τον ήλιο, ο άξονας περιστροφής της γης δεν είναι κάθετος στο επίπεδο περιφοράς της γης γύρω από τον ήλιο αλλά σχηματίζει γωνία ε =23,45^{o}. εικόνα 1 (Γ. Κατσίγιαννης).



Εικόνα 1: περιφορά της γης γύρω από τον ήλιο

Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα το φαινόμενο των εποχών καθώς η Γη κάνει μια πλήρη περιφορά γύρω από τον ήλιο από τα Δυτικά προς Ανατολικά.

Η Γωνία που σχηματίζει η ευθεία γη-ήλιος με την προβολή της στο επίπεδο του Ισημερινού ονομάζεται **Ηλιακή απόκλιση** και συμβολίζεται με δ. Η απόκλιση, όπως θα αναφέρεται στην εργασία για συντομία, παίρνει τιμές στο διάστημα (-23.45^{o} , +23.45^{o}), όπως φαίνεται στην εικόνα 2 (Γ. Κατσίγιαννης)



Εικόνα 2: Γωνία ηλιακής απόκλισης, δ

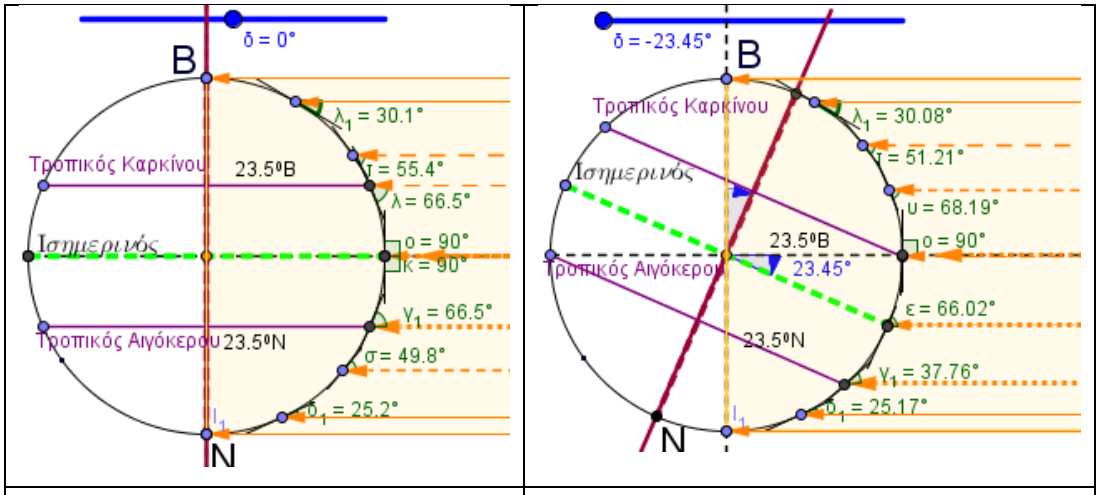
Υπάρχουν πίνακες (Αλμανάκ) που δίνουν την τιμή της γωνίας δ για κάθε μέρα. Μερικές τιμές της φαίνονται στον πίνακα 1. Ηλεκτρονικός σύνδεσμος με ετήσιες τιμές της δ, στο παράρτημα.

Γωνία απόκλισης δ	Ημερομηνία
23.45	22 Ιουνίου
20	21 Μαΐου και 24 Ιουλίου
15	1 Μαΐου και 12 Αυγούστου
10	16 Απριλίου και 28 Αυγούστου
5	3 Απριλίου και 23 Σεπτεμβρίου
0	21 Μαρτίου και 23 Σεπτεμβρίου
-5	1 Μαρτίου και 6 Οκτωβρίου
-10	23 Φεβρουαρίου και 20 Οκτωβρίου
-15	9 Φεβρουαρίου και 3 Νοεμβρίου
-20	21 Ιανουαρίου και 22 Νοεμβρίου
-23.45	22 Δεκεμβρίου

Πίνακας 1

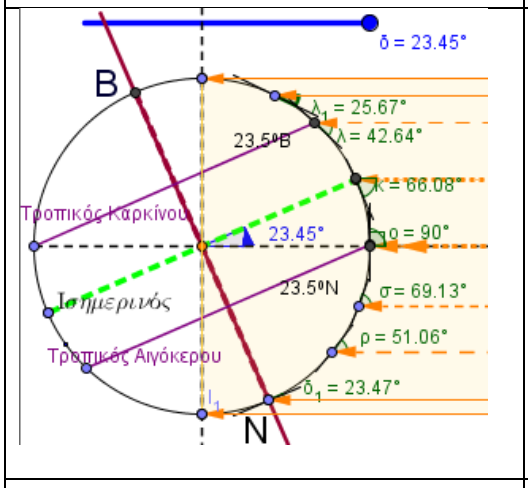
Προκειμένου να διερευνήσουμε πως η μεταβολή της γωνίας δ επιδρά στην τιμή της γωνίας ύψους, κατασκευάζουμε στο ελεύθερο λογισμικό δυναμικής Γεωμετρίας, geogebra, Αρχείο1, (το πρωτόκολλο κατασκευής δίνεται στο παράρτημα) έναν μέγιστο κύκλο που παριστά τον μεσημβρινό ενός τόπου. Σημειώνεται με κόκκινο χρώμα ο άξονας περιστροφής της γης, με πράσινο ο Ισημερινός , και με πορτοκαλί γραμμές οι ακτίνες του ήλιου. Η διακεκομμένη κατακόρυφη γραμμή είναι κάθετη στη διεύθυνση των ακτίνων του ήλιου και διαχωρίζει το ημισφαίριο της γης που φωτίζεται από τον ήλιο (μέρα) από αυτό που δεν βλέπει ήλιο (νύχτα). Το μέρος της γης που φωτίζεται από τον ήλιο είναι αυτό που είναι χρωματισμένο.

Κατασκευάζουμε επίσης έναν δρομέα με τον οποίο θα μεταβάλουμε την τιμή της γωνία δ. Στον πίνακα 2 φαίνεται η γωνία ύψους διαφορετικών τόπων του ίδιου μεσημβρινού για διαφορετικές τιμές της γωνίας δ.

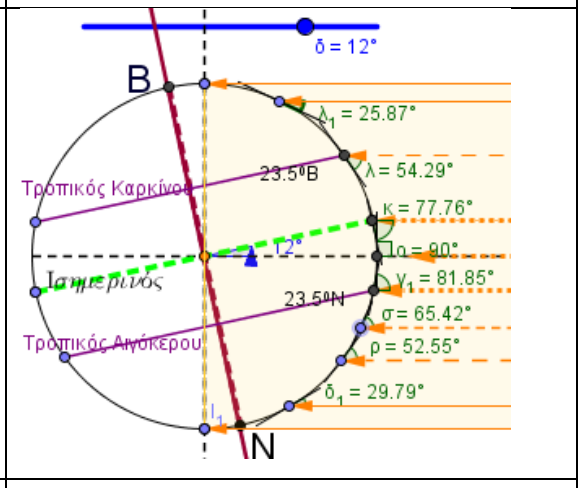


δ=0

δ=-23.45º



δ=23.45º



δ=12º

Πίνακας 2: Γωνία ύψους τόπων του ίδιου μεσημβρινού για διάφορες τιμές της γωνίας δ

Στις 21 ή 22 Μαρτίου καθώς και στις **22 ή 23 Σεπτέμβρη**, είναι δ=0, στις 21-22 Μαρτίου το Βόρειο ημισφαίριο βρίσκεται σε Εαρινή Ισημερία ενώ το Νότιο σε Φθινοπωρινή Ισημερία. Στις 22 -23 Σεπτέμβρη το αντίστροφο (Το βόρειο ημισφαίριο βρίσκεται σε Φθινοπωρινή ενώ το Νότιο σε Εαρινή Ισημερία). Και στις δυο περιπτώσεις

ο ήλιος _____ πέφτει κάθετα στον ισημερινό όταν μεσουρανεί, όπως φαίνεται στο αντίστοιχο σχήμα στον πίνακα 2. Τα δυο ημισφαίρια λαμβάνουν το ίδιο ποσό ακτινοβολίας και η διάρκεια της ημέρα είναι ίδια για όλο τον πλανήτη. Η γωνία ύψους ενός τόπου ελαττώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από τον Ισημερινό, όπως

επιβεβαιώνουν και οι μετρήσεις με το λογισμικό.

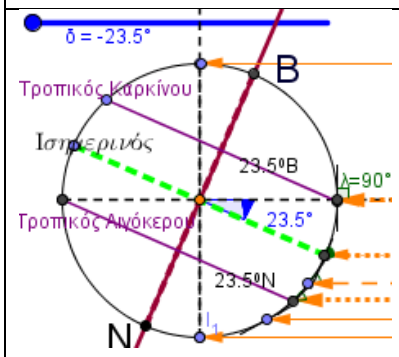
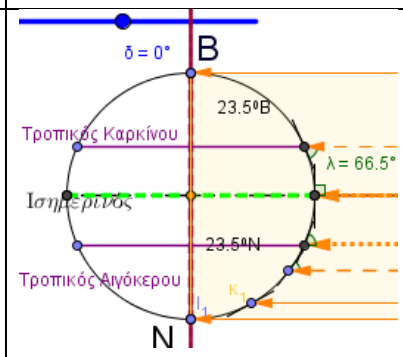
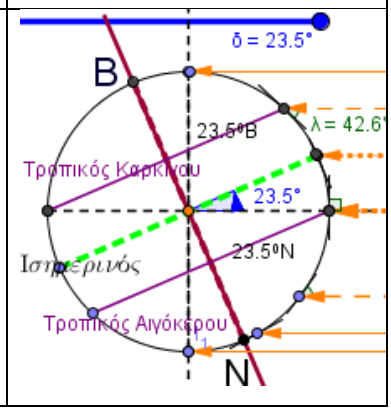
Στις 21 ή 22 Ιουνίου η γωνία δ λαμβάνει τη μικρότερη τιμή της, δ=-23.45^o (μεγαλύτερη κατά απόλυτη τιμή) . Ο Βόρειος πόλος κλίνει προς τον ήλιο. Οι ακτίνες του ήλιου όταν μεσουρανεί, πέφτουν κάθετα στον τροπικό του καρκίνου, ο οποίος λαμβάνει το μεγαλύτερο ποσό ακτινοβολίας. Αυτή την περίοδο το Βόρειο ημισφαίριο βρίσκεται στο Θερινό Ηλιοστάσιο ενώ το Νότιο στο Χειμερινό Ηλιοστάσιο. Στο Βόρειο ημισφαίριο έχουμε τη μεγαλύτερη μέρα ενώ στο Νότιο τη μικρότερη. Έχουμε 24 ώρες μέρα στην Αρκτική και 24 ώρες νύχτα στην Ανταρκτική. Η γωνία ύψους μειώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από τον τροπικό του Καρκίνου. (πίνακας 2)

Στις 21 ή 22 Δεκεμβριου η απόκλιση έχει την μεγαλύτερη τιμή της, δ=+23.45^o, (μεγαλύτερη και σε απόλυτη τιμή). Ο Βόρειος πόλος απομακρύνεται από τον ήλιο. Οι ακτίνες του ήλιου πέφτουν κάθετα στον τροπικό του Αιγόκερου. Στο Βόρειο ημισφαίριο έχουμε Χειμερινό ηλιοστάσιο και στο Νότιο Θερινό. Αυτή την περίοδο έχουμε την μικρότερη μέρα στο Βόρειο ημισφαίριο και την μεγαλύτερη στο Νότιο. Η νύχτα διαρκεί 24 ώρες στην Αρκτική και η μέρα 24 ώρες στην Ανταρκτική. Η γωνία ύψους του τόπου ελαττώνεται καθώς απομακρυνόμαστε από τον Τροπικό του Αιγόκερου, (πίνακας 2). Αλλαγή της τιμής της δ με τη βοήθεια του κέρσορα δείχνει τι συμβαίνει στις ενδιάμεσες καταστάσεις: Τι γίνεται για |δ|<23.45^o. Παρατηρούμε ότι τόποι με γεωγραφικό πλάτος φ=δ, δέχονται τις ακτίνες του ήλιου κάθετα το ηλιακό μεσημέρι ενώ όσο απομακρυνόμαστε από αυτόν τον τόπο πάνω στον ίδιο μεσημβρινό, η γωνία ύψους ελαττώνεται. Στον πίνακα 2 για δ=12° τόποι με φ=δ=12° Νότια δέχονται τον ήλιο κάθετα. Αντίστοιχα συμπεράσματα ισχύουν και αν δ=-12° όπου οι τόποι με φ=δ=12° Βόρεια θα δεχθούν κάθετα την ακτινοβολία. Είναι φανερό πως η γωνία ύψους παίρνει την μέγιστη τιμή της, 90°,

μόνο στους τόπους που βρίσκονται ανάμεσα από τον τροπικό του Καρκίνου και τον τροπικό του Αιγόκερου, την ημέρα που φ=δ. Επίσης παρατηρούμε πως για μια συγκεκριμένη τιμή της απόκλισης δ, η γωνία ύψους εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος του τόπου.

Στη συνέχεια παρατηρούμε τον ίδιο τόπο στις Ισημερίες και τα Ηλιοστάσια. Π.χ τόπος στον τροπικό του καρκίνου, η γωνία ύψους είναι 90° αν έχουμε Θερινό Ηλιοστάσιο στο Βόρειο ημισφαίριο, 66.5^o όταν έχουμε Ισημερία (θερινή ή Φθινοπωρινή) και 42.6^o όταν έχουμε

Χειμερινό Ηλιοστάσιο στο Βόρειο ημισφαίριο. (Πίνακας 3). Την ίδια παρατήρηση κάνουμε και για οποιοδήποτε άλλον τόπο. Παρατηρούμε δηλαδή ότι η γωνία ύψους εξαρτάται και από την τιμή της απόκλισης δ.

Θερινό Ηλιοστάσιο δ =-23.45	Ισημερία δ=0	Χειμερινό Ηλιοστάσιο δ=+23.45
		

Πίνακας 3: Γωνία ύψους του τροπικού του Καρκίνου για διάφορες τιμές της γωνίας δ

Είναι επίσης φανερό πως καθώς η Γη περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της, η γωνία του ύψους είναι ίδια για όλους τους τόπους που βρίσκονται στην ίδια παράλληλο για μια συγκεκριμένη μέρα (δ=σταθερό). Επομένως η απόκλιση δ και το γεωγραφικό πλάτος φ του τόπου είναι δυο παράγοντες που επηρεάζουν την τιμή της γωνίας ύψους.

Η γωνία _____ ύψους κατά τη διάρκεια του ηλιακού μεσημεριού, υπολογίζεται με σύγχρονα εργαλεία με μεγάλη ακρίβεια. Στην αρχαιότητα η μέτρησή της γινόταν με τον αστρολάβο και μετά τον 16^{ο} αιώνα με τον εξάντα. Στο Γυμνάσιο τη μετρήσαμε χρησιμοποιώντας ράβδο 1 μέτρου και τη σκιά της. Στις 15/05/2018 κάναμε μετρήσεις ώσπου να βρούμε τη μικρότερη σκιά. Στις 1.33μμ τοπική ώρα η σκιά είχε τη μικρότερη τιμή της ίση με 37.3cm. Ήταν η στιγμή που είχαμε ηλιακό μεσημέρι στο σχολείο μας. Υπολογίσαμε την εφαπτομένη της γωνίας εφγ=100cm/37.3cm=2.6809 και από τους τριγωνομετρικούς πίνακες την γωνία γ=69.5^{ο} περίπου. Στην κατασκευή μας (Αρχείο 2), που περιγράφεται στη συνέχεια, δίνουμε στη γ την τιμή που βρήκαμε στον τόπο με γεωγραφικό πλάτος φ=39.6^{ο} (του σχολείου μας) και βλέπουμε ότι δ=19^{ο}. Οι πίνακες την 135 μέρα του χρόνου (15/05/2018) δίνουν δ=18.79^{ο} . Αρκετά καλή προσέγγιση μιας και η γωνία βρέθηκε κατά προσέγγιση από τους πίνακες.

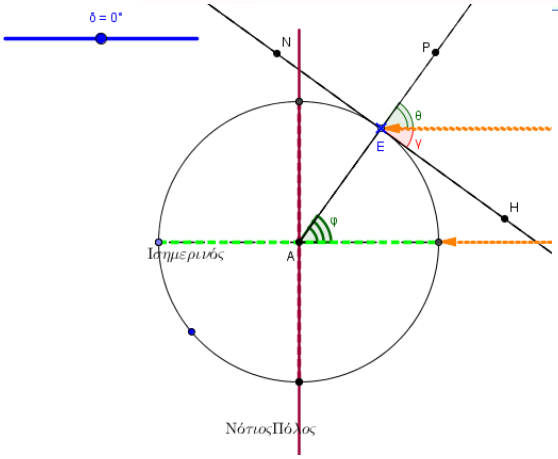
ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ ΣΤΗ ΣΦΑΙΡΑ ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΟΝ ΗΛΙΟ

Υπολογισμός του γεωγραφικού πλάτους με βάση τον ήλιο.

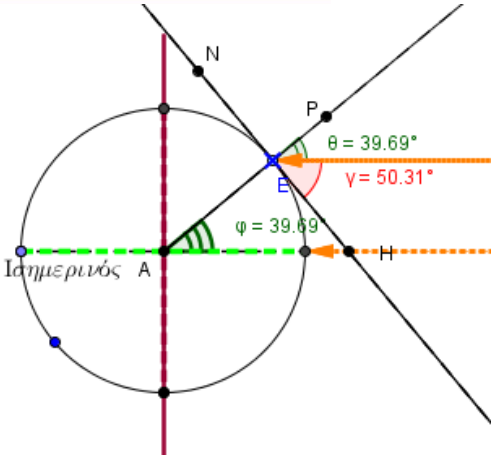
Για να βρούμε τη σχέση της γωνίας ύψους με τη γωνία δ και το γεωγραφικό πλάτος φ, ενός τόπου, θεωρούμε στην κατασκευή μας, (Αρχείο 2, πρωτόκολλο κατασκευής στο Παράρτημα), σημείο Ε που θα παριστά έναν τυχαίο τόπο του μεσημβρινού, γεωγραφικού πλάτους φ (σχήμα 3). Μετακινώντας το σημείο Ε βρισκόμαστε σε οποιαδήποτε θέση στο Βόρειο ή στο Νότιο ημισφαίριο. Η γραμμή ΝΗ είναι το οριζόντιο επίπεδο του τόπου και η ΑΡ είναι η κατακόρυφη του τόπου. Ονομάζουμε γ τη γωνία ύψους όταν ο τόπος είναι στο Βόρειο ημισφαίριο και ν, όταν ο τόπος είναι στο Νότιο. Οι υπολογισμοί θα γίνουν με την συμπληρωματική της γωνίας ύψους που τη συμβολίζουμε με θ (θ=90-γωνία ύψους).

Αν δ=0 οι ακτίνες του ήλιου πέφτουν κάθετα στον Ισημερινό. (σχήμα 3α).

Open Schools Journal
for Open Science

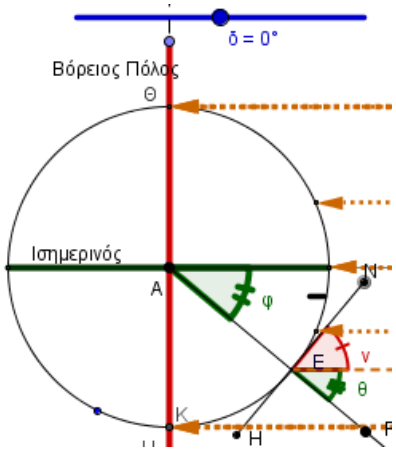


Σχήμα 3α

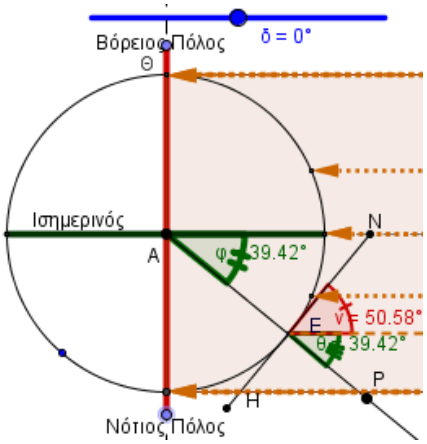


Σχήμα 3β

Είναι **θ=φ** ως εντός- εκτός και επιταυτά των παραλλήλων πορτοκαλί ευθειών (ακτίνες του ήλιου) με τέμνουσα την ΑΡ. Επειδή θ+γ=90° έχουμε φ+γ=90° οπότε **φ=90-γ,** (Ισημερία δ=0, τόπος στο Βόρειο Ημισφαίριο). Π.χ. το σχολείο μας (είναι στο Βόρειο Ημισφαίριο). Υπολογίζουμε τη γωνία των ακτίνων του ήλιου με το οριζόντιο επίπεδο σε περίοδο Ισημερίας (με τη μέθοδο της ράβδου) και είναι γ=50.31° άρα το γεωγραφικό πλάτος φ=90-γ=90° -50.31° =39.69° όπως επιβεβαιώνεται και από το λογισμικό, σχήμα 3β. Η τιμή που δίνεται από το Google Earth είναι 39.658453°. Μετακινούμε το σημείο Ε ώστε ο τόπος να βρεθεί στο Νότιο Ημισφαίριο (Περίοδος Ισημερίας) (σχήμα 4α). Για τον ίδιο λόγο, ισχύει **φ=90-ν.** Οι μετρήσεις επιβεβαιώνονται και από το λογισμικό (σχήμα4β).



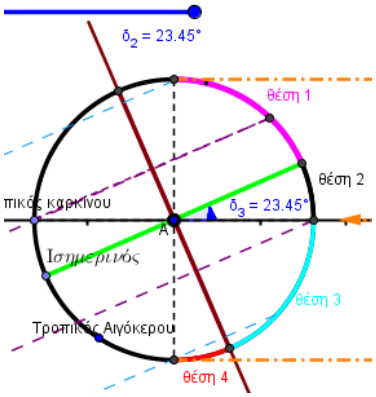
Σχήμα 4α



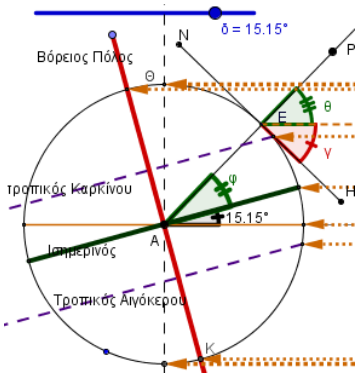
Σχήμα 4β

Αν δ>0 Ο Βόρειος Πόλος απομακρύνεται από τον ήλιο. Είναι η περίοδος μεταξύ Φθινοπωρινής Ισημερίας και Χειμερινού Ηλιοστασίου καθώς και η περίοδος μεταξύ Χειμερινού Ηλιοστασίου και Εαρινής Ισημερίας. Εξετάζουμε την περίπτωση δ=15°. Για την καλύτερη μελέτη χωρίζουμε το μέρος της γης που φωτίζεται από τον ήλιο σε 4 μέρη όπως φαίνεται στο σχήμα 5. Στη θέση 1 (ροζ χρώμα) βρίσκονται οι τόποι του Βόρειου ημισφαιρίου που είναι ανάμεσα στον Ισημερινό και την κατακόρυφη. Οι τόποι πέρα από τη θέση 1 δεν έχουν ήλιο αυτή την περίοδο (Αρκτική). Στη θέση 2 (μαύρο χρώμα) ανήκουν οι τόποι που είναι στο Νότιο ημισφαίριο αλλά πάνω από

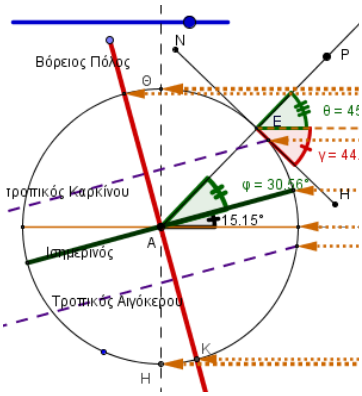
την ευθεία γης- ήλιου (οριζόντια), στη θέση 3 (θαλασσί χρώμα) οι τόποι του Νότιου ημισφαιρίου που είναι ανάμεσα από την ευθεία γης- ήλιου και τον Νότιο Πόλο και στη θέση 4 (κόκκινο χρώμα) οι τόποι του Νότιου ημισφαιρίου ανάμεσα στο Νότιο Πόλο και την κατακόρυφη. Αν ο τόπος Ε βρίσκεται στη θέση 1, σχήμα 6^{α},



Σχήμα 5

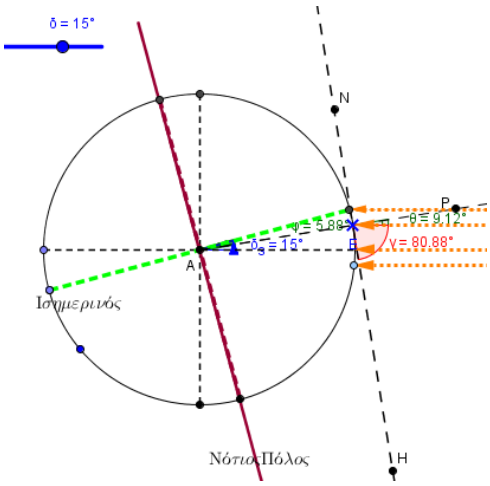


Σχήμα 6α

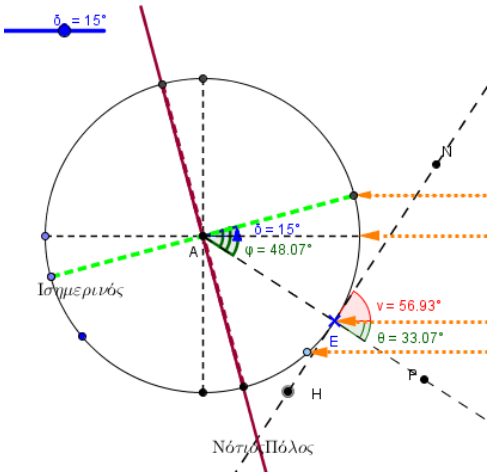


Σχήμα 6β

παρατηρούμε ότι θ=φ+δ ως εντός- εκτός και επιταυτά των πορτοκαλί παραλλήλων γραμμών με τέμνουσα την ΑΡ. Άρα **φ=θ-δ.** Οι υπολογισμοί επιβεβαιώνονται και από τις μετρήσεις του λογισμικού (σχήμα 6β). Αλλάζουμε θέση στο σημείο Ε ώστε ο τόπος να βρεθεί στη θέση 2, σχήμα 7.



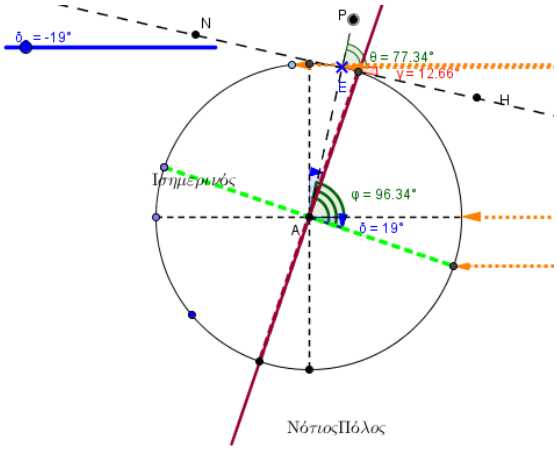
Σχήμα 7



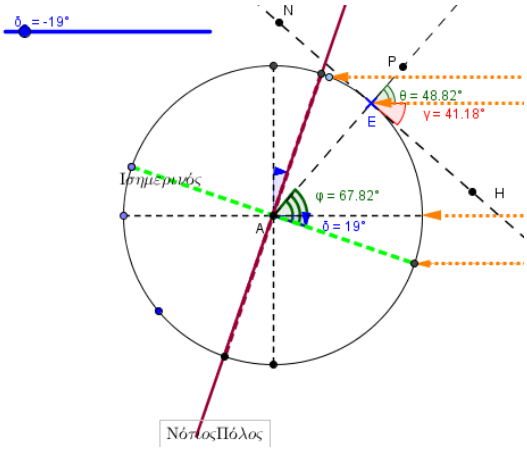
Σχήμα 8

Είναι θ =δ-φ. Άρα **φ=δ-θ**. Οι υπολογισμοί επιβεβαιώνονται από το λογισμικό (σχήμα 7). Από την τιμή της γωνίας δ θα εξαρτηθεί ποιοι από τους τόπους του Νότιου ημισφαίριου με γεωγραφικό πλάτος φ<23.45^{o} θα βρεθούν στη θέση 2. Σίγουρα όμως είναι μεταξύ του Ισημερινού του Τροπικού του Αιγόκερου. Αν ο τόπος Ε βρίσκεται στη θέση 3 (σχήμα 8), υπενθυμίζουμε ότι ν η γωνία ύψους σε αυτή την περίπτωση, παρατηρούμε ότι θ=φ-δ άρα **φ=θ+δ**. Οι υπολογισμοί επιβεβαιώνονται και από τις μετρήσεις του λογισμικού (σχήμα 8). Η ίδια σχέση ισχύει και όταν ο τόπος είναι στη θέση 4.

Αν δ<0 ο Βόρειος Πόλος κλίνει προς τον ήλιο. Είναι η περίοδος μεταξύ Εαρινής Ισημερίας και Θερινού Ηλιοστασίου καθώς και η περίοδος μεταξύ Θερινού Ηλιοστασίου και Φθινοπωρινής Ισημερίας. Στους υπολογισμούς η γωνία δ θα ισούται με την απόλυτη τιμή της. Το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι ο Ισημερινός είναι κάτω από την οριζόντια γραμμή. Η θέση 1 περιλαμβάνει τους τόπους μεταξύ κατακόρυφης και Βόρειου πόλου. Η θέση 2 αυτούς από το Βόρειο Πόλο έως την οριζόντια γραμμή, η θέση 3 από την οριζόντια έως τον Ισημερινό και η θέση 4 από τον Ισημερινό μέχρι την κατακόρυφη γραμμή. Μετακινούμε τον κέρσορα ώστε δ=-19 (τυχαία θέση) και το σημείο Ε ώστε ο τόπος βρίσκεται στη θέση 1 (σχήμα 9), και στη συνέχεια στη θέση 2 (σχήμα 10).

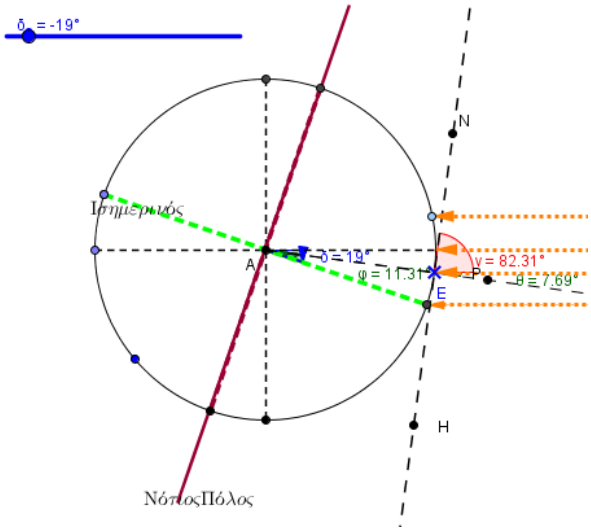


Σχήμα 9

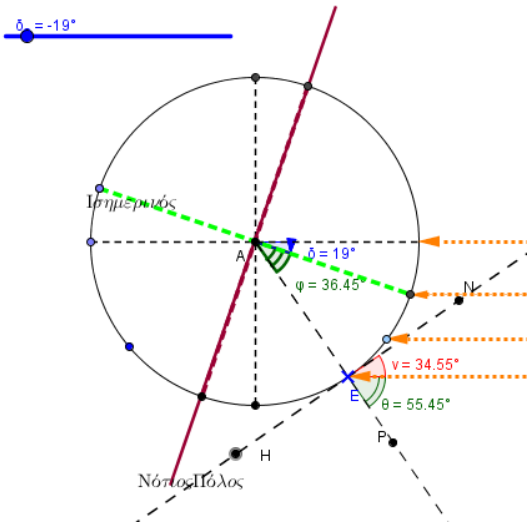


Σχήμα 10

Και στις δυο περιπτώσεις παρατηρούμε ότι θ=φ-δ. Άρα **φ=θ+δ**, όπως επιβεβαιώνεται και από το λογισμικό. Αν ο τόπος είναι στη θέση 3, σχήμα 11, παρατηρούμε ότι



Σχήμα 11



Σχήμα 12

θ=δ-φ λόγω της παραλληλίας. Άρα **φ=δ-θ**. Οι τόποι που μπορεί να βρεθούν στη θέση 3 έχουν γεωγραφικό πλάτος από 0° έως 23.5^o Β δηλ οι τόποι ανάμεσα από τον Ισημερινό και τον τροπικό του καρκίνου. Εξαρτάται από την τιμή της γωνίας δ. Αν ο τόπος είναι στη θέση 4, (Σχήμα 12), παρατηρούμε ότι θ=φ+δ άρα **φ=θ-δ**. Επιβεβαιώνουμε τα αποτελέσματα εμφανίζοντας τις μετρήσεις με το λογισμικό (σχήμα 12). Οι υπολογισμοί μας επαληθεύονται για κάθε δ<0.

Συμπέρασμα

Αν δ>0, (περίοδος μεταξύ Φθινοπωρινής Ισημερίας - Χειμερινού Ηλιοστασίου - Εαρινής Ισημερίας για το Βόρειο ημισφαίριο) για τους τόπους βόρεια της οριζόντιας γραμμής ισχύει ο τύπος **φ=|θ-δ|** ενώ για εκείνους που είναι νότια ο τύπος **φ=θ+δ.** Το αντίστροφο ισχύει για δ<0 (περίοδος μεταξύ Εαρινής Ισημερίας - Θερινού Ηλιοστασίου - Φθινοπωρινής Ισημερίας), για τους τόπους βόρεια της οριζόντιας γραμμής ισχύει ο τύπος **φ=θ+δ** ενώ για αυτούς που είναι νότια ο τύπος **φ=|θ-δ|.** Για δ=0 (Ισημερία), ο τύπος γίνεται **φ=δ** για όλους τους τόπους. Οι τόποι που είναι βόρεια του τροπικού του Καρκίνου είναι φανερό πως είναι βόρεια της οριζόντιας γραμμής για κάθε τιμή της δ. Αντίστοιχα οι τόποι που είναι νότια από τον τροπικό του Αιγόκερου

είναι και νότια της οριζόντιας γραμμής για κάθε δ. Για $\delta \neq 0$, όμως οι τόποι που είναι ανάμεσα από τους δυο τροπικούς βρίσκονται άλλες φορές βόρεια και άλλες νότια της οριζόντιας γραμμής, εξαρτάται από την τιμή της δ κάθε φορά. Πώς θα προσδιορίζουμε τη θέση αυτών των τόπων ώστε να επιλέγουν τον σωστό τύπο κάθε φορά; Παρατηρήσαμε ότι η διεύθυνση της γωνίας ύψους αλλάζει φορά στην οριζόντια γραμμή, όπου γ=90° (η μέγιστη τιμή της). Οι τόποι βόρεια από αυτή έχουν τον ήλιο νότια, οπότε η σκιά των αντικειμένων είναι προς τον Βορά, ενώ οι τόποι νότια από την οριζόντια γραμμή έχουν τον ήλιο βόρεια και η σκιά των αντικειμένων είναι προς τον Νότο. Σημειώνουμε επομένως με πυξίδα τη διεύθυνση του Βορά και παρατηρούμε τη σκιά μιας ράβδου η οποία τοποθετείτε κάθετα στο οριζόντιο επίπεδο του τόπου. Αν η σκιά είναι προς το Βορά ο τόπος θα είναι βόρεια της οριζόντιας γραμμής. Διαφορετικά θα είναι νότια. Αν δεν υπάρχει καθόλου σκιά σημαίνει ότι ο τόπος είναι πάνω στην οριζόντια γραμμή, δέχεται κάθετα την ακτινοβολία, θ=0, και φ=δ.

Υπολογισμός του γεωγραφικού μήκους με βάση τον ήλιο.

Αν λάβουμε υπόψη μας ότι για μια πλήρη περιστροφή, 360° , της γης γύρω από τον άξονά της χρειάζονται 24 ώρες, σε μια ώρα διαγράφεται τόξο ίσο με 360/24=15°. Άρα δυο τόποι που διαφέρουν μεταξύ τους 15° έχουν Ηλιακό μεσημέρι με διαφορά 1 ώρας. Όταν ο ήλιος μεσουρανεί στο Γκρήνουιτς (βρίσκεται στον μεσημβρινό του), η ώρα που δείχνει το ρολόι εκεί είναι 12 το μεσημέρι. Όταν ο ήλιος μεσουρανεί σε έναν τόπο 15° Ανατολικά του Γκρήνουιτς ο τόπος αυτός έχει μεσημέρι και η ώρα Γκρήνουιτς θα είναι 11 πμ. Ενώ αν ο τόπος βρίσκεται 15° Δυτικά του Γκρίνουιτς, η ώρα Γκρίνουιτς θα είναι 1μμ. Για να προσδιορίσουμε το Γεωγραφικό μήκος ενός τόπου πρέπει να γνωρίζουμε την ώρα Γκρίνουιτς και να προσδιορίσουμε την χρονική στιγμή που ο ήλιος μεσουρανεί στον τόπο αυτό. Για παράδειγμα αν τη στιγμή που ο ήλιος μεσουρανεί σε έναν τόπο το ρολόι δείχνει ώρα Γκρίνουιτς 10πμ αυτό σημαίνει ότι χρειάζονται 2 ώρες ακόμη για να βρεθεί ο ήλιος στον μεσημβρινό του Γκρίνουιτς, άρα ο τόπος βρίσκεται 2 επί 15=30° Ανατολικά του Γκρίνουιτς άρα έχει Γεωγραφικό μήκος 30° Α. Προσδιορίσαμε με

αυτόν τον τρόπο το Γεωγραφικό μήκος του Π.Γ. Ζωσιμαίας. Τα δεδομένα που χρησιμοποιούμε (πίνακες 4 και 5) είναι από μετρήσεις που κάναμε με τη συμμετοχή μας στο πρόγραμμα Ερατοσθένης.

Ημερομηνία: 8/12/2013	
Τοπική ώρα	Μήκος σκιάς ράβδου 1μ
12 :00	195.5 cm.
12:10	194.5 cm
12:20	194 cm
12:30	193.7 cm
12:35	193.5 cm
12:40	193.9 cm
12:50	194.2 cm

Πίνακας 4

Ημερομηνία: 06/2013	
Τοπική ώρα	Μήκος σκιάς ράβδου 1μ
13:10	31cm
13:21	30.5 cm
13:30	30 cm
13:38	29.5 cm
13:49	30 cm
14:00	30.5 cm
14:11	31.2 cm

Πίνακας 5

Από τα δεδομένα του πίνακα 4, προκύπτει ότι η μικρότερη σκιά είναι στις 12:35 τοπική ώρα που αντιστοιχεί σε 10:35 ώρα Γκρίνουιτς. Αυτό σημαίνει ότι ο ήλιος θα μεσουρανήσει στο Γκρίνουιτς μετά από 1 ώρα και 25΄. Άρα Το σχολείο μας βρίσκεται Ανατολικά του Γκρίνουιτς και ο ήλιος θα διαγράψει τόξο ίσο με 15° (την 1 ώρα) και 25/60 των 15° (τα 25΄) μέχρι να μεσουρανήσει στο Γκρίνουιτς. Συνολικά: $15 + \frac{25}{60}15 = 15 + \frac{25}{4} = \frac{85}{4} = 21.5^{o}$ που πρέπει να είναι το γεωγραφικό μας μήκος. Η τιμή που πήραμε από το Google Earth είναι 20.845075° . Η απόκλιση είναι 0.654925° αρκετά μικρή αν πάρουμε υπόψη μας ότι οι μετρήσεις δεν έγιναν με μεγάλη ακρίβεια και η απόσταση μεταξύ τους είναι 5΄ (πολύ πιθανό να είχαμε μικρότερη μέτρηση ενδιάμεσα αν οι μετρήσεις ήταν πυκνότερες). Στον πίνακα 5, φαίνεται πως ο ήλιος μεσουρανεί στις 13:38 τοπική ώρα και λαμβάνοντας υπόψη την θερινή ώρα, το ηλιακό μεσημέρι στο Γκρίνουιτς θα είναι 10:38 (τοπική ώρα) που σημαίνει πως είμαστε Ανατολικά του Γκρίνουιτς και σε απόσταση

1 ώρα και 22΄ ηλιακή ώρα άρα ο ήλιος θα χρειαστεί 1 ώρα και 22΄ μέχρι να μεσουρανήσει στο Γκρίνουιτς και θα διαγράψει τόξο 15° για τη 1 ώρα και 22/60 των 15° για τα 22΄ συνολικά $15^o + \frac{22}{60}15^o = 15^o + \frac{22^o}{4} = 15^o + 5.5^o = 20.5^o$. Το σφάλμα στις μετρήσεις περιορίζεται στο 0.345075. Είναι φανερό πως αν οι μετρήσεις γίνουν με μεγάλη ακρίβεια το λάθος θα περιοριστεί ακόμα περισσότερο και θα είναι αμελητέο.

Συμπέρασμα:

Για τον προσανατολισμό μας στη σφαίρα, με βάση τον ήλιο, χρειαζόμαστε: μια πυξίδα, μια ράβδο, τριγωνομετρικούς πίνακες, πίνακες με την τιμή της απόκλισης δ, χαρτί και μολύβι. Βρίσκουμε την ώρα που ο τόπος μας έχει Ηλιακό μεσημέρι με τη μέθοδο της σκιάς της ράβδου (όταν η σκιά έχει το μικρότερο μέγεθος). Με την πυξίδα σημειώνουμε την κατεύθυνση Βοράς-Νότος. Εντοπίζουμε τη θέση του τόπου μας (πάνω η κάτω από την οριζόντια γραμμή) από τη θέση της σκιάς της ράβδου (σκιά προς τον Βορά ή τον Νότο αντίστοιχα). Μετράμε τη σκιά της ράβδου την ώρα του ηλιακού μεσημεριού και υπολογίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ύψους γ, (πηλίκο μήκος ράβδου/ μήκος σκιάς της). Από τους τριγωνομετρικούς πίνακες βρίσκουμε τη γωνία γ, βρίσκουμε επίσης την τιμή της δ από τους αντίστοιχους πίνακες και υπολογίζουμε το γεωγραφικό πλάτος με τον κατάλληλο τύπο. Ακολουθούμε τις αντίστοιχες οδηγίες και για το γεωγραφικό μήκος. Σίγουρα δεν έχει εξαιρετική ακρίβεια έχει όμως ενδιαφέρον και ενεργοποιεί τους μαθητές να μάθουν με βιωματικό τρόπο.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Ευχαριστούμε θερμά τον καθηγητή του τμήματος Μηχανικών Επιστήμης Υλικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, κ^{ον} Καλπακίδη Βασίλειο για την πολύτιμη βοήθειά του, καθώς και την κ. Ελένη Χαρζάβαλου καθηγήτρια Γαλλικών του Πρότυπου Γυμνασίου Ζωσιμαίας Σχολής Ιωαννίνων για τη συνεργασία μας στις μετρήσεις.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] Γιάννης Κατσίγιαννης, Ηλιακή Γεωμετρία, http://ape.chania.teicrete.gr/gr/files/HPIESI_Pres_03_Solar_Geom.pdf. Τελευταία πρόσβαση 14/01/2018.

[2] Σίμος Οικονομίδης, Ηλίας Καλαμπούκας, Άγγελος Τσουμέτης, Γιάννης Τσέτσιλας, Σταύρος Αυγολούπης, Μελέτη της κατανόησης βασικών εννοιών και φαινομένων Αστρονομίας από δασκάλους, Διδασκαλία Φυσικών Επιστημών Έρευνα και Πράξη, Τόμ. 2011, Αρ.36-27 (2011)

[3] **https://www.youtube.com/watch?v=HTy4uZQyFn4,** Οι εποχές στη γη, τελευταία πρόσβαση 14/06/2018.

[4] **https://www.youtube.com/watch?v=ircLt-qvl3M,** Determining Latitude and Longitude from the Sun., Τελευταία πρόσβαση 14/06/2018.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Το πρωτόκολλο των κατασκευών είναι στις παρακάτω διευθύνσεις

Αρχείο1:

https://www.dropbox.com/s/6jlhmzf0mwc8h7f/arxio%201%20gonia%20ipsous.index.html?dl=0 και

Αρχείο 2: https://www.dropbox.com/s/pjvz341yj6xkdw5/index.html?dl=0

Οι Ετήσιες τιμές της ηλιακής απόκλισης δ είναι στη διεύθυνση:

https://www.dropbox.com/s/6wijtv5cid575o1/etisia%20iliaki%20apoklisi.pdf?dl=0