

Παιδαγωγικός Λόγος

Τόμ. 29, Αρ. 1 (2023)

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟΣ ΛΟΓΟΣ



Διδάσκοντας Μαθηματικά σε παιδιά με Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες στο πλαίσιο της Συμπεριληπτικής Εκπαίδευσης

Ιωάννης Ρίζος, Ευάγγελος Φούκας

doi: [10.12681/plogos.35142](https://doi.org/10.12681/plogos.35142)

Copyright © 2024, Ιωάννης Ρίζος, Μαθηματικός, MEd



Άδεια χρήσης [Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

Βιβλιογραφική αναφορά:

Ρίζος Ι., & Φούκας Ε. (2024). Διδάσκοντας Μαθηματικά σε παιδιά με Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες στο πλαίσιο της Συμπεριληπτικής Εκπαίδευσης. *Παιδαγωγικός Λόγος*, 29(1), 11–32. <https://doi.org/10.12681/plogos.35142>

Ιωάννης ΡΙΖΟΣ
Ευάγγελος ΦΟΥΚΑΣ

*Διδάσκοντας Μαθηματικά σε παιδιά με
Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες στο πλαίσιο
της Συμπεριληπτικής Εκπαίδευσης*

doi:<https://doi.org/10.12681/plogos.35142>

Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΕ ΠΑΙΔΙΑ ΜΕ ΕΙΔΙΚΕΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΕΣ ΑΝΑΓΚΕΣ (ΕΕΑ) αποτελεί πρόκληση για τη σύγχρονη εκπαιδευτική κοινότητα. Παιδιά με δυσλεξία, με σύνδρομο Άσπεργκερ, με σχολικό άγχος κ.ά., αποτελούν μερικές μόνο από τις ομάδες ατόμων που έχουν ΕΕΑ. Ωστόσο, ελάχιστες είναι οι έρευνες που εστιάζουν στη διδασκαλία μαθηματικών ενοτήτων σε παιδιά πρωτοβάθμιας και δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης με ΕΕΑ τόσο σε ελληνικό όσο και σε διεθνές επίπεδο. Ο εκπαιδευτικός της σύγχρονης τάξης οφείλει να χρησιμοποιεί καινοτόμες τεχνικές διδασκαλίας και σύγχρονες παιδαγωγικές πρακτικές, ώστε να προσελκύει το ενδιαφέρον όλων των παιδιών, χωρίς αποκλεισμούς και διακρίσεις, στο πλαίσιο της εκπαίδευσης για όλους, μιας συμπεριληπτικής εκπαίδευσης (Tzagkarakí et al., 2021; Williamson & Eynon 2020; Shaeffer, 2019; UNICEF, 2017). Το σχολείο του 21^{ου} αιώνα απαιτείται να έχει συμπεριληπτικό χαρακτήρα, ώστε να φοιτούν σε αυτό όλα τα παιδιά δίχως προκαταλήψεις για της ΕΕΑ της, το φύλο της, το χρώμα της, τη θρησκεία της κλπ. (Materchera, 2020; Sapon-Shevin, 2017; Scanlon et al., 2022).

Από την άλλη μεριά, η αξιοποίηση οπτικών βοηθημάτων και λογισμικών (Geogebra, Cabri Geometry, The Geometer's Sketchpad κ.ά.) για τη διδασκαλία των Μαθηματικών, έχει ξεκινήσει ήδη από το 1980, επιφέροντας σημαντικές αλλαγές στον τρόπο διδασκαλίας και μάθησης των Μαθηματικών σε διεθνές επίπεδο. Πιο συγκεκριμένα, τα παιδιά με τη χρήση

των οπτικών βοηθημάτων και λογισμικών αποκτούν ενεργό ρόλο στην εκπαιδευτική διαδικασία, διατυπώνουν και ελέγχουν εικασίες και, υπό προϋποθέσεις, έχουν καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα (Mlotshwa et al., 2020; Demitriadou et al., 2020; Rizos & Gkrekas, 2023b; Zhong & Xia, 2020). Σε γενικότερο πλαίσιο, η χρήση των Τεχνολογιών Πληροφορικής και Επικοινωνιών (ΤΠΕ), της οποίες περιλαμβάνονται τα οπτικά βοηθήματα και τα υπολογιστικά περιβάλλοντα δυναμικής γεωμετρίας, κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας των Μαθηματικών έχει θετικά μαθησιακά αποτελέσματα και προωθεί την εις βάθος κατανόηση (Gómez-García et al., 2020; Venkatraman et al., 2019; Attard & Holmes, 2022).

Η χρήση χειραπτικού υλικού στη διδασκαλία των Μαθηματικών αποτελεί μια αποτελεσματική πρακτική, αφού ο μαθητής μπορεί να αγγίξει, να κρατήσει και να αισθανθεί το υλικό που χρησιμοποιείται κατά τη διάρκεια του μαθήματος, με αποτέλεσμα ο εκπαιδευτικός να μην είναι, πλέον, στο επίκεντρο (Quigley, 2021; Johnson et al., 2020), ενώ ταυτόχρονα οι διδασκόμενοι έχουν τη δυνατότητα να κατανοήσουν σε βάθος της μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες (Johnson & Olanoff, 2020; Reyes et al., 2019; Saclarides & Munson, 2021).

Στην παρούσα εργασία γίνεται περιγραφή δύο συμπεριληπτικών διδακτικών παρεμβάσεων που υλοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους 2022-2023 στο πλαίσιο της διδασκαλίας του μαθήματος των Μαθηματικών σε δύο διαφορετικά σχολεία. Η πρώτη παρέμβαση υλοποιήθηκε σε Ενιαίο Ειδικό Επαγγελματικό Γυμνάσιο-Λύκειο (ΕΝΕΕΓΥ-Λ) σε παιδιά της Δ΄ Γυμνασίου με Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες (ΕΜΔ) και η δεύτερη παρέμβαση υλοποιήθηκε σε Γενικό Γυμνάσιο σε ένα παιδί με σύνδρομο Άσπεργκερ, το οποίο φοιτούσε στην Β΄ Γυμνασίου.

Στην πρώτη διδακτική της παρέμβαση χρησιμοποιήθηκε ένα σύγχρονο οπτικό βοήθημα, ο “Ευκλείδης του Byrne”, για τη διδασκαλία της πρότασης της Ευκλείδειας Γεωμετρίας σε παιδιά με ΕΜΔ. Στα αποτελέσματα που προέκυψαν φαίνεται η θετική επίδραση που είχε η χρήση του εν λόγω οπτικού βοηθήματος σε όλα τα παιδιά της τάξης. Στη δεύτερη διδακτική της παρέμβαση χρησιμοποιήθηκαν πραγματικά και λεκτικά προβλήματα με την ταυτόχρονη χρήση χειραπτικού υλικού για τη διδασκαλία προβλημάτων αναλογίας σε μαθητή με σύνδρομο Άσπεργκερ. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν και από αυτή τη διδακτική παρέμβαση ήταν θετικά.

Βασικός σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να περιγράψουμε της παραπάνω συμπεριληπτικές παρεμβάσεις και να παραθέσουμε της εμπειρίες της και καλές πρακτικές διδασκαλίας, της αυτές προέκυψαν από την

υλοποίηση των εν λόγω παρεμβάσεων, με την προοπτική να αξιοποιηθούν στο πλαίσιο της διδασκαλίας των Μαθηματικών στο νέο συμπεριληπτικό σχολείο. Πιο συγκεκριμένα, ο “Ευκλείδης του Byrne” και η χρήση χειραπτικού υλικού φαίνεται πως αποτελούν χρήσιμα εργαλεία για τη διδασκαλία ενοτήτων των Μαθηματικών, προσελκύοντας το ενδιαφέρον όλων των παιδιών για το μάθημα, χωρίς διακρίσεις και αποκλεισμούς.

Θεωρητικό πλαίσιο

Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες

Ο όρος Ειδικές Εκπαιδευτικές Ανάγκες (ΕΑΑ) αναφέρεται στα άτομα που εμφανίζουν συναισθηματικές, κοινωνικές και γνωστικές δυσκολίες, καθώς και παραβατική συμπεριφορά που οφείλεται σε κακοποίηση, ενδοοικογενειακή βία και γονεϊκή παραμέληση (Voukelatou, 2022). Πιο συγκεκριμένα, μαθητές με Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες (ΕΜΔ), με Γενικευμένες Μαθησιακές Δυσκολίες (ΓΜΔ), με Διαταραχή Αυτιστικού Φάσματος (ΔΑΦ), με νοητική αναπηρία, με προβλήματα όρασης και ακοής, με Διαταραχή Διάσπασης Προσοχής-Υπερκινητικότητα (ΔΕΠ-Υ), με συναισθηματικές διαταραχές (κατάθλιψη, διπολική διαταραχή, αγχώδεις διαταραχές κ.ά.), που δεν γνωρίζουν τη γλώσσα της χώρας φιλοξενίας κ.λπ. ανήκουν σε υποομάδες του συνόλου των παιδιών με ΕΕΑ.

Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες

Ο όρος Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες (ΕΜΔ) αναφέρεται στις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν τα παιδιά στην κατανόηση του προφορικού λόγου, στη γραφή, στην ορθογραφία και στα Μαθηματικά (Horbach et al., 2020). Πιο συγκεκριμένα, τα παιδιά με ΕΜΔ παρουσιάζουν χαμηλές ακαδημαϊκές επιδόσεις, γεγονός που δεν οφείλεται στο χαμηλό νοητικό τους επίπεδο ή σε ενδεχόμενα αισθητηριακά προβλήματα (Snowling et al., 2020). Σύμφωνα με την τελευταία, πέμπτη έκδοση του Διαγνωστικού και Στατιστικού Εγχειριδίου Ψυχικών Διαταραχών (Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders, DSM-V), οι ΕΜΔ αποτελούν μία νευροαναπτυξιακή διαταραχή που σχετίζεται με την αλληλεπίδραση γενετικών και περιβαλλοντικών παραγόντων και έχει βιολογική προέλευση (Kishore et al., 2021). Οι ΕΜΔ περιλαμβάνουν τη δυσλεξία, τη δυσγρα-

φία και τη δυσαριθμησία (Patil et al., 2022), και εντοπίζονται σε διπλάσια περίπου συχνότητα στα αγόρια σε σχέση με τα κορίτσια (Chordia et al., 2020). Το ποσοστό εμφάνισης των παιδιών με ΕΜΔ, ανάλογα και με τον τρόπο μέτρησης, κυμαίνεται από 5 έως 15% (Büber et al., 2020).

Πιο συγκεκριμένα...

Η *δυσλεξία* αποτελεί μια ΕΜΔ η οποία αναφέρεται στις δυσκολίες που αντιμετωπίζει το παιδί στον προφορικό και στον γραπτό λόγο, χωρίς να υπάρχει έλλειμμα νοημοσύνης (Supriatna & Ediyanto, 2022). Τα παιδιά με δυσλεξία δυσκολεύονται στην εκτέλεση προφορικών οδηγιών και στην κατανόηση γραπτών κειμένων (Keelor et al., 2023). Το ποσοστό εμφάνισης της δυσλεξίας σε παιδιά σχολική ηλικίας σε παγκόσμιο επίπεδο είναι 10-15% (Parmar et al., 2021).

Η *δυσγραφία* αποτελεί μία νευροαναπτυξιακή διαταραχή της γραφής και της γραπτής έκφρασης (Kalenjuk et al., 2022) και εμφανίζεται κυρίως σε παιδιά που έχουν μέσο ή ανώτερο δείκτη νοημοσύνης (Chordia et al., 2019). Το φαινόμενο της δυσγραφίας παρατηρείται σε συχνότητα 8-10% σε παιδιά σχολικής ηλικίας παγκοσμίως (Hen-Herbst & Rosenblum, 2022), ενώ δεν εμφανίζεται σαν μεμονωμένη διαταραχή αλλά συνήθως σε συννοσηρότητα με τη δυσλεξία (Rahim & Jamaludin, 2019).

Η *δυσαριθμησία* αποτελεί μία νευροαναπτυξιακή διαταραχή η οποία χαρακτηρίζεται από διαταραχές στις αριθμητικές δεξιότητες και στην κατανόηση αριθμητικών πληροφοριών (Cuskelly & Faragher, 2019). Τα παιδιά με δυσαριθμησία αντιμετωπίζουν δυσκολίες σε όλους τους τομείς της αριθμητικής, όπως στην εκτέλεση αριθμητικών πράξεων, στην επίλυση λεκτικών προβλημάτων, στην ανάκληση πληροφοριών κ.ά. (Haberstroh & Körne, 2019).

Η *Διαταραχή Αυτιστικού Φάσματος* (ΔΑΦ) αναφέρεται σε παιδιά που παρουσιάζουν διαταραχές στην επικοινωνία με το κοινωνικό τους περιβάλλον, εκδηλώνουν επαναλαμβανόμενες συμπεριφορές, έχουν ενδιαφέροντα για συγκεκριμένες θεματικές και εμφανίζουν αισθητηριακά ελλείμματα (Lord et al., 2020). Τα παιδιά με ΔΑΦ πολλές φορές εμφανίζουν και νοητική στέρηση με αποτέλεσμα να έχουν πιο περιορισμένες κοινωνικές δεξιότητες σε σχέση με τα παιδιά που εμφανίζουν μόνο ΔΑΦ (Sygiourou et al., 2018).

Το *Σύνδρομο Άσπεργκερ* αποτελεί μία νευροαναπτυξιακή διαταραχή η οποία εμπεριέχεται, πλέον, στη ΔΑΦ σύμφωνα με το DSM-V (Mirkonis & Gerardin, 2019). Το παιδί με σύνδρομο Άσπεργκερ παρουσιάζει δυ-

σκολίες στις κοινωνικές του δεξιότητες και στην επικοινωνία του με τους άλλους (Woodbury-Smith & Volkmar, 2009), καθώς και στερεοτυπικές συμπεριφορές, περιορισμένα ενδιαφέροντα και αρκετές ρουτίνες (Weiss et al., 2017), ενώ παράλληλα εμφανίζει ελλείμματα στις αναγνωστικές του δεξιότητες (Pekleri et al., 2019).

Τα παιδιά δευτεροβάθμιας και τριτοβάθμιας εκπαίδευσης αντιμετωπίζουν μία σειρά από στρεσογόνους παράγοντες που σχετίζονται με τις ακαδημαϊκές επιδόσεις τους (Pascos et al., 2020). Το *σχολικό άγχος* σχετίζεται με τη σχολική επίδοση του παιδιού και την αλληλεπίδρασή του με τους εκπαιδευτικούς (Moksnes et al., 2016). Τα συμπτώματα του σχολικού άγχους είναι σωματικοί πόνοι, δυσκολίες στον ύπνο και ενδείξεις κατάρτισης (MacLean et al., 2013).

Η Ελληνική Εκπαιδευτική Πραγματικότητα

Τα Μαθηματικά διδάσκονται στο Γυμνάσιο τέσσερις ώρες την εβδομάδα – τρεις ώρες Άλγεβρα και μία ώρα Γεωμετρία. Το σχολικό βιβλίο είναι, ακόμα, μοναδικό και αποτελείται από δύο μέρη: την Άλγεβρα και τη Γεωμετρία. Το Αναλυτικό Πρόγραμμα είναι κοινό για όλα τα σχολεία και στην αρχή κάθε σχολικού έτους δίνονται οδηγίες από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής (ΙΕΠ) για την ύλη του μαθήματος, τις ώρες που θα αφιερωθούν σε κάθε διδακτική ενότητα και τις ασκήσεις στις οποίες θα δοθεί βάρος. Εξαιρέση αποτελούν τα Εργαστήρια Ειδικής Επαγγελματικής Εκπαίδευσης και Κατάρτισης (ΕΕΕΕΚ), τα οποία δεν ακολουθούν συγκεκριμένο Αναλυτικό Πρόγραμμα λόγω της ιδιαίτερης φύσης τους.

Βασικός σκοπός της διδασκαλίας του μαθήματος των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο είναι τα νέα παιδιά να μπορέσουν να αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη και τη λογική μέσα από την εμπλοκή τους με βασικές μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες (εξισώσεις, συναρτήσεις, Ευκλείδεια Γεωμετρία, επίλυση προβλημάτων κ.ά.). Άλλωστε, μέσα από την ενασχόληση με τα Μαθηματικά οι μαθητές και οι μαθήτριες έχουν τη δυνατότητα όχι μόνο να αναπτύξουν την κριτική τους σκέψη αλλά και να ενισχύσουν τη δημοκρατική τους φύση (Vithal & Skovsmose, 1997).

Ωστόσο, η διδασκαλία και μάθηση των Μαθηματικών στην πράξη έχει έναν μάλλον *φορμαλιστικό χαρακτήρα*, δηλαδή η προσοχή δίνεται σε τεχνικές επίλυσης θεωρητικών ασκήσεων και στην απομνημόνευση τύπων και αλγορίθμων (Rizos & Adam, 2022), ενώ τις περισσότερες φορές το

παιδαγωγικό μοντέλο που ακολουθείται είναι αυτό του δασκαλοκεντρισμού. Απουσιάζουν *προβλήματα ανοιχτού τύπου*, δηλαδή προβλήματα ανοιχτά στην ερμηνεία των καταστάσεων που περιγράφουν, επιδεικτικά πολλαπλών σωστών απαντήσεων και στρατηγικών (Rizos & Gkrekas, 2023a). Απόρροια των παραπάνω καταστάσεων είναι ο περιορισμός της μαθηματικής σκέψης και ο αποκλεισμός πολλών παιδιών από την εκπαιδευτική διαδικασία.

Συμπεριληπτική Εκπαίδευση

Στα τέλη της δεκαετίας του '80 – στις αρχές της δεκαετίας του '90, εμφανίζεται ο όρος *συμπερίληψη* στα εκπαιδευτικά δρώμενα (Florian, 2019). Το 1994, στη Σαλαμάνκα της Ισπανίας, πραγματοποιήθηκε μία παγκόσμια διάσκεψη για την ειδική αγωγή (UNESCO, 1994). Στα αποτελέσματα εκείνης της διάσκεψης, γνωστά και ως “Διακήρυξη της Σαλαμάνκα” (The Salamanca Statement and Framework for Action on Special Needs Education), δόθηκε προτεραιότητα σε μία πολιτική η οποία θα άρει του αποκλεισμούς και τις διακρίσεις και θα επιτρέψει σε όλα τα παιδιά ανεξαρτήτως χρώματος, θρησκείας, εκπαιδευτικών αναγκών κ.ά. να συμμετάσχουν με ισότιμο τρόπο στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Πιο συγκεκριμένα, η *συμπεριληπτική εκπαίδευση* (inclusive education) προωθεί ένα *σχολείο για όλους* και εξοβελίζει τον αποκλεισμό των παιδιών από την εκπαιδευτική διαδικασία (Shaeffer, 2019). Ωστόσο, για να εφαρμοσθεί, είναι απαραίτητο να υπάρχουν τρεις προϋποθέσεις: η δημιουργία κουλτούρας συμπερίληψης, η διαμόρφωση πολιτικής συμπερίληψης και η προώθηση συμπεριληπτικής πρακτικής (Paseka & Schwab, 2020). Πιο συγκεκριμένα, η καλλιέργεια συμπεριληπτικής κουλτούρας αναφέρεται στους εκπαιδευτικούς, στα παιδιά, στους γονείς και στον κοινωνικό περίγυρο, η υιοθέτηση πολιτικής συμπερίληψης έχει στόχο την υιοθέτηση κατάλληλων πολιτικών από όλα τα μέλη της εκπαιδευτικής κοινότητας, και τέλος η προώθηση πρακτικών συμπερίληψης στοχεύει στην κινητοποίηση όλων των μελών της σχολικής και της τοπικής κοινωνίας για την εφαρμογή της συμπερίληψης.

Τα πλεονεκτήματα και τα οφέλη της συμπεριληπτικής εκπαίδευσης αφορούν όλα τα παιδιά, είτε έχουν είτε όχι ΕΜΔ, το εκπαιδευτικό προσωπικό αλλά και το κοινωνικό περιβάλλον (Krischler et al., 2019). Επίσης, η εφαρμογή της συμπεριληπτικής εκπαίδευσης μειώνει την πιθανό-

τητα “ταμπελοποίησης” του παιδιού (Love & Beneke, 2021). Πιο συγκεκριμένα, όταν ένα παιδί με ΕΜΔ βρίσκεται στο γενικό σχολείο, αποτρέπεται η κατηγοριοποίησή του και ενισχύεται η αυτοπεποίθησή του (Demetriou, 2020). Για να υλοποιηθούν, ωστόσο, όλα τα παραπάνω απαιτείται η επιμόρφωση του εκπαιδευτικού προσωπικού σε θέματα ειδικής αγωγής και εκπαίδευσης αλλά και συμπεριληπτικής εκπαίδευσης, έτσι ώστε να είναι σε θέση να βοηθήσει πραγματικά όλα τα παιδιά της τάξης (Miesera et al., 2019).

Για την ανάπτυξη πρακτικών συμπερίληψης και την προώθηση της συμπεριληπτικής εκπαίδευσης είναι απαραίτητη η ανάπτυξη συνεργασίας όλων των φορέων εκπαιδευτικής πολιτικής (Ainscow, 2020). Πιο συγκεκριμένα, η συνεργασία των εκπαιδευτικών μεταξύ τους καθώς και με τον διευθυντή της σχολικής μονάδας, προωθεί και κατ’ επέκταση τη συνεργασία του σχολείου με το ευρύτερο κοινωνικό σύνολο προάγοντας πρακτικές συμπερίληψης. Τέλος, η διαφοροποιημένη διδασκαλία, η εξατομικευμένη υποστήριξη του κάθε παιδιού και η ομαδοσυνεργατική μάθηση αποτελούν κάποιες από τις προσαρμογές της διδασκαλίας που απαιτούνται να υλοποιηθούν στο πλαίσιο της συμπεριληπτικής εκπαίδευσης (Kurniawati, 2021).

Η Παιδαγωγική και Διδακτική μας Προσέγγιση

Όπως είναι γνωστό, πρακτικές συμπεριληπτικής εκπαίδευσης αποτελούν η χρήση των εφαρμογών της τεχνολογίας (Paseka & Schwab, 2020), η χρήση χειραπτικού υλικού κατά τη διάρκεια του μαθήματος (Peltier et al., 2020) κ.ά. Έτσι, στο πλαίσιο της σχολικής τάξης, εφαρμόσαμε συμπεριληπτικές πρακτικές για τη διδασκαλία μαθηματικών εννοιών, οι οποίες βασίζονταν στη χρήση χειραπτικού υλικού και τη χρήση Τ.Π.Ε., ώστε να προκαλέσουμε την ενεργό συμμετοχή όλων των μαθητών και των μαθητριών στη μαθησιακή διαδικασία. Στόχος της προσέγγισής μας δεν ήταν απλώς «μια εκπαίδευσης χωρίς αποκλεισμούς» γενικόλογα και αφηρημένα, αλλά μια προσπάθεια να διερευνήσουμε τα περιθώρια προσαρμογής του Curriculum των Μαθηματικών στα ενδιαφέροντα, την κουλτούρα και τις ανάγκες των παιδιών.

Γνωρίζοντας από την εμπειρία μας στη Δευτεροβάθμια και την Τριτοβάθμια εκπαίδευση, καθώς και από συζητήσεις με εκπαιδευτικούς, ότι πολλές φορές το άγχος «να βγει η ύλη» οδηγεί σε επιλογές που δεν ευνο-

ούν την αξιοποίηση των Τ.Π.Ε. και του χειραπτικού υλικού κατά τη διάρκεια των μαθημάτων, θελήσαμε να εξετάσουμε και να προτείνουμε καλές συμπεριληπτικές πρακτικές στους/στις συναδέλφους και ταυτόχρονα τη δυνατότητα στα παιδιά με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες (ή στα παιδιά που προέρχονται από άλλες χώρες και δεν γνωρίζουν σε καλό επίπεδο την ελληνική γλώσσα) να μπορούν να συμμετάσχουν ισότιμα στη μαθησιακή διαδικασία.

Η Εμπειρία της Έρευνας

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζουμε δύο διδακτικές παρεμβάσεις που σχεδιάσαμε και υλοποιήσαμε το σχολικό έτος 2022-2023 και οι οποίες είχαν θετικά μαθησιακά αποτελέσματα. Η πρώτη σχετίζεται με τη διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας με τη χρήση ενός νέου οπτικού βοηθήματος και η άλλη αναφέρεται στη διδασκαλία πραγματικών προβλημάτων αναλογίας και ψευδοαναλογίας σε έναν μαθητή με σύνδρομο Άσπεργκερ.

Η διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας με τη χρήση του “Ευκλείδη του Byrne”

Η πρώτη μας συμπεριληπτική διδακτική παρέμβαση υλοποιήθηκε σε Ενιαίο Ειδικό Επαγγελματικό Γυμνάσιο – Λύκειο (ΕΝΕΕΓΥ-Λ) και συγκεκριμένα σε έξι παιδιά με ΕΜΔ (δυσλεξία, σχολικό άγχος κ.ά.) που φοιτούσαν στο ένα από τα δύο τμήματα της Δ΄ Γυμνασίου (στο ΕΝΕΕΓΥ-Λ υπάρχουν τέσσερις τάξεις Γυμνασίου και τέσσερις τάξεις Λυκείου), το χρονικό διάστημα Δεκέμβριος 2022 – Ιανουάριος 2023. Η διδασκαλία μας διήρκεσε πέντε διδακτικές ώρες και ήταν εστιασμένη στην απόδειξη της Πρότασης 1.5 των *Στοιχείων* του Ευκλείδη (Στα ισοσκελή τρίγωνα οι γωνίες της βάσης είναι ίσες μεταξύ τους και εάν προεκταθούν οι ίσες πλευρές σχηματίζουν κάτω από τη βάση γωνίες ίσες) που περιλαμβάνεται στη διδακτική ενότητα “Ισότητα Τριγώνων” του σχολικού βιβλίου, με τη χρήση του “Ευκλείδη του Byrne”.¹

¹ Ο “Ευκλείδης του Byrne” αποτελεί ένα οπτικό βοήθημα που δημιουργήθηκε από τον άγγλο μηχανικό Oliver Byrne. Στα πρώτα έξι βιβλία των *Στοιχείων* που δημοσιεύθηκαν το 1847 στο Λονδίνο, ο Byrne χρησιμοποίησε χρώματα και σύμβολα για να αντικαταστήσει τις λέξεις και τις εξισώσεις που υπήρχαν στο πρωτότυπο έργο του Ευκλείδη. Το

Στο πρώτο στάδιο της διδακτικής μας παρέμβασης, παρουσιάσαμε στον διαδραστικό πίνακα το διαδικτυακό βοήθημα “Ο Ευκλείδης του Byrne”, γεγονός που προκάλεσε τον ενθουσιασμό όλων των παιδιών της τάξης. Εδώ είναι σκόπιμο να αναφερθεί ότι σε όλη τη σχολική χρονιά τα παιδιά διακατέχονταν από άγχος κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας των Μαθηματικών με τον παραδοσιακό τρόπο, λόγω της δυσκολίας τους να κατανοήσουν τις εκφωνήσεις των ασκήσεων και τον τρόπο επίλυσής τους (με τη χρήση μαθηματικών συμβόλων κ.λπ.). Στη συνέχεια, χωρίσαμε τα παιδιά σε δύο ομάδες των τριών ατόμων η κάθε μία και παρουσιάσαμε στην κάθε ομάδα την απόδειξη της πρότασης 1.5 των *Στοιχείων* του Ευκλείδη στον διαδραστικό πίνακα και στον μαυροπίνακα εναλλάξ. Στο στάδιο αυτό, κάποια παιδιά που δυσκολεύονταν στα Μαθηματικά και δεν συμμετείχαν γενικότερα στο μάθημα, επέδειξαν αυξημένο ενδιαφέρον και ενεργό εμπλοκή κατά τη διάρκεια της απόδειξης με τον “Ευκλείδη του Byrne”, και μάλιστα ένα από τα παιδιά δήλωσε με ενθουσιασμό: «Κύριε, πρώτη φορά στη Γεωμετρία καταλαβαίνω τι πρέπει ακριβώς να αποδείξω. Τα χρώματα με βοήθησαν να το καταλάβω. Τα γράμματα και τα σύμβολα στα Μαθηματικά πάντα με δυσκόλευαν».

Την τελευταία ώρα της διδακτικής μας παρέμβασης συζητήσαμε με τα παιδιά για τις εντυπώσεις τους σχετικά με τον “Ευκλείδη του Byrne”. Όλα μας είπαν ότι ενθουσιάστηκαν και θα ήθελαν από εδώ και στο εξής το μάθημα της Γεωμετρίας να γίνεται με το συγκεκριμένο οπτικό βοήθημα. Πιο ειδικά, τα παιδιά ανέφεραν ότι κατάλαβαν ακριβώς τα ζητούμενα της απόδειξης και την αποδεικτική διαδικασία, διότι οι λέξεις και τα μαθηματικά σύμβολα αντικαταστάθηκαν από χρώματα και οπτικές αναπαραστάσεις. Για την πληρότητα της έρευνας πήραμε προσωπικές συνεντεύξεις και από τα έξι παιδιά, ενώ για την ανάλυση των δεδομένων χρησιμοποιήσαμε τη μέθοδο της ανάλυσης περιεχομένου.

Με στόχο να απαντήσουμε στο βασικό ερευνητικό ερώτημα που είχαμε θέσει, αν δηλαδή ο “Ευκλείδης του Byrne” μπορεί να αποτελέσει αποτελεσματική διδακτική μέθοδο για τη διδασκαλία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, αναρτήσαμε στην εκπαιδευτική πλατφόρμα e-class μία παρόμοια με την απόδειξη της Πρότασης 1.5 άσκηση και ζητήσαμε από τα παιδιά να επιλέξουν τον τρόπο που θα την έλυναν στο σπίτι (με τον “Ευκλείδη του Byrne” ή με την παραδοσιακή μέθοδο). Στην επόμενη συνάντηση

2018 ο “Ευκλείδης του Byrne” μεταφέρθηκε σε ηλεκτρονική μορφή από τον σχεδιαστή ιστοσελίδων Nicholas Rougeux, και μεταφράστηκε στα ελληνικά από τον Λέκτορα του ΠΑ.Δ.Α. Σωτήριο-Θεοφάνη Καραλή (βλ. Καραλής κ.ά., 2022).

διαπιστώσαμε ότι όλα τα παιδιά είχαν επιλέξει τον “Ευκλείδη του Byrne” για να λύσουν την άσκηση. Τέλος, αφού πήραμε την άδεια από την καθηγήτρια της γυμναστικής και την καθηγήτρια της μουσικής να παραμείνουν στις ώρες τους μαζί μας τα παιδιά, ζητήσαμε από το καθένα να λύσει την ίδια άσκηση στον πίνακα με την παραδοσιακή μέθοδο. Διαπιστώσαμε ότι τα παιδιά μπόρεσαν να θυμηθούν και να εφαρμόσουν στον μαυροπίνακα ορισμένες βασικές τεχνικές (όπως για παράδειγμα την προέκταση των πλευρών του τριγώνου) της απόδειξης της Πρότασης 1.5 που είχαν χρησιμοποιήσει στον “Ευκλείδη του Byrne”.

Συνολικά θα λέγαμε ότι “Ο Ευκλείδης του Byrne” αποτελεί μια αποτελεσματική διδακτική μέθοδο. Σε αυτό συνηγορεί το γεγονός ότι τα παιδιά για να λύσουν την άσκηση που τους αναρτήσαμε στην πλατφόρμα e-class χρησιμοποίησαν όλα ανεξαιρέτως το εν λόγω οπτικό βοήθημα, απορρίπτοντας τον παραδοσιακό τρόπο επίλυσης, ενώ παράλληλα αφομοίωσαν βασικές γεωμετρικές τεχνικές από τον “Ευκλείδη του Byrne” τις οποίες χρησιμοποίησαν όταν τους ζητήσαμε να λύσουν την ίδια άσκηση με την κλασική μέθοδο (Rizos & Foykas, 2023a). Επιπλέον, οι απαντήσεις που μας έδωσαν τα παιδιά κατά τη διάρκεια των συνεντεύξεων ήταν ενθαρρυντικές όσον αφορά την χρήση του “Ευκλείδη του Byrne”. Μάλιστα όλα τα παιδιά θα ήθελαν τα υπόλοιπα μαθήματα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας να γίνονται με την χρήση του παραπάνω οπτικού βοηθήματος (Rizos & Foykas, 2023a).

Αντιμετώπιση προβλημάτων ψευδοαναλογίας από ένα παιδί με σύνδρομο Άσπεργκερ

Η δεύτερη συμπεριληπτική διδακτική μας παρέμβαση υλοποιήθηκε σε Γενικό Γυμνάσιο και αφορούσε τον Ερμή έναν μαθητή με σύνδρομο Άσπεργκερ που φοιτούσε στην Β΄ Γυμνασίου με την παρουσία εκπαιδευτικού παράλληλης στήριξης. Η έρευνά μας πραγματοποιήθηκε τον Απρίλιο και τον Μάιο του 2023, είχε διάρκεια έξι διδακτικών ωρών και σχετιζόταν με τον τρόπο επίλυσης αυθεντικών και λεκτικών προβλημάτων αναλογίας και ψευδοαναλογίας, στο πλαίσιο της διδακτικής ενότητας του σχολικού βιβλίου “Η συνάρτηση $y = ax$ ”, με την παράλληλη χρήση χειραπτικού υλικού το οποίο χορηγήθηκε στον Ερμή.

Τα παιδιά, από τη μικρή τους ηλικία, υιοθετούν το γραμμικό μοντέλο σκέψης και το χρησιμοποιούν με τρόπο αυτόματο και στη συνέχεια της ακαδημαϊκής τους πορείας. Έτσι, δεν μπορούν να αποφύγουν λάθη που οφείλονται στην ψευδοαναλογία ή ψευδαίσθηση της γραμμικότητας, όπως:

$$3^2 = 6. (\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2, \sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} \text{ κ.ά.}$$

Στην πρώτη ώρα της διδακτικής μας παρέμβασης, παρουσιάσαμε στον διαδραστικό πίνακα της τάξης μικρής έκτασης προβλήματα με ανάλογα ποσά και αφήσαμε τα παιδιά να τα επιλύσουν, με τον Ερμή να δυσκολεύεται να κατανοήσει το περιεχόμενό τους λόγω των δυσκολιών που αντιμετωπίζει στην κατανόηση κειμένου. Επιπλέον, ο Ερμής αγχωνόταν κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας των Μαθηματικών, αφού δεν μπορούσε να κατανοήσει τις εκφωνήσεις των προβλημάτων και των ασκήσεων που καλούνταν να επιλύσει. Την επόμενη ώρα της παρέμβασής μας, δώσαμε σε όλα τα παιδιά της τάξης δύο προβλήματα ψευδοαναλογίας για να τα λύσουν. Τα παιδιά απέτυχαν να εντοπίσουν την ψευδαίσθηση της γραμμικότητας και έλυσαν λάθος τα προβλήματα, με τον Ερμή να τα λύνει σωστά αφού όμως τα διάβασε είκοσι λεπτά το καθένα και του εξηγήσαμε ακριβώς τα δεδομένα και τα ζητούμενα.

Την επόμενη ώρα, δώσαμε μόνο στον Ερμή δύο τετράγωνα από τετραγωνισμένο χαρτί και του ζητήσαμε να βρει τη σχέση μεταξύ των περιμέτρων τους ζωγραφίζοντάς τα με μαρκαδόρους. Ο Ερμής, αφού ζωγράφησε την περίμετρο των δοσμένων σχημάτων, απάντησε σωστά για τη σχέση τους (ότι δηλαδή η περίμετρος είναι ανάλογη της πλευράς). Στη συνέχεια, δώσαμε άλλα δύο τετράγωνα από τετραγωνισμένο χαρτί και ζητήσαμε από τον Ερμή ζωγραφίζοντάς τα να βρει τη σχέση των εμβαδών τους. Ο Ερμής απάντησε ξανά σωστά (ότι δηλαδή το εμβαδόν είναι ανάλογο του τετραγώνου της πλευράς) ζωγραφίζοντας το εμβαδόν των δύο σχημάτων, αποφεύγοντας την παγίδα της ψευδοαναλογίας. Στην επόμενη ώρα της διδακτικής μας παρέμβασης, η οποία υλοποιήθηκε μετά τις διακοπές του Πάσχα, γράψαμε κάποια μικρά προβλήματα αναλογίας και ψευδοαναλογίας και τους ζητήσαμε να τα λύσουν προφορικά. Ο Ερμής έλυσε σωστά όλα τα προβλήματα, αφού πρώτα του εξηγήσαμε προφορικά το περιεχόμενο τους.

Την πέμπτη ώρα της παρέμβασής μας, δώσαμε ένα μικρό βιβλίο των 16 σελίδων μόνο στον Ερμή να το περιεργαστεί και του ζητήσαμε να μας πει πόσα λεπτά θα του πάρει για να διαβάσει όλο το βιβλίο αν για μία σελίδα χρειάζεται ένα λεπτό. Ο Ερμής απάντησε σωστά στην ερώτησή μας λέγοντας: «Περίπου δεκαέξι λεπτά. Γιατί όταν είμαι κουρασμένος διαβάζω πιο αργά». Στη συνέχεια του δώσαμε ένα βιβλίο των 720 σελίδων και του ζητήσαμε ξανά να υπολογίσει τον χρόνο που χρειάζεται να το διαβάσει ολόκληρο. Το παιδί απάντησε ξανά σωστά, αποφεύγοντας την ψευδαίσθηση της γραμμικότητας.

Την τελευταία ώρα δώσαμε ξανά μόνο στον Ερμή σχοινί, χαρτοπετσέτες, μανταλάκια και τον ρωτήσαμε πόσα μανταλάκια απαιτούνται να κρεμάσουμε μία χαρτοπετσέτα στο σχοινί. Το παιδί απάντησε κατευθείαν δύο. Στη συνέχεια το ρωτήσαμε πόσα μανταλάκια χρειάζεται για να κρεμάσει δύο χαρτοπετσέτες και μας απάντησε σωστά, «τρία μανταλάκια».

Για την ανάλυση των δεδομένων της έρευνας υλοποιήσαμε μια ημιδομημένη συνέντευξη με το παιδί και χρησιμοποιήσαμε και στην περίπτωση αυτή τη μέθοδο της ανάλυσης περιεχομένου. Τέλος, δώσαμε στον Ερμή τα προβλήματα που κάναμε με τη χρήση χειραπτικού υλικού σε γραπτή μορφή και του ζητήσαμε να τα λύσει. Ο Ερμής έλυσε σωστά τα γραπτά προβλήματα με ελάχιστη βοήθεια από εμάς, γεγονός που αποδεικνύει ότι το παιδί μετέφερε τη γνώση που απέκτησε από την ταυτόχρονη χρήση χειραπτικού υλικού και αυθεντικών-λεκτικών προβλημάτων.

Συζήτηση και Συμπεράσματα

Η συμπεριληπτική εκπαίδευση είναι μία εκπαιδευτική πρακτική που καλλιεργεί ένα κλίμα συνεργασίας όλων των φορέων του σχολείου (Διεύθυνση, μαθητές/ μαθήτριες, γονείς, εκπαιδευτικοί, τοπική κοινωνία) και εξοβελίζει τις διακρίσεις που οφείλονται σε ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες, χρώμα, εθνικότητα, θρησκεία κ.λπ. (Shaeffer, 2019; Ainscow, 2020; Kurniawati, 2021). Πρόκειται για ένα εκπαιδευτικό μοντέλο το οποίο προάγει το δημοκρατικό κλίμα στην τάξη, αφού δίνεται η δυνατότητα σε όλα τα παιδιά, χωρίς αποκλεισμούς, να συμμετέχουν ισότιμα στο μάθημα.

Από τις διδακτικές μας παρεμβάσεις προέκυψε σε γενικότερο πλαίσιο ότι τα παιδιά με ΕΜΔ και ο μαθητής με σύνδρομο Άσπεργκερ ωφελήθηκαν από τη χρήση του οπτικού βοηθήματος του “Ευκλείδη του Byrne” και από τη χρήση του χειραπτικού υλικού αντίστοιχα, ξεπερνώντας τα εμπόδια που είχαν στην κατανόηση του περιεχομένου των μαθηματικών προβλημάτων που κλήθηκαν να αντιμετωπίσουν (Rizos & Foykas, 2023a; Rizos & Foykas, 2023b). Πιο συγκεκριμένα, τα παιδιά με δυσλεξία και με σύνδρομο Άσπεργκερ αντιμετωπίζουν σοβαρές δυσκολίες στην κατανόηση του γραπτού λόγου, όπως αναφέρεται και στη βιβλιογραφία (Supriatna & Ediyanto, 2022; Keelor et al., 2023; Peklari et al., 2019), και η χρήση των παραπάνω συμπεριληπτικών τεχνικών συνέβαλε στο ξέπέρασμα αυτών των δυσκολιών. Επίσης, τα παιδιά με την αξιοποίηση

των εν λόγω διδακτικών πρακτικών μπόρεσαν να καταπολεμήσουν το άγχος τους που σχετιζόταν με τις χαμηλές ακαδημαϊκές τους επιδόσεις, κάτι το οποίο έρχεται σε συμφωνία με προηγούμενες έρευνες (βλ. Moksnes et al., 2016; Östberg et al. 2015).

Τα θετικά αποτελέσματα που εξαγάγαμε από την πρώτη διδακτική μας παρέμβαση ήταν ότι με τη χρήση του “Ευκλείδη του Byrne” καλλιεργήθηκε η θετική στάση όλων των παιδιών απέναντι στο μάθημα της γεωμετρίας και κατ’ επέκταση των Μαθηματικών, όλα τα παιδιά συμμετείχαν ισότιμα στη διαδικασία του μαθήματος, κατανόησαν τα βασικά σημεία της απόδειξης όταν χρησιμοποιήθηκε ο “Ευκλείδης του Byrne”, κατανόησαν βασικές γεωμετρικές έννοιες και όλα τα παιδιά συμμετείχαν ενεργά στην επίλυση γεωμετρικών ασκήσεων με τη χρήση χρωμάτων. Ωστόσο, υπήρξαν και περιορισμοί στην έρευνα μας όπως ήταν τα κενά που είχαν τα παιδιά στο μάθημα της Γεωμετρίας και ο χρόνος που χρειάστηκαν για να λύσουν την άσκηση που τους ανατέθηκε στο e-class (Rizos & Foykas, 2023a).

Ορισμένα θετικά σημεία που προέκυψαν από τη δεύτερη διδακτική μας παρέμβαση ήταν ότι ο Ερμής με την αξιοποίηση του χειραπτικού υλικού κατανόησε τα ανάλογα ποσά και τη διαφορά τους με τα προβλήματα ψευδοαναλογίας, αύξησε την εμπλοκή του κατά τη διάρκεια επίλυσης των αυθεντικών-λεκτικών προβλημάτων με το χειραπτικό υλικό, και “μετέφερε” τεχνικές που χρησιμοποίησε στα αυθεντικά προβλήματα για την επίλυση λεκτικών προβλημάτων, ενώ ως περιοριστικό παράγοντα θα αναφέραμε τις ρουτίνες που ακολουθούσε ο Ερμής κατά τη διάρκεια του μαθήματος (Rizos & Foykas, 2023b).

Η εφαρμογή των δύο παραπάνω συμπεριληπτικών πρακτικών διδασκαλίας αποτελεί την απόδειξη ότι όλα τα παιδιά μπορούν να συμμετέχουν στη μαθησιακή διαδικασία και να κατακτήσουν βασικές μαθηματικές δεξιότητες, γεγονός το οποίο φαίνεται να μην επιτυγχάνεται με τη χρήση του παραδοσιακού διδακτικού μοντέλου. Στο ελληνικό εκπαιδευτικό σύστημα η χρήση συμπεριληπτικών πολιτικών είναι η εξαίρεση στον κανόνα του παραδοσιακού μοντέλου διδασκαλίας. Πιο συγκεκριμένα, πολλοί εκπαιδευτικοί παρουσιάζουν στον πίνακα το μάθημα και τα παιδιά καλούνται να το αντιγράψουν με τρόπο μηχανικό και να το αποστηθίσουν, πρακτική που ενισχύει τον αποκλεισμό των παιδιών με ειδικές εκπαιδευτικές ανάγκες.

Η χρήση των ΤΠΕ και του κατάλληλου χειραπτικού υλικού προωθεί την εφαρμογή της συμπεριληπτικής πολιτικής και ενισχύει την συμμετοχή όλων των παιδιών στην μαθησιακή διαδικασία. Φαινόμενα όπως ο α-

ποκλεισμός παιδιών από το μαθησιακή διαδικασία και η απομόνωση μαθητών/τριών κατά την διάρκεια του μαθήματος μπορούν να εξαλειφθούν εφαρμόζοντας τις παραπάνω πρακτικές συμπεριληπτικής εκπαίδευσης. Μία μελλοντική έρευνα που θα μπορούσε να υλοποιηθεί στο πλαίσιο της συμπεριληπτικής αλλά και της διαπολιτισμικής εκπαίδευσης είναι η αξιοποίηση των ΤΠΕ στη διδασκαλία των Μαθηματικών για παιδιά προσφύγων και μεταναστών που δεν γνωρίζουν τη γλώσσα της χώρας φιλοξενίας.

Βιβλιογραφία

- Ainscow, M. (2020) Promoting inclusion and equity in education: lessons from international experiences. *Nordic Journal of Studies in Educational Policy*, 6(1), 7-16.
<https://doi.org/10.1080/20020317.2020.1729587>
- Attard, C., & Holmes, K. (2022). An exploration of teacher and student perceptions of blended learning in four secondary mathematics classrooms. *Mathematics Education Research Journal*, 34, 719-740.
<https://doi.org/10.1007/s13394-020-00359-2>
- Büber, A., Basay, O., & Senolb, H. (2020). The prevalence and comorbidity rates of specific learning disorder among primary school children in Turkey. *Nordic Journal of Psychiatry*, 74(6), 453-460.
<https://doi.org/10.1080/08039488.2020.1740782>
- Chordia, S. L., Thandapani, K., & Arunagirinathan, A. (2019). Children ‘at risk’ of developing specific learning disability in primary schools. *The Indian Journal of Pediatrics*, 87, 94-98.
<https://doi.org/10.1007/s12098-019-03130-z>
- Cuskelly, M., & Faragher, R. (2019). Developmental dyscalculia and Down syndrome: Indicative evidence. *International Journal of Disability, Development and Education*, 66(2), 151-161.
<https://doi.org/10.1080/1034912X.2019.1569209>
- Demetriou, K. (2020). Special Educational Needs Categorisation Systems: To Be Labelled or Not? *International Journal of Disability, Development and Education*. <https://doi.org/10.1080/1034912X.2020.1825641>
- Demitriadou, E., Stavroulia, K. E., & Lanitis, A. (2020). Comparative evaluation of virtual and augmented reality for teaching mathematics in

- primary education. *Education and Information Technologies*, 25, 381-401. <https://doi.org/10.1007/s10639-019-09973-5>
- Florian, L. (2019). On the necessary co-existence of special and inclusive education. *International Journal of Inclusive Education*, 23(7-8), 691-704. <https://doi.org/10.1080/13603116.2019.1622801>
- Gómez-García, M., Hossein-Mohand, H., Trujillo-Torres, J. M., & Hossein-Mohand, H. (2020). The training and use of ICT in teaching perceptions of Melilla's (Spain) mathematics teachers. *Mathematics*, 8(10), 1641. <https://doi.org/10.3390/math8101641>
- Haberstroh, S., & Schulte-Körne, G. (2019). The Diagnosis and Treatment of Dyscalculia. *Deutsches Ärzteblatt International*, 116(7), 107-114. <https://doi.org/10.3238/arztebl.2019.0107>
- Hen-Herbst, L., & Rosenblum, S. (2022). Handwriting and Motor-Related Daily Performance among Adolescents with Dysgraphia and Their Impact on Physical Health-Related Quality of Life. *Children*, 9(10), 1437. <https://doi.org/10.3390/children9101437>
- Horbach, J., Mayer, A., Scharke, W., Heim, S., & Günther, T. (2020). Development of behavior problems in children with and without specific learning disorders in reading and spelling from kindergarten to fifth grade. *Scientific Studies of Reading*, 24(1), 57-71
<https://doi.org/10.1080/10888438.2019.164150>
- Johnson, K., & Olanoff, D. (2020). Using transformative learning theory to help preservice teachers learn mathematics that they already “know.” *The Mathematics Enthusiast*, 17(2 & 3), 725-769.
<https://doi.org/10.54870/1551-3440.1502>
- Johnson, P., O’Meara, N., & Leavy, A. (2020). Factors supporting and inhibiting teachers’ use of manipulatives around the primary to post-primary education transition. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 52(7), 1006-1028.
<https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1736348>
- Kalenjuk, E., Laletas, S., Subban, P., & Wilson, S. (2022). A scoping review to map research on children with dysgraphia, their carers, and educators. *Australian Journal of Learning Difficulties*, 27(1), 1-45.
<https://doi.org/10.1080/19404158.2021.1999999>
- Καραλής, Σ. Θ., Rougeux, N., & Νικητάκη-Βαρθαλίτη, Α. (2022). “Ο Ευκλείδης του Byrne”: ένα παλιό βιβλίο – ένα νέο διαδικτυακό βοήθημα στη Γεωμετρία. *Πρακτικά 37^{ου} Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας, Τόμος Β΄* (Πρακτικά 2021), σσ. 154-164. Αθήνα: Ε.Μ.Ε.

- Keelor, J. L., Creaghead, N. A., Silbert, N. H., Breit, D. A., & Kraus, T. J. (2023). Impact of text-to-speech features on the reading comprehension of children with reading and language difficulties. *Annals of Dyslexia*. <https://doi.org/10.1007/s11881-023-00281-9>
- Kishore, M. T., Maru, R., Seshadri, S. P., Kumar, D., Sagar, J. K. V., Jacob, P., & Murugappan, N. P. (2021). Specific learning disability in the context of current diagnostic systems and policies in India: Implications for assessment and certification. *Asian Journal of Psychiatry*, *55*, 102506. <https://doi.org/10.1016/j.ajp.2020.102506>
- Krischler, M., Powell, J. J. W., & Pit-Ten Cate, I. M. (2019). What is meant by inclusion? On the effects of different definitions on attitudes toward inclusive education. *European Journal of Special Needs Education*, *34*(5), 632-648. <https://doi.org/10.1080/08856257.2019.1580837>
- Kurniawati, F. (2021). Exploring teachers' inclusive education strategies in rural Indonesian primary schools. *Educational Research*, *63*(2), 198-211. <https://doi.org/10.1080/00131881.2021.1915698>
- Lord, C., Brugha, T. S., Charman, T., Cusack, J., Dumas, G., Frazier, T., Jones, E. J. H., Jones, R. M., Pickles, A., State, M. W., Taylor, J. L., & Veenstra-Vander Weele, J. (2020). *Autism spectrum disorder*. *Nature Reviews Disease Primers*, *6*(1), 5. <https://doi.org/10.1038/s41572-019-0138-4>
- Love, H. R., & Beneke, M. R. (2021). Pursuing Justice-Driven Inclusive Education Research: Disability Critical Race Theory (DisCrit) in Early Childhood. *Topics in Early Childhood Special Education*, *41*(1), 31-44. <https://doi.org/10.1177/0271121421990833>
- MacLean, A., Sweeting, H., Egan, M., Der, G., Adamson, J., & Hunt, K. (2013). How robust is the evidence of an emerging or increasing female excess in physical morbidity between childhood and adolescence? Results of a systematic literature review and meta-analyses. *Social Science & Medicine*, *78*, 96-112. <https://doi.org/10.1016/j.socscimed.2012.11.039>
- Materechera, E. K. (2020). Inclusive Education: Why It Poses a Dilemma to Some Teachers. *International Journal of Inclusive Education*, *24*(7), 771-786. <https://doi.org/10.1080/13603116.2018.1492640>
- Miesera, S., DeVries, J. M., Jungjohann, J., & Gebhardt, M. (2019). Correlation between attitudes, concerns, self-efficacy and teaching intentions in inclusive education evidence from German pre-service teachers using international scales. *Journal of Research in Special Educational Needs*, *19*(2), 103-114. <https://doi.org/10.1111/1471-3802.12432>

- Mlotshwa, N., Tunjera, N., & Chigona, A. (2020). Integration of MOODLE into the classroom for better conceptual understanding of functions in Mathematics. *South African Journal of Education*, 40(3), 1-14. <https://doi.org/10.15700/10.15700/saje.v40n3a1570>
- Mirkovic, B., & Gérardin, P. (2019). Asperger's syndrome: What to consider? *L'Encephale*, 45(2), 169-174. <https://doi.org/10.1016/j.encep.2018.11.005>
- Moksnes, U. K., Løhre, A., Lillefjell, M., Byrne, D. G., & Haugan, G. (2016). The association between school stress, life satisfaction and depressive symptoms in adolescents: Life satisfaction as a potential mediator. *Social Indicators Research*, 125(1), 339-357. <https://doi.org/10.1007/s11205-014-0842-0>
- Östberg, V., Almquist, Y. B., Folkesson, L., Låftman, S. B., Modin, B., & Lindfors, P. (2015). The complexity of stress in mid-adolescent girls and boys. *Child Indicators Research*, 8, 403-423. <https://doi.org/10.1007/s12187-014-9245-7>
- Parmar, S. K., Ramwala, O. A., & Paunwala, C. N. (2021). Performance Evaluation of SVM with Non-Linear Kernels for EEG-based Dyslexia Detection. *IEEE 9th Region 10 Humanitarian Technology Conference (R10-HTC), Bangalore, India*, pp. 1-6. <https://doi.org/10.1109/R10-HTC53172.2021.964169>
- Pascoe, M. C., Hetrick, S. E., & Parker, A. G. (2020). The impact of stress on students in secondary school and higher education. *International Journal of Adolescence and Youth*, 25(1), 104-112. <https://doi.org/10.1080/02673843.2019.1596823>
- Paseka, A. & Schwab, S. (2020). Parents' Attitudes towards Inclusive Education and their Perceptions of Inclusive Teaching Practices and Resources. *European Journal of Special Needs Education*, 35(2), 245-272. <https://doi.org/10.1080/08856257.2019.1665232>
- Patil, A. U., Madathil, D., Fan, Y. T., Tzeng, O. J. L., Huang, C. M., & Huang, H. W. (2022). Neurofeedback for the Education of Children with ADHD and Specific Learning Disorders: A Review. *Brain Sciences*, 12(9). <https://doi.org/10.3390/brainsci12091238>
- Peklari, E. (2019). Mathematical skills in autism spectrum disorder. *Asian Journal of Applied and Technology*, 3(1), 111-123.
- Peltier, C., Morin, K. L., Bouck, E. C., Lingo, M. E., Pulos, J. M., Scheffler, F. A., Suk, A., Mathews, L. A., Sinclair, T. E., & Deardorff, M. E. (2020). A Meta-Analysis of Single-Case Research Using Mathematics Manipulatives With Students At Risk or Identified With a Disabil-

- ity. *The Journal of Special Education*, 54(1), 3-15.
<https://doi.org/10.1177/0022466919844516>
- Quigley, M. T. (2021). Concrete Materials in Primary Classrooms: Teachers' Beliefs and Practices about How and Why They Are Used. *Mathematics Teacher Education and Development*, 23(2), 59-78.
- Rahim, N., & Jamaludin, Z. (2019). Write-rite: Enhancing handwriting proficiency of children with dysgraphia. *Journal of Information and Communication Technology*, 18(3), 253-271.
<https://doi.org/10.32890/jict2019.18.3.8290>
- Reyes, J., Insorio, A. O., Ingreso, M. L. V., Hilario, F. F., & Gutierrez, C. R. (2019). Conception and Application of Contextualization in Mathematics Education. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 6(1), 1-18.
<https://dergipark.org.tr/en/pub/ijesim/issue/43715/454218>
- Rizos, I., & Adam, M. (2022). Mathematics students' conceptions and reactions to questions concerning the nature of rational and irrational numbers. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 17(3), em0686. <https://doi.org/10.29333/iejme/11977>
- Rizos, I., & Foykas, E. (2023a). Utilization of “Byrne’s Euclid” in the Teaching of Geometry to Students with Special Learning Difficulties: A Qualitative Research. *European Journal of Education and Pedagogy*, 4(2), 139-148. <https://doi.org/10.24018/ejedu.2023.4.2.623>
- Rizos, I., & Foykas, E. (2023b). How can we help a student with Asperger syndrome to avoid the illusion of linearity?. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 4(2), ep23021
<https://doi.org/10.30935/conmaths/13404>
- Rizos, I., & Gkrekas, N. (2023a). Incorporating history of mathematics in open-ended problem solving: An empirical study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(3), em2242.
<https://doi.org/10.29333/ejmste/13025>
- Rizos, I., & Gkrekas, N. (2023b). Is there room for conjectures in Mathematics? The role of Dynamic Geometry Environments. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 11(4), 589-598.
<https://doi.org/10.30935/scimath/13204>
- Saclarides, E. S., & Munson, J. (2021). Exploring the foci and depth of coach-teacher interactions during modeled lessons. *Teaching and Teacher Education*, 105, 103418.
<https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103418>

- Sapon-Shevin, M. (2017). On the impossibility of learning “not to see”: Colorblindness, invisibility, and anti-bias education. *International Critical Childhood Policy Studies*, 6, 38-41.
- Scanlon, G., Radeva, S., Pitsia, V., Maguire, C., & Nikolaeva, S. (2022). Attitudes of Teachers in Bulgarian Kindergartens Towards Inclusive Education. *Teaching & Teacher Education*, 112. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2022.103650>
- Shaeffer, S. (2019). Inclusive Education: A Prerequisite for Equity and Social Justice. *Asia Pacific Education Review*, 20(2), 181-192. <https://doi.org/10.1007/s12564-019-09598-w>.
- Snowling, M. J., Hulme, C., & Nation, K. (2020). Defining and understanding dyslexia: past, present and future. *Oxford Review of Education*, 46(4), 501-513. <https://doi.org/10.1080/03054985.2020.1765756>
- Supriatna, A., & Ediyanto, E. (2022). The Implementation of Multisensory Technique for Children with Dyslexia. *Indonesian Journal of Disability Studies*, 8(1), 279-293.
- Syriopoulou-Delli, C. K., Agaliotis, I. & Papaefstathiou, E. (2018). Social skills characteristics of students with autism spectrum disorder. *International Journal of Developmental Disabilities*, 64, 35-44. <https://doi.org/10.1080/20473869.2016.1219101>
- Tzagkaraki, E., Papadakis, S., & Kalogiannakis, M. (2021). Exploring the Use of Educational Robotics in primary school and its possible place in the curricula. In M. Malvezzi, D. Alimisis & M. Moro (Eds). *Education in & with Robotics to Foster 21st-Century Skills*. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-77022-8_19
- UNESCO (1994). The Salamanca Statement and Framework for Action on Special Needs Education. http://www.unesco.org/ulis/cgi-bin/ulis.pl?catno=139394&set=4F703E0F_3_432&gp=1&lin=1&ll=1
- UNICEF (2017). Inclusive education: Understanding article 24 of the rights of persons with disabilities. https://www.unicef.org/eca/sites/unicef.org/eca/files/IE_summary_accessible_220917_0.pdf
- Venkatraman, S., Overmars, A., & Wahr, F. (2019). Visualization and Experiential Learning of Mathematics for Data Analytics. *Computation*, 7(3), 1-13. <https://doi.org/10.3390/computation7030037>
- Vithal, R., & Skovsmose, O. (1997). The End of Innocence: A Critique of ‘Ethnomathematics’. *Educational Studies in Mathematics*, 34, 131-157. <https://doi.org/10.1023/A:1002971922833>

- Voukelatou, G. (2022). The importance of the educational contract in the problem management of a school class with disabilities and special educational needs: A case study in a school unit of special education and training in secondary education. *European Journal of Special Education Research*, 8(4). <http://dx.doi.org/10.46827/ejse.v8i4.4496>
- Weiss, E. M., Gschaidbauer, B., Kaufmann, L., Fink, A., Schuler, G., Mitenecker, E., & Papousek, I. (2017). Age-related differences in inhibitory control and memory updating in boys with Asperger syndrome. *European Archives of Psychiatry and Clinical Neuroscience*, 267(7), 651-659. <https://doi.org/10.1007/s00406-016-0756-8>
- Williamson, B., & Eynon, R. (2020). Historical threads, missing links, and future directions in AI in education. *Learning, Media and Technology*, 45(3), 223-235. <https://doi.org/10.1080/17439884.2020.1798995>
- Woodbury-Smith, M. R. & Volkmar, F. R. (2009). Asperger syndrome. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 18(1), 2-11. <https://doi.org/10.1007/s00787-008-0701-0>
- Zhong, B., & Xia, L. (2020). A Systematic Review on Exploring the Potential of Educational Robotics in Mathematics Education. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18, 79-101. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-09939-y>



Abstract

Teaching Mathematics to children with Special Educational Needs in the context of Inclusive Education

The choice of appropriate teaching tools and the way they are used in the teaching of Mathematics in the new inclusive school is a critical issue for modern Mathematics Education. In this article we present two inclusive teaching methods that we developed during the school year 2022-2023 in two different school settings in order to introduce mathematical units to high school students with special educational needs. The results of the research showed that the use of a new visual aid in Geometry, as well as manipulative materials in Algebra, helped students to

make significant steps towards overcoming their school anxiety, actively engaging in the educational process and achieving their learning goals to a satisfactory degree. Teaching perspectives and possible limitations of the research are discussed.

Keywords: Inclusive Education, Mathematics, Asperger Syndrome, Special Learning Difficulties, Byrne's Euclid, Manipulative Material

Λέξεις-κλειδιά: Συμπεριληπτική Εκπαίδευση, Μαθηματικά, Σύνδρομο Άσπεργκερ, Ειδικές Μαθησιακές Δυσκολίες, Ευκλείδης του Byrne, Χειραπτικό Υλικό

Ο Ιωάννης Ρίζος είναι διδάσκων στο Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας, όπου παράλληλα εκπονεί την τρίτη μεταδιδακτορική του έρευνα. Επίσης είναι πρόεδρος του Παραρτήματος Εύβοιας της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας. Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα εστιάζουν στη Διδακτική, την Ιστορία και τη Φιλοσοφία των Μαθηματικών, καθώς και στη Λογοτεχνία με μαθηματικό περιεχόμενο.

Ο Ευάγγελος Φούκας είναι καθηγητής Μαθηματικών σε Ειδικό Επαγγελματικό Λύκειο. Είναι κάτοχος μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών στην Ειδική Αγωγή και μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών στη Διοίκηση Σχολικών Μονάδων. Τα ερευνητικά του ενδιαφέροντα περιλαμβάνουν τη Διδακτική των Μαθηματικών, την Ειδική Μαθηματική Εκπαίδευση και την αξιοποίηση των ΤΠΕ στην εκπαίδευση.