

Θέματα Επιστημών και Τεχνολογίας στην Εκπαίδευση

Τόμ. 3, Αρ. 2 (2010)



Αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών και αντίστοιχα κινηματικά φαινόμενα

*Κωνσταντίνος Γεωργόπουλος, Ιωάννα Μπέλλου,
Κωνσταντίνος Κώτσης, Τάσος Α. Μικρόπουλος*

Βιβλιογραφική αναφορά:

Γεωργόπουλος Κ., Μπέλλου Ι., Κώτσης Κ., & Μικρόπουλος Τ. Α. (2010). Αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών και αντίστοιχα κινηματικά φαινόμενα. *Θέματα Επιστημών και Τεχνολογίας στην Εκπαίδευση*, 3(2), 69–84. ανακτήθηκε από <https://ejournals.epublishing.ekt.gr/index.php/thete/article/view/44635>

Αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών και αντίστοιχα κινηματικά φαινόμενα

Κωνσταντίνος Γεωργόπουλος, Ιωάννα Μπέλλου, Κωνσταντίνος Κώτσης, Τάσος Α.
Μικρόπουλος

kgeorgop@gmail.com, ibellou@sch.gr, kkotsis@cc.uoi.gr, amikrop@uoi.gr

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Περίληψη. Κατά τη μελέτη κινηματικών φαινομένων μαθητές και φοιτητές ενώ έχουν τις απαραίτητες μαθηματικές δεξιότητες (σχεδιασμός γραφικών παραστάσεων, υπολογισμός κλίσεων, εμβαδών, κλπ) και κατανοούν τις αντίστοιχες έννοιες της Φυσικής, δυσκολεύονται να τις εφαρμόσουν και να δημιουργήσουν συνδέσεις μεταξύ των κινήσεων και των γραφικών παραστάσεων αντίστοιχων φυσικών μεγεθών. Η διαπίστωση έχει ως αποτέλεσμα τη δυσκολία αμφίδρομης μετάβασης μεταξύ φαινομένου και αναπαραστάσεων, μεταξύ γραφικών παραστάσεων διαφορετικών φυσικών μεγεθών που αναπαριστούν το ίδιο φαινόμενο και την εμφάνιση παρανοήσεων. Η εργασία λαμβάνοντας υπόψη τη δυναμική του συστήματος MBL να συσχετίζει τις γραφικές παραστάσεις των φυσικών μεγεθών με κινηματικά φαινόμενα που εξελίσσονται, μελετά τη συνολική κατανόηση του πλαισίου των αναπαραστάσεων, τόσο σε διαφορετικές δραστηριότητες όσο και σε φοιτητές διαφορετικού μαθηματικού επιπέδου. Τα αποτελέσματα δείχνουν σημαντική βελτίωση, ενώ οι φοιτητές με χαμηλότερο μαθηματικό επίπεδο βελτιώνονται σε μεγαλύτερο βαθμό εκμεταλλευόμενοι κυρίως τις απλούστερες δραστηριότητες.

Λέξεις κλειδιά: αναπαραστάσεις, παρανοήσεις, κινηματικά φαινόμενα, ταξινόμια Solo

Εισαγωγή

Κατά τη μελέτη φυσικών φαινομένων στην εισαγωγική Φυσική, πολλοί φοιτητές ενώ κατανοούν τις έννοιες της Φυσικής και έχουν τις απαραίτητες μαθηματικές δεξιότητες (σχεδιασμός γραφικών παραστάσεων, υπολογισμός κλίσεων, κλπ), δυσκολεύονται να εφαρμόσουν τη γνώση τους στις γραφικές παραστάσεις φυσικών μεγεθών και να τις συνδέσουν με την εξέλιξη της πειραματικής διαδικασίας (McDermott et al., 1987; Svec, 1999; Hale, 2007).

Η διαπίστωση αυτή οφείλεται στον διαφορετικό τρόπο εφαρμογής των μαθηματικών στο πλαίσιο της Φυσικής, τόσο στην προσέγγιση όσο και στους διδακτικούς στόχους, με αποτέλεσμα οι δεξιότητες στις γραφικές παραστάσεις να διαφέρουν για τα μαθήματα των Μαθηματικών και της Φυσικής (Heck & Ellermeijer, 2010):

- Στα Μαθηματικά, η γραφική παράσταση αναπαριστά ένα απλό αντικείμενο όπως για παράδειγμα μια συνάρτηση. Κύριος σκοπός είναι να δοθεί μια άποψη των ποικίλων όψεων της συνάρτησης. Στη Φυσική, η συνάρτηση αναπαριστά μια σχέση μεταξύ δύο φυσικών μεγεθών. Κύριος σκοπός της είναι η μελέτη της μεταξύ τους σχέσης.
- Στα Μαθηματικά, τα πεδία ορισμού και τιμών της συνάρτησης λαμβάνουν συνήθως άπειρες τιμές, ενώ στη Φυσική οι τιμές καθορίζονται από το είδος και το εύρος μεταβολής των μεγεθών.
- Στα Μαθηματικά, η αρχή του συστήματος συντεταγμένων συνήθως είναι το σημείο (0, 0), ενώ στη Φυσική αντιστοιχεί σε μία επιλεγμένη θέση, τη θέση του παρατηρητή.
- Στα Μαθηματικά, οι τιμές στο σύστημα αξόνων είναι αδιάστατοι αριθμοί, ενώ στη Φυσική τιμές μεγεθών που εκφράζονται σε συγκεκριμένες μονάδες.

- Στα Μαθηματικά, η κλίση, η εφαπτομένη της καμπύλης, είναι ένας αδιάστατος αριθμός με γεωμετρική μόνο ερμηνεία, ενώ στη Φυσική αναπαριστά ένα φυσικό μέγεθος και συνδέει την αλλαγή ενός μεγέθους σε σχέση με ένα άλλο.

Ειδικότερα, ο διαφορετικός τρόπος εφαρμογής των γραφικών παραστάσεων στη Φυσική δημιουργεί παρανοήσεις με αποτέλεσμα τη δυσκολία διάκρισης μεταξύ των οπτικών χαρακτηριστικών μιας φυσικής κατάστασης και των ανάλογων χαρακτηριστικών της γραφικής παράστασης της συνάρτησης που μοντελοποιεί τη φυσική κατάσταση (Hale, 2000). Ως παράδειγμα αναφέρεται ότι κατά τη μελέτη των κινηματικών φαινομένων πολλοί μαθητές και φοιτητές θεωρούν ότι οι γραφικές παραστάσεις διαφορετικών φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν την ίδια κίνηση πρέπει να έχουν την ίδια μορφή, ενώ δυσκολεύονται να διακρίνουν μεταξύ της διαδρομής του κινητού, της μορφής των γραφικών παραστάσεων και του είδους της κίνησης (Simpson et al., 2006; Widjaja & Heck, 2003; Γεωργόπουλος, κ.α., 2011). Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να εμφανίζονται δυσκολία κατά την αμφίδρομη μετάβαση μεταξύ κινήσεων και των γραφικών παραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν την κίνηση, καθώς επίσης και μεταξύ των γραφικών παραστάσεων διαφορετικών φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν την ίδια κίνηση.

Συνοπτικά, οι δυσκολίες που συναντούν οι φοιτητές στη χρήση των γραφικών παραστάσεων της κινηματικής ταξινομούνται σε δύο κατηγορίες (Araujo et al., 2004; McDermott et al., 1987). Η πρώτη περιλαμβάνει τις δυσκολίες των φοιτητών να συνδέσουν τις γραφικές παραστάσεις με τις φυσικές έννοιες: 1) να διακρίνουν την κλίση με το ύψος, 2) να ερμηνεύσουν τις αλλαγές στην κλίση και το ύψος, 3) να συνδέσουν ένα τύπο γραφικής παράστασης με άλλον, 4) να συσχετίσουν την προφορική πληροφορία με τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά της γραφικής παράστασης και 5) να ερμηνεύσουν το εμβαδόν που σχηματίζεται σε μια γραφική παράσταση. Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει πέντε δυσκολίες που συνδέονται με τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ των γραφικών παραστάσεων και του αντίστοιχου φυσικού φαινομένου: 1) να αναπαραστήσουν την κίνηση που εξελίσσεται με μια συνεχή γραμμή, 2) να ξεχωρίσουν τη μορφή μιας γραφικής παράστασης με τη διαδρομή της κίνησης, 3) να αναπαραστήσουν μια αρνητική ταχύτητα σε μια γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου, 4) να αναπαραστήσουν τη σταθερή επιτάχυνση σε μια γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου και 5) να διακρίνουν μεταξύ των διαφορετικών μορφών γραφικών παραστάσεων ανάλογων φυσικών μεγεθών. Οι παραπάνω δυσκολίες δυσχεραίνουν τη μελέτη των κινηματικών φαινομένων και έχει διαπιστωθεί ότι οι φοιτητές χρειάζονται εργαστηριακή εμπειρία για τη δημιουργία συνδέσεων μεταξύ των πραγματικών κινήσεων και των αντίστοιχων αναπαραστάσεων (McDermott et al., 1987).

Στην κατεύθυνση αυτή σημαντικό εργαλείο αποτελεί ο σχηματισμός των γραφικών παραστάσεων που εξελίσσεται ταυτόχρονα με την πειραματική διαδικασία. Οι γραφικές παραστάσεις που σχηματίζονται δημιουργούν μια από τις αποτελεσματικότερες προσεγγίσεις για την άμεση σύνδεση φαινομένου - αναπαράστασης - μαθηματικού συμβολισμού (Cicero & Spagnolo, 2009; Svec, 1999; Unesco, 2003; Γεωργόπουλος κ.α., 2009a). Οι παρεμβάσεις αυτής της μορφής προϋποθέτουν τις αμφίδρομες μεταβάσεις (transitions) μεταξύ κινήσεων - γραφικών παραστάσεων (Thornton, 1987; Trumper & Gelbman, 2002) και μεταξύ των γραφικών παραστάσεων διαφορετικών φυσικών μεγεθών που απεικονίζουν την ίδια κίνηση συμπεραίνοντας τη μορφή της μιας από την άλλη (Beichner, 1994), ώστε μαθητές και φοιτητές να αναγνωρίσουν τους διαφορετικούς τρόπους εμφάνισης της αντίστοιχης πληροφορίας (McDermott et al., 1987).

Η υλοποίηση του ανωτέρω μαθησιακού περιβάλλοντος πραγματοποιείται με πειραματικές διατάξεις που καταγράφουν πειραματικά δεδομένα (Microcomputer Based Laboratories, MBL) και εμφανίζουν τις αναπαραστάσεις (γραφικές παραστάσεις και αλγεβρικές εξισώσεις) των αντίστοιχων φυσικών μεγεθών σε πραγματικό χρόνο. Οι διατάξεις MBL καταγράφουν

και εμφανίζουν τα πειραματικά δεδομένα σε πραγματικό χρόνο και αποτελούνται:

- από αισθητήρες (sensors), συσκευές που ανιχνεύουν τις μεταβολές φυσικών μεγεθών και τις μετατρέπουν σε ηλεκτρικά σήματα
- καταγραφείς δεδομένων (data loggers) που συγκεντρώνουν τις μετρήσεις από τους αισθητήρες, τις ψηφιοποιούν και τις μεταβιβάζουν στον υπολογιστή για επεξεργασία
- το λογισμικό διαχείρισης που αναλύει τα πειραματικά δεδομένα και δημιουργεί γραφικές παραστάσεις σε πραγματικό χρόνο.

Τα συστήματα MBL βοηθούν στην ανάπτυξη μαθησιακών περιβαλλόντων ανακαλυπτικής προσέγγισης στα οποία οι χρήστες σχεδιάζουν και πραγματοποιούν έρευνες, συλλέγουν δεδομένα και πειραματίζονται μεταξύ εναλλακτικών υποθέσεων και ερμηνειών (Unesco, 2003). Οι γραφικές παραστάσεις που σχηματίζονται ταυτόχρονα με την εξέλιξη του πειράματος δημιουργούν μια από τις αποτελεσματικότερες προσεγγίσεις για την άμεση σύνδεση φαινομένου - αναπαράστασης - μαθηματικού συμβολισμού (Ainley et al., 1999; Beichner, 1994; Cicero & Spagnolo, 2009; Svec 1999; Καράνης κ.α., 2000).

Ειδικότερα στη μελέτη της κινηματικής η εφαρμογή των συστημάτων MBL βοηθά μαθητές και φοιτητές να ελέγχουν ενεργά τις γραφικές παραστάσεις που σχηματίζονται, συνδέοντας τις παραμέτρους του πειράματος με τις αναπαραστάσεις των φυσικών μεγεθών (συσχετίζοντας τις αντίστοιχες μεταβολές), δημιουργώντας τις προϋποθέσεις για τη βελτίωση της μεταξύ τους αμφίδρομης μετάβασης (Ellis & Turner, 2002; Gipps, 2002; Widjaja & Heck, 2003).

Στην παρούσα εργασία λαμβάνοντας υπόψη ότι ο παραδοσιακός τρόπος διδασκαλίας δεν ενδείκνυται για την κατανόηση των γραφικών παραστάσεων της κινηματικής, χρησιμοποιούνται τα συστήματα MBL για τη μελέτη της κατανόησης γραφικών παραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν κινηματικά φαινόμενα και της εμφάνισης των αντίστοιχων παρανοήσεων. Ειδικότερα μελετώνται:

- η ικανότητα μετάβασης μεταξύ φαινομένου - αναπαραστάσεων
- η ικανότητα μετάβασης μεταξύ γραφικών παραστάσεων διαφορετικών φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν την ίδια κίνηση
- η ικανότητα μετάβασης μεταξύ γραφικών παραστάσεων φυσικών μεγεθών και πιθανών κινηματικών φαινομένων που τα ερμηνεύουν
- η εμφάνιση παρανοήσεων που συνδέονται α) με την ταύτιση των αναπαραστάσεων τόσο με το είδος της κίνησης, όσο και με την εικόνα της τροχιάς του κινητού και β) της λανθασμένης συσχέτισης των αναπαραστάσεων που ερμηνεύουν την ίδια κίνηση.

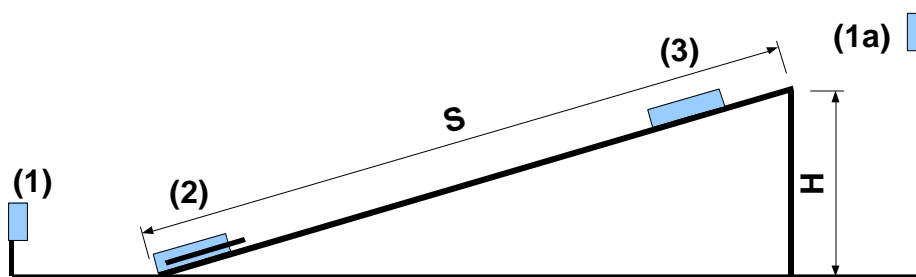
Μέθοδος

Η εργασία μελετά την επίδραση τόσο του διαφορετικού μαθηματικού επιπέδου, όσο και των διαφορετικών δραστηριοτήτων στην κατανόηση του πλαισίου εφαρμογής των αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών και της εμφάνισης των αντίστοιχων παρανοήσεων. Το δείγμα ήταν 92 πρωτοετείς φοιτητές και φοιτήτριες του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης στο Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων. Οι φοιτητές χωρίστηκαν σε δύο κατηγορίες με βάση την κατεύθυνση που είχαν επιλέξει στο Γενικό Λύκειο. Η πρώτη αποτελούνταν από 56 φοιτητές θεωρητικής κατεύθυνσης με ικανοποιητικό βαθμό επίδοσης στα μαθηματικά γενικής παιδείας της Γ' Λυκείου, ενώ η δεύτερη από 36 φοιτητές θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης. Κάθε κατηγορία χωρίστηκε σε δύο ισάριθμες και ισοδύναμες πειραματικές ομάδες ως προς την επίδοσή τους στα μαθηματικά γενικής παιδείας της Γ' Λυκείου. Η μία ομάδα της κάθε κατηγορίας εφάρμοσε την αλλαγή της κλίσης και η άλλη την αλλαγή του συστήματος αναφοράς.

Το μαθησιακό πλαίσιο περιλαμβάνει τη μελέτη ρεαλιστικών προβλημάτων με τη χρήση των αναπαραστάσεων διαφορετικών φυσικών μεγεθών. Οι αναπαραστάσεις δημιουργούνται από τα πειραματικά δεδομένα πραγματικών κινήσεων με τη βοήθεια του συστήματος MBL. Στις καθοδηγούμενες δραστηριότητες οι φοιτητές αντιμετωπίζουν τις συχνότερα εμφανιζόμενες παρανοήσεις και εφαρμόζουν τις αντίστοιχες μαθηματικές έννοιες της κλίσης και του εμβαδού στις σχηματιζόμενες αναπαραστάσεις, ενώ ταυτόχρονα τις συνδέουν με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη. Τα κύρια χαρακτηριστικά του ανωτέρω πλαισίου είναι:

- η πρόβλεψη
- ο πειραματισμός - επαλήθευση
- η ερμηνεία - συσχέτιση της χρονικής εξέλιξης φαινομένου - αναπαραστάσεων και
- η εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών και η συσχέτιση τους με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη.

Η πειραματική διαδικασία παρουσιάζεται στο Σχήμα 1. Αποτελείται από ένα κεκλιμένο επίπεδο, ένα όχημα που κινείται κατά μήκος του με ελάχιστες τριβές και προς τις δύο κατευθύνσεις (3), ένα εμπόδιο στα άκρο του οποίου είναι προσαρμοσμένο ένα ελατήριο (2) στο οποίο το κινητό προσκρούει και αλλάζει φορά κίνησης και έναν αισθητήρα κίνησης που καταγράφει τα πειραματικά δεδομένα (1).



Σχήμα 1. Απεικόνιση της πειραματικής διάταξης που χρησιμοποιήθηκε για τις δραστηριότητες

Το κινητό αφήνεται από την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου, κινείται και προσκρούει στο ελατήριο. Αλλάζει η φορά της κίνησης και μεταξύ δύο διαδοχικών κρούσεων εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με σταθερή, αρνητική επιτάχυνση. Η αλλαγή των αναπαραστάσεων πραγματοποιείται με διαφορετικό τρόπο για κάθε πειραματική ομάδα. Η πρώτη αλλάζει το ύψος H και κατά συνέπεια την επιτάχυνση, ενώ η δεύτερη τη θέση του αισθητήρα κίνησης (1a). Με τον τρόπο αυτό αλλάζει το σύστημα αναφοράς και η μορφή των αναπαραστάσεων (αντιστροφή κατά 180° στις γραφικές παραστάσεις και στα πρόσημα των αλγεβρικών εξισώσεων).

Σκοπός των δραστηριοτήτων ήταν να διευκολυνθούν οι φοιτητές στην αμφίδρομη μετάβαση μεταξύ κινηματικού φαινομένου και αναπαραστάσεων, καθώς επίσης και στις μεταβάσεις μεταξύ των διαφορετικών αναπαραστάσεων που ερμηνεύουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο. Οι φοιτητές συμμετείχαν σε δύο ωριαίες δραστηριότητες με το σύστημα MBL. Η πρώτη συνδεόταν με τη μελέτη της επιταχυνόμενης κίνησης και ήταν κοινή για όλους, ενώ η δεύτερη ήταν διαφορετική για κάθε μία από τις δύο ομάδες. Οι φοιτητές σε πρώτο επίπεδο πραγματοποιούσαν τις αντίστοιχες κινήσεις και κατέγραφαν τα πειραματικά δεδομένα. Σε δεύτερο επίπεδο με τη βοήθεια του λογισμικού του συστήματος εφαρμόζαν στις εμφανιζόμενες αναπαραστάσεις τις μαθηματικές έννοιες και τις συσχέτιζαν με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη τονίζοντας τον διαφορετικό τρόπο εφαρμογής τους στο πλαίσιο της Φυσικής (Heck & Ellermeijer, 2010). Το μοντέλο μετάβασης των φοιτητών μεταξύ του φυσικού φαινομένου και των αναπαραστάσεων των φυσικών μεγεθών θέσης, ταχύτητας και

επιτάχυνσης (και προς τις δύο κατευθύνσεις) χρησιμοποιεί ως κυριότερα εργαλεία την ερμηνεία και αντιστοίχιση της χρονικής εξέλιξης στα δύο πλαίσια και την εφαρμογή των μαθηματικών εννοιών κλίσης και εμβαδού με ταυτόχρονη συσχέτιση τους με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη (Γεωργόπουλος, 2010).

Η καταγραφή των απαντήσεων των φοιτητών έγινε μέσω ερωτηματολογίου, το οποίο περιλάμβανε 10 ερωτήσεις με τις συνοδευτικές τους γραφικές παραστάσεις. Οι τρεις πρώτες αφορούσαν τη μετάβαση από το φαινόμενο στις γραφικές παραστάσεις, οι τέσσερις επόμενες τη μετάβαση μεταξύ διαφορετικών γραφικών παραστάσεων φυσικών μεγεθών που απεικονίζουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο και οι τρεις τελευταίες τη μετάβαση μεταξύ γραφικών παραστάσεων και πιθανών κινήσεων. Στον Πίνακα 1 παρουσιάζονται οι 10 ερωτήσεις με τις αντίστοιχες αιτούμενες απαντήσεις με την αιτιολόγησή τους.

Πίνακας 1. Περιγραφή των ερωτήσεων του ερευνητικού εργαλείου

Ερώτηση	Αιτούμενη απάντηση
(1) Περιγραφή μιας κατακόρυφης βολής προς τα πάνω	Ο προσδιορισμός της γραφικής παράστασης θέσης-χρόνου μέσα από μια ποικιλία γραφικών παραστάσεων
(2) Περιγραφή μιας κατακόρυφης βολής προς τα πάνω	Ο προσδιορισμός της γραφικής παράστασης ταχύτητας-χρόνου μέσα από μια ποικιλία γραφικών παραστάσεων
(3) Περιγραφή μιας κατακόρυφης βολής προς τα πάνω	Ο προσδιορισμός της γραφικής παράστασης επιτάχυνσης-χρόνου μέσα από μια ποικιλία γραφικών παραστάσεων
(4) Δίνεται η γραφική παράσταση θέσης-χρόνου για σύνθετη κίνηση	Ο προσδιορισμός της γραφικής παράστασης ταχύτητας-χρόνου μέσα από μια ποικιλία γραφικών παραστάσεων
(5) Δίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου για σύνθετη κίνηση	Ο προσδιορισμός της γραφικής παράστασης θέσης-χρόνου μέσα από μια ποικιλία γραφικών παραστάσεων
(6) Δίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας-χρόνου για σύνθετη κίνηση	Ο προσδιορισμός της γραφικής παράστασης επιτάχυνσης-χρόνου μέσα από μια ποικιλία γραφικών παραστάσεων
(7) Δίνεται η γραφική παράσταση επιτάχυνσης-χρόνου για σύνθετη κίνηση	Ο προσδιορισμός της γραφικής παράστασης ταχύτητας-χρόνου μέσα από μια ποικιλία γραφικών παραστάσεων
(8) Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις θέσης-χρόνου, ταχύτητας-χρόνου και επιτάχυνσης-χρόνου	Η επιλογή των αντίστοιχων γραφικών παραστάσεων που αφορούν την ευθύγραμμη ομαλή κίνηση
(9) Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις θέσης-χρόνου, ταχύτητας-χρόνου και επιτάχυνσης-χρόνου	Η επιλογή των αντίστοιχων γραφικών παραστάσεων που αφορούν την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση
(10) Δίνεται η γραφική παράσταση θέσης-χρόνου	Ο προσδιορισμός του είδους της κίνησης, μέσα από μια ποικιλία εναλλακτικών υποθέσεων

Για τη διερεύνηση της γνώσης των φοιτητών επιλέχθηκε η ποιοτική ανάλυση των απαντήσεών τους και συγκεκριμένα η ταξινόμηση SOLO (Structure of the Observed Learning Outcomes, Biggs & Collins, 1982). Η ταξινόμηση κατηγοριοποιεί τις απαντήσεις σε πέντε ιεραρχικά επίπεδα, τα οποία εκφράζουν την εξελικτική πορεία της διαδικασίας οικοδόμησης της γνώσης, παρέχοντας ένα συστηματικό τρόπο περιγραφής της γνωστικής ιεραρχίας που εμφανίζουν οι φοιτητές κατά την πραγματοποίηση μιας δραστηριότητας. (Μπέλλου, 2003). Στη συνέχεια δίνεται η ανάλυση της κατηγορίας των επιπέδων μαζί με παραδείγματα για την ταξινόμηση των ερωτήσεων 9 και 10 (Γεωργόπουλος κ.α., 2009b).

Πρώτο επίπεδο, προδομικό: Ο φοιτητής αναφέρει ασύνδετες μεταξύ τους πληροφορίες, δεν υπάρχει οργάνωση και αιτιολόγηση. Για παράδειγμα, δεν απαντά, απαντά λάθος ή περιγράφει απλά το φαινόμενο (την καμπύλη όσον αφορά στην ερώτηση 10).

Δεύτερο επίπεδο, μονοδομικό: Ο φοιτητής κάνει απλές και προφανείς συνδέσεις, αλλά δεν καταδεικνύεται (δεν δηλώνεται) η σημασία των συνδέσεων. Για παράδειγμα, στην περιγραφή του φαινομένου (της καμπύλης για την ερώτηση 9 αναφέρει απλά την εξέλιξη μόνο ενός από τα μεγέθη: θέση, ταχύτητα, επιτάχυνση, ενώ για την ερώτηση 10 αναφέρει έναν από τους παράγοντες: θέση, μορφή καμπύλης, είδος κίνησης).

Τρίτο επίπεδο, πολυδομικό: Ο φοιτητής κάνει ορισμένες συνδέσεις, αλλά δεν καταδεικνύεται (δεν δηλώνεται) η σημασία της σχέσης μεταξύ των συνδέσεων. Για παράδειγμα, στην περιγραφή του φαινομένου (δηλαδή της καμπύλης για την ερώτηση 10), αναφέρει την εξέλιξη δύο ή περισσότερων από τα παραπάνω χωρίς να τα συσχετίζει κατάλληλα.

Τέταρτο επίπεδο, συνδιαστικό-συσχετιστικό: Ο φοιτητής καταδεικνύει (δηλώνει) τη σχέση μεταξύ των συνδέσεων ή και του συνόλου. Για παράδειγμα, στην περιγραφή του φαινομένου (δηλαδή της καμπύλης για την ερώτηση 10) αναφέρει την εξέλιξη δύο ή περισσότερων από τα παραπάνω, τα συσχετίζει σωστά και καταλήγει σε συμπέρασμα.

Πέμπτο επίπεδο, θεωρητικής γενίκευσης- θεωρητικής γενίκευσης: Ο φοιτητής κάνει συνδέσεις εκτός θεματικής περιοχής ή γενικεύει και μεταφέρει τους νόμους- και τις σχέσεις από το συγκεκριμένο στο γενικό (αφαιρετικό). Για παράδειγμα, λαμβάνει υπόψη το φαινόμενο (τη μορφή της καμπύλης για την ερώτηση 10), εστιάζει στο είδος της κίνησης, συνδυάζει την μορφή της καμπύλης (τη μαθηματική έννοια με το φυσικό μέγεθος) και εντάσσει τη συγκεκριμένη περίπτωση στο γενικό πλαίσιο.

Το ερωτηματολόγιο απαντήθηκε πριν και μετά τη διεξαγωγή του πειράματος. Οι φοιτητές επέλεξαν με τη διαδικασία της πολλαπλής επιλογής και αιτιολόγησαν την επιλογή τους με απαντήσεις ανοιχτού τύπου που περιελάμβαναν τις ακόλουθες τρεις συνιστώσες (Γεωργόπουλος, 2010):

- τον εντοπισμό και την αναφορά των στοιχείων ή παραγόντων που διαδραματίζουν ενεργό ρόλο στο υπό μελέτη φαινόμενο (είδος κίνησης - αναπαραστάσεις)
- τους συσχετισμούς των δεδομένων (στοιχείων ή παραγόντων) και
- την εξαγωγή τεκμηριωμένου συμπεράσματος, σύμφωνα με τα προηγούμενα.

Επιπλέον, οι ανοιχτού τύπου απαντήσεις των φοιτητών έδωσαν τη δυνατότητα ανίχνευσης των αναμενόμενων παρανοήσεων στην αντίστοιχη ενότητα.

Αποτελέσματα

Τα αποτελέσματα που απεικονίζουν τις μεταβάσεις των φοιτητών εμφανίζονται στον Πίνακα 2. Οι τιμές αντιστοιχούν στους μέσους όρους καταγραφής του αντίστοιχου επιπέδου SOLO για τους φοιτητές ανά κατηγορία φοιτητών (μαθηματικό επίπεδο) και ανά ομάδα εργασίας (Α: αλλαγή κλίσης, Β: αλλαγή συστήματος αναφοράς). Οι ακέραιοι αριθμοί αντιστοιχούν ως εξής: 1: προδομικό, 2: μονοδομικό, 3: πολυδομικό, 4: συσχετιστικό, 5: επίπεδο εκτεταμένης θεώρησης, ενώ οι δεκαδικοί αντιστοιχούν σε μεταβατικά επίπεδα SOLO. Οι τρεις πρώτες ερωτήσεις (1, 2, 3) αναφέρονται στη μετάβαση από το φαινόμενο στις αναπαραστάσεις $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$ αντίστοιχα, οι τέσσερις επόμενες (4, 5, 6, 7) στις μεταβάσεις μεταξύ των αναπαραστάσεων $x(t)$, $v(t)$ και $a(t)$, που απεικονίζουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο και οι τρεις τελευταίες (8, 9, 10) στη μετάβαση από αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών που δίνονται σε πιθανά κινηματικά φαινόμενα.

Πίνακας 2. Μέσοι όροι καταγραφής του επιπέδου SOLO των φοιτητών - Ταξινόμηση μαθηματικού επιπέδου

Ερώτηση	Κατεύθυνση					
	Θεωρητική (N=56)			Θετική-Τεχνολογική (N=36)		
	Ομάδα Α (N=28)	Ομάδα Β (N=28)	Σύνολο (N=56)	Ομάδα Α (N=18)	Ομάδα Β (N=18)	Σύνολο (N=36)
01 πριν	1,46	1,39	1,43	2,50	2,06	2,28
01 μετά	2,36	2,39	2,38	3,28	3,22	3,25
02 πριν	1,14	1,18	1,16	2,67	2,72	2,69
02 μετά	2,25	2,04	2,14	3,33	3,33	3,33
03 πριν	1,25	1,39	1,32	2,17	2,50	2,33
03 μετά	2,50	2,57	2,54	3,72	3,50	3,61
04 πριν	1,46	1,54	1,50	3,22	3,61	3,42
04 μετά	2,29	2,71	2,50	3,72	3,94	3,83
05 πριν	1,36	1,21	1,29	2,78	3,28	3,03
05 μετά	2,71	2,64	2,68	3,61	3,83	3,72
06 πριν	2,04	2,11	2,07	3,94	3,94	3,94
06 μετά	3,32	3,18	3,25	4,00	4,00	4,00
07 πριν	1,71	1,82	1,77	3,17	3,00	3,08
07 μετά	2,82	2,86	2,84	3,44	3,61	3,53
08 πριν	2,32	2,11	2,21	3,89	3,56	3,72
08 μετά	3,36	3,14	3,25	4,00	4,00	4,00
09 πριν	1,86	1,93	1,89	3,94	3,61	3,78
09 μετά	3,36	3,36	3,36	4,00	4,00	4,00
10 πριν	1,89	1,68	1,79	3,67	3,22	3,44
10 μετά	2,61	2,50	2,55	3,83	3,67	3,75

Ομαδοποιώντας τις ερωτήσεις, χαρακτηρίζεται ως μετάβαση 1 η μέση τιμή των ερωτήσεων 1, 2 και 3, που δείχνει την ικανότητα των φοιτητών να μετακινούνται μεταξύ φαινομένου-αναπαραστάσεων, ως μετάβαση 2 τη μέση τιμή των ερωτήσεων 4, 5, 6 και 7, που δείχνει την ικανότητα των φοιτητών να μετακινούνται μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων που ερμηνεύουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο και ως μετάβαση 3 τη μέση τιμή των ερωτήσεων 8, 9 και 10, που δείχνει την ικανότητα των φοιτητών να μετακινούνται μεταξύ αναπαραστάσεων (που δίνονται) και κινηματικών φαινομένων που πιθανώς να τα ερμηνεύουν. Επίσης ως κατανόηση αναπαραστάσεων χαρακτηρίζεται ο αριθμητικός μέσος των μεταβάσεων 1, 2, 3 που δείχνει τη συνολική ικανότητα των φοιτητών να κατανοούν το πλαίσιο των αναπαραστάσεων που ερμηνεύουν το αντίστοιχο κινηματικό φαινόμενο. Οι

τιμές των αντίστοιχων μεταβλητών δίνονται στον Πίνακα 3, όπου ισχύουν οι ορισμοί του Πίνακα 2 για τις μέσες τιμές, τις κατηγορίες των φοιτητών και τις ομάδες εργασίας.

Πίνακας 3. Μέσες τιμές καταγραφής της αντίστοιχης κατηγορίας μετάβασης του επιπέδου SOLO-Ταξινόμηση μαθηματικού επιπέδου

Μετάβαση	Κατεύθυνση					
	Θεωρητική (N=56)			Θετική-Τεχνολογική (N=36)		
	Ομάδα Α (N=28)	Ομάδα Β (N=28)	Σύνολο (N=56)	Ομάδα Α (N=18)	Ομάδα Β (N=18)	Σύνολο (N=36)
Μετάβαση 1 πριν	1,29	1,32	1,30	2,44	2,43	2,44
Μετάβαση 1 μετά	2,37	2,33	2,35	3,44	3,35	3,40
Μετάβαση 2 πριν	1,64	1,67	1,66	3,28	3,46	3,37
Μετάβαση 2 μετά	2,79	2,85	2,82	3,69	3,85	3,77
Μετάβαση 3 πριν	2,02	1,91	1,96	3,83	3,46	3,65
Μετάβαση 3 μετά	3,11	3,00	3,05	3,94	3,89	3,92
Συνολική κατανόηση αναπαραστάσεων πριν	1,65	1,63	1,64	3,19	3,12	3,15
Συνολική κατανόηση αναπαραστάσεων μετά	2,75	2,73	2,74	3,69	3,70	3,70

Όλοι οι φοιτητές βελτίωσαν το γνωστικό τους επίπεδο μετά το πείραμα. Όπως ήταν αναμενόμενο, όλοι οι φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης βρίσκονται τόσο πριν όσο και μετά το πείραμα σε καλύτερο γνωστικό επίπεδο από αυτούς της θεωρητικής. Μάλιστα οι τελευταίοι μόνο σε μία ερώτηση ξεπέρασαν το τρίτο πολυδομικό επίπεδο, επίπεδο που ξεπερνούν όλοι σχεδόν οι φοιτητές της άλλης κατηγορίας χωρίς όμως να καταγράφονται υψηλά γνωστικά επίπεδα και γι' αυτούς. Χαρακτηριστικό είναι ότι πολύ μεγαλύτερη βελτίωση φάνηκε στους φοιτητές που προέρχονται από τη θεωρητική κατεύθυνση σε αντίθεση με αυτούς της θετικής και τεχνολογικής. Ο κυριότερος λόγος είναι ότι οι φοιτητές της θεωρητικής είχαν περιθώριο βελτίωσης ξεκινώντας από το χαμηλότερο γνωστικό επίπεδο να μετακινηθούν στο επόμενο ιεραρχικό επίπεδο επισημαίνοντας μόνο τους παράγοντες της κλίσης και του εμβαδού, χωρίς όμως να μπορούν να αξιοποιήσουν αυτές τις μαθηματικές έννοιες με τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη. Οι φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης ξεκινούν σχεδόν όλοι από το τρίτο, πολυδομικό επίπεδο. Αυτό σημαίνει ότι αναγνωρίζουν τους παράγοντες που πρέπει να συσχετίσουν ώστε να φτάσουν σε αποδεκτό επιστημονικά συμπέρασμα, αλλά φαίνεται ότι δεν μπορούν να εφαρμόσουν τις μαθηματικές έννοιες στο πλαίσιο της Φυσικής κυρίως σε επιμέρους τμήματα των γραφικών παραστάσεων και να καταλήξουν σε συμπέρασμα για τα είδη της κίνησης. Από τη σύγκριση μεταξύ των δύο πειραματικών ομάδων δεν υπήρξε στατιστική διαφορά (αλλαγή συστήματος αναφοράς και αλλαγή κλίσης, $p > 0,05$).

Μετά το τέλος της διαδικασίας ζητήθηκε από τους φοιτητές να αξιολογήσουν κατά πόσο οι δραστηριότητες που πραγματοποίησαν τους διευκόλυναν στις απαντήσεις των αντίστοιχων ερωτήσεων του ερωτηματολογίου με βάση την κλίμακα: καθόλου (1), λίγο (2), μέτρια (3), αρκετά (4) και πολύ (5), ενώ για τις κατηγορίες των φοιτητών και τις ομάδες εργασίας

ισχύουν οι ορισμοί που δόθηκαν στον Πίνακα 3. Παρατηρήθηκε ότι οι φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης αξιολόγησαν σε μεγαλύτερο βαθμό τη χρησιμότητα των δραστηριοτήτων (ελάχιστη τιμή 3,02, μέγιστη τιμή 3,88) σε σχέση με τους φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (ελάχιστη τιμή 2,39, μέγιστη τιμή 3,44). Η ομάδα Β (αλλαγή του συστήματος αναφοράς) αξιολογήθηκε για όλες τις κατηγορίες των φοιτητών με υψηλότερη απόδοση, όπου οι μεν φοιτητές της θεωρητικής κυμάνθηκαν από 3,21 έως 4,07, ενώ οι φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής από 2,39 έως 3,61.

Στα αποτελέσματα που συνδέονται με τις παρανοήσεις των φοιτητών, η αιτιολόγηση των απαντήσεων είχε ως αποτέλεσμα την εμφάνιση των παρακάτω κατηγοριών παρανοήσεων:

- α) οι γραφικές παραστάσεις των φυσικών μεγεθών ή το είδος της κίνησης έχουν την ίδια μορφή με τη διαδρομή του κινητού και
- β) οι γραφικές παραστάσεις διαφορετικών φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο έχουν την ίδια μορφή.

Στην πρώτη κατηγορία που περιλαμβάνει την ταύτιση των αναπαραστάσεων και του είδους της κίνησης με την εικόνα της τροχιάς του κινητού, ο αριθμός των παρανοήσεων ανά κατηγορία φοιτητών (μαθηματικό επίπεδο) και ανά ομάδα εργασίας (Α: αλλαγή κλίσης, Β: αλλαγή συστήματος αναφοράς), δίνονται στον Πίνακα 4.

Πίνακας 4. Αριθμός παρανοήσεων σχετικά με την ταύτιση των αναπαραστάσεων και του είδους της κίνησης με την εικόνα της τροχιάς του κινητού - Ταξινόμηση μαθηματικού επιπέδου

Μετάβαση	Κατεύθυνση					
	Θεωρητική			Θετική-Τεχνολογική		
	Ομάδα Α (N=28)	Ομάδα Β (N=28)	Σύνολο (N=56)	Ομάδα Α (N=18)	Ομάδα Β (N=18)	Σύνολο (N=36)
x(t)-διαδρομή πριν	1	1	2	1	0	1
x(t)-διαδρομή μετά	1	0	1	0	0	0
u(t)-διαδρομή πριν	12	11	23	1	4	5
u(t)-διαδρομή μετά	8	10	18	0	0	0
a(t)-διαδρομή πριν	3	0	3	0	1	1
a(t)-διαδρομή μετά	0	1	1	0	0	0
κίνηση-διαδρομή πριν	8	8	16	0	0	0
κίνηση-διαδρομή μετά	3	3	6	0	0	0

Παρατηρείται ότι η παρανόηση της διαδρομής του κινητού (τροχιά κίνησης) επιδρά σημαντικότερα σε δύο παράγοντες, στη γραφική παράσταση $u(t)$ και στην ταύτιση της κίνησης με τη διαδρομή του κινητού. Στην κατηγορία που αναφέρεται στη λανθασμένη συσχέτιση μεταξύ των αναπαραστάσεων, ο αριθμός των παρανοήσεων ανά κατηγορία φοιτητών (μαθηματικό επίπεδο) και ανά ομάδα εργασίας (Α: αλλαγή κλίσης, Β: αλλαγή συστήματος αναφοράς), δίνεται στον Πίνακα 5. Παρατηρείται ότι οι περισσότερες παρανοήσεις αναφέρονται στη γραφική παράσταση $x(t)$ που συνδέεται με την τροχιά του κινητού. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα οι άλλες γραφικές παραστάσεις, $u(t)$ και $a(t)$ να θεωρούνται ότι αποτελούν απλά αντίγραφα αυτής.

Πίνακας 5. Αριθμός παρανοήσεων σχετικά με τη λανθασμένη συσχέτιση μεταξύ των αναπαραστάσεων - Ταξινόμηση μαθηματικού επιπέδου

Μετάβαση	Κατεύθυνση					
	Θεωρητική			Θετική-Τεχνολογική		
	Ομάδα Α (N=28)	Ομάδα Β (N=28)	Σύνολο (N=56)	Ομάδα Α (N=18)	Ομάδα Β (N=18)	Σύνολο (N=36)
x(t)-u(t) πριν	11	8	19	1	2	3
x(t)-u(t) μετά	5	3	8	0	1	1
u(t)-x(t) πριν	36	31	67	2	2	4
u(t)-x(t) μετά	10	13	23	0	2	2
x(t)-a(t) πριν	0	1	1	0	0	0
x(t)-a(t) μετά	0	0	0	0	0	0
a(t)-x(t) πριν	16	14	30	5	4	9
a(t)-x(t) μετά	3	3	6	0	0	0
u(t)-a(t) πριν	4	6	10	0	1	1
u(t)-a(t) μετά	2	1	3	0	1	1
a(t)-u(t) πριν	6	9	15	0	0	0
a(t)-u(t) μετά	3	1	4	0	0	0

Συμπεράσματα

Η παρούσα εργασία διερευνά τη δεξιότητα μετάβασης φοιτητών μεταξύ κινηματικών φαινομένων και των αναπαραστάσεων αντίστοιχων φυσικών μεγεθών σε δύο διαφορετικές περιπτώσεις δραστηριοτήτων, την αλλαγή της κλίσης και την αλλαγή του συστήματος αναφοράς στη μελέτη επιταχυνόμενης κίνησης με τη βοήθεια του συστήματος MBL, για δύο κατηγορίες φοιτητών, φοιτητών που προέρχονται από την θεωρητική κατεύθυνση και φοιτητών που προέρχονται από τη θετική και τεχνολογική κατεύθυνση. Οι δεύτεροι έχουν διδαχθεί (και εξεταστεί) περισσότερα μαθήματα μαθηματικών και κατά συνέπεια έχουν τη δυνατότητα να διαχειρισθούν και να κατανοήσουν υψηλότερου επιπέδου διδασκαλία (που συνδέεται με τα μαθηματικά) και πολυπλοκότερες δραστηριότητες.

Η διδακτική παρέμβαση:

- λαμβάνει υπόψη τις υπάρχουσες μαθηματικές γνώσεις των φοιτητών
- χρησιμοποιεί αυθεντικά παραδείγματα με κύρια χαρακτηριστικά την ευκολία και την επαναληψιμότητα
- ζητά από τους φοιτητές να μεταβούν αμφίδρομα τόσο μεταξύ των φυσικών φαινομένων και των αντίστοιχων αναπαραστάσεων θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης, όσο και μεταξύ αναπαραστάσεων διαφορετικών φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο
- ζητά από τους φοιτητές να αξιολογήσουν τη χρησιμότητα της διδακτικής

παρέμβασης στην κατανόηση του πλαισίου των αναπαραστάσεων

- μελετά τις παρανοήσεις που συνδέονται με το αντίστοιχο πλαίσιο εφαρμογής.

Αναλυτικότερα η βελτίωση της κατανόησης του πλαισίου των αναπαραστάσεων περιλαμβάνει τις επόμενες τρεις μεταβάσεις.

Μετάβαση από τα κινηματικά φαινόμενα στις αναπαραστάσεις

Η μετάβαση αυτή απαιτεί την κατανόηση του τριγώνου εννοιών φαινόμενο -είδος κίνησης - αναπαραστάσεις, ενώ στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών Φυσικής του Γενικού Λυκείου τονίζεται κυρίως μόνο η μετάβαση είδος κίνησης - αναπαραστάσεις, χωρίς να δίνεται έμφαση στην αναγνώριση της κίνησης που συμβαίνει στο φυσικό φαινόμενο. Κατά συνέπεια υπάρχει αυξημένος βαθμός δυσκολίας και οι επιδόσεις πριν την παρέμβαση είναι χαμηλές. Στα πλαίσια των δραστηριοτήτων με το σύστημα MBL οι φοιτητές εφαρμόζουν την αντιστοίχιση της χρονικής εξέλιξης φαινομένου-αναπαραστάσεων με έμφαση στη μετάβαση φαινόμενο - είδος κίνησης που δεν τονίζεται στα πλαίσια του αναλυτικού προγράμματος. Παρατηρείται ότι οι φοιτητές και των δύο κατευθύνσεων βελτιώνονται περισσότερο στη μετάβαση φαινόμενο-αναπαράσταση $a(t)$ που απαιτεί μεγαλύτερο βαθμό αφαίρεσης συγκρινόμενη με τις μεταβάσεις $u(t)$ και $x(t)$. Για τις άλλες δύο μεταβάσεις οι φοιτητές διαφοροποιούνται ανά κατεύθυνση. Για μεν τους φοιτητές της θεωρητικής η μείωση των παρανοήσεων, ταύτιση της αναπαράστασης $u(t)$ με την διαδρομή του κινητού (μεγαλύτερη συχνότητα εμφάνισης) και ταύτιση της αναπαράστασης $x(t)$ με την διαδρομή του κινητού (μικρότερη συχνότητα εμφάνισης), έχει ως αποτέλεσμα τη σειρά βελτίωσης φαινόμενο - αναπαράσταση $u(t)$ και φαινόμενο - αναπαράσταση $x(t)$. Για τους φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης, ενώ δεν εμφανίζουν τις παραπάνω παρανοήσεις δέχονται σε σημαντικότερο βαθμό την επίδραση του αναλυτικού προγράμματος, όπου οι δραστηριότητες είναι κύρια στην αναπαράσταση $u(t)$ και έχει ως αποτέλεσμα τη σειρά βελτίωσης φαινόμενο - αναπαράσταση $x(t)$ και φαινόμενο - αναπαράσταση $u(t)$.

Μετάβαση μεταξύ των διαφορετικών αναπαραστάσεων που απεικονίζουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο

Για να πραγματοποιηθεί η μετάβαση αυτή οι φοιτητές πρέπει να κινηθούν στις κορυφές του εννοιολογικού τριγώνου αρχικές αναπαραστάσεις - είδος κίνησης και τελικές αναπαραστάσεις. Παρατηρείται ότι όλοι οι φοιτητές βελτιώνονται σημαντικά στη μετάβαση $u(t)$ - $x(t)$, με τους φοιτητές της θεωρητικής σε διπλάσιο ποσοστό βελτίωσης έναντι των φοιτητών της θετικής και τεχνολογικής. Η βελτίωση αυτή οφείλεται κυρίως στη μείωση των αντίστοιχων παρανοήσεων που εμφανίζονται στο μεγαλύτερο βαθμό για την περίπτωση αυτή. Ακολουθούν οι μεταβάσεις προς τη γραφική παράσταση $u(t)$ ($x(t)$ - $u(t)$ και $a(t)$ - $u(t)$), με σχεδόν το μισό ποσοστό βελτίωσης σε σχέση με την αρχική και για τις δύο κατευθύνσεις. Αξιοσημείωτο είναι ότι οι παρανοήσεις για αυτή την κατηγορία είναι περίπου το ένα τέταρτο των αρχικών. Τέλος στη μετάβαση προς τη γραφική παράσταση $a(t)$ ($u(t)$ - $a(t)$), η αισθητά μικρότερη βελτίωση συνδέεται με το ότι σχεδόν δεν υπάρχουν παρανοήσεις. Οι ανωτέρω διαπιστώσεις ερμηνεύονται ότι όπου δεν υπάρχουν παρανοήσεις, η επίδραση δραστηριοτήτων με διαφορετική μεθοδολογία σε σχέση με το αναλυτικό πρόγραμμα δε βελτιώνει σημαντικά την υπάρχουσα γνώση. Πιθανόν απαιτούνται δραστηριότητες που να ωθούν τους φοιτητές να ερμηνεύουν καλύτερα τα φυσικά φαινόμενα με επιπρόσθετη γνώση.

Μετάβαση από αναπαραστάσεις σε πιθανά κινηματικά φαινόμενα

Για τη μετάβαση αυτή οι φοιτητές πρέπει να κινηθούν και στις δύο διαδρομές: αναπαραστάσεις-είδος κίνησης-πιθανό φαινόμενο, και αναπαραστάσεις-παρανόηση

διαδρομής κινητού-πιθανό φαινόμενο. Η μετάβαση έχει αυξημένο βαθμό δυσκολίας σε σχέση με τη μετάβαση καθορισμένο φαινόμενο-είδος κίνησης αφενός λόγω των δύο διαδρομών και αφετέρου λόγω της απαιτούμενης γενίκευσης. Χαρακτηριστικό είναι ότι οι φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης εμφανίζουν τη μεγαλύτερη βελτίωση αναπαραστάσεις – πιθανό φαινόμενο (ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση) και τη μικρότερη βελτίωση στην παρανόηση που συνδέεται με την ταύτιση της μορφής της αναπαραστάσεως με την εικόνα του φαινομένου-διαδρομή κινητού. Αντίθετα, οι φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής βελτιώνουν με τη βοήθεια του MBL περισσότερο την εν λόγω παρανόηση και λιγότερο τις μεταβάσεις από αναπαραστάσεις σε πιθανά κινηματικά φαινόμενα.

Η μετάβαση αναπαραστάσεις – πιθανά κινηματικά φαινόμενα είναι αρκετά δύσκολη γιατί η παρανόηση που ταυτίζει το σχήμα της γραφικής παράστασης με την εικόνα της πειραματικής διαδικασίας είναι αρκετά ισχυρή. Παρατηρείται ότι οι βελτιώσεις των φοιτητών της θεωρητικής κατεύθυνσης από αναπαραστάσεις προς τα είδη των κινήσεων είναι μεγαλύτερες γιατί βελτιώνονται οι αντίστοιχες παρανοήσεις, ενώ ειδικότερα η μετάβαση από την γραφική παράσταση $x(t)$ σε πιθανό κινηματικό φαινόμενο συναντά δυσκολίες. Σε αντιδιαστολή, οι φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής έχουν ήδη τη γνώση που συνδέεται με τις μεταβάσεις από τις αναπαραστάσεις προς τα είδη των κινήσεων, δεν εμφανίζουν παρανοήσεις και η διδακτική παρέμβαση τους βοηθά να βελτιώσουν σημαντικά την μετάβαση από $x(t)$ σε πιθανό κινηματικό φαινόμενο. Δηλαδή η παρανόηση ταύτισης του σχήματος της γραφικής παράστασης με την εικόνα της πειραματικής διαδικασίας – διαδρομή του κινητού είναι σημαντική και η διδακτική παρέμβαση με τη βοήθεια του συστήματος MBL βοηθά κύρια τους φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής που έχουν καλύτερο επίπεδο γνώσεων (αρχικά και τελικά), ενώ δεν βοηθά ιδιαίτερα τους φοιτητές με μικρότερο επίπεδο γνώσεων (θεωρητική κατεύθυνση).

Συνολικά, για τις τρεις μεταβάσεις και τη συνολική κατανόηση του πλαισίου των αναπαραστάσεων η βελτίωση ανά κατεύθυνση είναι:

Θεωρητική κατεύθυνση

Μετάβαση: φαινόμενο – αναπαραστάσεις, μεταβολή 80,37%

Μετάβαση: μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων, μεταβολή 70,08%

Μετάβαση: αναπαραστάσεις – φαινόμενο, μεταβολή 55,45%

Συνολική κατανόηση πλαισίου αναπαραστάσεων, μεταβολή 66,97%

Θετική και τεχνολογική κατεύθυνση

Μετάβαση: φαινόμενο – αναπαραστάσεις, μεταβολή 39,54%

Μετάβαση: μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων, μεταβολή 11,96%

Μετάβαση: αναπαραστάσεις – φαινόμενο, μεταβολή 7,36%

Συνολική κατανόηση πλαισίου αναπαραστάσεων, μεταβολή 17,29%.

Ερμηνεύοντας τη συνολική κατανόηση των φοιτητών στις τρεις μεταβάσεις που συνιστούν την κατανόηση του πλαισίου των αναπαραστάσεων - πλαίσιο εφαρμογής, παρατηρείται ότι (Γεωργόπουλος κ. ά., 2009a; 2009b):

1) Η χρήση του συστήματος MBL δημιουργεί μια αλληλεπιδραστική διαδικασία που απαιτεί τη συσχέτιση μεταξύ των αλλαγών στο πείραμα και των αντίστοιχων αναπαραστάσεων. Λειτουργεί θετικά και για τις δύο ομάδες κατευθύνσεων συμβάλλοντας ικανοποιητικά στην περιγραφή του φαινομένου, την εξέλιξη δύο ή περισσότερων μεγεθών, την ορθή μεταξύ τους συσχέτιση, και την κατάληξη σε συμπέρασμα. Η επίδραση των συστημάτων MBL και στις

τρεις μεταβάσεις είναι μεγαλύτερη στη μετάβαση φαινόμενο-αναπαραστάσεις που αποτελεί και το κυρίαρχο χαρακτηριστικό του συστήματος. Επιπλέον, η βελτίωση για τη θεωρητική κατεύθυνση είναι σημαντική περίπου στον ίδιο βαθμό σε αντίθεση με την θετική και τεχνολογική που διαφοροποιείται και είναι σημαντικά μικρότερη στις μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων και μεταξύ αναπαραστάσεων και πιθανών κινηματικών φαινομένων. Η επισήμανση αυτή συνδέεται με την αντιμετώπιση παρόμοιων θεμάτων στο αναλυτικό πρόγραμμα του σχολείου που αφορά μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων και αναπαραστάσεων και πιθανών κινηματικών φαινομένων. Σύμφωνα με τις διαπιστώσεις αυτές συμπεραίνεται ότι μια ολοκληρωμένη διδακτική παρέμβαση με τη βοήθεια του συστήματος MBL και φύλλα εργασίας βελτιώνει σε σημαντικό βαθμό την κατανόηση των αναπαραστάσεων κινηματικών φαινομένων σε φοιτητές που δεν έχουν ιδιαίτερα υψηλό επίπεδο γνώσεων.

2) Ο μεγαλύτερος βαθμός δυσκολίας εμφανίζεται στη μετάβαση αναπαραστάσεις-πιθανό φαινόμενο και ακολουθούν (με μικρότερο βαθμό) οι μεταβάσεις φαινόμενο - αναπαραστάσεις και η μετάβαση μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων που ερμηνεύουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο. Ο μικρότερος βαθμός δυσκολίας στην τελευταία συνδέεται με την επίδραση της διδασκαλίας στα πλαίσια του αναλυτικού προγράμματος σπουδών της Α' Λυκείου, όπου υπάρχει η αντίστοιχη πρακτική εξάσκηση μέσω των ασκήσεων.

3) Η βελτίωση της επίδοσης των φοιτητών επηρεάζεται δραστικά από την υπάρχουσα μαθηματική γνώση. Ειδικότερα καταγράφηκε μεγαλύτερη βελτίωση των φοιτητών της θεωρητικής κατεύθυνσης, αλλά μεταξύ χαμηλών ιεραρχικά γνωστικών επιπέδων. Οι φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης παραμένουν στο τρίτο με τέταρτο επίπεδο SOLO. Αυτό ερμηνεύεται από το ότι οι φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης έχουν περιθώριο βελτίωσης ξεκινώντας από το χαμηλότερο γνωστικό επίπεδο να μετακινηθούν στο επόμενο ιεραρχικό επίπεδο επισημαίνοντας μόνο τους αντίστοιχους παράγοντες, χωρίς όμως να μπορούν να τους συσχετίσουν κατάλληλα. Η επισήμανση των παραγόντων όπως το είδος της κίνησης, η τροχιά της κίνησης ή η αναπαράσταση του φυσικού μεγέθους συνδέεται με την επίδραση του συστήματος MBL, που συσχετίζει το είδος της κίνησης με τα αντίστοιχα μεγέθη που την ερμηνεύουν. Σε αντίθεση, οι φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης εμφανίζουν μικρότερη βελτίωση που οφείλεται στο ότι έχουν τις βασικές γνώσεις και δεξιότητες που αφορούν τα αντίστοιχα φυσικά μεγέθη, εμφανίζουν όμως δυσκολία να τις συσχετίσουν κατάλληλα και να καταλήξουν σε συμπέρασμα στο πλαίσιο προβλημάτων φυσικής.

4) Ο τρόπος αλλαγής των αναπαραστάσεων δεν επηρεάζει τη βελτίωση μεταξύ των δύο πειραματικών ομάδων για τις δύο κατευθύνσεις φοιτητών, όπου δεν εμφανίστηκε στατιστικά σημαντική διαφορά στις δεξιότητες μετάβασης μεταξύ των δύο ομάδων (αλλαγή κλίσης και αλλαγή συστήματος αναφοράς) σε κάθε κατεύθυνση (θεωρητική και θετική/τεχνολογική). Η διαπίστωση αυτή οφείλεται μάλλον στο ότι η αιτιολόγηση-συσχέτιση της αλλαγής φαινομένου - αναπαραστάσεων αποτελεί το σημαντικότερο χαρακτηριστικό στην πειραματική παρέμβαση που υλοποιείται και όχι στον τρόπο αλλαγής των αναπαραστάσεων.

Στη μελέτη των παρανοήσεων τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι περισσότερες εμφανίζονται κυρίως στους φοιτητές της θεωρητικής και ελάχιστες στους φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης. Με βάση αυτή την παρατήρηση, ο σχολιασμός που ακολουθεί αναφέρεται στους φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης (Γεωργόπουλος κ.α., 2011).

Για τις παρανοήσεις που συνδέονται με την ταύτιση των αναπαραστάσεων και του είδους της κίνησης με την εικόνα της πειραματικής διαδικασίας, οι φοιτητές απαιτείται να κατανοήσουν την διαδρομή: φαινόμενο - είδος κίνησης - αναπαραστάσεις. Επισημαίνεται

ότι στο αναλυτικό πρόγραμμα της Φυσικής του Γενικού Λυκείου τονίζεται κυρίως μόνο η μετάβαση είδος κίνησης - αναπαραστάσεις, χωρίς να δίνεται έμφαση στην αναγνώριση των κινήσεων. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα, η διαδρομή του κινητού (τροχιά κίνησης) επιφέρει παρανοήσεις κυρίως στη γραφική παράσταση $u(t)$ και στην ταύτιση του είδους της κίνησης με τη διαδρομή του κινητού. Η παρέμβαση με το MBL είχε ως συνέπεια τη μείωση της εμφάνισης των ανωτέρω δύο παρανοήσεων κατά 21,7% και 62,5% αντίστοιχα. Η μείωση των παρανοήσεων αυτών συμφωνεί με τη βελτίωση στην επίδοση φοιτητών θεωρητικής κατεύθυνσης κατά τη μετάβαση φαινόμενο - αναπαραστάσεις (Γεωργόπουλος κ.α., 2009a).

Για τις παρανοήσεις που συνδέονται με την λανθασμένη επιλογή μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων φυσικών μεγεθών που ερμηνεύουν το ίδιο κινηματικό φαινόμενο, οι φοιτητές απαιτείται να κατανοήσουν τη διαδρομή αρχικές αναπαραστάσεις - είδος κίνησης - τελικές αναπαραστάσεις. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα οι σημαντικότερες παρανοήσεις για αυτή την κατηγορία αποτελούν οι ταυτίσεις των αναπαραστάσεων $u(t)$ με $x(t)$ και $a(t)$ με $x(t)$. Η παρέμβαση με το σύστημα MBL είχε ως συνέπεια τη μείωση της εμφάνισης των ανωτέρω δύο παρανοήσεων κατά 65,7% και 80,0% αντίστοιχα. Η μείωση των παρανοήσεων αυτών συμφωνεί με τη βελτίωση στην επίδοση φοιτητών θεωρητικής κατεύθυνσης κατά τις μεταβάσεις μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων που ερμηνεύουν την ίδια κίνηση (Γεωργόπουλος κ.α., 2009b). Επιπλέον συμπεραίνεται ότι το επίπεδο μαθηματικών γνώσεων που είναι υψηλότερο στους φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης επιδρά καθοριστικά στη μειωμένη εμφάνιση των παρανοήσεων και όπου υπάρχουν βελτιώνονται θεαματικότερα σε σχέση με τους φοιτητές της θεωρητικής κατεύθυνσης. Επίσης, οι διαφορετικές δραστηριότητες που συνδέονται με τον διαφορετικό τρόπο αλλαγής των αναπαραστάσεων δεν επηρεάζει τη βελτίωση των παρανοήσεων, με αποτέλεσμα να μην υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά μεταξύ των πειραματικών ομάδων ($p > 0,005$ για όλες τις περιπτώσεις). Αυτό οφείλεται στο ότι και οι δύο ομάδες χρησιμοποίησαν στις δραστηριότητες τη διαδικασία της αιτιολόγησης και συσχέτισης των αλλαγών μεταξύ φαινομένου και αναπαραστάσεων. Η μεθοδολογική αυτή προσέγγιση έχει δειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματική (Ainley et al., 1999, 2000, 2001; Ellis & Turner, 2002), επαληθεύεται δε και στην παρούσα έρευνα.

Η αξιολόγηση των δραστηριοτήτων στη χρήση του πλαισίου των αναπαραστάσεων έδειξε υψηλότερα επίπεδα για τους φοιτητές της θεωρητικής (από 3,02 έως 3,88), έναντι των φοιτητών της θετικής και τεχνολογικής κατεύθυνσης (από 2,39 έως 3,39). Επίσης η μεγαλύτερη μέση αξιολόγηση τόσο για τους φοιτητές της θεωρητικής όσο και για τους φοιτητές της θετικής και τεχνολογικής καταγράφηκε για την ομάδα των μεταβάσεων φαινόμενο - αναπαραστάσεις, θεωρητική: 3,64 και θετική/τεχνολογική: 3,27. Ερμηνεύοντας την αξιολόγηση των δραστηριοτήτων, αναδεικνύεται αφενός μεν η χρησιμότητα του συστήματος MBL για φοιτητές με μικρότερο επίπεδο γνώσεων και αφετέρου ότι κυρίαρχο χαρακτηριστικό του συστήματος MBL είναι η αμφίδρομη μετάβαση από το φαινόμενο στις αναπαραστάσεις. Επιπλέον παρατηρήθηκε ότι η μετάβαση αναπαραστάσεις - πιθανό φαινόμενο είναι δυσκολότερη και ειδικότερα η μετάβαση γραφική παράσταση $x(t)$ σε πιθανό κινηματικό φαινόμενο, όπου για όλες τις κατευθύνσεις η χρησιμότητα των δραστηριοτήτων αξιολογείται με τις μικρότερες τιμές. Η διαπίστωση αυτή ερμηνεύεται από το γεγονός ότι οι δραστηριότητες επικεντρώνονται στη συσχέτιση φαινομένου - αναπαραστάσεων και όχι στη πραγματοποίηση κινήσεων με τη βοήθεια του συστήματος MBL που ανταποκρίνονται στη μορφή των γραφικών παραστάσεων (Widjaja & Heck, 2003).

Τέλος, λαμβάνοντας υπόψη το διαφορετικό βαθμό δυσκολίας που εμφανίζεται στην αμφίδρομη μετάβαση από τα κινηματικά φαινόμενα στις αναπαραστάσεις, προτείνεται ως μελλοντική έρευνα ο έλεγχος της επίδρασης των δύο διαφορετικών μεταβάσεων στην κατανόηση του πλαισίου των αναπαραστάσεων κινηματικών φαινομένων.

Αναφορές

- Ainley, J., Pratt, D., & Nardi, E. (2001). Normalising: children's activity to construct meanings for trend. *Educational Studies in Mathematics*, 45(1-3), 131-146.
- Ainley, J., Nardi, E., & Pratt, D. (2000). The Construction of Meanings for Trend in Active Graphing, *The International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5(2), 85-114.
- Ainley, J., Nardi, E., & Pratt, D. (1999). Constructing Meaning for Formal Notation in Active Graphing. In I. Swank (ed.), *Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, Forschungsinstitut fuer Mathematikdidaktik, Osnabrueck*, Retrieved 10 October 2011 from http://www.fmd.uni-osnabrueck.de/ebooks/erme/cerme1-proceedings/cerme1_contents1.html
- Araujo, I., Veit, E., & Moreira, M. (2004). Physics students' performance using computational modelling activities to improve kinematics graphs interpretation. *Computers & Education*, 50(4), 1128-1140.
- Beichner, R. (1994). Testing student interpretation of kinematics graphs. *American Journal of Physics*, 62(8), 750-762.
- Biggs, J. B., & Collins, K. F. (1982). *Evaluating the quality of learning: The SOLO taxonomy*. New York: Academic Press.
- Cicero, M. L. L., & Spagnolo, F. (2009). The use of motion sensor can lead the students to understanding the Cartesian graph. In *Proceedings of CERME 6*, Retrieved 10 October 2011 from <http://www.inrp.fr/editions/cerme6>
- Ellis, G. W., & Turner, W. A. (2002). Improving the conceptual understanding of kinematics through graphical analysis. *Proceedings of the American Society for Engineering Education Annual Conference and Exposition, Montreal, Canada*, Retrieved 10 October 2011 from <http://soa.asee.org/paper/conference/paper-view.cfm?id=17195>
- Gipps, J. (2002). Data Logging and Inquiry Learning in Science. In A. McDougal, J. Murnane & D. Chambers (eds.), *Proceedings of the Seventh world conference on computers in education conference on Computers in education: Australian topics-Volume 8* (pp. 31-34). ACS: Copenhagen.
- Hale, P. (2007). They know the math, but the words get in the way. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 29(1), 28-47.
- Hale, P. (2000). Kinematics and Graphs: Students' Difficulties and CBLs. *Mathematics Teacher*, 93(5), 414-417.
- Heck, A., & Ellermeijer, T., (2010). Mathematics assistants: meeting the needs of secondary school physics education. *Acta Didactica Napocensia*, 3(2), 17-34.
- McDermott, L. C., Rosenquist, M. L., & Van Zee, E. H. (1987). Student difficulties in connecting graphs and physics: Examples from kinematics. *American Journal of Physics*, 55(6), 503-513.
- Simpson, G., Hoyles, C. & Noss, R. (2006). Exploring the mathematics of motion through construction and collaboration. *Journal of Computer Assisted Learning*, 22, 114-136.
- Svec, M. T. (1999). Improving graphing interpretation skills and understanding of motion using microcomputer based laboratories. *Electronic Journal of Science Education*, 3(4), Retrieved 10 October 2011 from <http://unr.edu/homepage/jcannon/ejse/ejse.html>
- Trumper, R., & Gelbman, M. (2002). What Are Microcomputer-Based Laboratories (MBLs) for? An Example from Introductory Kinematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 21(3), 207-227.
- Thornton, R. K. (1987). Tools for scientific thinking - microcomputer-based laboratories for teaching physics. *Physics Education*, 22, 230-238.
- Unesco, Cairo Office (2003). *Integrating Technology in Teaching Secondary Science and Mathematics. Effectiveness, Models of Integration, and Illustrative Examples*, Retrieved 10 October 2011 from <http://www.unesco-cairo.org>
- Widjaja, Y. B., & Heck, A. (2003). How a Realistic Mathematics Education Approach and Microcomputer-Based Laboratory Worked in Lessons on Graphing at an Indonesian Junior High School. *Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia*, 26(2), 1 - 51.
- Γεωργόπουλος, Κ., Μπέλλου, Ι., Κώτσης, Κ., & Μικρόπουλος, Τ. Α. (2011)., Μελέτη των παρανοήσεων στη χρήση γραφικών παραστάσεων κινηματικών φαινομένων με MBL. Στο Γ. Παπαγεωργίου & Γ. Κουντουριώτης (επιμ.), *Πρακτικά 7^ο Πανελληνίου Συνεδρίου Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών και Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση - Αλληλεπιδράσεις Εκπαιδευτικής Έρευνας και Πράξης στις Φυσικές Επιστήμες* (σ. 696-703), Αλεξανδρούπολη, Ανακτήθηκε στις 11 Νοεμβρίου 2011 από <http://www.7sefepet.gr>
- Γεωργόπουλος, Κ. (2010). *Ο ρόλος των αναπαραστάσεων στην κατανόηση των μαθηματικών εννοιών που εμφανίζονται σε φαινόμενα του φυσικού κόσμου, μέσα από περιβάλλοντα ΤΠΕ*. Διδακτορική διατριβή, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης.
- Γεωργόπουλος, Κ., Μπέλλου, Ι., & Μικρόπουλος, Τ. Α. (2009α). Η συμβολή των MBL στην κατανόηση κινηματικών φαινομένων και των αντίστοιχων αναπαραστάσεων., στο Π. Πολίτης (επιμ.). *Πρακτικά 1^ο Εκπαιδευτικού Συνεδρίου "Ένταξη και χρήση των ΤΠΕ στην Εκπαιδευτική Διαδικασία"* (σ. 458-464), Ανακτήθηκε στις 11 Νοεμβρίου 2011 από <http://www.etpe.eu/extras/index.php?sec=conferences>
- Γεωργόπουλος, Κ., Μπέλλου, Ι., & Μικρόπουλος, Τ. Α. (2009β). Μελέτη της μετάβασης σε διαφορετικές αναπαραστάσεις μεταβαλλόμενης κίνησης με την εφαρμογή μαθηματικών εννοιών. Στα *Πρακτικά 6^ο Πανελληνίου Συνεδρίου Διδακτικής των Φυσικών Επιστημών και Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση* (σ. 267-275), Ανακτήθηκε στις 11 Νοεμβρίου 2011 από <http://www.uowm.gr/kodifeet/?q=el/node/81>

- Καράνης, Γ., Τσώνος, Χ., Μπισδικιάν, Γ., & Ψύλλος, Δ. (2000). Διερεύνηση όψεων της αποτελεσματικότητας εργαστηριακών ασκήσεων υποστηριζόμενων από Συγχρονικές Διατάξεις σε μαθητές Λυκείου. Στο Β. Κόμης (επιμ.), *Πρακτικά 2^{οο} Πανελληνίου Συνεδρίου Οι τεχνολογίες της πληροφορίας και της επικοινωνίας στην εκπαίδευση*, (σ. 471-479), Ανακτήθηκε στις 11 Νοεμβρίου 2011 από www.etpe.eu/files/proceedings/uploads1/paper108.pdf
- Μπέλλου, Ι. (2003). Ποιοτική αξιολόγηση μαθησιακών αποτελεσμάτων μαθητών μετά την αλληλεπίδρασή τους με εκπαιδευτικό λογισμικό. Στο Μ. Ιωσηφίδου & Ν. Τζιμόπουλος (επιμ.), *Πρακτικά 2^{οο} Πανελληνίου Συνεδρίου των Εκπαιδευτικών για τις ΤΠΕ 'Αξιοποίηση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στη Διδακτική Πράξη'*, (σ. 85-95), Ανακτήθηκε στις 11 Νοεμβρίου 2011 από www.etpe.eu/files/proceedings/uploads1/b85.pdf

Αναφορά στο άρθρο ως: Γεωργόπουλος, Κ., Μπέλλου, Ι., Κώτσης, Κ., & Μικρόπουλος, Τ. Α. (2010). Αναπαραστάσεις φυσικών μεγεθών και αντίστοιχα κινηματικά φαινόμενα. *Θέματα Επιστημών και Τεχνολογίας στην Εκπαίδευση*, 3(2), 69-84.

<http://earthlab.uoi.gr/thete/index.php/thete>